APLIKASI MATEMATIKA DALAM TEORI KAPITAL

SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Disusun Oleh :

FITRI WIDYANINGSIH

013114708

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2008

PERSETUJUAN

SKRIPSI

APLIKASI MATEMATIKA DALAM TEORI KAPITAL

Telah disetujui dan disyahkan pada tanggal

Untuk dipertahankan di depan Panitia Penguji Skripsi
Program Studi Matematika
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	**Pembimbing II,**
Tuharto DRS, M.Si	**Atmini Dhoruri Dra, M.S**
NIP. 131 872 513	**NIP. 131 568 306**

PENGESAHAN

SKRIPSI

APLIKASI MATEMATIKA DALAM TEORI KAPITAL

disusun oleh :
Fitri Widyaningsih
NIM. 013114708

telah dipertahankan di depan Panitia Penguji Skripsi
Program Studi Matematika
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
pada tanggal 02 April 2008 dan dinyatakan telah memenuhi syarat memperoleh gelar
Sarjana Sains di bidang Matematika

Susunan Panitia Penguji

Nama	**Jabatan**	**Tandatangan**
Tuharto, DRS, M.Si NIP. 131872513	Ketua Penguji	....
Atmini Dhoruri, M.S NIP. 131568306	Sekretaris Penguji	....
Caturiyati, M.Si NIP. 132255128	Penguji Utama	....
Himmawati PL, M.Si NIP. 132280881	Penguji Pendamping	....

YOGYAKARTA, ... 2008
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS YOGYAKARTA

DEKAN

Dr. Ariswan
NIP. 131791367

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini saya :

Nama : Fitri Widyaningsih

NIM : 013114708

Program Studi : Matematika

Judul Skripsi : Aplikasi Matematika Dalam Teori Kapital

menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas atau institut lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang lazim.

Yogyakarta, 2 April 2008

Yang menyatakan,

Fitri Widyaningsih
NIM. 013114708

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

Barang siapa yang menempuh jalan di dunia ini untuk mencari ilmu di dalamnya, maka Allah akan memudahkan baginya jalan menuju surga.
(H.R Muslim)

Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.
(QS.Al-baqarah : 286)

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai dari suatu urusan, kerjakanlah dengan sungguh-sungguh urusan yang lain.
(QS.Al Insyiroh : 6-7)

Jangan putus asa terhadap diri sendiri, karena peralihan itu lambat jalannya dan kita akan menjumpai hambatan-hambatan yang dapat memadamkan cita-cita. Berupayalah untuk menanggulanginya dan jangan biarkan ia mengalahkan kita.

Karya ini penulis persambahkan kepada :

- Suamiku (Yudhi Hartono) makasih untuk kesabaran dan doanya
- Anakku (Raffa Raditya Pratama)
- Bapak dan Ibu yang selalu berdoakan untuk keberhasilanku, maaf baru bisa menyelesaikan skripsi ini sekarang
- Kakakku Heri Setiawan yang selalu membantu
- Bapak dan ibu Mertua

APLIKASI MATEMATIKA DALAM TEORI KAPITAL

Oleh :
Fitri Widyaningsih
013114708

ABSTRAK

Teori kapital merupakan salah satu bagian dalam teori ekonomi mikro yang banyak digunakan oleh individu atau perusahaan. Teori ini mengetengahkan bagaimana cara individu atau perusahaan untuk melakukan produksi dan investasi secara maksimal dari tahun pertama hingga tahun ke-n. Pembahasan mengenai teori kapital ini dapat dijelaskan dengan menggunakan beberapa konsep dalam matematika, yaitu dengan pengertian deret, limit, fungsi, barisan, turunan, dan integral.

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk merumuskan hubungan tingkat pengembalian tunggal (r_1) pada suatu periode dengan keadaan kapital pada periode yang akan datang dan untuk merumuskan pola matematis teori nilai diskonto sekarang (*PDV*) dari permintaan investasi pada berbagai kasus. Metode yang digunakan adalah studi literatur. Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk mencapai tujuan adalah, menganalisis rumus tingkat pengembalian yang berhubungan dengan keadaan kapital dan menentukan pola matematis teori nilai diskonto sekarang dari permintaan investasi.

Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa tingkat pengembalian mempunyai hubungan matematis dengan tingkat konsumsi pada suatu periode dan keadaan kapital pada periode yang akan datang, yaitu $\frac{\Delta C_0}{\Delta C_1} = \frac{1}{r+1}$. Demikian pula diperoleh hubungan matematis antara teori nilai diskonto sekarang dengan keputusan investasi pada kasus sederhana yaitu $\frac{v}{P} = r$, dan kasus umum yaitu $v(t) = (r+d)P(t) - \frac{dP(t)}{dt}$.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Alloh SWT karena atas nikmat, karunia, hidayah, dan petujuknya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhirini. Tugas akhir idengan judul aplikasi matematika dalam teori kapital dibuat sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains.

Banyak yang telah membantu, baik saat penulis mengambil ilmu di bangku perkuliahan maupun pada penyelesaian tugas ini. Pada halaman ini penulis bermaksud menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus kepada :

1. Bapak Dr. Ariswan selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan saran.
2. Bapak Dr. Hartono selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang selalu memberi motifasi dan saran.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.Si selaku pembimbing II yang telah memberikan ide, solusi atas berbagai masalah penulis dan selalu sabar membimbing.
4. Ibu Endang Listyani, M.S selaku pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan, saran, serta masukan selama perkuliahan.
5. Bapak Tuharto, DRS, M.Si selaku pembimbing I yang telah memberikan ide, solusi atas berbagai masalah penulis dan membimbing dengan sabar.
6. Seluruh Dosen Jurusan Pendidikan Matematika yang telah memberikan bimbingan ilmu selama perkuliahan secara langsung maupun tidak langsung.
7. Seluruh pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang ikut membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Untuk itu kritik dan saran serta masukan yang membangun sangat penulis harapkan untuk kebaikan di masa mendatang. Akhirnya semoga karya sederhana ini dapat bermanfaat

Yogyakarta, 2April 2008

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN MOTTO DAN PERSEMBAHAN	v
ABSTRAK	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	3
C. Tujuan Penelitian	3
D. Manfaat Penelitian	3
BAB II DASAR TEORI	
A. Fungsi	5
B. Limit Fungsi	6
C. Kontinuitas	8
D. Derivatif	9
E. Integral Riemann	10
F. Barisan dan Deret	14
G. Teori Ekonomi …………………………………………	16
BAB III PEMBAHASAN	
A. Pengertian Kapital	20

1. Tingkat Pengembalian Konstan 25
2. Penentuan Tingkat Pengembalian 27
B. Harga Barang Masa Datang... 28
1. Pengaruh Perubahan Pada Nilai Tingkat Pengembalian (r) ……………………... 32
2. Hubungan Tingkat Pengembalian dan Tingkat Suku Bunga ……………………………………………… 33
C. Nilai Diskonto Sekarang (*PDV*) 35
D. Hubungan *PDV* dan Keputusan Investasi ……………... 38
E. Aplikasi *PDV* pada Kasus Penebangan Pohon ………... 42
F. Hubungan *PDV* dan Suku Bunga Majemuk …………... 44
BAB IV PENUTUP ....
A. Kesimpulan 47
B. Saran 48
DAFTAR PUSTAKA 49

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1.	Kurva Utilitas	18
Gambar 3.1.	Akumulasi Kapital Pada Suatu Periode	22
Gambar 3.2.	Keadaan Kapital Tanpa Akumulasi................................	23
Gambar 3.3.	Akumulasi Kapital Pada *Long-Term Period*..................	25
Gambar 3.4.	Maksimisasi Utilitas .... …………………	31
Gambar 3.5.	Grafik Pengaruh Perubahan *r* pada Barang Normal	33
Gambar 3.6.	Ilustrasi Nilai Sekarang	36

DAFTAR SIMBOL

R_p : jumlah Reimann

[0,1] : interval antara 0 hingga 1

P : partisi

Δ : perubahan/selisih

e : eksponen

$\in$: himpunan bagian

$\sum$: jumlahan

max : nilai maksimum

min : nilai minimum

MRP_K : penerimaan produk marjinal

v : tingkat sewa pasar

P : harga barang

d : tingkat depresiasi (penurunan)

r : tingkat pengembalian

C_0 : konsumsi pada awal periode

C_1 : konsumsi pada akhir periode

ΔC_0 : perubahan konsumsi pada awal periode

ΔC_1 : perubahan konsumsi pada akhir periode

BAB 1
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Telah diketahui bahwa aplikasi matematika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, dan salah satu di antaranya adalah dalam ilmu ekonomi. Salah satu teori dalam ilmu ekonomi adalah teori ekonomi mikro, yaitu cabang ilmu ekonomi yang berkaitan dengan tingkah laku individu dalam kegiatan ekonomi misalnya pada pasar, perusahaan, dan rumah tangga. Penggunaan teori ekonomi mikro sangat penting dalam kehidupan individu maupun perusahaan. Misalnya bagaimana membuat keputusan tentang pilihan pekerjaan, pembelian alat produksi, mengoptimalkan hasil produksi dan lain-lain. Individu atau perusahaan akan mampu membuat keputusan ekonomi yang lebih baik di masa yang akan datang, bila dapat memahami permasalahan ekonomi. Konsep matematika yang diperlukan untuk memahami masalah ekonomi tersebut antara lain mengenai fungsi, limit, barisan, turunan, integral dan deret.

Salah satu teori dalam teori ekonomi mikro adalah teori kapital atau modal. Kapital merupakan salah satu faktor produksi dalam kegiatan ekonomi, yang berkaitan dengan penyimpanan modal dan penanaman modal (Mankiw:1998:21). Kapital dapat didefinisikan sebagai salah satu faktor produksi yang digunakan dalam proses produksi pada suatu periode untuk menghasilkan suatu produk. Kemudian produk ini disimpan untuk digunakan kembali dalam proses produksi pada periode berikutnya guna meningkatkan hasil produksi.

