



## **LAPORAN PENELITIAN**

**JUDUL:**

**SOLUSI NUMERIK PROSES SEMI MARKOV HOMOGEN  
UNTUK PREMI TAMBAHAN  
ASURANSI PERAWATAN JANGKA PANJANG**

<b>JENIS/SKIM PENELITIAN</b>	<b>BIDANG PENELITIAN</b>
LPPM/KELOMPOK KAJIAN	MIPA DAN SAINS

<b>KETUA PENELITI</b>	<b>ANGGOTA</b>
Nama : Rosita Kusumawati, M.Sc.	1. Emi Nugroho Ratnasari, M.Sc.
Jurusan : Pendidikan Matematika	2. Faslihatun Amiroh
Fakultas : FMIPA UNY	3.
	4.

**NOMOR SUBKONTRAK  
044/Subkontrak-Kelompok Kajian/UN34.21/2012**

**PUSAT PENELITIAN ANAK USIA DINI  
DAN INSAN LANJUT USIA  
LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA  
MASYARAKAT  
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA  
TAHUN 2012**

**LEMBAR PENGESAHAN**  
**LAPORAN AKHIR PENELITIAN KELOMPOK KAJIAN UNY**

1. Judul Penelitian : **SOLUSI NUMERIK PROSES SEMI MARKOV HOMOGEN UNTUK PREMI TAMBAHAN ASURANSI PERAWATAN JANGKA PANJANG**
2. Ketua Peneliti :
- a. Nama lengkap : Rosita Kusumawati, M.Sc.
  - b. NIP/NIK : 19800707 200501 2 001
  - c. NIDN : 0007078002
  - d. Pangkat / Golongan : Penata Muda Tk. I/IIIa
  - e. Jabatan Fungsional : Asisten Ahli
  - f. Fakultas / Jurusan : MIPA / Pendidikan Matematika
  - g. Pusat Penelitian : Anak Usia Dini dan Insan Usia Lanjut
  - h. Alamat Institusi : Karangmalang Sleman Yogyakarta 55281
  - i. Telepon/Faks/E-mail : 08121560830/rosita.kusumawati@gmail.com
3. Tema payung penelitian : TERAPAN/REKAYASA/SAINS
4. Skim Penelitian : Fakultas/Lemlit/PR-I
5. Program Strategis Nasional : -
6. Bidang Keilmuan/Penelitian : MIPA dan Sains
7. Tim Peneliti :
- | No | Nama dan Gelar               | NIP                   | Bidang Keahlian                           |
|----|------------------------------|-----------------------|---|
| 1. | Rosita Kusumawati, M.Sc.     | 19800707 200501 2 001 | Aktuaria                                  |
| 2. | Eminugroho Ratna Sari, M.Sc. | 19850414 200912 2 003 | Matematika Terapan / Pemodelan Matematika |
8. Mahasiswa yang terlibat :
- | No | Nama              | NIM         | Prodi        |
|----|-------------------|-------------|--------------|
| 1. | Faslihatun Amiroh | 09305144007 | Mat Swa 2009 |
9. Lokasi Penelitian : FMIPA UNY
10. Pendanaan dan jangka waktu  
Penelitian

- a. Jangka waktu : 8 bulan  
penelitian : 15 juta
- b. Biaya total yang : 15 juta  
diusulkan
- c. Biaya yang disetujui

Yogyakarta, 10 November 2012

Mengetahui,

Kepala Pusat Studi Pendidikan  
Anak Usia Dini dan Insan Usia Lanjut

Ketua Tim Peneliti

Dr. Suparno  
NIP. 19580807 198601 1001

Rosita Kusumawati, M.Sc.  
NIP. 19800707 200501 2 001

Mengetahui,  
Ketua LPPM

Prof. Dr. Anik Ghufron  
NIP. 19621111 198803 1 001

## ABSTRAK DAN SUMMARY

### ABSTRAK

Seseorang yang berusia lanjut dikatakan dikatakan membutuhkan perawatan jangka panjang jika dia membutuhkan bantuan orang lain dalam melakukan seluruh atau beberapa aktivitas kehidupan sehari-hari, tidak dalam kondisi sakit, tapi telah kehilangan beberapa fungsi tubuhnya sehingga hanya bisa berbaring di atas tempat tidur. Model multi status asuransi perawatan jangka panjang dengan asumsi semi-markov, dinyatakan sebagai model peluang transisi dari suatu status ke status yang lain yaitu,

$$P_{ij}(t, u) = (1 - H_i(t, u))\delta_{ij} + \sum_{l=1}^m \sum_{\tau=1}^u b_{il}(t, \tau) P_{lj}(\tau, u)$$

dengan tiga status yaitu  $i, j = 1, 2, 3$   $i, j = 1 = sehat$  ,  $i, j = 2 = perawa tan jangka panjang$  , dan  $i, j = 3 = meninggal$  .

Estimasi probabilitas transisi pada model semi-markov asuransi perawatan jangka panjang melalui pendekatan algoritma, dengan langkah-langkah (i) memasukkan data-data yaitu,  $m$  = banyak status,  $T$  = periode waktu, matriks  ${}^T\Phi$  , dan matriks  ${}^T F$  , (ii) menentukan matriks  ${}^T Q$  ,  ${}^T B$  ,  ${}^T H$  , dan  ${}^T A$  , (iii) menentukan matriks  ${}^T P$  . Pendekatan algoritma diterapkan pada catatan kesehatan penghuni Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman.

### SUMMARY

Perubahan status kesehatan pada asuransi perawatan jangka panjang dapat dimodelkan menggunakan model multi status dengan asumsi semi markov yaitu,

$$P_{ij}(t, u) = (1 - H_i(t, u))\delta_{ij} + \sum_{l=1}^m \sum_{\tau=1}^u b_{il}(t, \tau) P_{lj}(\tau, u)$$

dengan tiga status yaitu  $i, j = 1, 2, 3$   $i, j = 1 = sehat$  ,  $i, j = 2 = perawa tan jangka panjang$  , dan  $i, j = 3 = meninggal$  .

Probabilitas transisi pada model semi-markov asuransi perawatan jangka panjang dapat diestimasi melalui pendekatan algoritma, dengan langkah-langkah (i) memasukkan data-data yaitu,  $m$  = banyak status,  $T$  = periode waktu, matriks  ${}^T\Phi$  , dan matriks  ${}^T F$  , (ii) menentukan matriks  ${}^T Q$  ,  ${}^T B$  ,  ${}^T H$  , dan  ${}^T A$  , (iii) menentukan matriks  ${}^T P$  . Pendekatan algoritma diterapkan pada catatan kesehatan penghuni Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman.

## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	.ii
<b>ABSTRAK DAN SUMMARY .....</b>	.iv
<b>DAFTAR ISI .....</b>	.v
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	.vi
<b>BAB I. PENDAHULUAN .....</b>	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Batasan dan Rumusan Masalah .....	1
C. Tujuan Penelitian .....	2
D. Desain Pelaksanaan Penelitian .....	2
E. Hasil Akhir yang Direncanakan .....	2
<b>BAB II. KAJIAN PUSTAKA .....</b>	2
A. Asuransi Perawatan Jangka Panjang .....	2
B. Analisa Survival .....	3
C. Proses Markov .....	5
<b>BABA III. METODE PENELITIAN .....</b>	6
<b>BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	6
A. Proses Renewal .....	7
B. Proses Semi-Markov .....	9
C. Pendekatan Algoritma .....	10
D. Solusi Numerik .....	12
<b>BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	15
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	15
<b>LAMPIRAN-LAMPIRAN .....</b>	17

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran I. DATA SURVIVAL PENGHUNI SEHAT KEMUDIAN MEMBUTUHKAN PERAWATAN JANGKA PANJANG .....</b>	17
<b>Lampiran II. DATA SURVIVAL PENGHUNI DALAM PERAWATAN JANGKA PANJANG KEMUDIAN MENINGGAL .....</b>	19
<b>Lampiran III. DATA SURVIVAL PENGHUNI SEHAT KEMUDIAN MENINGGAL .....</b>	21
<b>Lampiran IV. MATRIKS <math>{}^T F, T = 360</math> untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS <math>{}^T F, T = 360</math>) .....</b>	23
<b>Lampiran V. MATRIKS <math>\Phi(t), t = 0, 1, 2, \dots, 360</math> untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS <math>\Phi(t), t = 0, 1, 2, \dots, 360</math>) .....</b>	26
<b>Lampiran VI. MATRIKS <math>{}^T Q</math> untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS <math>{}^T Q</math>) .....</b>	27
<b>Lampiran VII. MATRIKS <math>{}^T B</math> untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS <math>{}^T B</math>) .....</b>	28
<b>Lampiran VIII. MATRIKS <math>{}^T H</math> untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS <math>{}^T H</math>) .....</b>	29
<b>Lampiran IX. MATRIKS <math>{}^T A</math> untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS <math>{}^T A</math>) .....</b>	30
<b>Lampiran X. MATRIKS <math>{}^T P</math> .....</b>	31
<b>Lampiran XI. CONTOH PERHITUNGAN ALGORITMA ESTIMASI PROBABILITAS .....</b>	32
<b>Lampiran XII. PERSONALIA PENELITIAN .....</b>	37
<b>Lampiran XIII. BIODATA TIM PENELITI .....</b>	38

## **I. PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang**

Persentase penduduk usia lanjut mengalami peningkatan dalam sepuluh tahun terakhir, sedang tingkat dukungan penduduk usia produktif terhadap penduduk berusia lanjut mengalami penurunan. Kedua hal di atas serta merta akan meningkatkan biaya perawatan jangka panjang di masa yang akan datang., sehingga kehadiran asuransi perawatan jangka panjang akan sangat diperlukan dalam melindungi seseorang dari seluruh biaya perawatan jangka panjang yang tinggi termasuk membayar jasa perawat, terapis serta ahli gizi yang diperlukan selama perawatan jangka panjang.

