MASALAH STRUM-LIOUVILLE SINGULAR

DAN APLIKASINYA

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan

Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Oleh

Umi Amroni

NIM. 04305141024

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2009

PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul “Masalah Sturm-Liouville Singular dan Aplikasinya” ini telah disetujui oleh pembimbing untuk diujikan.

Yogyakarta, 16 Juni 2009

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Hartono	Tuharto, M. Si.
NIP. 131 656 357	NIP. 131 872 513

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul "Masalah Strum-Liouville Singular dan Aplikasinya" ini telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada tanggal 14 Oktober 2009 dan dinyatakan lulus.

DEWAN PENGUJI

Nama	Jabatan	Tandatangan	Tanggal
Dr. Hartono **NIP. 131 656 357**	**Ketua Penguji**	**………………**	**…………**
Tuharto, M. Si. **NIP. 131 872 513**	**Sekretaris Penguji**	**………………**	**…………**
Dr. Jailani **NIP. 131 570 326**	**Penguji Utama**	**………………**	**…………**
Emut, M. Si. **NIP. 131 808 333**	**Penguji Pendamping**	**………………**	**…………**

Yogyakarta, Oktober 2009
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan

Dr. Ariswan
NIP. 131 791 367

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Yogyakarta,   Juni 2009
Yang menyatakan,

(Umi Amroni)

MOTTO

“Peliharalah Allah, niscaya Dia akan memeliharamu; peliharalah Allah, niscaya engkau akan menjumpai-Nya dihadapanmu; **kenalilah Allah saat senang, niscaya Dia akan mengenalimu saat kamu susah**; apabila kamu meminta, mintalah kepada Allah, & apabila kamu meminta pertolongan, mintalah pada Allah...”

HR Tirmidzi

Jika kau lelah, basuh lelahmu dengan kesabaran

Ceritakan dukamu pada ketabahan

Usap airmatamu dengan harapan

Jika terluka, tetaplah tersenyum untuk semua orang disekitarmu

Karena itu tanda syukur pada Rabb-mu...

_ro_nee15_

PERSEMBAHAN

Karya tulis yang sederhana ini aku persembahkan untuk :

- Allah SWT & Rosulullah Muhammad SAW**;** *Ya Rabb, jadikanlah langkah-langkah kecilku ini sebagai kendaraan yang akan mengantarkan hamba menuju ridho & surga-Mu…*

- Bapak&Ibu, untuk setiap tetesan keringat, kasih sayang, pengorbanan, & doa yang selalu dipanjatkan di akhir malam untukku; *Robbi anzilni munzalan mubarokatan wa anta khoirun munzilin…*

- Adikku*:* Fauzan& Ifa, untuk setiap detik kebersamaan yang telah kita lalui bersama; Allah telah memilih kita untuk mengukir perjalanan kehidupan keluarga ini, *so… Laa tahzan, innaLlaaha ma'anaa...*

- Do_why& tiwi; anggi & eva; pramita Sr;& puput, *thanks for the computers..*

- Teman2 Math R'04 : isni, nurul, suly, mamah, oktin, isna, ali, linggar, jayus, anto, PS Club (mas otoxs, herry, andry, rully), & semuanya; *untuk ukhuwah yang telah terjalin selama ini…*

- Temen2 seperjuanganku di : HIMATIKA 2006; BEM FMIPA UNY 2006&2007; KKN "Genk Jujur" Lokasi 15 Karanggayam; Surya Institute (SI) team at Pekalongan; karyawan & tentor cv. Neutron Yogyakarta, DPC Bambanglipuro; & DPD Bantul**..** *untuk setiap kesempatan diskusi, transfer ilmu, motivasi, & semangat yg telah diberikan…thanks for the experiences…*

- Setiap orang yang telah memberikan perannya masing-masing sebagai guru dalam hidupku sehingga aku bisa menjadi diriku yang sekarang...