Kapital mempunyai peranan yang sangat penting dalam proses pertumbuhan ekonomi. Salah satu alasan utama meningkatkan output per kapita (perubahan tingkat kegiatan ekonomi yang terjadi dari tahun ke tahun (Alfred Marshall:1994:22)) adalah karena meningkatnya penggunaan peralatan yang digunakan oleh tenaga kerja. Teori kapital perlu dikembangkan untuk memahami dari mana datangnya peralatan tersebut dan mengapa ada insentif (penghargaan atau ganjaran yang diberikan untuk memotivasi para karyawan agar produktiviasnya tinggi dan sifatnya tidak tetap) untuk mengakumulasi peralatan tersebut. Dalam akumulasi kapital ini aspek terpenting yang harus dipahami adalah pengorbanan sekarang untuk memperoleh kebahagiaan yang lebih besar di masa yang akan datang (Nicholson:1992:23). Investasi adalah pembelian mesin baru atau memiliki mesin sendiri alat-alat produksi (Nicholson:1992:52). Bentuk-bentuk investasi seperti: investasi tanah, investasi pendidikan dan investasi saham. Resiko investasi, selain juga dapat menambah penghasilan seseorang juga membawa resiko keuangan bilamana investasi tersebut gagal. Kegagalan investasi disebabkan oleh banyak hal, diantaranya adalah faktor keamanan (baik dari bencana alam atau diakibatkan oleh faktor manusia), ketertiban hukum dan lain-lain.

Konsep pertama yang berhubungan dengan teori kapital adalah tingkat pengembalian (*rate of return*). Tingkat pengembalian adalah gambaran banyaknya output (hasil produksi) yang dikaitkan dengan banyaknya alokasi kapital. Konsep berikutnya adalah tentang teori nilai diskonto sekarang (*present discounted value)*. Teori ini mengemukakan tentang pengambilan keputusan suatu perusahaan, bahwa menyimpan kapital lebih menguntungkan dari pada menyewa.

Pemahaman tentang teori kapital ini bertujuan untuk menentukan langkah-langkah yang harus diambil oleh suatu perusahaan atau individu dalam pengambilan keputusan tentang penyimpanan dan investasi. Dalam hal ini penulis mencoba untuk mengaplikasikan konsep matematika dalam teori kapital, dengan cara menganalisis hubungan antar rumus yang terdapat dalam teori kapital, seperti rumus tentang tingkat pengembalian (*rate of return*), rumus nilai diskonto sekarang (*present discounted value*), dan investasi.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, masalah dalam penulisan skripsi ini adalah

1. Bagaimana hubungan matematis *tingkat pengembalian* pada suatu periode dengan keadaan konsumsi pada periode yang akan datang.
2. Bagaimana *teori nilai diskonto sekarang* dari permintaan investasi (pembelian mesin baru) dijelaskan secara metematis pada berbagai kasus.

C. Tujuan Penulisan

Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Menjelaskan hubungan tingkat pengembalian pada suatu periode dengan keadaan konsumsi pada periode yang akan datang.
2. Menjelaskan pola matematis teori nilai diskonto sekarang dari permintaan investasi (pembelian mesin baru) pada berbagai kasus.

D. Manfaat Penulisan

Manfaat yang diharapkan dari penulisan ini adalah agar dapat memahami teori kapital dan hubungannya dengan investasi. Manfaat dari kajian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pedoman dalam pengambilan keputusan tentang investasi. Di samping itu diharapkan dalam penulisan ini dapat menambah wawasan mahasiswa tentang aplikasi matematika pada cabang ilmu yang lain yaitu diantaranya pada bidang ilmu ekonomi mikro, khususnya tentang teori kapital.

BAB II
LANDASAN TEORI

A. Tinjauan Pustaka

Pada sub bab ini akan dikemukakan beberapa teori yang mendasari pembahasan aplikasi matematika dalam teori kapital. Dalam landasan teori ini diberikan beberapa pengertian dasar dan definisi, di antaranya adalah konsep dalam matematika yaitu fungsi, limit fungsi, fungsi kontinu, turunan, integral dan barisan dan deret, diberikan juga beberapa pengertian tentang teori ekonomi yaitu fungsi utilitas dan produk hasil marginal (*marginal revenue product*).

1.1.1 Fungsi

Definisi 2.1.1 (*Purcell dan Varberg, 1999*). *Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu aturan yang memadankan tiap x dalam himpunan A dengan tepat satu anggota himpunan B.*

Himpunan A disebut **daerah asal (domain)**, ditulis dengan notasi D_f, himpunan B disebut **daerah kawan (kodomain)** dan himpunan nilai *f(x)* disebut **daerah hasil,** ditulis dengan notasi R_f.

Dengan demikian, apabila *f* suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B maka

1. Setiap anggota dari himpunan A harus dipadankan dengan tepat satu anggota himpunan B.

2. Tidak mungkin dua anggota himpunan B mempunyai padanan yang sama di A
3. Dapat dimungkinkan dua anggota himpunan A mempunyai padanan yang sama di B.
4. Tidak mungkin ada anggota himpunan A yang tidak berpadanan.

Contoh 2.1:

- Diberikan sebuah fungsi $f(x) = x^2 + x - 1$. Maka nilai fungsi f di $x = 2$, $x = (2+h)$, $x = (2+h) - 2$, $x = (2+h) - 2/h$ adalah

Nilai fungsi f di $x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5$

Nilai fungsi f di $x = (2+h) \Rightarrow f(2+h) = (2+h)^2 + (2+h) - 1$

$$\Rightarrow 4 + 4h + h^2 + 2 + h - 1$$

$$\Rightarrow 5 + 5h + h^2$$

Nilai fungsi f di $x = (2+h) - 2 \Rightarrow f(2+h) - f(2)$

$$\Rightarrow (5 + 5h + h^2) - 5 = 5h + h^2$$

Nilai fungsi f di

$$x = [(2+h) - 2/h] \Rightarrow \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{5h + h^2}{h} = 5 + h$$

1.1.2 Limit Fungsi

Misalkan diberikan suatu fungsi f yang terdefinisi pada $[a,b]$ dan $c \in [a,b]$. Makna dari $\lim_{x \to c} f(x) = L$ adalah apabila diambil x mendekati c, tetapi $x \neq c$ maka nilai $f(x)$ akan mendekati L.

Dengan kata lain bila selisih antara x dan c mengecil maka selisih antara nilai $f(x)$ dan L juga mengecil.

Selisih antara nilai x dan c biasa disimbolkan dengan $|x-c|$ dan selisih antara nilai $f(x)$ dan L biasa disimbolkan dengan $|f(x)-L|$.

Definisi 2.1.2 (*Purcell dan Varberg:1999:80*), *Makna dari* $\lim\limits_{x\to c} f(x) = L$ ***berarti bahwa untuk setiap*** $\varepsilon > 0$ ***yang diberikan (betapapun kecilnya), terdapat*** $\delta > 0$ ***yang berpadanan sedemikian sehingga*** $|f(x)-L| < \varepsilon$ ***asalkan bahwa*** $0 < |x-c| < \delta$; ***yakni,***

$$0 < |x-c| < \delta \Rightarrow |f(x)-L| < \varepsilon$$

Contoh 2.2:

- Akan ditunjukkan bahwa $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = 2$

Ambil sembarang $\varepsilon > 0$. Selanjutnya akan dicari δ positif sedemikian sehingga berlaku implikasi

$$0 < |x-1| < \delta \Rightarrow 0 < \left|\frac{x^2-1}{x-1} - 2\right| < \varepsilon.$$

Cara mencari δ positif :

$$\left|\frac{x^2-1}{x-1} - 2\right| < \varepsilon \Leftrightarrow \left|\frac{(x-1)(x+1)}{x-1} - 2\right| < \varepsilon \Leftrightarrow |(x+1)-2| < \varepsilon \Leftrightarrow |x-1| < \varepsilon$$

Sehingga bila diambil $\delta = \varepsilon$ maka berlaku :

$$|x-1| < \delta \Rightarrow |x-1| < \varepsilon \Rightarrow \left|\frac{x^2-1}{x-1} - 2\right| < \varepsilon$$

Dengan demikian apabila diambil $\delta = \varepsilon$ berlaku $0 < |x-1| < \delta \Rightarrow 0 < \left|\frac{x^2-1}{x-1} - 2\right| < \varepsilon$. Sehingga menurut definisi limit, perolehan terakhir membuktikan bahwa $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1} = 2$.

1.1.3 Kontinuitas

Dalam bagian ini akan dibahas tentang konsep kontinuitas suatu fungsi. Diberikan titik $x_0 \in A \subset R$ dengan x_0 titik limit (titik x_0 dinamakan titik limit dari x jika setiap persekitaran yang berpusat di x_0 memuat titik lain $p \in A$ dan $p \neq x_0$) himpunan A. Fungsi $f{:}A \to R$ dikatakan kontinu di x_0 jika $\lim_{x\to x_0} f(x)$ ada dan sama dengan $f(x_0)$ jadi

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0).$$

Definisi 2.1.3 *(Bartle dan Sherbert:1994:98) Fungsi* $f : A \to R$ *dikatakan kontinu di* x_0 *jika untuk setiap bilangan* $\varepsilon > 0$ *terdapat bilangan* $\delta > 0$ *sehingga untuk setiap* $x \in N_\delta(\varepsilon)$ *berakibat*

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$$

Jika *f* kontinu pada setiap $x \in B \subset A$ maka dikatakan *f* kontinu pada B, selanjutnya jika titik $x_0 \in A$ tidak disyaratkan sebagai titik limit himpunan A, maka setiap fungsi kontinu pada setiap titik terpencil A (titik x_0 dinamakan titik terpencil dari A jika $x_0 \in A$ tetapi x_0 bukan titik limit dari A).

Jadi fungsi *f* dikatakan kontinu di x_0 jika dan hanya jika memenuhi tiga syarat sebagai berikut:

1. $f(x_0)$ ada
2. $\lim_{x \to x_0} f(x)$ ada
3. $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Jika salah satu dari ketiga syarat di atas tidak dipenuhi maka *f* bukanlah fungsi kontinu.

1.1.4 Turunan

Pada bagian ini dibahas konsep turunan fungsi yang penyusunannya didasarkan pada konsep limit fungsi dengan definisi sebagai berikut:

Definisi 2.1.4 *(Bartle dan Sherbert:1994:105) Diberikan* $I \subseteq R$, $c \in I$ *dan* $f : I \to R$. *Bilangan A disebut derivatif fungsi f di* c *jika untuk setiap* $\varepsilon > 0$ *terdapat* $\delta > 0$ *sedemikian hingga untuk semua* $x \in I$ *dengan* $0 < |x - c| < \delta$ *berakibat*

$$\left| \frac{f(x) - f(c)}{x - c} - A \right| < \varepsilon .$$

Bilangan $A = \lim_{x \to c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$ disebut turunan fungsi *f* di $c \in I$ dan *f* disebut mempunyai turunan di c. Jika nilai limit itu ada biasa ditulis sebagai $f'(c)$ atau $\frac{df}{dx}(c)$, jadi

$$f'(c) = \frac{df}{dx}(c) = \lim_{x \leftarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

Jika $x = c + \Delta x$ maka $\Delta x = x - c$ dan turunan fungsi f di c dapat ditulis sebagai

$$f'(c) = \lim_{x \to c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x}.$$

1.1.5 Integral Riemann

Jika [*a*,*b*] adalah interval terbatas dan dalam *R*, maka partisi dari [*a*,*b*] adalah $P = \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ sehingga $a = x_0 < x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_n = b$.

