ANALISIS KOVARIANS MULTIVARIAT DUA ARAH

DENGAN SATU KOVARIAT

SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
Guna Memenuhi Gelar Sarjana Sains

Disusun oleh :

Mita Tri Wulandari

06305144008

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2011

ANALISIS KOVARIANS MULTIVARIAT DUA ARAH

DENGAN SATU KOVARIAT

SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
Guna Memenuhi Gelar Sarjana Sains

Disusun oleh :

Mita Tri Wulandari

06305144008

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2011

PERSETUJUAN

ANALISIS KOVARIANS MULTIVARIAT DUA ARAH

DENGAN SATU KOVARIAT

SKRIPSI

Telah disetujui dan disahkan pada tanggal:

17 Januari 2011

untuk dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi

Program Studi Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Yogyakarta, 17 Januari 2011

Pembimbing

Dr. Dhoriva Urwatul W.

NIP.196603311993032001

PENGESAHAN

ANALISIS KOVARIANS MULTIVARIAT DUA ARAH

DENGAN SATU KOVARIAT

Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta. Pada tanggal 24 Januari 2011 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains.

Dewan Penguji

	Nama Lengkap	Tanda tangan	Tanggal
Ketua Penguji	: Dr. Dhoriva Urwatul W	....	....
Sekertaris Penguji	: Retno Subekti, M.Sc	....	....
Penguji Utama	: Dr. Djamilah B. W	....	....
Penguji Pendamping	: M. Susanti, M.Si	....	....

Yogyakarta,   Januari 2011

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Dekan

Dr. Ariswan

NIP 19590914 198803 1 003

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Mita Tri Wulandari

NIM : 06305144008

Prodi/Jurusan : Matematika/Pendidikan Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Judul TAS : Analisis Kovarians Multivariat Dua Arah dengan Satu Kovariat

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang sepengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau pendapat yang ditulis atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi lain kecuali pada bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan saya ini tidak benar, maka sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya.

Yogyakarta, Januari 2011

Yang menyatakan

Mita Tri Wulandari

06305144008

MOTTO

Sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan

(QS : Al-Insyirah 6)

Dan mintalah pertolongan (kepada Allah SWT) dengan sabar dan shalat. Dan sesungguhnya yang demikian itu sungguh berat, kecuali bagi orang-orang yang khusyu'.

(QS:Al-Baqarah 45)

Resep sukses adalah belajar disaat orang lain tidur, bekerja di saat orang lain bermalas-malasan, mempersiapkan disaat orang lain bermain, dan bermimpi di saat orang lain berkinginan.

(William A Ward)

Kegagalan adalah satu-satunya kesempatan untuk memulai lagi dengan lebih cerdik.

(Henry Ford)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, karya sederhana ini saya persembahkan kepada :

1. Bapak Ibu

   Terima kasih atas do'a, kasih sayang, pengertian, kesabaran, pengorbanan, dan dukungannya. Aku akan berusaha sebaik mungkin."Surga-Nya lah yang menjadi balasan atas setiap tetes keringat dan doa yang tercurah. Amin..."

2. Kakak dan ponakan

   Untuk Mas Memed, Mbak Ismay, ponakanku Akbar dan Sekar terima kasih untuk doa dan semua yang kalian berikan untukku.

3. Guru-guru dan para pengajar dalam hidupku

   Terimakasih untuk ilmu yang diberikan. Jasamu tiada tara...

4. Rita, Ayomi, Riki, Endah, Ika, Wiwik, Mbak Nanik

   Terimakasih untuk doa, bantuan, semangat dan kerjasamanya selama ini. Sukses untuk kalian !!!

5. Cicik, Vitria, Latifa, Hindun, Mbak Uut, Urfa, Echi, Grisa, Melisa, Laily dan semua sahabatku yang tak bisa kusebutkan satu persatu

   Terimakasih untuk doa, hari-hari bersama dan semangatnya. Sukses untuk kalian !!!

6. Muridku Alma dan Najmah

   Terimakasih untuk hari-hari belajar, berjuang, bermain, dan tertawa bersama kalian. "Sukses kalian adalah bayaran tak ternilai harganya bagiku"

7. Math NR' 06

   Sukses selalu buat kalian. Bagi teman-temanku yg masih berjuang "Semangat !!!"

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis haturkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga memberikan kekuatan, kemudahan, kemampuan dan kelapangan hati kepada penulis dalam menyelesaikan tugas akhir skripsi dengan judul “ Analisis Kovarians Multivariat dengan Satu Kovariat” guna memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Penulis menyadari akan kelemahan serta keterbatasan yang ada sehingga dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis memperoleh bantuan dari berbagai pihak. Dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Ariswan sebagai Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kesempatan penulis dalam menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Hartono sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.S sebagai Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.
4. Ibu Himmawati Puji Lestari, M.Si sebagai pembimbing akademik yang berkenan memberikan informasi dan pengarahan selama penulis duduk di bangku perkuliahan.

5. Ibu Dr. Dhoriva Urwatul W. sebagai pembimbing skripsi yang berkenan memberikan waktu bimbingan serta dengan penuh kesabaran memberi pengarahan dalam menyusun skripsi.
6. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan ilmu kepada penulis, semoga ilmu yang diberikan dapat bermanfaat.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan baik isi maupun susunannya. Untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun senantiasa penulis harapkan. Semoga amal dan kebaikan dari semua pihak mendapatkan balasan dari Allah SWT. Akhirnya penulis mengucapkan terima kasih dan semoga skripsi ini dapat bermanfaat tidak hanya bagi penulis tetapi juga bagi para pembaca. Amin.