Pada asuransi perawatan jangka panjang, seseorang dapat bertransisi dari status sehat ke status perawatan jalan atau status meninggal. Proses perubahan status kesehatan ini sangat sesuai dimodelkan dengan model multi status. Kajian mengenai penyelesaian model multi status antara lain, (Haberman, 1983) penyelesaian permasalahan model multi status dengan memanfaatkan suatu tabel decrement, kemudian (Jones, 1994) dan (Castaneda dan Gerritse, 2010) menggunakan asumsi model markov, yaitu terdapat intensitas transisi pada setiap status. Model markov tidak memperhatikan lama waktu yang dihabiskan oleh sistem distatus sekarang sejak transisi terakhir ke status berikutnya, sehingga diperlukan penambahan asumsi agar model semakin mendekati kenyataan.

Pemodelan asuransi perawatan jangka panjang dengan asumsi intensitas transisi yang konstan telah dikaji oleh Rosita K. (2011) dan pemodelan multi status semi–markov oleh Faruk A. (2008), dan Faihatuz Z. (2011). Pada penelitian ini akan dkaji model asuransi perawatan jangka panjang menggunakan asumsi semi–markov.

### **B. Batasan dan Rumusan Masalah**

Dari identifikasi masalah tersebut, didapatkan rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana memodelkan asuransi perawatan jangka panjang menggunakan model semi–markov?
2. Bagaimana mengestimasi probabilitas transisi pada model semi–markov dengan menggunakan persamaan evolusi?

### **C. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan uraian di atas, dapat dirumuskan tujuan dari penelitian ini sebagai berikut

1. Menyusun model multi status dengan asumsi semi–markov untuk proses perubahan status kesehatan seseorang yang membutuhkan perawatan jangka panjang.
2. Menghitung probabilitas transisi pada model semi–markov dengan menggunakan solusi persamaan evolusi.

### **D. Rencana/Desain Pelaksanaan Penelitian**

Penelitian ini dibagi menjadi 5 tahap:

1. Mengkaji konsep-konsep dan teorema yang terkait dengan model markov multi status
2. Mengkaji proses semi-markov dan persamaan evolusi
3. Mengambil data kesehatan di Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman
4. Melakukan analisa data untuk estimasi probabilitas transisi

### **E. Hasil/Sasaran yang Direncanakan**

Beberapa sasaran penelitian yang direncanakan:

1. Penguasaan konsep proses semi-markov multi status waktu diskrit, persamaan evolusi proses semi Markov waktu diskrit,
2. Pembentukan tabel morbiditas

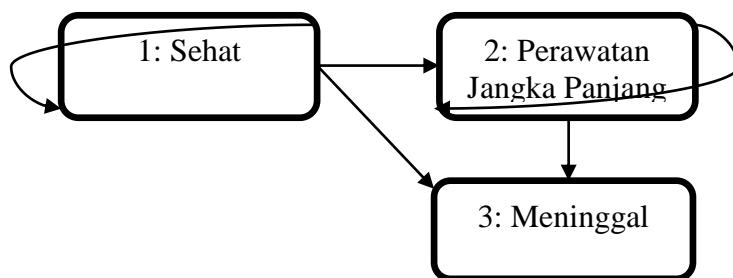
## **II. KAJIAN PUSTAKA**

### **A. Asuransi Perawatan Jangka Panjang**

Asuransi perawatan jangka panjang melindungi tertanggung dari biaya perawatan jangka panjang. Tertanggung berada pada status awal 1 yaitu sehat, dapat bertransisi ke status 2 (perawatan jangka panjang), status 3 (meninggal) ataupun tetap dalam status sehat (Gambar 2.1.). Model multi dalam bentuk probabilitas transisi antar status sangat sesuai untuk memodelkan asuransi perawatan jangka panjang.

Peluang perubahan kondisi kesehatan seseorang pada waktu yang akan datang memenuhi asumsi markov yaitu hanya bergantung pada kondisi kesehatannya saat ini dan tidak tergantung pada kondisi kesehatannya pada waktu lalu. Pemodelan asuransi perawatan jangka menggunakan asumsi markov telah dilakukan oleh Kusumawati, R. (2010). Akan tetapi asumsi ini masih memiliki beberapa keterbatasan, sebagai contoh model yang dihasilkan menganggap bahwa peluang seseorang, yang telah dalam kondisi sehat selama 1 tahun, untuk sakit sama dengan peluang seseorang, yang telah dalam kondisi sehat selama 1 bulan tahun, untuk sakit.

Pengembangan dari penelitian sebelumnya, beberapa asumsi ditambahkan dalam penelitian pemodelan asuransi perawatan jangka panjang ini, yaitu peluang terjadinya perubahan berupa kondisi kesehatan seseorang juga diasumsikan bergantung kepada selang waktu berada pada status kesehatan sebelumnya. Hal ini berarti mengganti asumsi markov pada model multi status dengan asumsi semi-markov. Diasumsikan pula seseorang yang berada pada status perawatan jangka panjang, tidak dapat bertransisi ke status sehat. Seseorang yang berada pada status perawatan jangka panjang hanya dapat bertransisi ke status meninggal.



Gambar 2.1. Transisi Status Model Asuransi Perawatan Jangka Panjang

## B. Analisa Survival

Untuk memodelkan kejadian-kejadian yang terjadi dalam asuransi perawatan jangka panjang, waktu hingga terjadinya suatu kejadian (*survival time*) adalah salah satu komponen yang diamati. Analisa survival adalah kumpulan berbagai prosedur statistik untuk melakukan analisa data dengan variable yang menjadi perhatian adalah data waktu hingga suatu kejadian terjadi, kejadian yang diamati bisa bermacam-macam misalnya kematian, munculnya suatu penyakit, kambuh dari suatu penyakit, dan lain-

lain. Berikut beberapa konsep-konsep dalam analisa survival yang dibutuhkan dalam pembahasan penelitian selanjutnya.

**Definisi 4. (Lawless, 2003)**

*Namakan  $T$  variable random diskret waktu hidup. Fungsi survival menyatakan peluang waktu hidup lebih dari suatu nilai  $t$ , yaitu*

$$S(t) = P(T \geq t) = \sum_{j: t_j \geq t} P(X = t_j) = \sum_{j: t_j \geq t} f(t_j).$$

Adapun tingkat kematian bersyarat dinyatakan dalam fungsi hazard.

**Definisi 5. (Lawless, 2003)**

*Namakan  $T$  variable random diskret waktu hidup. Fungsi hazard adalah,*

$$\lambda(t_j) = P(T = t_j | T \geq t_j) = \frac{f(t_j)}{S(t_j)}, \quad j = 1, 2, \dots$$

Dan hubungan fungsi hazard waktu diskrit dengan fungsi survival dan fungsi padat peluang diberikan sebagai berikut,

$$f(t_j) = \lambda(t_j) \prod_{i=1}^{j-1} (1 - \lambda(t_i)),$$

$$S(t_j) = \prod_{i=1}^{j-1} (1 - \lambda(t_i)).$$

Variabel yang menjadi perhatian dalam penelitian ini adalah waktu sehat, waktu sakit dan waktu meninggal insan lanjut. Untuk melakukan analisa survival untuk variabel – varibel di atas beberapa kajian mengenai konsep pengambilan data survival yaitu data tersensor dan data terpotong diperlukan.

**Definisi. (Klugman, Panjer, Willmot, 2004)**

*Observasi data yang dipotong dari bawah pada  $d$  jika, data sebelum  $d$  tidak dicatat tetapi data setelah  $d$  dicatat sebagai data yang diobservasi*

*Observasi data yang dipotong dari atas pada  $u$  jika, data setelah  $u$  tidak dicatat tetapi data sebelum  $u$  dicatat sebagai data yang diobservasi.*

*Observasi data yang disensor dari bawah pada  $d$  jika, data yang dicatat sebelum  $d$  menjadi sama dengan  $d$  tetapi data setelah  $d$  dicatat sebagai data yang diobservasi.*

*Observasi data yang disensor dari atas pada  $u$  jika, data yang dicatat setelah  $u$  menjadi sama dengan  $u$  tetapi data sebelum  $u$  dicatat sebagai data yang diobservasi.*

### C. Proses Markov

Penelitian ini menggunakan asumsi semi-markov pada model multi status asuransi perawatan jangka panjang, proses semi-markov adalah gabungan antara proses markov dan proses renewal. Berikut akan diulas beberapa konsep penting dalam proses markov.