Definisi 2.1.5 *(Purcell dan Varberg, 1999) Jika* $P = \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ *suatu partisi dari* [*a*,*b*], *maka*

$$|P| = sup\{x_1 - x_0, x_2 - x_1, \ldots x_n - x_{n-1}\}$$

dinamakan norm partisi P.

Definisi 2.1.6 *(Bartle dan Sherbert, 1994) Fungsi* $f:[a,b] \to R$ *adalah fungsi terbatas. Jika* $P = \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ *adalah partisi dari* [*a*,*b*] *dengan* $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ *dan* $\overline{x_i} \in [x_{i-1}, x_i]$ *maka*

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i}) \Delta x_i$$

dinamakan jumlah Reimann.

Contoh 2.3:

Misalkan diberikan fungsi $f(x) = (x+2)(x-1)(x+5) = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$ yang terdefinisi pada selang $[0,6]$. Maka Jumlah Reimaan R_p dengan memakai partisi P dengan titik-titik partisi

$0 < 1{,}3 < 1.5 < 2.1 < 3.5 < 4.2 < 6$ dan titik-titik sampel yang berpadanan $\overline{x_1} = 0{,}3; \overline{x_2} = 1{,}2; \overline{x_3} = 2{,}3; \overline{x_4} = 4{,}1; \bar{x}_5 = 5{,}1$ dan $\overline{x_6} = 6$ adalah

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta x_i$$

$$= f(\overline{x_1})\Delta x_1 + f(\overline{x_2})\Delta x_2 + f(\overline{x_3})\Delta x_3 + f(\overline{x_4})\Delta x_4 + f(\overline{x_5})\Delta x_5 + f(\bar{x}_6)\Delta x_6$$

$$= f(0{,}3)(1{,}3-0) + f(1{,}2)(1{,}5-1{,}3) + f(2{,}3)(2{,}1-1{,}5)$$

$$+ f(4{,}1)(3{,}5-2{,}1) + f(5{,}1)(4{,}2-3{,}5) + f(6)(6-4{,}2)$$

$$= (-11{,}713)(1{,}3) + (-10{,}912)(0{,}2) + (7{,}227)(0{,}6) + (92{,}461)(1{,}4)$$

$$= (190{,}991)(0{,}7) + (308)(1{,}8)$$

$$= 804{,}466$$

Definisi 2.1.7 (*Purcell dan Varberg, 1999*) *Fungsi* $f = [a,b] \rightarrow R$ *adalah fungsi terbatas. Jika* $P = \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ *adalah partisi dari* $[a,b]$ *dan* $x_i \in [a,b]$ *maka*

$$S(P,f) = \sum_{i=1}^{n} f(\bar{x}_i)(x_i - x_i - 1)$$

dinamakan jumlah Riemann untuk *f*.

Definisi 2.1.8 (*Purcell dan Varberg, 1999*) *Fungsi* $f{:}[a,b] \rightarrow R$ *adalah fungsi terbatas dan dikatakan terintegral Reimann ke suatu nilai A pada* $[a,b]$ *ditulis* $f \in R[a,b]$ *jika untuk setiap bilangan* $\varepsilon > 0$ *terdapat* $\delta > 0$ *sehingga untuk setiap partisi P pada* $[a,b]$ *dengan* $|P| < \delta$ *berakibat*

$$|S(P,f) - A| = \left|\sum_{i=1}^{n} f(\bar{x}_i) - \Delta x_i - A\right|$$

Bilangan A disebut nilai integral Reimann atau integral-R fungsi *f* pada [*a*,*b*] yang biasa ditulis dengan

$$\lim_{|P|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta_i x = \int_a^b f(x)dx = A,$$

Yang nilainya tidak tergantung pada cara pengambilan $\overline{x}_i \in [x_i - x_{i-1]}]$.

Contoh 2.4:

Akan di cari $\int_{-1}^{5}(x+5)dx$

Yang dipartisikan pada selang $[-1{,}5]$ menjadi n selang bagian yang sama, masing-masing dengan panjang $\Delta x_i = \Delta x = \dfrac{2}{n}, \forall i$ Dalam tiap selang bagian $[x_{i-1}, x_i]$ gunakan $\overline{x_i} = x_i$ sebagai titik sample.

Maka, $x_0 = -1$

$$x_1 = -1 + \Delta x = -1 + \frac{2}{n}$$

$$x_2 = -1 + 2\Delta x = -1 + 2\left(\frac{2}{n}\right)$$

$$x_3 = -1 + 3\Delta x = -1 + 3\left(\frac{2}{n}\right)$$

$$\vdots$$

$$x_i = -1 + i\Delta x = -1 + i\left(\frac{2}{n}\right)$$

$$\vdots$$

$$x_n = -1 + n\Delta x = -1 + n\left(\frac{2}{n}\right) = 1$$

Jadi, $f(x_i) = x_i + 5 = 4 + i\left(\frac{5}{n}\right)$, sehingga

$$\sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[4 + i\left(\frac{2}{n}\right)\right]\frac{2}{n}$$

$$= \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} 4 + \frac{4}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i$$

$$= \frac{2}{n}(n) + \frac{4}{n^2}\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$= 2 + \frac{4}{n^2}\left(\frac{n^2+n}{2}\right)$$

$$= 4 + \left(\frac{2}{n}\right)$$

Karena P adalah suatu partisi tetap, $|P| \to 0$ setara dengan $n \to \infty$. Kita simpulkan bahwa

$$\int_{-1}^{5}(x+5)dx = \lim_{|P|\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta x_i$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left[4 + \left(\frac{2}{n}\right)\right]$$

$$= 4 .$$

Teorema fundamental kalkulus merupakan teorema penting yang memungkinan menghitung integral tertentu tanpa menggunakan definisi, pada suatu integral tak tentu yang diketahui.

Teorema 2.1.1 (*Bartle dan Sherbert, 1994*) *Jika* $f \in R[a,b]$ *dan fungsi* F *yang mempunyai turunan pada* $[a,b]$ *sehingga* $F^1(x) = f(x)$ *untuk semua* $x \in [a,b]$ *maka* $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Contoh 2.5:

Akan dicari nilai dari $\int_{-1}^{2} (4x + 6x^2)dx$

$$\int_{-1}^{2} (4x + 6x^2)dx = \left[2x^2 + 2x^3\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left[2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3\right] - \left[2 \cdot (-1)^2 + 2(-1)^3\right]$$

$$= \left[20 + 4\right] = 24$$

1.1.6 Barisan dan Deret

Barisan dari bilangan riil (barisan dalam R) adalah fungsi dari himpunan bilangan asli N, yang kodomainnya himpunan bilangan riil R, dan dilambangkan dengan $\{x_n\}$.

Definisi 2.1.9 (*Bartle dan Sherbert, 1994*) *Barisan bilangan* $\{x_n\}$ *dikatakan konvergan ke* x *ditulis :*

$$\lim_{n \to \infty} x_n = x,$$

jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ ***terdapat bilangan asli*** n_0 ***sehingga jika*** $n \geq n_0$ ***berakibat*** $|x_n - x| < \varepsilon$**.**

Barisan bilangan $\{x_n\}$ dikatakan divergen jika dan hanya jika untuk setiap $x \in R$ terdapat bilangan $\varepsilon_0 > 0$ sehingga untuk setiap bilangan asli $n > n_0$ terdapat bilangan asli x_n sehingga berlaku $|x_n - x| \geq \varepsilon$.

Deret tak hingga sering didefinisikan dalam bentuk

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n + \cdots \qquad (2.1)$$

Definisi 2.1.10 (*Bartle dan Sherbert, 1994*) *Jika* $\{X = x_n\}$ *adalah barisan bilangan dalam R, maka deret tak hingga yang dibentuk oleh* X *adalah barisan* $S = s_k$ *yang suku-sukunya :*

$$\begin{aligned} s_1 &= x_1, \\ s_2 &= x_1 + x_2, \\ s_3 &= x_1 + x_2 + x_3, \\ &\vdots \\ s_k &= x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_k, \\ &\vdots \end{aligned}$$

di mana s_k dinamakan jumlah parsial.

Persamaan (2.1) dapat dituliskan kembali menjadi

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} x_n.$$

Jika $\lim_{n\to\infty} s_n$ ada, deret $\sum_{n\to 1}^{\infty} x_n$ disebut konvergen, dan sebaliknya jika $\lim_{n\to\infty} s_n$ tidak ada, maka deret $\sum_{n\to 1}^{\infty} x_n$ disebut divergen.

Contoh 2.6:

Akan ditunjukkan bahwa deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ konvergen

Maka akan ditunjukan bahwa nilai limitnya ada

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{n}} = \frac{\lim_{n\to\infty} 1}{\lim_{n\to\infty} 1 + \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{1}{1+0}$$

$$= 1$$

Jadi terbukti $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ konvergen ke 1.

Contoh 2.7:

Akan ditunjukan bahwa deret $\sum_{n+1}^{\infty} \frac{n^2}{n+2}$ divergen

Maka akan ditunjukan nilai limitnya ada atau tidak

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n+2} = \infty$$

Karena $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n+2} = \infty$ maka barisan $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+2}$ divergen.

1.1.7 Teori Ekonomi

Teori yang berhubungan dengan teori kapital adalah teori investasi. Investasi adalah kegiatan pembeliaan mesin baru. Permintaan terhadap investasi ini sering diasumsikan berhubungan terbalik dengan tingkat suku bunga atau tingkat pengembalian (*rate of return*). Turunnya tingkat suku bunga akan mempengaruhi tingkat sewa kapital, karena suku bunga yang tidak diterima merupakan biaya implisit bagi pemilik mesin. Turunnya tingkat sewa ini mengakibatkan kapital menjadi relatif murah, dan menyebabkan meningkatnya penggunaan kapital tersebut, dibandingkan input-input lain yang sekarang relatif mahal biayanya (Nicholson:1992:31).