MASALAH STRUM-LIOUVILLE SINGULAR

DAN APLIKASINYA

Oleh

Umi Amroni

NIM. 04305141024

ABSTRAK

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk menjelaskan apakah syarat batas masalah regular dapat digunakan dalam masalah singular, mendeskripsikan sifat-sifat nilai eigen dan fungsi eigen masalah singular, dan mengaplikasikan masalah singular dalam bidang fisika khususnya konduksi panas dalam media berbentuk tabung silinder.

Syarat batas masalah singular ditentukan dengan menyelesaikan masalah Sturm-Liouville yang terdiri dari persamaan diferensial Bessel orde nol dan syarat batas regular pada interval (0,1). Sifat-sifat nilai eigen dan fungsi eigen masalah singular dideskripsikan dengan menyelesaikan persamaan diferensial biasa linear homogen orde dua yang dilengkapi dengan syarat batas singular. Masalah Sturm-Liouville singular diaplikasikan dalam peristiwa konduksi panas dengan terlebih dahulu menentukan persamaan konduksi panas dalam tabung silinder berjari-jari *a* dengan tinggi *H* dan menyelesaikannya dengan metode pemisahan variabel.

Hasil pembahasan menunjukkan bahwa syarat batas Sturm-Liouville regular tidak dapat digunakan dalam masalah singular di titik batas singular $x = a$. Masalah ini dapat memiliki solusi nontrivial jika syarat batas tersebut digantikan oleh $y(x)$ dan $y'(x)$ terbatas saat $x \to a$. Nilai eigen dari masalah singular dapat berupa diskret, spektrum yang kontinu, maupun campuran antara diskret dan spektrum yang kontinu. Himpunan semua fungsi eigen dari nilai eigen diskret dapat diekspansikan menjadi suatu deret sebagaimana dalam ekspansi deret Fourier. Jika $u(r,\theta,z)$ menyatakan besarnya suhu di titik (r,θ,z), maka persamaan konduksi panas pada saat *steady-state* adalah $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0$, dan dengan menggunakan metode pemisahan variabel diperoleh persamaan diferensial Sturm-Liouville dengan syarat batas singular. Solusi persamaan konduksi panas ini diperoleh dengan menggunakan syarat batas singular dalam penyelesaian persamaan diferensialnya.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin. Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat dan nikmat iman sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Ariswan, selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas Negeri Yogyakarta.
2. Bapak Dr. Hartono, selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta sekaligus Pembimbing I yang telah memberikan motivasi, arahan, dan bimbingan dalam penulisan skripsi ini.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.S selaku Ketua Program Studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta atas semua wejangan, arahan, dan bimbingan selama penulis menjadi mahasiswi UNY.
4. Bapak Tuharto, M. Si. selaku pembimbing II yang telah memberikan nasehat, arahan, dan bimbingan dalam penulisan skripsi ini.
5. Ibu R. Rosnawati, M. Si. selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan masukan dan dorongan kepada penulis dalam setiap permasalahan akademik yang penulis hadapi selama menjadi mahasiswi UNY.
6. Segenap dosen jurusan pendidikan matematika FMIPA UNY untuk segala ilmu, diskusi, dan pengalaman belajar yang diberikan.

7. Seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik langsung maupun tidak langsung, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan, baik kesalahan penulisan maupun kesalahan lain sehingga dapat merubah makna. Oleh karena itu penulis menerima kritik dan saran yang membangun guna penyempurnaan karya-karya penulis selanjutnya di masa yang akan datang.

Yogyakarta, Juni 2009

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

λ	=	Nilai eigen dari masalah Sturm-Liouville
∇^2	=	Operator Laplace
u_r	=	Turunan pertama *u* terhadap *r*
u_{rr}	=	Turunan kedua *u* terhadap *r*
$c(x, y, z)$	=	Kapasitas panas (*heat capacity*) di titik (*x*,*y*,*z*)
$\rho(x, y, z)$	=	Densitas panas di titik (*x*,*y*,*z*)
$\boldsymbol{\phi}$	=	Vektor aliran panas (*a heat flux vector*)
K_0	=	Konduktivitas panas (*heat conductivity*)
$u(r, \theta, z)$	=	Besarnya suhu di titik (r, θ, z)

DAFTAR LAMPIRAN