#### Definisi. (Karlin, et al., 1975)

Proses stokastik  $\{X_t, t \in T\}$  disebut proses markov jika,

$$\begin{aligned} P\{X_{t_{n+1}} = x_{n+1} | X_{t_0} = x_0, \dots, X_{t_n} = x_n\} &= P\{X_{t_{n+1}} = x_{n+1} | X_{t_n} = x_n\} \\ &= P_{x_n x_{n+1}}(t_n, t_{n+1}). \end{aligned}$$

untuk indeks  $t_0 < t_1 < \dots < t_{n+1}$  dan himpunan status  $\{x_0, x_1, \dots, x_{n+1}\}$ .

Proses markov mengasumsikan bahwa proses yang akan datang hanya bergantung pada proses sekarang dan bebas dari proses-proses waktu yang lalu. Proses markov yang mempunyai ruang status yang diskrit disebut rantai markov.

Suatu status dalam proses markov memiliki beberapa jenis kedudukan yaitu,

i. Accessible

Status  $j$  disebut *accessible* dari status  $i$  apabila terdapat proses yang berawal dari status  $i$  dimana memungkinkan proses tersebut akan pernah masuk ke status  $j$ .

ii. Communicate

Status disebut *communicate* jika dua status  $i$  dan  $j$  saling *accessible*.

iii. Irreducible

Suatu status dikatakan *irreducible* jika semua status saling *communicate*.

iv. Strictly Transient

Suatu status dikatakan *strictly transient* jika tidak memungkinkan untuk masuk kembali setelah keluar dari status tersebut.

v. Transient

Suatu status dikatakan *transient* jika memungkinkan untuk masuk kembali setelah keluar dari status tersebut.

vi. Absorbing

Status dikatakan *absorbing* jika tidak memungkinkan untuk keluar setelah masuk ke status tersebut.

Suatu proses perubahan status yang dimulai pada status  $i$  pada waktu  $t$  menuju status  $j$  pada waktu  $u$  yang melalui beberapa status  $k$  secara berkelanjutan pada sembarang waktu dapat dinyatakan dalam persamaan *Chapman-Kolmogorov*.

**Lemma. (Ross, 2007)**

*Probabilitas transisi pada rantai markov kontinu memenuhi persamaan Chapman-Kolmogorov yaitu,*

$$P_{ij}(t, u) = \sum_{k \in I} P_{ik}(t, w) P_{kj}(w, u), \quad (t \leq w \leq u).$$

*Bukti:*

$$\begin{aligned} P_{ij}(t, u) &= P\{X_u = j | X_t = i\} \\ &= \sum_{k \in I} P\{X_u = j \wedge X_w = k | X_t = i\}, \quad (t \leq w \leq u). \\ &= \sum_{k \in I} P\{X_u = j | X_t = i \wedge X_w = k\} P\{X_w = k | X_t = i\}, \quad (t \leq w \leq u). \\ &= \sum_{k \in I} P\{X_u = j | X_w = k\} P\{X_w = k | X_t = i\}, \quad (t \leq w \leq u). \\ &= \sum_{k \in I} P_{ik}(t, w) P_{kj}(w, u), \quad (t \leq w \leq u). \end{aligned}$$

### III. METODE PENELITIAN

Penelitian ini termasuk dalam penelitian penerapan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mengumpulkan informasi baik dari buku atau jurnal yang berkaitan dengan model multi status semi-markov dan menerapkannya untuk proses perubahan status kesehatan seseorang yang membutuhkan perawatan jangka panjang. Dari model yang terbentuk kemudian akan dihitung probabilitas transisi dari satu status ke status yang lain dengan menggunakan solusi persamaan evolusi dan catatan kesehatan penghuni Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman, untuk kemudian disusun tabel premi tambahan asuransi perawatan jangka panjang.

### IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mendefinisikan proses semi-markov, sebelumnya akan dikaji definisi dan sifat-sifat penting dari proses renewal.

## A. Proses Renewal

Dimisalkan  $(S_n, n \geq 1)$  adalah barisan non-negatif dari variabel-variabel random iid yang terdefinisi pada ruang probabilitas  $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ .

**Definisi. (Jansen dan Manca, 2007)**

*Suatu barisan random  $(T_n, n \geq 0)$  yang memenuhi:*

$$T_0 = 0$$

*dan*

$$T_n = S_1 + S_2 + \dots + S_n, n \geq 1$$

*disebut barisan renewal atau proses renewal.*

Variabel random  $T_n, n \geq 0$  disebut waktu *renewal*, sedangkan variabel random  $S_n, n \geq 1$  disebut waktu *interarrival* atau waktu tinggal (*sojourn times*).

**Definisi. (Jansen dan Manca, 2007)**

*Dari masing-masing barisan renewal, dapat diasosiasikan proses stokastik waktu kontinu yang nilainya terletak di dalam  $N$  sebagai berikut:*

$$(C_u, u \geq 0)$$

*dimana  $C_u \geq n-1 \Leftrightarrow T_n \leq u, n \in N$ .*

Proses  $(C_u, u \geq 0)$  ini disebut proses counting terasosiasi atau *renewal counting process*, dimana  $C_u$  melambangkan jumlah total “renewal” pada  $(0, u]$ .

Diberikan suatu sistem  $\eta$  dengan status yang mungkin dialami oleh sistem tersebut adalah sebanyak  $m$ , dengan  $m$  merupakan bilangan bulat positif berhingga. Dimisalkan sistem  $\eta$  tersebut merupakan suatu rantai Markov yang pada waktu 0 sistem  $\eta$  mengawali proses dari status awal yang dilambangkan dengan variabel random  $X_0$ , dan bertahan pada status ini selama waktu random non negatif  $S_1$ , kemudian pindah ke status berikutnya  $X_1$  dan tinggal di status ini selama waktu random non negatif  $S_2$ , dan begitu seterusnya.

Jadi, diperoleh suatu proses stokastik dua dimensi dalam waktu diskrit yang disebut proses  $(X - S)$  positif:

$$(X - S) = ((X_n, S_n), n \geq 0)$$

dan

$$S_0 = 0$$

dengan barisan  $(X_n, n \geq 1)$  adalah status yang berurutan (dalam waktu) dari sistem  $\eta$ , dan barisan  $(S_n, n \geq 1)$  adalah waktu tinggal yang berurutan (dalam waktu), atau dengan kata lain  $S_n$  merupakan banyaknya waktu yang dihabiskan oleh  $\eta$  distatus  $X_{n-1}$  ( $n > 0$ ). Waktu terjadinya transisi diberikan oleh barisan  $(T_n, n \geq 0)$  dengan

$$T_0 = 0, T_1 = S_1, \dots, T_n = \sum_{i=1}^n S_i$$

sehingga diperoleh

$$S_n = T_n - T_{n-1}, n \geq 1$$

Dapat dikatakan bahwa  $T_n, n \geq 0$  menyatakan waktu transisi ke- $n$ , sedangkan  $X_n, n \geq 0$  menyatakan status yang dimasuki oleh sistem pada waktu  $T_n, n \geq 0$ .

Dari uraian di atas, dapat diberikan pengertian dari proses *renewal markov* sebagai berikut.

**Definisi. (Jansen dan manca, 2007)**

Suatu proses stokastik dua dimensi  $(X, T) = ((X_n, T_n), n \geq 0)$  dengan  $T_n, n \geq 0$  memenuhi hubungan  $T_0 = 0, T_1 = S_1, \dots, T_n = \sum_{i=1}^n S_i$ , disebut barisan *renewal markov* atau proses *renewal markov*.

Beberapa sifat-sifat dalam proses *renewal markov* akan dikaji di bawah ini. Dimisalkan  $I = \{1, 2, \dots, m\}$  adalah suatu ruang status yang berhingga.