Konsep lain yang berhubungan dengan teori kapital ini adalah penerimaan produk marjinal (*marginal revenue product*) MRP_K, yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.1.8 (*Nicholson, 1992*) *Sebuah perusahaan yang menginginkan laba maksimum yang menghadapi pasar sewa kapital yang bersaing sempurna (jenis pasar dengan jumlah pembeli dan penjual sangat banyak dan produk yang dijual bersifat homogen) akan menyewa kapital hingga batas di mana penerimaan produk marjinal* (MRP_K) *sama dengan tingkat sewa pasar, sehingga diperoleh:*

$$MRP_K = v = P(r+d).$$

dengan v adalah tingkat sewa pasar, d adalah tingkat depresiasi (penurunan), P adalah harga barang, dan r adalah tingkat suku bunga.

Konsep berikutnya yang berhubungan dengan teori kapital ini adalah konsep utilitas yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.1.9 (*Nicholson, 2004*) *Yang dimaksud dengan kepuasan* (*utilitas*) *adalah tingkat kegunaan suatu barang bagi konsumen.*

Misalnya seseorang lebih memilih untuk menggunakan barang *A* dibandingkan dengan barang *B*, maka dapat dikatakan utilitas barang *A* lebih tinggi daripada barang *B*. Pilihan konsumen atas suatu barang dapat dipresentasikan sebagai fungsi utilitas dengan bentuk:

$$U(C_1, C_2, \dots, C_n)$$

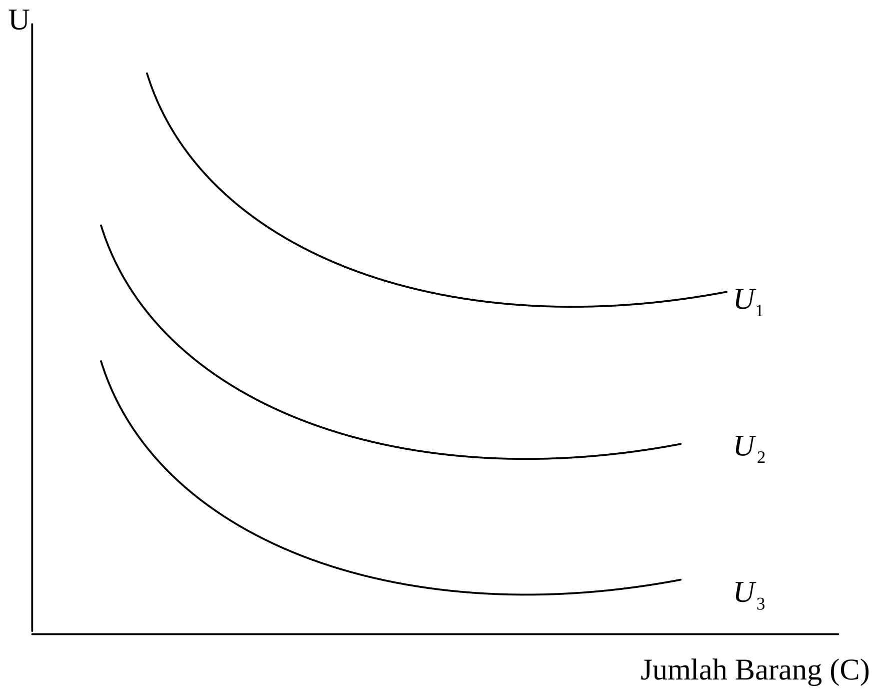
dengan $C_1, C_2, \dots, C_n$ adalah jumlah masing-masing barang *n* yang dapat dikonsumsi individu dalam satu periode tertentu.

Asumsi yang digunakan pada fungsi utilitas adalah *more is better* artinya mempunyai lebih banyak barang lebih baik daripada mempunyai sedikit barang. Untuk kasus dua macam barang C_1 dan C_2, fungsi utilitas tersebut menjadi

$$Utilitas = U(C_1, C_2).$$

dengan C_1 adalah konsumsi pada periode saat ini dan C_2 adalah konsumsi pada periode berikutnya.

Gambar 2.1 di bawah ini memberikan ilustrasi tentang tingkat kepuasan yang diterima konsumen.



Gambar 2.1 Kurva Utilitas

Gambar 2.1 menjelaskan bahwa tingkat kepuasan yamg diterima akan meningkat jika kurvanya berada pada kurva yang lebih tinggi. Artinya kepuasan U_2 lebih tinggi dari kepuasan U_3 dan kepuasan U_1 lebih tinggi dari kepuasan U_2

Pembahasan mengenai kapital ini, diharapkan dapat berguna dalam kegiatan ekonomi seperti pada pasar, perusahaan dan rumah tangga. Misalnya perusahaan yang ingin mengoptimalkan hasil produksinya dapat memperhatikan konsep-konsep dalam kapital ini. Tujuannya adalah untuk mendapatkan hasil yang menguntungkan dalam hal pengambilan keputusan investasi.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan diuraikan tentang penerapan matematika dalam ilmu ekonomi. Dalam hal ini akan dibahas mengenai kapital dan hubungannya dengan investasi. Teori kapital merupakan suatu teori yang mendasari teori ekonomi mikro yang mempunyai peranan penting dalam proses pertumbuhan ekonomi.

3.1 Pengertian Kapital

Kapital atau modal adalah salah satu faktor produksi yang digunakan dalam proses produksi pada suatu periode, yang kemudian disimpan untuk digunakan kembali pada proses produksi periode selanjutnya dengan tujuan untuk meningkatkan hasil produksi (Mankiv:1998:42).

Secara matematis, kapital dapat dihubungkan dengan tingkat pengembalian (*rate of return*), yaitu

$$r = \frac{x}{s} - 1 \qquad (3.1)$$

dimana

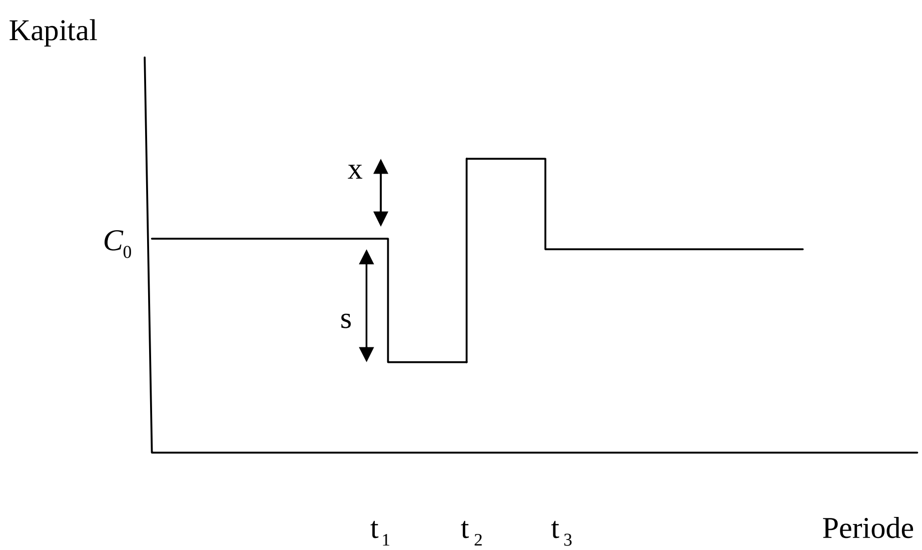
r adalah nilai tingkat pengembalian, biasanya berupa prosentase dengan nilai $0<r<1$

x adalah nilai peningkatan produksi, dan

s adalah nilai yang disimpan pada periode awal.

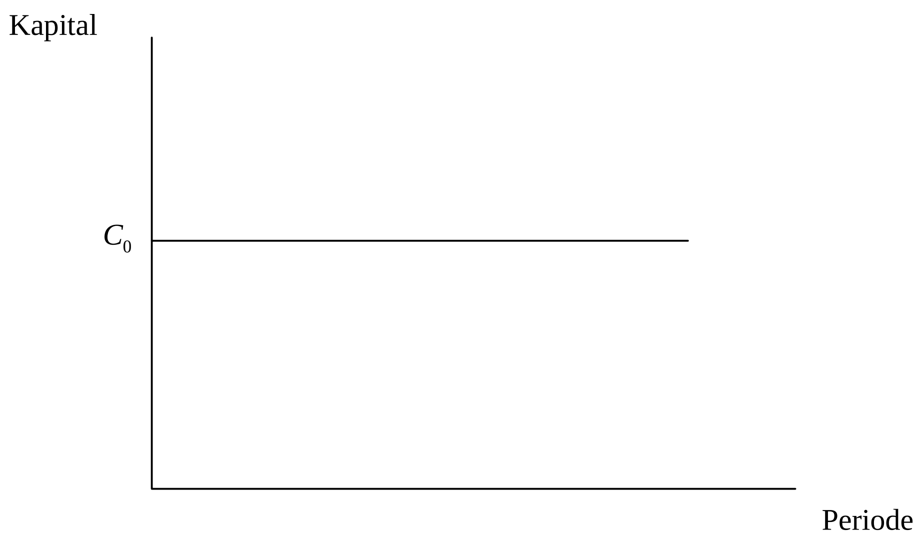
Selanjutnya tingkat pengembalian dapat dijelaskan sebagai berikut:

Diketahui kapital pada waktu t_1 adalah C_0. Hasil produksi disimpan sebesar s selama satu periode $(t_1 - t_2)$. Pada periode berikutnya yaitu $(t_2 - t_3)$ terdapat peningkatan hasil produksi sebesar x yang secara langsung mempengaruhi tingkat C_0 yaitu menjadi $C_0 + x$. Setelah proses produksi berlangsung , C_0 akan kembali pada tingkat semula. Jadi, yang menjadi pembatas periode sekarang dengan periode akan datang adalah t_2. Pada periode $(0 - t_1)$ perusahaan memiliki kapital dari hasil produksi sebesar C_0. Kemudian pada periode berikutnya yaitu $(t_1 - t_2)$, saat proses produksi awal telah terpenuhi perusahaan menyimpan sebagian hasil produksi sebesar s. Sehingga hasil yang dimiliki oleh perusahaan pada periode sekarang menjadi sebesar $C_0 - s$. Proses dari $(0 - t_2)$ merupakan proses produksi pada periode sekarang. Seperti tampak pada Gambar 3.1 berikut ini:



Gambar 3.1 Akumulasi Kapital Pada Suatu Periode

Setiap proses produksi pasti akan melibatkan kapital. Selama proses produksi ini berlangsung, kapital yang ada tidak habis dipakai karena hanya merupakan sarana dalam melakukan proses produksi. Pada waktu t_2, dimulai proses produksi periode akan datang dengan kapital dasar sebesar C_0 dan ditambah sebesar s dari penyimpanan periode sekarang. Pada periode akan datang akan didapat hasil produksi sebesar $C_0 + x$. Dengan kata lain, hasil produksi bertambah sebesar x, dengan asumsi semakin besar kapital yang ada maka semakin besar pula hasil produksi yang dihasilkan (Mankiv:1998:54).