Yogyakarta, 12 januari 2011

Penulis

Mita Tri Wulandari

06305144008

ANALISIS KOVARIANS MULTIVARIAT DUA ARAH

DENGAN SATU KOVARIAT

Oleh

Mita Tri Wulandari

06305144008

ABSTRAK

Multivariate Analysis of Covariance (MANCOVA) adalah analisis kovarians dimana setidaknya ada dua variabel dependen yang diukur secara simultan untuk menguji apakah terdapat perbedaan perlakuan terhadap sekelompok variabel dependen setelah disesuaikan dengan pengaruh variabel konkomitan. MANCOVA yang terdiri dari dua faktor disebut MANCOVA dua arah. Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah menjelaskan prosedur MANCOVA dua arah dengan satu kovariat serta contoh penerapannya.

Prosedur MANCOVA dua arah dengan satu kovariat meliputi: (1) Pengujian asumsi yang terdiri dari enam hal yaitu antar pengamatan harus independen, variabel dependen berdistribusi normal multivariat, homogenitas matriks varians kovarians, ada hubungan linear antara variabel dependen dan variabel konkomitan, koefisien regresi homogen antar perlakuan, dan variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan (2) Pengujian hipotesis, untuk menyelidiki adanya pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2, pengaruh faktor 1, dan pengaruh faktor 2 dengan menggunakan statistik uji Wilks' Lambda.

Contoh penerapan MANCOVA dua arah dengan satu kovariat pada skripsi ini di bidang pendidikan yang bertujuan untuk mengetahui apakah metode pembelajaran (tradisional dan *discovery*) dan perbedaan kelas berdasarkan waktu perkuliahan (kelas A yaitu kelas perkuliahan pagi pukul 08.00, kelas B yaitu kelas perkuliahan siang pukul 14.00, dan kelas C yaitu kelas perkuliahan malam pukul 20.00) dalam pembelajaran fisika berpengaruh terhadap nilai tes di bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan untuk interaksi antara metode pembelajaran dan perbedaan kelas dapat disimpulkan bahwa tidak ada pengaruhnya terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ. Untuk faktor metode pembelajaran dan perbedaan kelas, dapat disimpulkan bahwa ada pengaruhnya terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Perancangan percobaan merupakan metode percobaan yang sistematis dan terarah sehingga akan menghasilkan percobaan yang tidak bias. Dalam percobaan yang ingin diketahui adalah efek atau pengaruh dari faktor atau beberapa faktor beserta interaksinya dimana pola dari variabel respons hanya dipengaruhi oleh faktor-faktor yang diamati dan kesalahan percobaan. Tetapi kenyataannya tidaklah selalu demikian. Meskipun pemberian perlakuan sudah dilakukan secermat mungkin, seringkali masih dijumpai dalam suatu percobaan ternyata juga dipengaruhi oleh variabel-variabel lain di luar variabel penelitian.

Misalkan variabel Y adalah suatu variabel respons yang terjadi akibat efek dari suatu faktor atau beberapa faktor. Akan tetapi, ada kenyataan nilai-nilai variabel Y bisa berubah-ubah karena ada variabel lain, misalnya variabel X. Variabel X ini sering tidak dapat dikontrol, sehingga tidak dapat diabaikan begitu saja saat dilakukan percobaan. Variabel X yang bersifat demikian disebut variabel konkomitan (Sudjana, 1994 : 341). Apabila dalam suatu percobaan terdapat variabel konkomitan, maka analisis yang tepat digunakan adalah analisis kovarians atau sering disebut dengan ANCOVA.

Analisis kovarians adalah teknik statistik yang merupakan perpaduan antara analisis regresi dengan analisis varians atau ANAVA (Rencher, 1998 :

178). ANCOVA berfungsi untuk memurnikan pengaruh variabel dependen dari pengaruh variabel konkomitan. Tetapi analisis ini tidak dapat digunakan untuk penelitian terhadap lebih dari dua variabel secara bersamaan, sehingga diperlukan teknik analisis untuk penelitian terhadap lebih dari dua variabel secara bersamaan. Teknik analisis multivariat yang digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah *Multivariate Analysis of Covariance* (MANCOVA). MANCOVA adalah perluasan dari *Analysis of Covariance* (ANCOVA), perbedaannya yaitu ANCOVA menggunakan variabel skalar sedangkan MANCOVA menggunakan variabel vektor. Menurut Raykov & Marcoulides (2008 : 192), MANCOVA adalah analisis kovarians dimana setidaknya ada dua variabel dependen yang dianggap simultan. MANCOVA juga mirip dengan analisis variansi multivariat atau MANOVA, tetapi memungkinkan untuk mengendalikan pengaruh variabel independen tambahan yaitu variabel konkomitan.

MANCOVA dapat diterapkan pada percobaan satu faktor maupun percobaan faktorial. Untuk percobaan satu faktor disebut MANCOVA satu arah, sedangkan jika dalam suatu percobaan terdiri dari dua faktor maka disebut MANCOVA dua arah. MANCOVA yang terdiri dari dua faktor dan dipengaruhi oleh satu variabel independen tambahan yaitu variabel konkomitan disebut MANCOVA dua arah dengan satu kovariat.

Ada berbagai macam cara pengujian dalam MANCOVA, yaitu dengan menggunakan statistik uji Pillai's Trace, Wilks' Lambda, Hotelling's Trace, dan Roy's Largest Root. Pada penulisan ini, penulis akan membahas MANCOVA dua arah dengan satu kovariat beserta contoh penerapannnya dalam bidang pendidikan dengan statistik uji yang digunakan adalah Wilks’ Lambda yaitu rasio dari jumlah kuadrat dalam grup terhadap total jumlah kuadrat.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimana prosedur MANCOVA dua arah dengan satu kovariat?
2. Bagaimana contoh penerapan MANCOVA dua arah dengan satu kovariat?

C. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut maka tujuan penulisan ini adalah sebagai berikut :

1. Menjelaskan prosedur MANCOVA dua arah dengan satu kovariat.
2. Menjelaskan contoh penerapan MANCOVA dua arah dengan satu kovariat.

D. Manfaat Penulisan

1. Bagi Mahasiswa

   Memberikan gambaran tentang MANCOVA dua arah dan contoh penerapan MANCOVA dua arah dalam bidang pendidikan, khususnya bagi mahasiswa matematika.

2. Bagi Jurusan Pendidikan Matematika

   Menambah referensi perpustakaan Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pembahasan tentang MANCOVA dua arah memerlukan beberapa materi yang digunakan sebagai dasar – dasar perhitungan. Oleh karena itu dalam bab ini akan dibahas beberapa materi antara lain matriks, vektor, varians kovarians, analisis multivariat, dan ANCOVA dua arah.

A. Matriks

Matriks adalah susunan segi empat dari bilangan-bilangan yang diatur dalam baris dan kolom, sehingga panjang dan lebarnya ditunjukan oleh banyaknya baris dan kolom. Maka yang dimaksud dengan matriks berordo $m \times n$ adalah kumpulan dari $m \times n$ unsur yang disusun dalam m baris dan n kolom.

Matriks $\mathbf{A}_{m\times n}$ dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{A} = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

dengan a_{ij} adalah unsur matriks baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dalam matriks **A**.

1. Operasi matriks

   a. *Transpose* matriks

      Transpose dari matriks $\mathbf{A}_{m\times n}$ dengan unsur a_{ij} dinotasikan dengan **A’** atau $\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$ adalah matriks bertipe $n \times m$ yang memiliki unsur a_{ji} .

Beberapa sifat *transpose* matriks adalah **(A')'**=**A**, **(A±B)'**=**A'±B'**, dan **(ABC)'**=**C'B'A'**

b. Penjumlahan/ pengurangan matriks

Jika **A** = $[a_{ij}]$ dan **B** = $[b_{ij}]$ dua matriks $m \times n$, jumlah (selisihnya), **A** ± **B**, didefinisikan sebagai matriks **C** = $[c_{ij}]$, $m \times n$, dengan tiap elemen C adalah jumlah (selisih) elemen **A** dan **B** yang mempunyai orde sama. Jadi, $\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = \left[a_{ij} \pm b_{ij}\right]$.

c. Perkalian matriks

a) Perkalian matriks dengan skalar

Jika **A** adalah sebuah matriks dan *c* adalah suatu skalar, maka hasil kali (*product*) c**A** adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing- masing entri dari **A** dengan *c*.

b) Perkalian matriks dengan matriks

Dua matriks **AB** dapat dikalikan bila dan hanya bila banyak kolom **A** sama dengan banyak baris matriks **B**. Jadi $\mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{B}_{n\times p}$ bisa didefinisikan tetapi $\mathbf{B}_{n\times p}\mathbf{A}_{m\times n}$ tidak dapat didefinisikan.

d. Partisi

Kadang-kadang untuk mempermudah pekerjaan suatu matriks perlu dinyatakan dalam matriks-matriks bagian. Misal **A**= $(a_{ij})_{n\times p}$ dinyatakan dengan notasi

$$\boldsymbol{A} = \left[\begin{array}{c:c} \boldsymbol{A_{11}} & \boldsymbol{A_{12}} \\ \hdashline \boldsymbol{A_{21}} & \boldsymbol{A_{22}} \end{array}\right] \tag{2.2}$$

dimana $\mathbf{A_{11}}$, $\mathbf{A_{12}}$, $\mathbf{A_{21}}$, $\mathbf{A_{22}}$ adalah matriks-matriks yang diperoleh dari matriks **A** dengan melenyapkan baris-baris tertentu dan kolom-kolom tertentu.

2. Determinan

Determinan dari **A** dinotasikan dengan det (**A**), atau det **A**, atau $|\mathbf{A}|$. Determinan matriks hanya didefinisikan untuk matriks bujur sangkar. Sebelum didefinisikan determinan matriks, terlebih dahulu didefinisikan minor dan kofaktor sebagai berikut.

Jika **A** adalah suatu matriks bujur sangkar, maka minor unsur a_{ij} dinyatakan oleh M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan submatriks yang masih tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari **A**. Bilangan $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dinyatakan oleh C_{ij} dan disebut kofaktor unsur a_{ij} (Anton, 1987 : 77).

Menurut Anton (1987 : 79), determinan $\mathbf{A}_{n\times n}$ dapat diperoleh dengan cara mengalikan unsur-unsur dalam suatu baris (atau kolom) dengan kofaktor-kofaktornya dan menambahkan hasil kali yang dihasilkan untuk $1 \le i \le n$ dan $1 \le j \le n$, yaitu $|\mathbf{A}| = a_{j1}c_{j1} + a_{j2}c_{j2} + \cdots + a_{jn}c_{jn}$ (perluasan kofaktor disepanjang baris ke-j) dan $|\mathbf{A}| = a_{i1}c_{i1} + a_{i2}c_{i2} + \cdots + a_{in}c_{in}$ (perluasan kofaktor disepanjang baris ke-i).