**Definisi. (Jansen dan manca, 2007)**

Suatu proses stokastik dua dimensi  $(X_n, T_n)$  proses *renewal markov nonhomogen* waktu diskrit jika kernel  $Q$  yang berhubungan dengan proses tersebut didefinisikan sebagai berikut:

$$Q = Q_{ij}(t, u) = \left[ P(X_{n+1} = j, T_{n+1} \leq u | X_n = i, T_n = t) \right], i, j \in I, t, u \in N.$$

Diperoleh matrik  $\Phi$  yang berbentuk,

$$\Phi = \left[ \phi_{ij}(t) \right] = \left[ \lim_{u \rightarrow \infty} Q_{ij}(t, u) \right]; i, j \in I, t, u \in N$$

dengan  $\Phi$  tidak lain adalah matriks transisi rantai markov yang melekat pada proses tersebut. Selanjutnya, peluang proses  $(X_n, T_n)$  tersebut akan meninggalkan status  $i$  sebelum atau pada waktu  $u$  dituliskan sebagai berikut:

$$H = \left[ H_i(t, u) \right] = \left[ P(T_{n+1} \leq u | X_n = i, T_n = t) \right]$$

Terdapat peluang yang digunakan dalam kasus waktu diskrit saja, yaitu matriks  $B$  yang didefinisikan sebagai berikut:

$$B = \left[ b_{ij}(t, u) \right] = \left[ P(X_{n+1} = j, T_{n+1} = u | X_n = i, T_n = t) \right]$$

Berdasarkan definisi rantai markov waktu diskrit di atas diperoleh,

$$b_{ij}(t, u) = \begin{cases} Q_{ij}(t, u), & \text{jika } u = t \\ Q_{ij}(t, u) - Q_{ij}(t, u-1), & \text{jika } u > t \end{cases}$$

### Definisi. (Jansen dan manca, 2007)

Fungsi distribusi bersyarat waktu diskrit dari waktu tunggu dengan diberikan status pada saat ini dan status berikutnya, dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$F = \left[ F_{ij}(t, u) \right] = \left[ P(T_{n+1} \leq u | X_n = i, X_{n+1} = j, T_n = t) \right]$$

Peluang di atas dapat diselesaikan dengan rumus:

$$F_{ij}(t, u) = \begin{cases} \frac{Q_{ij}(t, u)}{\phi_{ij}(t)}, & \text{jika } \phi_{ij}(t) \neq 0 \\ U_1(t, u), & \text{jika } \phi_{ij}(t) = 0 \end{cases}$$

dengan  $U_1(t, u) = 1$ , untuk setiap  $t, u \in N$

## B. Proses Semi-Markov

Proses semi-markov nonhomegen waktu diskrit pada waktu  $u$  dapat dinyatakan sebagai status yang dicapai oleh sistem pada waktu  $u$ , yaitu  $X_{C_u}$  dengan definisi formal di bawah ini.

### Definisi. (Jansen dan manca, 2007)

Suatu proses stokastik  $Z$ , yang nilainya terletak di dalam ruang status  $I = \{1, 2, \dots, m\}$  yaitu

$$Z = (Z(u), u \in N)$$

serta merepresentasikan status yang dicapai oleh proses untuk setiap waktu tunggu  $u$ , dengan

$$Z(u) = X_{C_u}, C_u = \max \{n : T_n \leq u\}$$

disebut proses semi-markov waktu diskrit.

Untuk setiap waktu diskrit  $t, u$  dengan  $t \leq u$  dan  $i, j = 1, 2, \dots, m$  yang berada di dalam  $I$ , peluang transisi dari proses  $Z$  dalam kasus nonhomogen didefinisikan oleh

$$P_{ij}(t, u) = (Z(u) = j | Z(t) = i)$$

Peluang transisi di atas menyatakan peluang suatu sistem yang berada di status  $i$  pada waktu  $t$  akan berada di status  $j$  pada waktu  $u$ , selanjutnya peluang tersebut dapat diselesaikan menggunakan persamaan evolusi

$$P_{ij}(t, u) = (1 - H_i(t, u))\delta_{ij} + \sum_{l=1}^m \sum_{\tau=1}^u b_{il}(t, \tau) P_{lj}(\tau, u)$$

dengan  $\delta_{ij}$  merupakan simbol Kronecker, yaitu suatu konstanta yang bernilai sama dengan 0 untuk  $i \neq j$  dan sama dengan 1 untuk  $i = j$ .

Proses perubahan status kesehatan seseorang yang membutuhkan perawatan jangka panjang merupakan proses semi-markov yang dapat dimodelkan dalam dapat model multi status sebagai berikut,

$$P_{ij}(t, u) = (1 - H_i(t, u))\delta_{ij} + \sum_{l=1}^m \sum_{\tau=1}^u b_{il}(t, \tau) P_{lj}(\tau, u)$$

yaitu persamaan evolusi proses semi-markov dengan  $i, j = 1, 2, 3$  yaitu  $i, j = 1 = sehat$ ,  $i, j = 2 = perawa tan jangka panjang$ , dan  $i, j = 3 = meninggal$ .

### C. Pendekatan Algoritma

Probabilitas transisi antar status pada model semi-markov asuransi perawatan jangka panjang dapat diperoleh dengan mencari solusi atau penyelesaian persamaan evolusi semi-markov. Penyelesaian persamaan evolusi proses semi markov dapat diperoleh melalui pendekatan algoritma. Dengan pendekatan algoritma, persamaan evolusi proses semi-markov waktu diskrit,

$$P_{ij}(t, u) = (1 - H_i(t, u))\delta_{ij} + \sum_{l=1}^m \sum_{\tau=1}^u b_{il}(t, \tau) P_{lj}(\tau, u)$$

dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$P(t, u) = A(t, u) + \sum_{\tau=1}^u B(t, \tau) * P(\tau, u) \quad (1)$$

atau secara ekuivalen

$$P(t, u) - \sum_{\tau=1}^u B(t, \tau) * P(\tau, u) = A(t, u)$$

dengan  $t, u \in N, t \leq u$  atau dapat dinyatakan dalam notasi perkalian matrik dengan mengambil  $u \in N$  yaitu,

$$U * P = A. \quad (2)$$

$$\text{dengan } U = \begin{bmatrix} I & -B(0,1) & -B(0,2) & -B(0,3) & \dots \\ 0 & I & -B(1,2) & -B(1,3) & \dots \\ 0 & 0 & I & -B(2,3) & \dots \\ 0 & 0 & 0 & I & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\text{dan } A = \begin{bmatrix} I & A(0,1) & A(0,2) & A(0,3) & \dots \\ 0 & I & A(1,2) & A(1,3) & \dots \\ 0 & 0 & I & A(2,3) & \dots \\ 0 & 0 & 0 & I & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}.$$

Persamaan evolusi dapat diselesaikan dalam kasus *transient* dengan memilih jangka waktu  $T$  tertentu sehingga persamaan (2) dapat ditulis menjadi,

$${}^T U * {}^T P = {}^T A. \quad (3)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (3) pertama diasumsikan matrik  ${}^T F$  dan  $\Phi$  diketahui, kemudian menggunakan prosedur iterasi ditentukan nilai dari matriks  ${}^T P$  menggunakan persamaan (1) dengan simbol “\*” untuk simbol perkalian antar matriks biasa, matriks  ${}^T U$  tidak perlu diketahui, dan matriks  ${}^T B$  dapat disusun. Langkah penyelesaian persamaan (3) sebagai berikut,

i. memasukkan data

$m$  = banyak status

$T$  = periode waktu

matriks  ${}^T \Phi$ ,

matriks  ${}^T F$ ,

$${}^T F = \begin{bmatrix} F(0,0) & F(0,1) & F(0,2) & \cdots & F(0,T) \\ 0 & F(1,1) & F(1,2) & \cdots & F(1,T) \\ 0 & 0 & F(2,2) & \cdots & F(2,T) \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & F(T,T) \end{bmatrix}$$

ii. menentukan matriks  ${}^T Q$ ,  ${}^T B$ ,  ${}^T H$ , dan  ${}^T A$

Matriks  $Q(t,u) = \Phi(t).F(t,u)$ , dengan simbol “.” melambangkan perkalian elemen antar elemen dari matriks.

Elemen-elemen matriks  ${}^T B$  diperoleh dengan rumus,

$$B_{ij}(t,u) = \begin{cases} Q_{ij}(t,u), & \text{jika } u \leq t \\ Q_{ij}(t,u) - Q_{ij}(t,u-1), & \text{jika } u > t \end{cases}.$$

Elemen-elemen matriks  ${}^T U$  diperoleh dengan rumus,

$${}^T U = \begin{bmatrix} I & -B(0,1) & -B(0,2) & \cdots & -B(0,T) \\ 0 & I & -B(1,2) & \cdots & -B(1,T) \\ 0 & 0 & I & \cdots & -B(2,T) \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}.$$

Elemen-elemen matriks  ${}^T H$  diperoleh dengan rumus,

$$H_{ij}(t,u) = \begin{cases} 0, & \text{jika } i \neq j \\ \sum_{k=1}^m Q_{ik}(t,u), & \text{jika } i = j \end{cases}.$$

Elemen-elemen matriks  ${}^T A$  diperoleh dengan rumus,  $A(t,u) = I - H(t,u)$ .

iii. menentukan matriks  ${}^T P$

#### D. Solusi Numerik

Peneliti menggunakan data primer berupa status kesehatan termasuk usia dan jenis kelamin penghuni Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman dari 22 juni 2006 jumlah total penghuni 89 orang hingga 22 juni 2010. Model multi status untuk asuransi perawatan jangka panjang yang dibahas terdiri dari  $m = 3$  status yaitu status perawatan jangka panjang, sehat atau meninggal. Seseorang dikatakan berstatus

perawatan jangka panjang jika dipindahkan dalam ruang perawatan jangka panjang, atau tidak dapat melakukan seluruh kegiatan sehari-hari secara mandiri.