Gambar 3.2 Keadaan Kapital Tanpa Akumulasi

Bila dibandingkan dengan Gambar 3.1, maka pada Gambar 3.2 dapat dilihat tidak adanya penyimpanan pada hasil produksi periode sekarang sehingga tidak ada pula peningkatan hasil produksi pada periode akan datang. Dengan kata lain, hasil produksi selalu konstan pada tingkat C_0.

Persamaan tingkat pengembalian tunggal dapat dibentuk dengan memahami Gambar 3.1 tentang akumulasi kapital pada suatu periode, yaitu hasil produksi lebih pada suatu perusahaan sebagai bagian dari hasil produksi yang terdapat pada perusahaan sebelumnya, dan dituliskan

$$r_1 = \frac{x - s}{s}$$

$$= \frac{x}{s} - 1$$

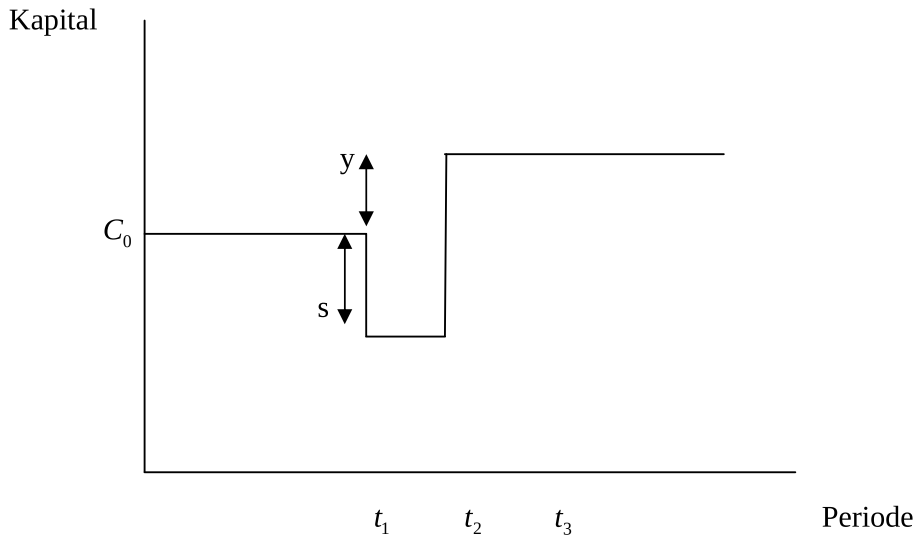
Bila $x > s$ maka dikatakan bahwa tingkat pengembalian tunggal untuk akumulasi kapital bernilai positif. Dengan kata lain, tingkat pengembalian tunggal dapat dikatakan sebagai prosentase tingkat lebih dari suatu hasil produksi akan datang dibandingkan hasil produksi sekarang.

Konsep ini dapat dipahami dengan memperhatikan contoh kasus untuk tingkat pengembalian tunggal. Misalnya suatu perusahaan telah menyimpan 300 unit barang. Kemudian digunakan untuk meningkatkan hasil produksi menjadi 330 unit pada periode berikutnya, maka tingkat pengembalian tunggal dari perusahaan tersebut adalah:

$$r_1 = \frac{x}{s} - 1 = \frac{330}{300} - 1$$

$$= 0{,}1$$

Apabila peningkatan produksi dari penyimpanan periode t_1 tidak dipakai semuanya pada periode t_2, maka ini merupakan kasus akumulasi kapital untuk waktu yang labih lama (*long term*), yang diilustrasikan pada Gambar 3.3. Pada kasus ini peningkatan produksi dari penyimpanan dibagi rata untuk semua periode di masa yang akan datang,



Gambar 3.3 Akumulasi Kapital Pada *Long-Term Period*

Pada waktu t_1, disimpan hasil produksi sebesar s. Penyimpanan ini digunakan untuk meningkatkan hasil produksi pada jangka waktu yang lebih lama, untuk periode setelah $(t_1 - t_2)$. Dalam hal ini, penyimpanan tidak diperlukan seperti halnya pada periode tungggal, karena penyimpanan digunakan sedikit demi sedikit. Sehingga peningkatan yang didapat pun tidak sebesar pada kasus sebelumnya. Bila peningkatan tetap hasil produksi meningkat pada level $C_0 + y$, maka diturunkan persamaan tingkat pengembalian tunggal yang kedua, yaitu tingkat pengembalian konstan (*perpetual rate orf return*) r_2.

3.1.1 Tingkat Pengembalian Konstan

Tingkat pengembalian konstan adalah tingkat tetap pada hasil produksi periode yang akan datang sebagai bagian dari hasil produksi sekarang. Berdasarkan Gambar 3.3 apabila penyimpanan pada saat awal periode digunakan untuk meningkatkan produksi pada jangka waktu yang lebih lama, dan penyimpanan digunakan sedikit demi sedikit untuk meningkatkan produksi maka persamaan tingkat pengembalian konstan dapat ditulis secara matematis sebagai berikut:

$$r_2 = \frac{y}{s}, \tag{3.2}$$

dengan y adalah peningkatan tetap hasil produksi pada periode-periode yang akan datang.

Pada tingkat pengembalian konstan, hasil produksi yang disimpan dari periode sekarang digunakan sedikit demi sedikit untuk meningkatkan hasil produksi periode-periode akan datang. Tujuannya adalah agar hasil produksi pada masing-masing periode tersebut selalu sama dan konstan.

Konsep ini dapat dipahami dengan memperhatikan contoh kasus untuk tingkat pengembalian konstan. Suatu perusahaan menyimpan 200 unit sebagai akumulasi kapital pada periode t_1, dan terjadi peningkatan 20 unit pada setiap periode setelah t_1 atau terjadi peningkatan pada t_{1+i} dengan $i = 1,2,3,\ldots$.Maka tingkat pengembalian konstan dari hasil produksi tersebut adalah

$$r_2 = \frac{y}{s}$$

$$= \frac{20}{200}$$

$$=0,1$$

Tingkat pengembalian tunggal dan tingkat pengembalian konstan merupakan dasar dari pembahasan selanjutnya.

3.1.2 Penentuan Tingkat Pengembalian

Setelah pembahasan tentang tingkat pengembalian (r) dalam dua rentang waktu, sekarang akan dibahas tentang kemungkinan permintaan dan persediaan pada periode akan datang yang berkaitan dengan masalah tingkat pengembalian. Hal pertama yang harus dilakukan adalah mulai menganalisa hubungan antara tingkat pengembalian dan harga untuk barang-barang pada periode akan datang. Selanjutnya dilihat reaksi pasar dan perusahaan dalam pencapaian nilai harga. Yang terakhir adalah melihat keterkaitan antara harga pada periode akan datang dengan kesetimbangan harga pada barang-barang pada periode akan datang. Hal yang paling mendasar dalam pembahasan mengenai harga ini adalah bahwa harga didapat dari penentuan tingkat pengembalian. Dengan tingkat pengembalian adalah

$$r \quad = \frac{x}{s} - 1$$

r adalah tingkat pengembalian, x adalah nilai peningkatan produksi dan s adalah nilai yang disimpan pada awal periode.

Pertama diasumsikan adanya dua periode yaitu periode sekarang, yang dinotasikan dengan ΔC_0 (perubahan konsumsi pada saat periode awal), dan periode akan datang yang dinotasikan dengan ΔC_1 (perubahan konsumsi pada saat periode yang akan datang). Kemudian dapat dibentuk persamaan baru dengan menggunakan notasi r untuk mengindikasikan adanya tingkat pengembalian tunggal antara dua periode, yaitu

$$r = \frac{x}{s} - 1$$

$x \Rightarrow \Delta C_1, s \Leftrightarrow \Delta C_0$ maka diperoleh persamaan

$$r = \frac{\Delta C_1}{\Delta C_0} - 1.$$

Persamaan di atas dapat dituliskan kembali menjadi

$$\frac{\Delta C_1}{\Delta C_0} = r + 1.$$

Akhirnya diperoleh

$$\frac{\Delta C_0}{\Delta C_1} = \frac{1}{r+1}, \tag{3.3}$$

dengan ΔC_0 adalah perubahan konsumsi pada periode sekarang,

ΔC_1 adalah perubahan konsumsi pada periode akan datang,

r adalah tingkat pengembalian.

Persamaan (3.3) merupakan persamaan yang digunakan untuk menggambarkan harga di periode yang akan datang.

Pada persamaan tingkat pengembalian tunggal, terdapat variable s dan x. Variabel s menggambarkan tentang penyimpanan hasil produksi yang digunakan sebagai tambahan modal bagi pelaksanaan produksi periode berikutnya. Variabel x menggambarkan tambahan hasil produksi pada periode akan datang yang merupakan dampak dari penyimpanan modal sebesar s pada periode yang lalu. Demikian pula dengan ΔC_0 yang menyatakan penyimpanan sebagian hasil produksi pada periode sekarang yang digunakan sebagai tambahan modal. Sedangkan ΔC_1 menyatakan tambahan dari hasil produksi pada periode akan datang sebagai dampak dari penyimpanan modal pada periode sebelumnya.

3.2 Harga Barang Masa Datang (*Price for Future Goods*)

Harga barang masa datang adalah jumlah barang-barang sekarang yang harus dikorbankan untuk meningkatkan konsumsi masa datang (Nicholson:1992:64). Berdasarkan persamaan (3.3), harga dipengaruhi besarnya tingkat konsumsi pada saat ini dan yang akan datang maka harga barang masa datang dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$P_1 = \frac{\Delta C_0}{\Delta C_1} = \frac{1}{r+1}.$$

Selanjutnya akan dibahas mengenai permintaan barang pada periode yang akan datang. Keadaan permintaan suatu barang menunjukkan keadaan kepuasan individu atas barang pada periode sekarang dan periode yang akan datang $U(C_0, C_1)$. Hal ini dapat dihubungkan pula dengan pendapatan individu pada suatu periode, dengan catatan bahwa pendapatan yang tidak digunakan pada periode sekarang dapat disimpan atau diinvestasikan.