3. Invers

Matriks-matriks **A** dan **B** sedemikian hingga **AB** = **BA** = **I** maka **A** disebut invers **B** atau ($\mathbf{B}^{-1}$) dan sebaliknya **B** adalah invers **A** atau ($\mathbf{A}^{-1}$) sehingga berlaku $\mathbf{AA^{-1}} = \mathbf{A^{-1}A} = \mathbf{I}$ dimana **I** matriks identitas. Invers matriks **A** dirumuskan :

$$\mathbf{A^{-1}} = \frac{1}{\det(\boldsymbol{A})} Adj(\boldsymbol{A}) \tag{2.3}$$

dimana,

Adjoin **A** yang dinyatakan dengan $Adj(\boldsymbol{A})$ adalah *transpose* dari matriks kofaktor **A.**

B. Vektor

Susunan bilangan dalam bentuk kolom tunggal atau bentuk baris tunggal disebut vektor. Vektor **X** disebut vektor kolom jika susunan bilangan entri-entri **X** dalam bentuk kolom tunggal. Vektor kolom juga dapat diartikan sebagai matriks yang terdiri atas satu kolom, atau matriks berorde $n \times 1$. Susunan **X** dari n bilangan $x_1, x_2, ..., x_n$ disebut vektor kolom dan dinyatakan dengan $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$.

Jika suatu vektor kolom dinyatakan sebagai vektor baru, yaitu vektor baris, maka vektor baru ini disebut *transpose* dari vektor kolom tersebut. Demikian pula jika suatu vektor baris dinyatakan sebagai vektor baru, yaitu vektor kolom, maka vektor baru ini disebut *transpose* dari vektor baris tersebut (Suryanto, 1988 : 7). Jika $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ maka $\mathbf{X}' = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$. Jadi, *transpose* dari vektor berorde $n \times 1$ adalah vektor berorde $1 \times n$.

C. Varians Kovarians

Varians merupakan ukuran penyebaran dari suatu data. Varians untuk data populasi diberi simbol σ^2, sedangkan varians untuk sampel diberi simbol s^2. Notasi lain dan varians untuk variabel acak X dapat ditulis σ_X^2 atau Var(X).

Varians populasi terhingga $x_1, x_2, \dots, x_N$ didefinisikan sebagai (Walpole, 1995 : 33) :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N} \qquad (2.4)$$

dengan

μ = rata-rata populasi

N = banyaknya data observasi

Varians sampel untuk sebuah sampel acak $x_1, x_2, \dots, x_n$ didefinisikan sebagai (Walpole, 1995 : 35) :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \qquad (2.5)$$

dengan

$\bar{x}$ = rata-rata hitung

n = banyaknya data observasi

Varians dari variabel acak X dinotasikan dengan $Var\,(X)$ dan didefinisikan sebagai (Bain, 1992 : 73) :

$$\begin{aligned} Var\,(X) &= E[(X-\mu)^2] \\ &= E(X^2) - \mu^2 \qquad (2.6) \end{aligned}$$

dengan

$E(X) = \int x\, f(x) dx$, jika *x* variabel acak kontinu

$E(X) = \sum x\, f(x) dx$, jika *x* variabel acak diskret

Sedangkan kovarians adalah ukuran keterkaitan antara dua variabel, misal *X* dan *Y*. Kovarians dinotasikan Cov(*X*,*Y*) atau σ_{XY}.

Kovarians dari variabel acak X dan Y didefinisikan sebagai (Bain, 1992 : 174) :

$$Cov(X,Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$

$$= E(X,Y) - E(X)E(Y) \quad (2.7)$$

D. Analisis Multivariat

Analisis multivariat adalah teknik-teknik analisis statistika yang memperlakukan sekelompok variabel dependen yang saling berkorelasi antar variabel-variabel itu (Suryanto, 1988 : 1). Analisis multivariat dilakukan karena adanya data multivariat. Data multivariat adalah data yang tidak hanya terdiri atas satu variabel, tetapi ada beberapa variabel yang digunakan untuk mengukur karakteristik tertentu. Dalam analisis multivariat, data tersebut tersusun dalam bentuk matriks.

1. Matriks Data Multivariat

   Penyajian data multivariat dalam bentuk matriks, misalkan y_{ij} adalah pengukuran variabel ke-*j* pada pengamatan ke-*i*.

	Variabel 1	Variabel 2	$\cdots$	Variabel j	$\cdots$	Variabel p
pengamatan 1 :	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1j}	$\cdots$	y_{1p}
pengamatan 2 :	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2j}	$\cdots$	y_{2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
pengamatan i :	y_{i1}	y_{i2}	$\cdots$	y_{ij}	$\cdots$	y_{ip}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
pengamatan n :	y_{n1}	y_{n2}	$\cdots$	y_{nj}	$\cdots$	y_{np}

Atau dalam bentuk matriks **Y** dengan n baris dan p kolom sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1j} & \dots & y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2j} & \dots & y_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{ij} & \cdots & y_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nj} & \cdots & y_{np} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

dengan :

y_{ij} = data pengamatan ke-i pada variabel ke-j

n = banyak pengamatan

p = banyak variabel

2. Vektor rata-rata

Misalkan **Y** merupakan matriks pengukuran n pengamatan dan p variabel, vektor rata-rata sampel dari **Y** dapat didefinisikan sebagai (Rencher, 1998 : 7) :

$$\bar{\boldsymbol{y}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_{i1} \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_{i2} \\ \vdots \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_{ip} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Misalkan **Y** merupakan vektor $p \times 1$, menurut Rencher (1998:8) rata-rata populasi atau nilai harapan dari **Y** didefinisikan sebagai vektor dari nilai-nilai harapan dari p variabel dan ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{Y}) = E\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(Y_1) \\ E(Y_2) \\ \vdots \\ E(Y_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu} \tag{2.10}$$