Langkah pertama yang dilakukan adalah membuat perjalanan status setiap penghuni dengan periode pengamatan yaitu  $T = 360$ . Karena data yang dipakai adalah data experience dan bukan dengan melakukan observasi secara langsung, maka data survival dari masing-masing tertanggung lebih mudah untuk disensor kiri ataupun disensor kanan. Sebagai contoh, seorang penghuni yang pernah dalam status perawatan jangka panjang sejak tanggal 13 agustus 2005 sampai tanggal 25 agustus 2006, maka data ini akan disensor kiri pada titik waktu sesaat sebelum tanggal 1 agustus 2005 dan disensor kanan pada titik waktu sesaat setelah tanggal 30 juli 2006. Hal ini berarti sesaat sebelum tanggal 1 agustus 2005 (yaitu sebelum pukul 00.00) adalah hari ke-0, sedangkan pukul 24.00 tanggal 30 juli 2006 adalah batas akhir periode studi. Akibatnya, pada hari ke-0 tersebut semua tertanggung akan selalu berada dalam status sehat (a), dan jika terdapat seorang tertanggung yang durasi sakitnya melebihi akhir tahun yang bersangkutan (pada tanggal 30) maka sejarah setelah tanggal 30 tidak akan tercatat, namun batas akhir sakit yang dicatat adalah tanggal 30 tersebut.

### a. Membangun matrik $\Phi(t)$

Matrik  $\Phi(t)$  adalah matrik transisi rantai markov nonhomogen waktu diskrit. Untuk setiap waktu diskrit  $t = 0, 1, \dots, 360$ , matrik transisi  $\Phi(t)$  adalah matrik bujur sangakar yang memiliki bentuk sebagai berikut

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) & \phi_{13}(t) \\ 0 & \phi_{22}(t) & \phi_{23}(t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dalam lampiran V, diberikan matriks untuk tahun ke-1  $\Phi(t)$ , dengan kata lain data yang digunakan hanya berasal dari data-data survival tahun ke-1 saja. Untuk tahun-tahun selanjutnya, dapat dilakukan dengan cara yang sama.

Contoh perhitungan untuk peluang transisi  $\phi_{12}(0)$  yang nilainya terletak pada baris pertama kolom kedua matrik  $\Phi(0)$ .  $\phi_{12}(0)$ , nilainya terletak pada baris pertama (M000) dan pada kolom kedua matriks, menyatakan peluang seseorang yang sehat pada hari pertama akan membutuhkan perawatan jangka panjang pada hari

$$\text{berikutnya, yaitu } \phi_{12}(0) = \frac{c_{12}(0)}{\sum_{k=1}^3 c_{1k}(0)} = \frac{c_{12}(0)}{c_{11}(0) + c_{12}(0) + c_{13}(0)} = \frac{11}{69+11+9} = 0.124$$

dengan  $c_{12}(0)$  adalah banyaknya orang sehat pada hari ke-0 membutuhkan perawatan jangka panjang dalam jangka waktu satu tahun, dan dari 89 orang penghuni panti ada sebanyak  $c_{11}(0)$  orang yang sehat pada hari ke-0 tetap dalam status sehat selama satu tahun.

**b. Membangun matrik  ${}^T F$**

Matriks  ${}^T F$  dibangun oleh elemen-elemen yaitu,

$$F_{ij}(t, u) = \frac{w_{ij}(t, u)}{w_{ij}(t, 360)},$$

dengan

$$w_{ij}(t, u) = \sum_{h=1}^{u-t} v_{ij}(t, t+h), u = t+1, t+2, \dots, 360,$$

dan,

$v_{ij}(t, t+h)$  = banyaknya orang yang berstatus  $i$  pada hari ke- $t$  yang berubah status ke- $j$  pada waktu kurang dari sama dengan  $h$  hari.

Dalam lampiran IV, diberikan matriks untuk tahun ke-1, dengan kata lain data yang digunakan hanya berasal dari data-data survival tahun ke-1 saja. Untuk tahun-tahun selanjutnya, dapat dilakukan dengan cara yang sama.

$$\text{Contoh perhitungan untuk } F_{12}(0, 7) = \frac{w_{12}(0, 7)}{w_{12}(0, 360)} = \frac{1}{11} = 0,091 \quad \text{yang.}$$

$F_{12}(2, 4)$  dituliskan pada baris F002004 dan pada kolom [1,2].

**c. Menentukan  ${}^T Q$ ,  ${}^T B$ ,  ${}^T H$ , dan  ${}^T A$**

Langkah selanjutnya adalah menentukan matriks dengan menggunakan matriks  ${}^T Q$ ,  ${}^T B$ ,  ${}^T H$ , dan  ${}^T A$ , dengan  $T = 360$  dan menggunakan rumus yang sudah diberikan sebelumnya. Matriks  ${}^T Q$ ,  ${}^T B$ ,  ${}^T H$ , dan  ${}^T A$  dapat dilihat dalam lampiran VI, VII, VIII dan lampiran IX.

#### d. Menentukan matrik ${}^TP$

Matrik  ${}^TP$  adalah solusi numerik yang akan dicari dalam permasalahan semi markov nonhomogen waktu diskrit dengan  $T = 360$  dan hasil dapat dilihat dalam lampiran X dan contoh perhitungan Matrik  ${}^TP$  dapat dilihat di lampiran X.

### E. KESIMPULAN DAN SARAN

Beberapa kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah,

1. Perubahan status kesehatan pada asuransi perawatan jangka panjang dapat dimodelkan menggunakan model multi status dengan asumsi semi markov yaitu,

$$P_{ij}(t, u) = (1 - H_i(t, u)) \delta_{ij} + \sum_{l=1}^m \sum_{\tau=1}^u b_{il}(\tau, t) P_{lj}(\tau, u)$$

dengan tiga status yaitu  $i, j = 1, 2, 3$   $i, j = 1 = sehat$  ,  $i, j = 2 = perawa tan jangka panjang$  , dan  $i, j = 3 = meninggal$  .

2. Probabilitas transisi pada model semi-markov asuransi perawatan jangka panjang dapat diestimasi melalui pendekatan algoritma, dengan langkah-langkah sebagai berikut, (i) memasukkan data-data yaitu,  $m$  = banyak status,  $T$  = periode waktu, matriks  ${}^T\Phi$  , dan matriks  ${}^TF$  , (ii) menentukan matriks  ${}^TQ$  ,  ${}^TB$  ,  ${}^TH$  , dan  ${}^TA$  , (iii) menentukan matriks  ${}^TP$
3. Estimasi probabilitas transisi untuk model asuransi perawatan jangka panjang dapat dilihat pada lampiran X.

Mengingat masih terdapat transisi antar status yang tidak dimungkinkan dalam penelitian ini, tim peneliti menyarankan pengambilan data yang lebih memadai sehingga semua transisi antar status selalu dimungkinkan untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] D'Amico, G., Janssen, J., & Manca, R., 2010, *Discrete Time Non-Homogeneous Semi-Markov Reliability Transition Credit Risk Model and The Default Distribution Function, Journal of Decision in Economics and Finance*, DOI: 10.1007/s10614-010-9219-x.
- [2] Faruk, A., 2008, *Pembentukan Tabel Morbiditas berdasarkan Model Multi Status dengan Asumsi Semi Markov*. Tesis magister S2 yang tidak dipublikasikan. Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada.

- [3] Haberman, S. and Pitacco, E., 1999, *Actuarial Models for Disability Insurance*, CRC Press LCC, Florida
- [4] Janssen, J. and Manca, R., 2002, *Numerical Solution of Non-Homogeneous Semi-Markov Processes in Transient Case*, *Journal Methodology and Computing in Applied Probability.*, 3, 271 – 293.
- [5] Janssen, J. and Manca, R 2006, *Applied Semi-Markov Processes*, Springer-Verlag, Inc., New York.
- [6] Karlin S. L., and Taylor H.M., 1975, *A first course in stochastic processes*, New York: Academic Press, Inc.
- [7] Kusumawati R., 2010, *Pemodelan Intensitas Transisi dan Peluang pada Asuransi Perawatan Jangka Panjang*, Seminar Nasional Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada.
- [8] Lawless, Jerald F., 2003, *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey, Canada.
- [9] Zuhairoh, F., 2011, *Persamaan Evolusi Proses Semi-Markov Dalam Perhitungan Premi Tambahan Asuransi Kesehatan Rawat Jalan Penyakit ISPA*. Tesis magister S2 yang tidak dipublikasikan. Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada.