Kemudian dapat dibentuk hubungan antara pendapatan, harga, tingkat konsumsi sekarang dan tingkat konsumsi yang akan datang yaitu bila pendapatan seseorang/perusahaan tinggi maka harga barang dan tingkat konsumsi terhadap suatu barang akan tinggi demikian sebaliknya apabila pendapatan seseorang/perusahaan rendah maka harga barang dan tingkat konsumsi terhadap suatu barang menjadi rendah. Secara matematika dapat dituliskan sebagai berikut:

$$I = C_0 + P_1 C_1, \qquad (3.5)$$

dengan I adalah pendapatan dalam hal ini berlaku sebagai kapital yang dimiliki oleh induvidu dalam suatu periode tertentu,

$P_1 = \frac{1}{r+1}$, adalah harga barang masa datang,

dan C_0, C_1 adalah tingkat konsumsi pada periode sekarang dan yang akan datang.

Kemudian dari definisi P_1, persamaan (3.5) menjadi

$$I = C_0 + \frac{C_1}{r+1}$$

bila $C_0 = 0;$ maka

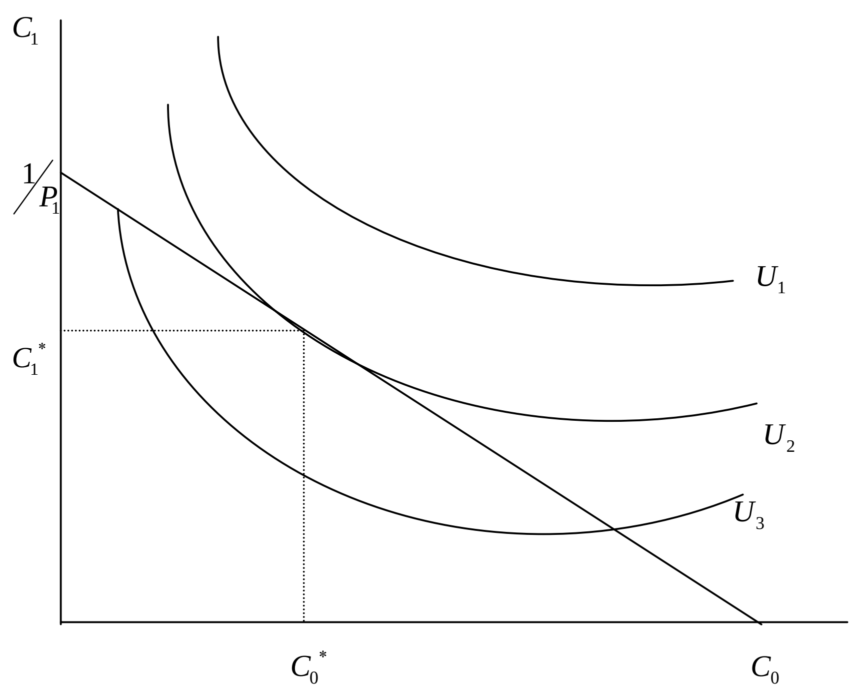
$$I = \frac{C_1}{r+1}$$

Persamaan diatas dapat dituliskan kembali menjadi

$$I(r+I) = C_1 \qquad (3.6)$$

Bila terjadi perubahan pada P_1 dikarenakan perubahan r maka permintaan barang di periode yang akan datang akan mengalami perubahan. Misalnya bila r meningkat maka secara otomatis P_1 akan turun sehingga permintaan barang pada C_1 akan meningkat. Demikian sebaliknya, bila r mengalami penurunan nilai maka P_1 akan naik sehingga permintaan barang pada C_1 akan menurun. Tetapi hal ini tidak berlaku pada barang-barang inferior yaitu barang yang jumlah permintaannya akan turun seiring dengan peningkatan pendapatan masyarakat. Salah satu contoh barang inferior adalah sandal jepithttp://id.wikipedia.org/wiki/Sandal_jepit. Ketika tingkat pendapatan masyarakat rendah, tingkat permintaan terhadap barang tersebut akan tinggi. Namun ketika tingkat pendapat masyarakat meningkat, permintaan atas barang tersebut akan turun karena masyarakat meninggalkannya dan memilih untuk membeli sandal lain yang lebih berkualitas meskipun dengan harga yang lebih mahal.

Selanjutnya akan dicari utilitas maksimum dengan memperhatikan kurva indefferens (kurva yang menghubungkan titik-titik kombinasi yang memberikan tingkat kepuasan yang sama) untuk maksimasi utilitas (Gambar 3.4).



Gambar 3.4 Maksimisasi Utilitas

Pada Gambar (3.4) terlihat kepuasan maksimum diperoleh pada kombinasi C_0^*, C_1^*. Artinya pada masa sekarang orang hanya mengkonsumsi sebanyak C_0

dan menabung ($I - C_0$) untuk dikonsumsi di masa yang akan datang. Besarnya konsumsi masa datang ini dapat di cari kendala anggaran sebagai berikut:

$$P_1 C_1^* = I - C_0^* \tag{3.7}$$

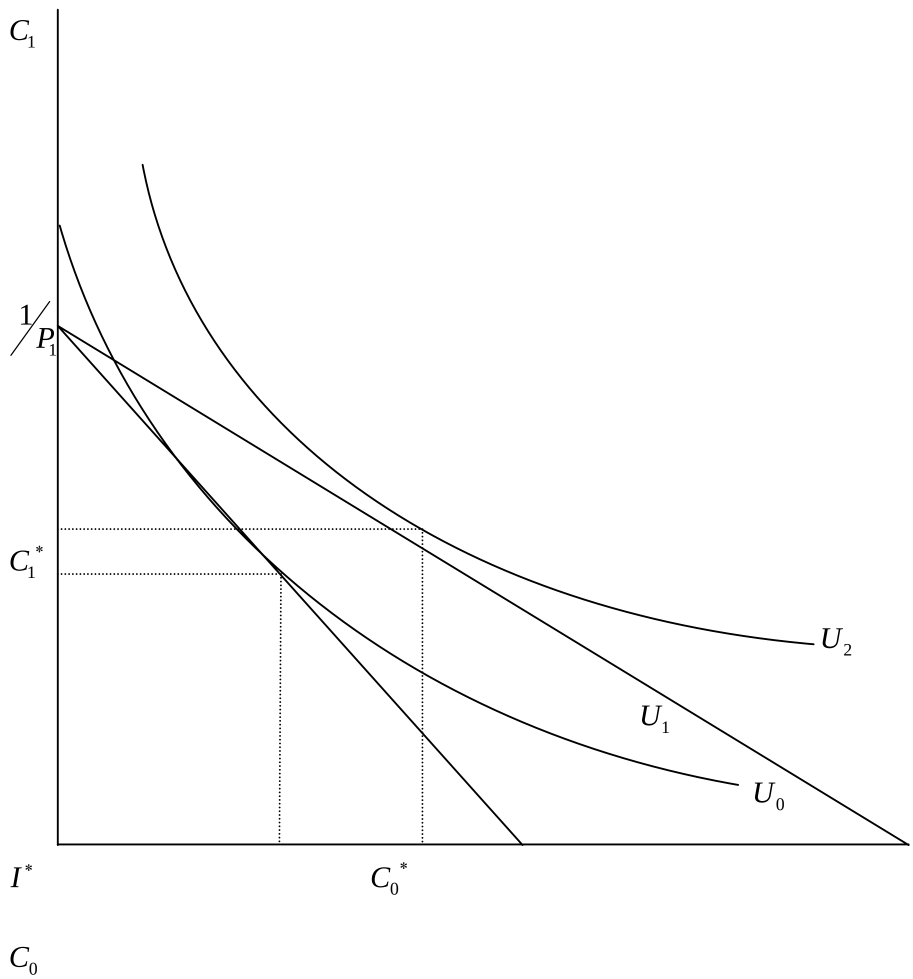
$$\Leftrightarrow C_1^* = \frac{I - C_0^*}{P_1}$$

$$\Leftrightarrow C_1^* = (I - C_0^*)(r + I) \tag{3.8}$$

Dengan kata lain, tabungan sekarang ($I - C_0^*$) diinvestasikan dengan tingkat pengembalian r sehingga tumbuh menjadi C_1^* di masa yang akan datang.

3.2.1 Pengaruh Perubahan Pada Nilai Tingkat Pengembalian (r)

Pada suatu periode ada kemungkinan bahwa tingkat pengembalian (r) akan mengalami perubahan. Persamaan (3.4) menjelaskan bila tingkat pengembalian (r) meningkat maka harga barang masa datang (P_1) akan mengalami perubahan dan akan mempengaruhi tingkat permintaan atas tingkat konsumsi yang akan datang (C_1). Ada dua kasus yang secara khusus terpengaruh oleh perubahan tingkat pengembalian (r) yaitu barang normal dan barang inferior. Pada kasus pertama, bila harga barang masa datang (P_1) turun maka permintan atas barang normal akan meningkat sehingga mengakibatkan konsumsi yang akan datang (C_1) akan meningkat pula (Gambar 3.5). Pada kasus kedua bila harga barang masa datang (P_1) turun maka permintaan pada konsumsi yang akan datang (C_1) akan menurun pula, karena turunnya harga barang masa datang (P_1) atas barang inferior (barang yang jumlah permintaannya akan turun seiring dengan peningkatan pendapatan masyarakat) menyebabkan pendapatan riil akan meningkat sehingga kecenderungan untuk membeli barang normal juga akan meningkat.



Gambar 3.5 Grafik Pengaruh Perubahan r pada Barang Normal

3.2.2 Hubungan Tingkat Pengembalian dan Tingkat Suku Bunga

Pada definisi tingkat pengembalian didapat hubungan dengan suku bunga, maksudnya konsumsi pada C_1 merupakan akibat dari ketertarikan pasar terhadap produk C_0. Bila harga diharapkan naik sebesar *P* antara dua periode maka tingkat suku bunga nominal (*R*) yang diharapkan adalah

$$1 + R = (r + 1)(1 + P)$$

$$\Leftrightarrow 1 + R = 1 + P + r + rP,$$

bila diasumsikan rP adalah bilangan yang sangat kecil, maka diperoleh

$$1 + R = 1 + r + P$$

Akhirnya diperoleh

$$R = r + P \tag{3.10}$$

Asumsi yang digunakan dalam pemahaman mengenai pemenuhan modal bagi perusahaan adalah:

1. Semua modal berupa mesin didapat dari menyewa,
2. Tingkat penyusutan *d* dianggap tetap pada setiap waktu,
3. Mesin mempunyai harga tertentu,
4. Sewa pasar merupakan pasar yang kompetitif.