3. Matriks Varians Kovarians

Matriks varians kovarians populasi dapat diperoleh berdasarkan penjabaran berikut :

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})' = \boldsymbol{E}\left(\begin{bmatrix} Y_1-\mu_1 \\ Y_2-\mu_2 \\ \vdots \\ Y_p-\mu_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_1-\mu_1 & Y_2-\mu_2 & \cdots & Y_p-\mu_p \end{bmatrix}\right)$$

$$= \boldsymbol{E}\begin{bmatrix} (Y_1-\mu_1)^2 & (Y_1-\mu_1)(Y_2-\mu_2) & \cdots & (Y_1-\mu_1)(Y_p-\mu_p) \\ (Y_2-\mu_2)(Y_1-\mu_1) & (Y_2-\mu_2)^2 & \cdots & (Y_2-\mu_2)(Y_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (Y_p-\mu_p)(Y_1-\mu_1) & (Y_p-\mu_p)(Y_2-\mu_2) & \cdots & (Y_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E(Y_1-\mu_1)^2 & E(Y_1-\mu_1)(Y_2-\mu_2) & \cdots & E(Y_1-\mu_1)(Y_p-\mu_p) \\ E(Y_2-\mu_2)(Y_1-\mu_1) & E(Y_2-\mu_2)^2 & \cdots & E(Y_2-\mu_2)(Y_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E(Y_p-\mu_p)(Y_1-\mu_1) & E(Y_p-\mu_p)(Y_2-\mu_2) & \cdots & E(Y_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.6) dan (2.8) yaitu :

$\boldsymbol{Var}\ (\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu})^{\boldsymbol{2}}]$ dan

$\boldsymbol{Cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{E}[(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\mu_X})(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu_Y})]$

matriks diatas dapat ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{\mu})' = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} = \Sigma \qquad (2.11)$$

Matriks Σ pada persamaan di atas merupakan matriks varians kovarians dengan :

$\sigma_i^2 = Var\ (Y_i)$ yang menyatakan varians populasi

$\sigma_{ij} = Cov\ (Y_i, Y_j)$ yang menyatakan kovarians antara Y_i dan Y_j, untuk $i,j=1,2, \ldots, p$

Matriks kovarians sampel sebagai penduga untuk Σ adalah sebagai berikut :

$\boldsymbol{S} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{y_i}-\overline{\boldsymbol{y}})(\boldsymbol{y_i}-\overline{\boldsymbol{y}})'$, untuk i = 1, 2, ..., n

$$= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{ip} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix}\right)\left(\begin{bmatrix} y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{ip} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \cdots & \bar{y}_p \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}(y_{i1}-\bar{y}_1)^2 & \sum_{i=1}^{n}(y_{i1}-\bar{y}_1)(y_{i2}-\bar{y}_2) & \cdots & \sum_{i=1}^{n}(y_{i1}-\bar{y}_1)(y_{ip}-\bar{y}_p) \\ \sum_{i=1}^{n}(y_{i2}-\bar{y}_2)(y_{i1}-\bar{y}_1) & \sum_{i=1}^{n}(y_{i2}-\bar{y}_2)^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n}(y_{i2}-\bar{y}_2)(y_{ip}-\bar{y}_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n}(y_{ip}-\bar{y}_p)(y_{i1}-\bar{y}_1) & \sum_{i=1}^{n}(y_{ip}-\bar{y}_p)(y_{i2}-\bar{y}_2) & \cdots & \sum_{i=1}^{n}(y_{ip}-\bar{y}_p)^2 \end{bmatrix}$$

Jadi

$$\boldsymbol{S} = (s_{\boldsymbol{jk}}) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \ldots & s_{pp} \end{bmatrix} \qquad (2.13)$$

Dengan elemen diagonal s_{jj} (dapat dinotasikan dengan s_j^2) yang menyatakan varians sampel dari variabel ke-*j* yang diperoleh dari :

$$s_{jj} = s_j{}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_{ij} - \bar{y}_j\right)^2 \qquad (2.14)$$

dan s_{jk} merupakan kovarians sampel dari variabel ke-*j* dan ke-*k*

$$s_{jk} = s_{jk} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_{ij} - \bar{y}_j\right)\left(y_{ij} - \bar{y}_k\right) \qquad (2.15)$$

E. ANCOVA Dua Arah

1. Desain

Analisis kovarians atau sering disebut dengan ANCOVA adalah teknik statistik yang merupakan perpaduan antara analisis regresi dengan analisis varians atau ANAVA (Rencher, 1998 : 178). ANCOVA dilakukan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataanya variabel tertentu yang tidak dapat dikendalikan, tetapi sangat mempengaruhi variabel respons yang diamati. Variabel yang demikian disebut variabel konkomitan. Dengan kata lain, ANCOVA berfungsi untuk memurnikan pengaruh variabel respons dari pengaruh variabel konkomitan.

Variabel independen dalam ANCOVA sering disebut dengan faktor. ANCOVA dapat diterapkan pada percobaan satu faktor, dua faktor maupun banyak faktor. Untuk percobaan yang terdiri dari satu faktor disebut ANCOVA satu arah. Sedangkan percobaan yang terdiri dari dua faktor disebut ANCOVA dua arah. Berikut adalah tabel pengamatan ANCOVA dua arah dalam rancangan acak lengkap (RAL).