**LAMPIRAN I. DATA SURVIVAL PENGHUNI SEHAT KEMUDIAN  
MEMBUTUHKAN PERAWATAN JANGKA PANJANG**

TAHUN KE – 1		HARI KE -
06/22/2006	05/08/2007	316
06/22/2006	12/29/2006	187
06/22/2006	10/19/2006	117
06/22/2006	07/26/2006	34
06/22/2006	01/04/2007	192
06/22/2006	11/03/2006	131
06/22/2006	01/20/2007	208
06/22/2006	06/29/2006	7
06/22/2006	05/28/2007	336
06/22/2006	06/05/2007	343
06/22/2006	06/05/2007	343

TAHUN KE – 2	
06/22/2007	02/22/2008
06/22/2007	01/03/2008
06/22/2007	10/01/2007
06/22/2007	10/30/2007
06/22/2007	06/17/2008
06/22/2007	08/13/2007
06/22/2007	11/22/2007

TAHUN KE – 3	
06/22/2008	10/20/2008
06/22/2008	04/05/2009
06/22/2008	02/03/2009
06/22/2008	10/20/2008

TAHUN KE – 4	
06/22/2009	05/06/2010
06/22/2009	12/11/2009
06/22/2009	05/29/2010
06/22/2009	12/11/2009
06/22/2009	12/11/2009
06/22/2009	07/18/2009

**LAMPIRAN II. DATA SURVIVAL PENGHUNI DALAM PERAWATAN  
JANGKA PANJANG KEMUDIAN MENINGGAL**

TAHUN KE – 1		HARI KE -	
06/22/2006	08/24/2006	0	62
10/19/2006	12/27/2006	117	68
06/22/2006	10/22/2006	0	120
06/22/2006	10/26/2006	0	124
06/22/2006	04/03/2007	0	281

TAHUN KE – 2	
06/22/2007	08/08/2007
10/01/2007	10/05/2007
07/22/2007	09/11/2007
07/22/2007	08/25/2007
07/22/2007	11/22/2007
07/22/2007	06/11/2008
07/22/2007	12/28/2007
07/22/2007	09/17/2007
07/22/2007	04/17/2008
07/22/2007	10/14/2007
08/13/2007	02/29/2008
11/22/2007	1/19/2008

TAHUN KE – 3	
10/20/2008	11/23/2008
1/3/2008	1/4/2008
06/22/2008	09/01/2008
10/20/2008	06/09/2009

TAHUN KE – 4	
06/22/2009	07/13/2009
06/22/2009	05/23/2010
12/11/2009	08/06/2010
12/11/2009	04/27/2010

**LAMPIRAN III. DATA SURVIVAL PENGHUNI SEHAT KEMUDIAN MENINGGAL**

TAHUN KE – 1		HARI KE -	
06/22/2006	05/02/2007	0	310
06/22/2006	11/29/2006	0	157
06/22/2006	05/04/2007	0	312
06/22/2006	08/31/2006	0	69
06/22/2006	10/2/2006	0	100
06/22/2006	08/27/2006	0	65
06/22/2006	06/27/2006	0	5
06/22/2006	11/12/2006	0	140
06/22/2006	09/30/2006	0	98

TAHUN KE – 2	
06/22/2007	11/21/2007
06/22/2007	05/31/2008
06/22/2007	11/17/2007
06/22/2007	10/21/2007
06/22/2007	04/02/2008
06/22/2007	07/13/2007
06/22/2007	01/14/2008

TAHUN KE – 3	
06/22/2008	02/27/2009
06/22/2008	11/28/2008
06/22/2008	06/20/2009
06/22/2008	01/24/2009
06/22/2008	12/19/2008

TAHUN KE – 4	
06/22/2009	07/26/2009
06/22/2009	02/14/2010
06/22/2009	04/14/2010
06/22/2009	11/20/2009

**LAMPIRAN IV. MATRIKS  ${}^TF, T = 360$  untuk tahun ke-1** (sebagian dari  
MATRIKS  ${}^TF, T = 360$ )

F00000	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,1]	[2,2]	[2,3]
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.00315	0.00000	0.00000	0.00000	0.00391	0.00000
2	0.00629	0.00000	0.00000	0.00000	0.00783	0.00000
3	0.00944	0.00000	0.00000	0.00000	0.01174	0.00000
4	0.01258	0.00000	0.00000	0.00000	0.01566	0.00000
5	0.01569	0.00000	0.00050	0.00000	0.01957	0.00000
6	0.01881	0.00000	0.00100	0.00000	0.02349	0.00000
7	0.02188	0.00057	0.00151	0.00000	0.02740	0.00000
8	0.02496	0.00114	0.00201	0.00000	0.03132	0.00000
9	0.02803	0.00171	0.00251	0.00000	0.03523	0.00000
10	0.03111	0.00228	0.00301	0.00000	0.03915	0.00000
11	0.03418	0.00285	0.00351	0.00000	0.04306	0.00000
12	0.03726	0.00341	0.00401	0.00000	0.04698	0.00000
13	0.04033	0.00398	0.00452	0.00000	0.05089	0.00000
14	0.04341	0.00455	0.00502	0.00000	0.05480	0.00000
15	0.04648	0.00512	0.00552	0.00000	0.05872	0.00000
16	0.04956	0.00569	0.00602	0.00000	0.06263	0.00000
17	0.05263	0.00626	0.00652	0.00000	0.06655	0.00000
18	0.05571	0.00683	0.00702	0.00000	0.07046	0.00000
19	0.05878	0.00740	0.00753	0.00000	0.07438	0.00000
20	0.06186	0.00797	0.00803	0.00000	0.07829	0.00000
21	0.06493	0.00854	0.00853	0.00000	0.08221	0.00000
22	0.06801	0.00911	0.00903	0.00000	0.08612	0.00000
23	0.07109	0.00968	0.00953	0.00000	0.09004	0.00000
24	0.07416	0.01024	0.01004	0.00000	0.09395	0.00000
25	0.07724	0.01081	0.01054	0.00000	0.09786	0.00000
26	0.08031	0.01138	0.01104	0.00000	0.10178	0.00000
27	0.08339	0.01195	0.01154	0.00000	0.10569	0.00000
28	0.08646	0.01252	0.01204	0.00000	0.10961	0.00000
29	0.08954	0.01309	0.01254	0.00000	0.11352	0.00000
30	0.09261	0.01366	0.01305	0.00000	0.11744	0.00000

F00100	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,2]	[2,3]
1	0.003146	0	0	0.003915	0
2	0.006292	0	0	0.007829	0
3	0.009438	0	0	0.011744	0
4	0.012584	0	0	0.015658	0
5	0.015695	0	0.000502	0.019573	0
6	0.018805	0	0.001004	0.023488	0
7	0.021881	0.000569	0.001505	0.027402	0
8	0.024956	0.001138	0.002007	0.031317	0
9	0.028031	0.001707	0.002509	0.035231	0
10	0.031106	0.002277	0.003011	0.039146	0
11	0.034182	0.002846	0.003512	0.04306	0
12	0.037257	0.003415	0.004014	0.046975	0
13	0.040332	0.003984	0.004516	0.05089	0
14	0.043408	0.004553	0.005018	0.054804	0
15	0.046483	0.005122	0.005519	0.058719	0
16	0.049558	0.005692	0.006021	0.062633	0
17	0.052633	0.006261	0.006523	0.066548	0
18	0.055709	0.00683	0.007025	0.070463	0
19	0.058784	0.007399	0.007526	0.074377	0
20	0.061859	0.007968	0.008028	0.078292	0
21	0.064935	0.008537	0.00853	0.082206	0
22	0.06801	0.009106	0.009032	0.086121	0
23	0.071085	0.009676	0.009533	0.090036	0
24	0.07416	0.010245	0.010035	0.09395	0
25	0.077236	0.010814	0.010537	0.097865	0
26	0.080311	0.011383	0.011039	0.101779	0
27	0.083386	0.011952	0.01154	0.105694	0
28	0.086462	0.012521	0.012042	0.109609	0
29	0.089537	0.01309	0.012544	0.113523	0
30	0.092612	0.01366	0.013046	0.117438	0

F00200	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,2]	[2,3]
2	0.003156	0	0	0.00393	0
3	0.006312	0	0	0.00786	0
4	0.009468	0	0	0.01179	0
5	0.012588	0	0.000502	0.01572	0
6	0.015709	0	0.001004	0.01965	0
7	0.018794	0.000569	0.001505	0.02358	0
8	0.021879	0.001138	0.002007	0.02751	0
9	0.024964	0.001707	0.002509	0.03144	0
10	0.028049	0.002277	0.003011	0.03537	0
11	0.031134	0.002846	0.003512	0.0393	0
12	0.034219	0.003415	0.004014	0.04323	0
13	0.037304	0.003984	0.004516	0.04716	0
14	0.040389	0.004553	0.005018	0.05109	0
15	0.043474	0.005122	0.005519	0.05502	0
16	0.046559	0.005692	0.006021	0.05895	0
17	0.049644	0.006261	0.006523	0.06288	0
18	0.052729	0.00683	0.007025	0.06681	0
19	0.055814	0.007399	0.007526	0.07074	0
20	0.058899	0.007968	0.008028	0.07467	0
21	0.061984	0.008537	0.00853	0.078599	0
22	0.065069	0.009106	0.009032	0.082529	0
23	0.068154	0.009676	0.009533	0.086459	0
24	0.071239	0.010245	0.010035	0.090389	0
25	0.074324	0.010814	0.010537	0.094319	0
26	0.077409	0.011383	0.011039	0.098249	0
27	0.080494	0.011952	0.01154	0.102179	0
28	0.083579	0.012521	0.012042	0.106109	0
29	0.086664	0.01309	0.012544	0.110039	0
30	0.089749	0.01366	0.013046	0.113969	0

**LAMPIRAN V. MATRIKS  $\Phi(t), t = 0, 1, 2, \dots, 360$  untuk tahun ke-1** (sebagian  
dari MATRIKS  $\Phi(t), t = 0, 1, 2, \dots, 360$ )