Menurut Nicholson (1992:89), biaya total bagi pemilik mesin untuk suatu periode adalah: $Pd + \mathrm{Pr} = P(d + r)$ berdasarkan persamaan 2.1.8 halaman 16

Bila diasumsikan bahwa sewa pasar mesin bersaing sempurna, maka tingkat sewa mesin per periode yang dinotasikan *v* sama dengan biaya total pada periode yang sama, yaitu

$$v = Pd + \mathrm{Pr}$$

$$\Leftrightarrow v = P(d + r) \tag{3.11}$$

Jika $d = 0$ maka

$$v = \Pr .$$

Pesamaan di atas dapat ditulis kembali menjdi

$$\frac{v}{P} = r. \qquad (3.12)$$

Persamaan (3.12) menunjukkan bahwa prosentase tingkat sewa mesin terhadap harga mesin harus sama dengan tingkat pengembalian mesin itu sendiri. Bila $\frac{v}{P} > r$ maka perusahaan memutuskan untuk menyewa mesin. Bila $\frac{v}{P} < r$ maka perusahaan akan mengusahakan untuk investasi di bidang lain.

3.3 Investasi

Ada dua konsep sederhana sehubungan dengan pemilihan investasi yang tepat, yang pertama adalah menyewakan alat-alat produksi dalam jangka waktu tertentu. Konsep yang kedua adalah membeli atau memiliki sendiri alat-alat produksi.

3.3.1 Nilai Diskonto Sekarang (*Present Discounted Value*)

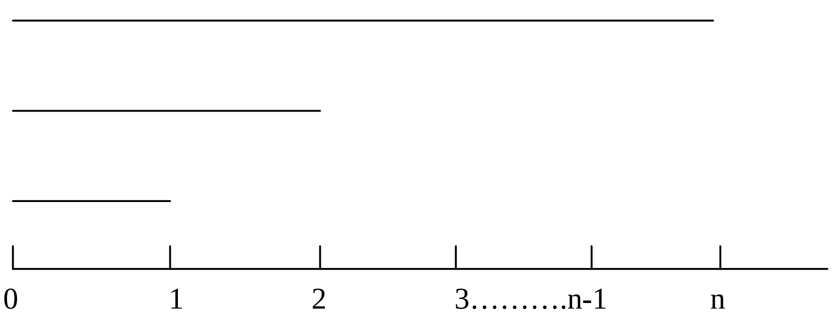
Konsep yang perlu dipahami terlebih dahulu adalah konsep mengenai nilai diskonto sekarang, atau disebut juga nilai sekarang (*present value*). Konsep ini diawali dengan pemilihan suatu jumlah mata uang, misalnya $1. Nilai uang $1 hari ini dibandingkan dengan nikai uang $1 tahun yang akan datang tentu saja berbeda. Dengan kata lain, pertumbuhan nilai $1 satu tahun yang akan datang akan menjadi:

$$(\$1)+(i\times \$1) = \$1(\mathrm{i}+1). \qquad (3.13)$$

dengan i adalah tingkat suku bunga yang biasanya ditentukan tersendiri dan disesuaikandengan tingkat bunga bank. Persamaan (3.13) di atas menerangkan bahwa nilai *$*1 hari ini akan meningkat sebesar (*i* +1) pada tahun yang akan datang.

Misalnya sebuah perusahaan akan menyimpan uangnya dan mengharapkan suatu nilai uang tertentu pada akhir periode. Bila perusahaan menyimpan uangnya pada periode awal dan mengharapkan suatu nilai uang pada akhir periode pertama maka derajat pangkat (eksponennya) adalah 1. Sedangkan bila menginginkan suatu nilai pada akhir periode 2 maka derajat pangkat (eksponennya) adalah 2 yang menyatakan dua periode. Demikian seterusnya hingga derajat pangkat (eksponennya) *n*.

Keadaan ini dapat dilihat pada Gambar 3.6 sebagai berikut.



Gambar 3.6 Ilustrasi Nilai Sekarang

Nilai diskonto sekarang (*PDV*) dari nilai *$*1 adalah jumlah uang yang disimpan hari ini dengan tingkat bunga *i* dan diharapkan akan tumbuh menjadi nilai *$*1 yang riil pada periode yang akan datang. Nilai diskonto sekarang (*PDV*) dapat di definisikan sebagai

$$PDV\$1 = \frac{\$1}{(\mathrm{i}+1)} \qquad (3.14)$$

Persamaan di atas dapat digunakan pula untuk menghitung besarnya nilai *PDV* jumlah mata uang($1) pada akhir tahun ke-1, 2, 3, hingga tahun ke-n, masing-masing sebagai berikut

$$PDV\ \$1\ (1\ \text{tahun}) = \frac{\$1}{(\mathrm{i}+1)}$$

$$PDV\ \$1\ (2\ \text{tahun}) = \frac{\$1}{(\mathrm{i}+1)^2}$$

$$PDV\ \$1\ (3\ \text{tahun}) = \frac{\$1}{(\mathrm{i}+1)^3}$$

$$\vdots$$

$$PDV\ \$1\ (\text{n tahun}) = \frac{\$1}{(\mathrm{i}+1)^{\mathrm{n}}}.$$

Generalisasi dari persamaan-persamaan di atas adalah perhitungan nilai uang sebesar *$D* pada periode ke-*n*, yaitu:

$$PDV\ (\$D) = \frac{\$\mathrm{D}}{(\mathrm{i}+1)^{\mathrm{n}}}. \qquad (3.15)$$

Untuk lebih memahami konsep ini maka perlu diberikan contoh kasus untuk nilai diskonto sekarang. Misalnya sebuah perusahaan "X" akan mendepositokan uangnya. Tujuannya untuk mendapatkan hasil sebesar $ 15.000 pada akhir periode deposito berjangka 3 tahun. Jika tingkat bunga sebesar 12 %, maka banyaknya uang yang harus disiapkan sekarang adalah:

$$PDV\ (\$D) \quad = \frac{\$D}{(i+1)^n}$$

$$PDV\ (\$15{,}000) = \frac{\$15{,}000}{(0.12+1)^3}$$

$$= \$10{,}676.70$$

Jadi dapat dilihat bahwa untuk mendapatkan hasil $15,000 pada akhir periode ke-3, harus diinvestasikan uang sebesar $10,676.70 dengan tingkat bunga sebesar 12%.

3.3.2 Hubungan PDV dan Keputusan Investasi

Berikutnya adalah pembahasan mengenai *PDV* yang dihubungkan dengan keputusan investasi. Asumsi yang digunakan adalah alat produksi tersebut akan mempunyai nilai guna sama dengan nol pada tahun ke-*n*. Diasumsikan juga alat produksi memberikan pengembalian pada tiap-tiap periode selama *n* tahun atau disebut juga penerimaan produk marjinal (*marginal revenue product*) R_i. Sehingga perhitungan *PDV* atas alat produksi adalah:

$$PDV \quad = \frac{R_1}{(i+1)} + \frac{R_2}{(i+1)^2} + \frac{R_3}{(i+1)^3} + \frac{R_4}{(i+1)^4} + \cdots + \frac{R_n}{(i+1)^n}, \qquad (3.16)$$

dengan

R_k adalah pengembalian per periode (dalam mata uang), dengan k =1,2,3,$\ldots$,n,

i adalah tingkat suku bunga (tingkat pengembalian atas barang).

Bila harga alat produksi $P>PDV$ maka dapat dipastikan perusahaan tidak akan mengambil resiko untuk menginvestasikan uangnya untuk pembelian alat produksi. Demikian pula sebaliknya bila $P<PDV$ maka perusahaan akan lebih mempertimbangkan pembelian alat produksi dibandingkan dengan menyewa alat produksi (Nicholson:1992:97).

Bila diasumsikan bahwa mesin memiliki usia pemakaian maksimum, artinya dapat digunakan sepanjang waktu dan untuk waktu yang lama. Diasumsikan juga penerimaan produk marjinal selalu sama untuk setiap tahun, maka nilai pengembalian yang seragam akan sama dengan tingkat sewa dari mesin tersebut misalnya (*v*).

Dengan asumsi-asumsi di atas, dapat dibentuk persamaan *PDV* bagi pemilik mesin produksi sebagai berikut:

$$PDV = \frac{v}{(r+1)} + \frac{v}{(r+1)^2} + \frac{v}{(r+1)^3} + \cdots + \frac{v}{(r+1)^n}$$

$$= v\left(\frac{1}{(r+1)} + \frac{1}{(r+1)^2} + \frac{1}{(r+1)^3} + \cdots + \frac{1}{(r+1)^n}\right)$$

$$= v\left(\frac{1}{1-\frac{1}{(1+r)}} - 1\right)$$

$$= v\left(\frac{r+1}{r} - 1\right)$$

$$= v.\frac{1}{r}$$

Pada saat keadaan kesetimbangan dicapai, dimana $P = PDV$ diperoleh

$$P = v.\frac{1}{r}$$

$$\Leftrightarrow \frac{v}{P} = r \qquad (3.17)$$

Persamaan (3.17) menjelaskan bahwa pada saat $P=PDV$ akan terjadi pemilihan keputusan berdasarkan faktor-faktor lain, karena perusahaan dapat menyewa alat produksi atau membeli alat produksi.

Pada kasus yang lebih komplek, diantaranya melibatkan depresiasi(penurunan kegunaan) mesin dan waktu. Pada kasus ini tingkat sewa atas mesin tidak konstan berdasarkan waktu dan juga terdapat depresiasi berdasarkan waktu.

Menurut (Nicholson:1992:105), bila tingkat sewa untuk mesin pada waktu *s* adalah v(s), dan depresiasi mesin *d*. Penerimaan produk marjinal dan tingkat sewa bersih dari suatu mesin akan berkurang kegunaannya bersamaan dengan bertambahnya waktu penggunaan. Sehingga tingkat sewa bersih dari suatu mesin pada tahun *s*, yang telah dibeli pada tahun *t* adalah:

$$v^{*}(s) = v(s)e^{-d(s-t)} \tag{3.18}$$

(*s*-*t*) adalah jumlah tahun dimana suatu mesin mengalami depresiasi.

