PERSAMAAN INTEGRAL VOLTERRA DAN SOLUSINYA

Setia Dwi Utami
013114030

ABSTRAK

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk mengetahui konsep dan solusi dari persamaan integral Volterra linear jenis kedua. Persamaan integral Volterra merupakan persamaan integral dengan batas atas integrasinya berupa variabel dan batas bawahnya berupa tetapan. Persamaan integral Volterra terdiri dari persamaan integral Volterra jenis pertama dan jenis kedua. Keduanya bisa merupakan persamaan integral yang linear maupun non linear. Persamaan integral Volterra linear jenis kedua yang mempunyai bentuk umum $\phi(x) - \lambda \int_a^x K(x,y)\phi(y)dy = f(x)$, dengan $f(x)$ adalah fungsi yang diketahui, $\phi(x)$ adalah fungsi yang dicari dan $K(x,y)$ adalah kernel dari persamaan integral tersebut. Fungsi – fungsi tersebut adalah fungsi – fungsi yang kontinu dan terletak pada ruang $L_2[a,b]$.

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan integral Volterra jenis kedua pada skripsi ini adalah metode iterasi Picard pada kernel dan metode Neumann. Kedua metode ini menggunakan proses iterasi yang menghasilkan suatu barisan yang konvergen. Metode iterasi Picard pada kernel solusinya adalah $\phi(x) = f(x) - \lambda \int_0^x H(x,y;\lambda) f(y)\,dy$, dengan $H(x,y;\lambda) = -\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n K_{n+1}(x,y)$ disebut *resolvent kernel*. Untuk menentukan $H(x,y;\lambda)$, terlebih dahulu dilakukan proses iterasi terhadap kernelnya yang ditentukan dengan $K_1(x,y) = K(x,y)$ dan $K_n(x,y) = \int_y^x K(x,z)\, K_{n-1}(z,y)\,dz, \quad n = 2,3,\ldots$. Sedangkan untuk metode Neumann, solusi persamaan integral Volterra jenis kedua diperoleh dengan mengambil limit suku ke-n dari barisan yang dihasilkan dari proses iterasi untuk $n \to \infty$, yaitu $\phi(x) = \lim_{n\to\infty} \phi_n(x)$. Proses iterasinya ditentukan dengan

$\phi_0(x) = f(x)$ dan $\phi_n(x) = f(x) + \lambda \int_0^x K(x,y)\phi_{n-1}(y)\,dy$.

Metode iterasi Picard pada kernel mensyaratkan bahwa proses iterasi pada kernelnya menghasilkan barisan yang konvergen. Metode Neumann bisa digunakan dengan syarat $f(x) \neq 0$ dan barisan yang terbentuk pada proses iterasi adalah barisan yang konvergen.