Tabel 2.1 Pengamatan ANCOVA Dua Arah

Faktor 1	Subjek	Faktor 2					Rata – rata	
		1		…	b			
		Y	X		Y	X	Y	X
1	1 ⋮ n	y_{111} ⋮ y_{11n}	x_{111} ⋮ x_{11n}	…	y_{1b1} ⋮ y_{1bn}	x_{1b1} ⋮ x_{1bn}	$\bar{y}_{1.1}$ ⋮ $\bar{y}_{1.n}$	$\bar{x}_{1.1}$ ⋮ $\bar{x}_{1.n}$
	Rata – rata	$\bar{y}_{11.}$	$\bar{x}_{11.}$	…	$\bar{y}_{1b.}$	$\bar{x}_{1b.}$	$\bar{y}_{1..}$	$\bar{x}_{1..}$
⋮	…	…	…	…	…	…	…	…
g	1 ⋮ n	y_{g11} ⋮ y_{g1n}	x_{g11} ⋮ x_{g1n}	…	y_{gb1} ⋮ y_{gbn}	x_{gb1} ⋮ x_{gbn}	$\bar{y}_{g.1}$ ⋮ $\bar{y}_{g.n}$	$\bar{x}_{g.1}$ ⋮ $\bar{x}_{g.n}$
	Rata – rata	$\bar{y}_{g1.}$	$\bar{x}_{g1.}$	…	$\bar{y}_{gb.}$	$\bar{x}_{gb.}$	$\bar{y}_{g..}$	$\bar{x}_{g..}$
Rata - rata total		$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{x}_{.1.}$	…	$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{x}_{.1.}$	$\bar{y}_{...}$	$\bar{x}_{...}$

Tabel diatas menjelaskan percobaan yang terdiri dari dua faktor yaitu faktor 1 dengan level g dan faktor 2 dengan level b, dengan subjek sebanyak n dan satu variabel konkomitan.

Menurut Rencher (1998 : 183), model linear ANCOVA dua arah adalah :

$$Y_{lkr} = \mu + \alpha_l + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{lk} + \beta X_{lkr} + \varepsilon_{lkr} \qquad (2.16)$$

dengan:

Y_{lkr} = nilai pengamatan pada satuan pengamatan ke-r yang memperoleh taraf ke- l dari faktor 1 dan taraf ke-k dari faktor 2

μ = rata-rata keseluruhan

α_l = taraf ke- l pengaruh faktor 1

γ_k = taraf ke- k pengaruh faktor 2

$(\alpha\gamma)_{lk}$ = pengaruh interaksi taraf ke- l faktor 1 dan taraf ke- k faktor 2

ε_{lkr} = galat yang muncul dari satuan percobaan ke-r yang memperoleh kombinasi perlakuan *lk* (taraf ke- *l* dari faktor 1 dan taraf ke- *k* dari faktor 2)
X_{lkr} = nilai pengamatan ke-*lkr* pada variabel konkomitan
β = koefisien regresi antara Y_{lkr} dengan X_{lkr}

Pada model tersebut asumsi yang harus dipenuhi adalah $\sum_{l=1}^{g}\alpha_l = \sum_{k=1}^{b}\gamma_k = \sum_{l=1}^{g}(\alpha\gamma)_{lk} = \sum_{k=1}^{b}(\alpha\gamma)_{lk} = 0$ dan $\varepsilon_{lkr} \sim IN(0, \sigma^2)$.

Dalam persamaan (2.16) di atas terdapat model regresi linear sederhana yaitu :

$$Y_{lkr} = \beta_0 + \beta_1 X_{lkr} + \varepsilon_{lkr} \tag{2.17}$$

Untuk analisis data ANCOVA dua arah diperlukan jumlah-jumlah kuadrat dan jumlah hasil kali sebagai berikut :

a. Jumlah kuadrat total (JKT) dan jumlah hasil kali total (JHKT) untuk variabel *X* dan *Y*

$$\text{JKT}_Y = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(y_{lkr} - \bar{y}_{...})^2 \tag{2.18}$$

$$\text{JKT}_X = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(x_{lkr} - \bar{x}_{...})^2 \tag{2.19}$$

$$\text{JHKT} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(x_{lkr} - \bar{x}_{...})(y_{lkr} - \bar{y}_{...}) \tag{2.20}$$

dengan derajat bebas = gbn -1

b. Jumlah kuadrat perlakuan (JKP) dan jumlah hasil kali perlakuan (JHKP) untuk variabel *X* dan *Y*

$$\text{JKP}_Y = n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{y}_{lk.} - \bar{y}_{...})^2 \tag{2.21}$$

$$\text{JKP}_X = n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{x}_{lk.} - \bar{x}_{...})^2 \tag{2.22}$$

$$\text{JHKP} = n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{x}_{lk.} - \bar{x}_{...})(\bar{y}_{lk.} - \bar{y}_{...}) \tag{2.23}$$

dengan derajat bebas = gb -1

c. Jumlah kuadrat faktor 1 (JKA) dan jumlah hasil kali untuk faktor 1(JHKA)

$$\text{JKA}_Y = bn\sum_{l=1}^{g}(\bar{y}_{l..}-\bar{y}_{...})^2 \quad (2.24)$$

$$\text{JKA}_X = bn\sum_{l=1}^{g}(\bar{x}_{l..}-\bar{x}_{...})^2 \quad (2.25)$$

$$\text{JKHA} = bn\sum_{l=1}^{g}(\bar{x}_{l..}-\bar{x}_{...})\,(\bar{y}_{l..}-\bar{y}_{...}) \quad (2.26)$$