Tingkat sewa bersih harus diperhitungkan sejak dari tahun *t* dengan memperhitungkan tingkat pengembalian *r*. Sehingga dapat dibentuk persaman baru

$$\begin{aligned} v^{**}(s) &= e^{-r(s-t)} v(s) e^{-d(s-t)} \\ &= e^{(s-t)(-r-d)} v(s) \\ &= e^{-(s-t)(r+d)} v(s) \\ &= e^{(-s+t)(r+d)} v(s) \\ &= e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} \end{aligned} \tag{3.19}$$

Berdasarkan uraian diatas dapat dibentuk persamaan PDV sebagai berikut. Bila pada selang waktu [t,s] terdapat tahun-tahun tertentu yaitu $\{t = t_0, t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n = s\}$ dan dibentuk partisi P dari selang tersebut yaitu ($\Delta t_1 = t_i - t_{i-1}$), maka bentuk jumlahan n dari PDV adalah

$$PDV(P, v(s)) = \sum_{i=1}^{n} v^{**}(s)\Delta t_1 \tag{3.20}$$

Bila diasumsikan $v(s)$ kontinu maka $v^{**}(s)$ kontinu, akibatnya $v^{**}(s)$ terintegral, sehingga dengan definisi 2.1.3 halaman 8 limitnya ada, dan persamaan PDV menjadi

$$PDV(t) = \int_t^s e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} ds\,. \tag{3.21}$$

Pada saat keadaan kesetimbangan dicapai, dimana $P = PDV$, diperoleh

$$PDV(t) = P(t) = \int_t^s e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} ds$$

$$= e^{(r+d)t} \int_t^s v(s) e^{-9r+d)s} ds, \tag{3.22}$$

bila diturunkan terhadap t, maka persamaan (3.22) menjadi

$$\frac{dP(t)}{dt} = (r+d) e^{(r+d)t} \int_t^s v(s) e^{-(r+d)s} ds - e^{(r+d)t} v(t) e^{-(r+d)t}$$

$$= (r+d)P(t) - v(t).$$

Akhirnya diperoleh $v(t)$ sebagai berikut:

$$v(t) = (r+d)P(t) - \frac{dP(t)}{dt} \tag{3.23}$$

Persamaan (3.23) menjelaskan, jika pemilik mesin mengharapkan nilai harga mesin akan terus meningkat dengan laju pertumbuhan harga terhadap waktu positif maka pemilik mesin hanya akan mendapatkan kurang dari biaya total untuk hasil sewa. Bila nilai mesin terus mengalami penurunan dengan laju pertumbuhan harga terhadap waktu negatif maka pemilik akan mendapatkan hasil keuntungan yang memadai dari penyewaan mesin. Hasil ini menunjukkan adanya hubungan harga mesin dengan aliran penerimaan masa datang dan tingkat sewa mesin sekarang.

3.3.2.1 Aplikasi *PDV* pada Kasus Penebangan Pohon

Diasumsikan pahon akan terus tumbuh jika tidak ditebang dan jika pohon sudah ditebang, maka pertumbuhan masa datang akan terhenti. Laba maksimum akan diperoleh apabila pohon ditebang pada saat penerimaan total melebihi biaya total dalam jumlah yang terbesar. Jika nilai pohon pada tahun t adalah $f(t)$, L adalah jumlah investasi untuk menanam pohon, dan tingkat pengembalian konstan adalah r, maka waktu yang dipilih untuk melakukan penebangan yang memaksimumkan PDV pada tahun t berdasarkan persamaan (3.22) adalah:

$$PDV(t) = e^{-rt} f(t) - L, \qquad (3.24)$$

yang secara sederhana merupakan perbedaan antara nilai penerimaan sekarang dengan nilai biaya-biaya sekarang (Nicholson:1992:112).

Persamaan (3.24) dapat dimaksimumkan dengan cara mendeferensialkan persamaan tersebut, yaitu:

$PDV(t) = e^{-rt} f(t) - L,$

Jika diturunkan atas t maka diperoleh,

$$\frac{d(PDV)}{dt} = \frac{d\left[e^{-rt} f(t) - L\right]}{dt}$$

$$= \frac{d\left[e^{-rt} f(t)\right] - d[L]}{dt}$$

$$= \frac{d\left[e^{-rt} f(t)\right]}{dt} - \frac{d[l]}{dt}$$

$$= \frac{d\left[e^{-rt} f(t)\right]}{dt} - 0$$

$$= \frac{d\left[e^{-rt} f(t)\right]}{dt}$$

dengan memisalkan :

$u = e^{-rt}$ diperoleh $\quad u' = -re^{-rt}$

$v = f(t)$ diperoleh $\quad v' = f'(t)$

$$\frac{d(uv)}{dt} = uv' + u'v$$

$$= \left[e^{-rt} \cdot f'(t)\right] + \left[\left(-re^{-rt}\right) \cdot f(t)\right]$$

$$= e^{-rt} f'(t) - re^{-rt} f(t)$$

Sehingga diperoleh :

$$\frac{dPDV(t)}{dt} = e^{-rt} f'(t) - re^{-rt} f(t) = 0, \tag{3.25}$$

dengan membagi kedua sisi persamaan diatas dengan e^{-rt}, diperoleh

$$\begin{aligned} & f'(t) - rf(t) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & r = \frac{f'(t)}{f(t)} \end{aligned} \tag{3.26}$$

Persamaan (3.26) hanya merupakan syarat pertama untuk maksimum. Untuk menjamin agar tercapai keadaan yang betul-betul maksimum, diperlukan syarat lain yaitu:

$$f''(t) - rf'(t) < 0, \tag{3.27}$$

dengan $f'(t) > 0$ dan $f''(t) > 0$,

Misalnya terdapat fungsi pertumbuhan $f(t) = e^{0,6\sqrt{t}}$ dan tingkat suku bunga konstan 0,05, dapat dicari waktu penebangan pohon sebagai berikut:

$$r = \frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{0,3}{\sqrt{t}}$$

$$\Leftrightarrow 0,05 = \frac{0,3}{\sqrt{t}}$$

$$\Leftrightarrow t = 36.$$

3.3.3 Hubungan *PDV* dan Suku Bunga Majemuk (*Compound Interest*)

Nilai diskonto sekarang dari setiap pembayaran $1 selama *n* tahun adalah

$$PDV = \frac{\$1}{(1+i)^n}, \tag{3.28}$$

dimana i adalah suku bunga (Nicholson, 1992).

Generalisasi persamaan PDV untuk sejumlah tahun (*n*) dengan menambahkan jumlah yang tepat adalah

$$PDV = \frac{\$1}{(1+i)} + \frac{\$1}{(1+i)^2} + \frac{\$1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{\$1}{(1+i)^n}. \tag{3.29}$$

Persamaan (3.29) dapat digunakan untuk menghitung hasil yang dijanjikan oleh setiap arus pembayaran. Jika harga dari arus pembayaran P dan aliran pembayaran $D_1, D_2, D_3, \cdots, D_n$, maka persamaan (3.29) menjadi

$$P = PDV = \frac{D_1}{(1+i)} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \frac{D_3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{D_n}{(1+i)^n}. \qquad (3.30)$$

Jika dimisalkan $\delta = \dfrac{1}{(1+i)}$, maka persamaan (3.30) menjadi

$$PDV = \delta D_1 + \delta^2 D_2 + \delta^3 D_3 + \cdots + \delta^n D_n. \qquad (3.31)$$

Persamaan (3.31) dapat diubah, dengan menurunkan suatu konsep yang disebut sebagai *anuitas* yaitu pembayaran secara tetap sejumlah D selama n periode, sehingga persamaan (3.31) menjadi

$$\begin{aligned} PDV &= \delta D + \delta^2 D + \delta^3 D + \cdots + \delta^n D \\ &= D\left(\delta + \delta^2 + \delta^3 + \cdots + \delta^n\right) \\ &= D\delta\left(1 + \delta + \delta^2 + \cdots + \delta^{n=1}\right) \\ &= D\delta\left(\frac{1-\delta^n}{1-\delta}\right), \end{aligned}$$

jika $\lim\limits_{n\to\infty} \delta^n = 0$, maka

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} PDV &= \lim_{n\to\infty} D\delta\left(\frac{1-\delta^n}{1-\delta}\right) \\ &= D\delta\left(\frac{1}{1-\delta}\right), \end{aligned}$$

dari definisi δ, diperoleh

$$PDV = D\left(\frac{1}{1+i}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{1}{1+i}}\right) = \frac{D}{i}. \qquad (3.32)$$

BAB IV

PENUTUP

1.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Tingkat pengembalian mempunyai hubungan matematis dengan tingkat konsumsi pada suatu periode dan keadaan kapital pada periode yang akan datang, yaitu

   $$\frac{\Delta C_0}{\Delta C_1} = \frac{1}{r+1}$$

   Persamaaan di atas menunjukkan berapa C_0 (konsumsi pada periode sekarang) yang harus dikorbankan agar C_1 (konsumsi pada periode yang akan datang) bisa ditingkatkan satu unit.

2. Terdapat hubungan antara teori nilai diskonto sekarang dengan keputusan investasi, yaiu sebagai berikut

   a. $\frac{v}{p} = r,$ dengan v : tingkat sewa, r : tingkat pengembalian dan p : harga barang adalah untuk kasus sederhana yang berkaitan dengan tingkat suku bunga dan tingkat sewa mesin. Artinya tingkat sewa mesin terhadap harga mesin harus sama dengan tingkat pengembalian mesin.

b. $v(t) = (r+d)P(t) - \frac{dP(t)}{dt}$, untuk kasus umum yang berkaitan dengan tingkat suku bunga, tingkat sewa mesin dan depresiasi mesin berdasarkan waktu. Artinya jika pemilik mesin mengharapkan nilai harga mesin akan terus meningkat $\frac{dP(t)}{dt} > 0$, maka pemilik mesin hanya akan mendapatkan kurang dari $(r+d)P$ untuk hasil sewa. Bila nilai mesin terus mengalami penurunan $\frac{dP(t)}{dt} < 0$, maka pemilik akan mendapatkan hasil keuntungan yang memadai dari penyewaan mesin.

1.2 Saran

Bagi para pembaca yang tertarik untuk mempelajari lebih lanjut, dapat mengembangkan aplikasi matematika ini pada teori-teori lain dalam bidang ekonomi mikro, misalnya teori maksimisasi laba, teori minimisasi biaya, teori diskonto arus kas, dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, R.G., and Sherbert, D. R..*Introduction to Real Analysis*, John Willey & Sons, inc., New York, 1994.

Mankiw, N. G. *Principles of Microeconomics*, The Dryden Press, 1998.

Muslich, *Analisis Real II*, LPP dan UNS Press, Surakarta, 2005.

Nicholson, W.. *Microeconomic Theory, Basic Principles and Extention*, 5th ed, The Dryden Press, 1992.

Nicholson, W.. *Intermediate Microeconomics and its Application*, 9th ed, South-Western, 2004.

Pindyck, R. S and Rubinfield, D. L.. *Microeconomics*, 4th ed, Prectice Hall International, Inc, 1998.

Samuelson, P.A and Nordhaus, W. D. *Microeconomics*. 17th ed, McGraw-Hill, 2001.

Purcell, E.J., and Varberg, D. *Kalkulus dan Geometri Analitis, 1999.*