	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,1]	[2,2]	[2,3]
M000	0.775	0.124	0.101	0	0	0
M001	0.775	0.124	0.101	0	0	0
M002	0.775	0.124	0.101	0	0	0
M003	0.775	1.124	0.101	0	0	0
M004	0.775	2.124	0.101	0	0	0
M005	0.775	3.124	0.101	0	0	0
M006	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M007	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M008	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M009	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M010	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M011	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M012	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M013	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M014	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M015	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M016	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M017	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M018	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M019	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M020	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M021	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M022	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M023	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M024	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M025	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M026	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M027	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M028	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M029	0.784	0.114	0.102	0	0	0
M030	0.784	0.114	0.102	0	0	0

**LAMPIRAN VI. MATRIKS  ${}^TQ$  untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS  ${}^TQ$ )**

	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,1]	[2,2]	[2,3]
Q000	0	0	0	0	0	0
Q001	0.002438	0	0	0	0	0
Q002	0.004876	0	0	0	0	0
Q003	0.007314	0	0	0	0	0
Q004	0.009753	0	0	0	0	0
Q005	0.012163	0	5.07E-05	0	0	0
Q006	0.014574	0	0.000101	0	0	0
Q007	0.016957	7.06E-05	0.000152	0	0	0
Q008	0.019341	0.000141	0.000203	0	0	0
Q009	0.021724	0.000212	0.000253	0	0	0
Q010	0.024107	0.000282	0.000304	0	0	0
Q011	0.026491	0.000353	0.000355	0	0	0
Q012	0.028874	0.000423	0.000405	0	0	0
Q013	0.031258	0.000494	0.000456	0	0	0
Q014	0.033641	0.000565	0.000507	0	0	0
Q015	0.036024	0.000635	0.000557	0	0	0
Q016	0.038408	0.000706	0.000608	0	0	0
Q017	0.040791	0.000776	0.000659	0	0	0
Q018	0.043174	0.000847	0.000709	0	0	0
Q019	0.045558	0.000917	0.00076	0	0	0
Q020	0.047941	0.000988	0.000811	0	0	0
Q021	0.050324	0.001059	0.000862	0	0	0
Q022	0.052708	0.001129	0.000912	0	0	0
Q023	0.055091	0.0012	0.000963	0	0	0
Q024	0.057474	0.00127	0.001014	0	0	0
Q025	0.059858	0.001341	0.001064	0	0	0
Q026	0.062241	0.001411	0.001115	0	0	0
Q027	0.064624	0.001482	0.001166	0	0	0
Q028	0.067008	0.001553	0.001216	0	0	0
Q029	0.069391	0.001623	0.001267	0	0	0
Q030	0.071774	0.001694	0.001318	0	0	0

**LAMPIRAN VII. MATRIKS  ${}^T B$  untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS  ${}^T B$  )**

	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,1]	[2,2]	[2,3]
1	0.002438	0	0	0	0	0
2	0.002438	0	0	0	0	0
3	0.002438	0	0	0	0	0
4	0.002438	0	0	0	0	0
5	0.002411	0	5.07E-05	0	0	0
6	0.002411	0	5.07E-05	0	0	0
7	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
8	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
9	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
10	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
11	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
12	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
13	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
14	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
15	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
16	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
17	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
18	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
19	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
20	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
21	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
22	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
23	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
24	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
25	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
26	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
27	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
28	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
29	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0
30	0.002383	7.06E-05	5.07E-05	0	0	0

**LAMPIRAN VIII. MATRIKS  ${}^T H$  untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS  ${}^T H$  )**

	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,1]	[2,2]	[2,3]	[3,1]	[3,2]	[3,3]
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.002438	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0.004876	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0.007314	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.009753	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0.012214	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.014675	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0.01718	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.019685	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0.022189	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.024694	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0.027198	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0.029703	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0.032208	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0.034712	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0.037217	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0.039721	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0.042226	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0.044731	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0.047235	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0.04974	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0.052244	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0.054749	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0.057254	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0.059758	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0.062263	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0.064767	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0.067272	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0.069777	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0.072281	0	0	0	0	0	0	0	0

**LAMPIRAN IX. MATRIKS  ${}^T A$  untuk tahun ke-1 (sebagian dari MATRIKS  ${}^T A$  )**

	[1,1]	[1,2]	[1,3]	[2,1]	[2,2]	[2,3]	[3,1]	[3,2]	[3,3]
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0.997562	0	0	0	1	0	0	0	1
3	0.995124	0	0	0	1	0	0	0	1
4	0.992686	0	0	0	1	0	0	0	1
5	0.990247	0	0	0	1	0	0	0	1
6	0.987786	0	0	0	1	0	0	0	1
7	0.985325	0	0	0	1	0	0	0	1
8	0.98282	0	0	0	1	0	0	0	1
9	0.980315	0	0	0	1	0	0	0	1
10	0.977811	0	0	0	1	0	0	0	1
11	0.975306	0	0	0	1	0	0	0	1
12	0.972802	0	0	0	1	0	0	0	1
13	0.970297	0	0	0	1	0	0	0	1
14	0.967792	0	0	0	1	0	0	0	1
15	0.965288	0	0	0	1	0	0	0	1
16	0.962783	0	0	0	1	0	0	0	1
17	0.960279	0	0	0	1	0	0	0	1
18	0.957774	0	0	0	1	0	0	0	1
19	0.955269	0	0	0	1	0	0	0	1
20	0.952765	0	0	0	1	0	0	0	1
21	0.95026	0	0	0	1	0	0	0	1
22	0.947756	0	0	0	1	0	0	0	1
23	0.945251	0	0	0	1	0	0	0	1
24	0.942746	0	0	0	1	0	0	0	1
25	0.940242	0	0	0	1	0	0	0	1
26	0.937737	0	0	0	1	0	0	0	1
27	0.935233	0	0	0	1	0	0	0	1
28	0.932728	0	0	0	1	0	0	0	1
29	0.930223	0	0	0	1	0	0	0	1
30	0.927719	0	0	0	1	0	0	0	1

**LAMPIRAN X.**

**MATRIKS  ${}^TP$  (DARI STATUS SEHAT) untuk tahun ke-1**

<b>t</b>	<b>u</b>	$P_{11}(t,u)$	$P_{12}(t,u)$	$P_{13}(t,u)$
0	0	1	0	0
0	1	0.9976	0	0
0	2	0.9999	0	0
...	...	...	...	...
0	360	...	...	...
1	1	0.9976	0	0
1	2	1	0	0
1	3	...	...	...
...	...	...	...	...
2	2	...	...	...
...	...	...	...	...
360	360	...	...	...

**MATRIKS  ${}^TP$  (DARI STATUS PERAWATAN JANGKA PANJANG) untuk tahun ke-1**

<b>t</b>	<b>u</b>	$P_{22}(t,u)$	$P_{23}(t,u)$
0	0	1	0
0	1	1	0
0	2	1	0
...	...	...	...
0	360	...	...
1	1	1	0
1	2	1	0
1	3	...	...
...	...	...	...
2	2		
...	...	...	...
360	360	...	...

**LAMPIRAN XI. CONTOH PERHITUNGAN ALGORITMA ESTIMASI PROBABILITAS**

$$\Phi(0) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(0) & \phi_{12}(0) & \phi_{13}(0) \\ 0 & \phi_{22}(0) & \phi_{23}(0) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F(0,0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ dan } F(0,1) = \begin{bmatrix} 0.003143 & 0 & 0 \\ 0 & 0.003915 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q(0,0) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ dengan "·" adalah perkalian elemen matrik.}$$

$$Q(0,1) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.003143 & 0 & 0 \\ 0 & 0.003915 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.002436 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi(1) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F(1,1) = \begin{bmatrix} 0.003146 & 0 & 0 \\ 0 & 0.003915 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q(1,1) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.003146 & 0 & 0 \\ 0 & 0.003915 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.002438 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ dengan } \cdot \text{ adalah perkalian elemen matrik.}$$

$$\Phi(1) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F(1,2) = \begin{bmatrix} 0.006292 & 0 & 0 \\ 0 & 0.007829 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q(1,2) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.006292 & 0 & 0 \\ 0 & 0.007829 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.004876 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ dengan } \cdot \text{ adalah perkalian elemen matrik.}$$

$$\Phi(0) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(0) & \phi_{12}(0) & \phi_{13}(0) \\ 0 & \phi_{22}(0) & \phi_{23}(0) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F(0,2) = \begin{bmatrix} 0.0063 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q(0,2) = \begin{bmatrix} 0.775 & 0.124 & 0.101 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.0063 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0049 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

dengan  $\cdot$  adalah perkalian elemen matrik.

$$B(0,0) = Q(0,0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B(0,1) = Q(0,1) - Q(0,0) = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B(1,1) = Q(1,1) = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B(1,2) = Q(1,2) - Q(1,1) = \begin{bmatrix} 0.004876 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.002476 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B(0,2) = Q(0,2) - Q(0,1) = \begin{bmatrix} 0.004876 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.002476 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H(0,0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H(0,1) = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H(1,1) = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H(1,2) = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H(0,2) = \begin{bmatrix} 0.0049 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A(0,0) = I - H(0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A(0,1) = I - H(0,1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A(1,1) = I - H(1,1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A(0,2) = I - H(0,2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0049 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9951 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A(1,2) = I - H(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(0,0) = A(0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} P(0,1) &= A(0,1) + B(0,1) * P(1,1) \\ &= \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$P(1,1) = A(1,1) = \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$P(1,2) = A(1,2) + B(1,2) * P(2,2)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9976 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$P(0,2) = A(0,2) + B(0,1) * P(1,2) + B(0,2) * P(2,2)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9951 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9999 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