dengan derajat bebas = g-1

d. Jumlah kuadrat faktor 2 (JKB) dan jumlah hasil kali untuk faktor 2 (JHKB)

$$\text{JKB}_Y = gn\sum_{k=1}^{b}(\bar{y}_{.k.}-\bar{y}_{...})^2 \quad (2.27)$$

$$\text{JKB}_X = gn\sum_{k=1}^{b}(\bar{x}_{.k.}-\bar{x}_{...})^2 \quad (2.28)$$

$$\text{JHKB} = gn\sum_{k=1}^{b}(\bar{x}_{.k.}-\bar{x}_{...})\,(\bar{y}_{.k.}-\bar{y}_{...}) \quad (2.29)$$

dengan derajat bebas = b -1

e. Jumlah kuadrat interaksi faktor 1 dan 2 (JKAB) dan jumlah hasil kali untuk interaksi faktor 1 dan faktor 2 (JKAB)

$$\text{JKAB}_Y = \text{JKP}_\text{Y} - \text{JKA}_\text{Y} - \text{JKB}_\text{Y}$$

$$= n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{y}_{lk.}-\bar{y}_{l..} - \bar{y}_{.k.}+\bar{y}_{...})^2 \quad (2.30)$$

$$\text{JKAB}_X = \text{JKP}_\text{X} - \text{JKA}_\text{X} - \text{JKB}_\text{X}$$

$$= n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{x}_{lk.}-\bar{x}_{l..} - \bar{x}_{.k.}+\bar{x}_{...})^2 \quad (2.31)$$

$$\text{JHKAB} = \text{JHKP} - \text{JHKA} - \text{JHKB}$$

$$= n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{x}_{lk.}-\bar{x}_{l..} - \bar{x}_{.k.} + \bar{x}_{...})\,(\bar{y}_{lk.}-\bar{y}_{l..} - \bar{y}_{.k.}+\bar{y}_{...}) \quad (2.32)$$

dengan derajat bebas = (g-1)(b -1)

f. Jumlah kuadrat galat (JKG) dan jumlah hasil kali galat (JHKG) untuk variabel *X* dan *Y*

$$\text{JKG}_Y = \text{JKT}_\text{Y} - \text{JKP}_\text{Y}$$

$= \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} (y_{lkr} - \bar{y}_{lk.})^2$ (2.33)

$JKG_X = JKT_X - JKP_X$

$= \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} (x_{lkr} - \bar{x}_{lk.})^2$ (2.34)

$JHKG = JHKT - JHKP$

$= \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} (x_{lkr} - \bar{x}_{lk.})(y_{lkr} - \bar{y}_{lk.})$ (2.35)

dengan derajat bebas = $gb(n$-1)

Dengan menggunakan metode penduga kuadrat terkecil akan dilakukan pendugaan parameter pada model (2.16) sebagai berikut:

$$\varepsilon_{lkr} = Y_{lkr} - \mu - \alpha_l - \gamma_k - (\alpha\gamma)_{lk} - \beta(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

$$JKG = \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} {\varepsilon_{lkr}}^2$$

$$JKG = \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} (Y_{lkr} - \mu - \alpha_l - \gamma_k - (\alpha\gamma)_{lk} - \beta(X_{lkr} - \bar{X}_{...}))^2$$

1) Penduga parameter μ

$$\frac{\partial JKG}{\partial \mu} = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial \mu} = -2 \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} (Y_{lkr} - \hat{\mu} - \alpha_l - \gamma_k - (\alpha\gamma)_{lk} - \beta(X_{lkr} - \bar{X}_{...})) = 0$$

diketahui bahwa $\sum_{l=1}^{g} \alpha_l = 0$ $\sum_{k=1}^{b} \gamma_k = 0$ $\sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} (\alpha\gamma)_{lk} = 0$ maka persamaan di atas menjadi :

$$\sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} Y_{lkr} - \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} \hat{\mu} = 0$$

$$Y_{...} - gbn\,\hat{\mu} = 0$$

$$\hat{\mu} = \frac{Y_{...}}{gbn} = \bar{Y}_{...} \tag{2.36}$$

Jadi, diperoleh $\hat{\mu} = \bar{Y}_{...}$

2) Penduga parameter α_l

$$\frac{\partial JKG}{\partial \alpha_l} = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial \alpha_l} = -2\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(Y_{lkr} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_l - \gamma_k - (\alpha\gamma)_{lk} - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})) = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n} Y_{lkr} - \sum_{k=1}^{b}\sum_{r}^{n} \hat{\mu} - \sum_{k=1}^{b}\sum_{r}^{n} \hat{\alpha}_l - \sum_{k=1}^{b}\sum_{r}^{n} \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

$$Y_{l..} - bn\,\bar{Y}_{...} - bn\hat{\alpha}_l - bn\hat{\beta}(X_{l..} - \bar{X}_{...}) = 0$$

$$\hat{\alpha}_l = \frac{Y_{l..}}{bn} - \frac{bn\bar{Y}_{...}}{bn} - \hat{\beta}\frac{(X_{l..} - \bar{X}_{...})}{bn}$$

$$\hat{\alpha}_l = \bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{l..} - \bar{X}_{...}) \tag{2.37}$$

Jadi,diperoleh $\hat{\alpha}_l = \bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{l..} - \bar{X}_{...})$