## **LAMPIRAN XII. PERSONALIA PENELITIAN**

### **1. Ketua Peneliti**

- |                       |   |                             |
|-----------------------|---|-----------------------------|
| a. Nama lengkap       | : | Rosita Kusumawati, M.Sc.    |
| b. Jenis kelamin      | : | Perempuan                   |
| c. NIP                | : | 19800707 200501 2 001       |
| d. Disiplin Ilmu      | : | Aktuaria                    |
| e. Pangkat/Golongan   | : | Penata Muda Tk. I/IIIa.     |
| f. Jabatan Fungsional | : | Asisten Ahli                |
| g. Fakultas/Jurusan   | : | FMIPA/Pendidikan Matematika |
| h. Waktu Penelitian   | : | 6 jam/minggu                |

### **2. Anggota Peneliti 1**

- |                       |   |                                 |
|-----------------------|---|---------------------------------|
| a. Nama lengkap       | : | Eminugroho Ratna sari, M.Sc     |
| b. Jenis kelamin      | : | Perempuan                       |
| c. NIP                | : | 19850414 200912 2 003           |
| d. Disiplin Ilmu      | : | Matematika Terapan dan Analisis |
| e. Pangkat/Golongan   | : | Penata Muda Tk. I/IIIb          |
| f. Jabatan Fungsional | : | Asisten Ahli                    |
| g. Fakultas/Jurusan   | : | FMIPA/Pendidikan Matematika     |
| h. Waktu Penelitian   | : | 4 jam/minggu                    |

### **3. Anggota Peneliti 2**

- |                     |   |                             |
|---------------------|---|-----------------------------|
| a. Nama lengkap     | : | Faslihatun Amiroh           |
| b. Jenis kelamin    | : | Perempuan                   |
| c. NIM              | : | 09305144007                 |
| d. Fakultas/Jurusan | : | FMIPA/Pendidikan Matematika |
| e. Waktu Penelitian | : | 4 jam/minggu                |

## LAMPIRAN XIII. BIODATA TIM PENELITI

### 1. Daftar Riwayat Ketua Peneliti:

Nama Lengkap	: Rosita Kusumawati, M.Sc.
NIP	: 19800707 200501 2 001
Tempat dan tanggal lahir	: Indramayu, 07 Juli 1980
Pangkat/ Golongan	: Penata Muda/IIIa
Jabatan Fungsional	: Asisten Ahli
Instansi	: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
Alamat	: Jl. Kaliurang km.7 Perum Tiara Grand Estate A6 Plemburan Sleman Yogyakarta
No. Telp.	: +628121560830
Alamat email	: rosita.kusumawati@gmail.com

### 2. Riwayat Pendidikan:

No.	Universitas/ Institut	Program (S1, S2, S3)	Bidang Ilmu	Tahun lulus
1.	UGM	S1	Matematika	2002
2.	UGM	S2	Matematika minat Aktuaria	2010

### 3. Pengalaman Penelitian

2005	: Peningkatan Kemandirian dan Hasil Belajar Mahasiswa pada Pembelajaran Matematika Ekonomi Melalui Model Pembelajaran Online, penelitian kelompok, TG PHK-A2.
------	---

### 4. Karya Ilmiah

2006	: Chaotik Kuat Fungsi Horseshoe, Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Negeri Yogyakarta.
2010	: Pemodelan Intensitas Transisi dan Peluang pada Asuransi Perawatan Jangka Panjang, Seminar Nasional Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada.
2011	: The Role of School Mathematics Education in Insurance Awareness Improvement, International Seminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education, UNY, Yogyakarta.

### 5. Kegiatan Seminar, Lokakarya, Penataran, Workshop

No	Jenis Kegiatan	Waktu Pelaksanaan	Jenis Partisipasi	
			Penyaji	Peserta
1.	<i>Workshop on Applied Mathematics</i> , Universitas Gadjah Mada.	2009		V
2.	<i>Workshop and Stadium General on Applied Analysis</i> , Universitas Gadjah Mada.	2009		V

## 6. Kegiatan Pengabdian Pada Masyarakat

No	Kegiatan	Waktu Pelaksanaan
1.	Pelatihan Animasi Visual dalam Penyusunan Multimedia Geometri sebagai Upaya Peningkatan Profesional Guru SMU	2005

Yogyakarta, 10 November 2012

Ketua Peneliti

Rosita Kusumawati, M.Sc

NIP. 19800707 200501 2 001

## 2. Daftar Riwayat Anggota Peneliti:

Nama Lengkap	: Eminugroho Ratna Sari, M.Sc
NIP	: 19850414 200912 2 003
Tempat dan tanggal lahir	: Sukoharjo, 14 April 1985
Pangkat/ Golongan	: Penata Muda Tingkat I/IIIb
Jabatan Fungsional	: Tenaga Pengajar
Instansi	: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
Alamat	: Jl. Parangtritis KM 5 No 11 Druwo Sewon Bantul Yogyakarta
No. Telp.	: +6285229203430
Alamat email	: eminugroho@uny.ac.id

## 2. Riwayat Pendidikan:

Tahun	Pendidikan
2007	Lulus S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada
2009	Lulus S2 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada

## 3. Pengalaman Penelitian

2011	: Strategi Vaksinasi <i>Pulse</i> untuk Mengatasi Epidemi Penyakit Campak pada Anak Usia Dini Berdasarkan Model SIR, penelitian kelompok
2008 – 2009	: Model Matematika Untuk Pemberantasan <i>Aedes Aegypti</i> Dengan Teknik Serangga Steril, penelitian mandiri

## 4. Karya Ilmiah

2010	: Syarat Cukup untuk Meminimalkan Penyebaran Penyakit Tuberkulosis pada Suatu Komunitas, dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Yogyakarta pada tanggal 27 November 2010.
2009	: Mathematical Model To Control <i>Aedes Aegypti</i> With Sterile Insect Technique, dipresentasikan pada seminar internasional SEAMS UGM bekerjasama dengan IndoMS
2009	: Analisa Kestabilan Model <i>SIRC</i> Untuk Influenza Tipe A, dimuat dalam jurnal yang diterbitkan oleh Universitas Diponegoro

## 5. Kegiatan Seminar, Lokakarya, Penataran, Workshop

No	Jenis Kegiatan	Waktu Pelaksanaan	Jenis Partisipasi	
			Penyaji	Peserta
1	Pelatihan “Achievement Motivation Training and Leadership” diselenggarakan oleh LPPM UNY	18-19 September 2010		V
2	Pelatihan “Orientasi Pengembangan Pembimbing	24-26		V

	Kemahasiswaan (OPPEK)" diselenggarakan oleh Bagian Kemahasiswaan UNY	September 2010		
No	Jenis Kegiatan	Waktu Pelaksanaan	Jenis Partisipasi	
			Penyaji	Peserta
3	Pelatihan "Metodologi Penelitian (Penelitian Tindakan, Penelitian&Pengembangan, dan Penelitian Evaluasi)" diselenggarakan oleh LPPM UNY	26-27 Oktober 2010		V
4	Pelatihan "Dinamisator Revitalisasi MIPA"	16-18 Juni 2011		V
5	Workshop on Stochastic Model in Biology diselenggarakan oleh UGM bekerjasama dengan IndoMS	6-8 Juli 2011		V

## 6.Kegiatan Pengabdian Pada Masyarakat

No	Kegiatan	Waktu Pelaksanaan
1.	Menjadi narasumber pada Pendidikan dan Pelatihan Kompetensi Olimpiade Matematika dan IPA bagi guru-guru RSBI se-DIY di Fakultas MIPA UNY dengan judul makalah : <b>"Olimpiade Matematika Tingkat Sekolah Dasar"</b>	30 Juli 2011

Yogyakarta, 10 November 2012

Anggota Peneliti I

Eminugroho Ratna Sari, M.Sc

NIP. 19850414 200912 2 003

### **3. Daftar Riwayat Anggota Peneliti:**

Nama Lengkap : Faslihatun Amiroh  
NIM : 09305144007  
Tempat dan tanggal lahir : Purbalingga, 13 Juni 1991  
Alamat : Karangmalang, Samirono, Yogyakarta  
No. Telp. : 085725141984  
Alamat email : fian.hana@yahoo.co.id

#### **Riwayat Organisasi:**

<b>Tahun</b>	<b>Pendidikan</b>
2010/2011	Haska JMF
2011/2012	Haska JMF

#### **Riwayat Pekerjaan:**

<b>Tahun</b>	<b>Pendidikan</b>
2007	Limuni UNY

Yogyakarta, 10 November 2012

Anggota Peneliti II

Faslihatun Amiroh  
NIM. 09305144007