3) Penduga parameter γ_k

$$\frac{\partial JKG}{\partial \gamma_k} = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial \gamma_k} = -2\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(Y_{lkr} - \hat{\mu} - \alpha_l - \hat{\gamma}_k - (\alpha\gamma)_{lk} - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})) = 0$$

$$\sum_{l=1}^{g}\sum_{r=1}^{n} Y_{lkr} - \sum_{l=1}^{g}\sum_{r}^{n} \hat{\mu} - \sum_{l=1}^{g}\sum_{r}^{n} \hat{\gamma}_k - \sum_{l=1}^{g}\sum_{r}^{n} \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

$$Y_{.k.} - gn\,\bar{Y}_{...} - gn\hat{\gamma}_k - gn\hat{\beta}(X_{.k.} - \bar{X}_{...}) = 0$$

$$\hat{\gamma}_k = \frac{Y_{.k.}}{gn} - \frac{gn\bar{Y}_{...}}{gn} - \hat{\beta}\frac{(X_{.k.} - \bar{X}_{...})}{gn}$$

$$\hat{\gamma}_k = \bar{Y}_{.k.} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{.k.} - \bar{X}_{...}) \quad (2.38)$$

Jadi,diperoleh $\hat{\gamma}_k = \bar{Y}_{.k.} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{.k.} - \bar{X}_{...})$

4) Penduga parameter $(\alpha\gamma)_{lk}$

$$\frac{\partial JKG}{\partial(\alpha\gamma)_{lk}} = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial(\alpha\gamma)_{lk}} = -2\sum_{r=1}^{n}(Y_{lkr} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_l - \hat{\gamma}_k - \widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{n} Y_{lkr} - \sum_{r=1}^{n}\hat{\mu} - \sum_{r=1}^{n}\hat{\alpha}_l - \sum_{r=1}^{n}\hat{\gamma}_k - \sum_{r=1}^{n}\widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} - \sum_{r=1}^{n}\hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...}) = 0$$

$$Y_{lk.} - n\,\bar{Y}_{...} - n\hat{\alpha}_l - n\hat{\gamma}_k - n\widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} - \hat{\beta}(X_{lk.} - \bar{X}_{...}) = 0$$

$$\widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} = \frac{Y_{lk.}}{n} - \frac{n\bar{Y}_{...}}{n} - \frac{n\left(\bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{l..} - \bar{X}_{...})\right)}{n} -$$

$$\frac{n(\bar{Y}_{.k.} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{.k.} - \bar{X}_{...}))}{n} - \hat{\beta}\,\frac{(X_{lk.} - \bar{X}_{...})}{n}$$

$$\widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} = \bar{Y}_{lk.} - \bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{.k.} + \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{l..} - \bar{X}_{.k..} + \bar{X}_{...}) \quad (2.39)$$

Jadi,diperoleh $\widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} = \bar{Y}_{lk.} - \bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{.k.} + \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{l..} - \bar{X}_{.k..} + \bar{X}_{...})$

5) Penduga parameter β

$$\frac{\partial JKG}{\partial\beta} = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial\beta} = -2\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(Y_{lkr} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_l - \hat{\gamma}_k - \widehat{(\alpha\gamma)}_{lk} - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})\right)$$

$$(X_{lkr} - \bar{X}_{...}) = 0 \quad (2.40)$$

Dari persamaan (2.36), (2.37), (2.38), (2.39) disubsitusikan ke persamaan (2.40) sebagai berikut :

$$\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}[Y_{lkr} - \bar{Y}_{...} - (\bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{l..} - \bar{X}_{...})) - (\bar{Y}_{.k.} - \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{.k.} - \bar{X}_{...})) - (\bar{Y}_{lk.} - \bar{Y}_{l..} - \bar{Y}_{.k.} + \bar{Y}_{...} - \hat{\beta}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{l..} - \bar{X}_{.k..} + \bar{X}_{...})) - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})](X_{lkr} - \bar{X}_{...}) = 0$$

atau

$$\hat{\beta}\left[\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})^2 - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{...})(X_{lkr} - \bar{X}_{...})\right] = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}Y_{lkr}(X_{lkr} - \bar{X}_{...}) - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\bar{Y}_{lk.}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

dimana

$$JKP_X = n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{...})^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{...})(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

$$JHKT = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})(Y_{lkr} - \bar{Y}_{...})$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}Y_{lkr}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

$$JHKP = n\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{X}_{lk.} - \bar{X}_{...})(\bar{Y}_{lk.} - \bar{Y}_{...})$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\bar{Y}_{lk.}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})$$

Sehingga persamaan (2.40) dapat ditulis :

$$\hat{\beta}(JKT_X - JKP_X) = (JHKT - JHKP)$$

$$\hat{\beta} = \frac{JHKT - JHKP}{JKT_X - JKP_X} = \frac{JHKG}{JKG_X}$$

Jadi penduga β adalah :

$$\hat{\beta} = \frac{JHKG}{JKG_X} \qquad (2.41)$$

Kemudian menentukan jumlah-jumlah kuadrat terkoreksi. Berawal dari persamaan regresi $\hat{Y}_{lkr} = \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{lkr}) + \bar{Y}_{lkr}$. Jumlah kuadrat galat terkoreksi merupakan selisih kuadrat antara amatan dengan persamaan regresi.

Jumlah kuadrat galat terkoreksi adalah :

$$JKG_{Y.X} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(Y_{lkr} - \hat{Y}_{lkr}\right)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(Y_{lkr} - \left(\hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{lk.}) + \bar{Y}_{lk.}\right)\right)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left((Y_{lkr} - \bar{Y}_{lk.}) - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{lk.})\right)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(Y_{lkr} - \bar{Y}_{lk.})^2 - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(\hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{lk.})\right)^2$$

$$= JKG_Y - \beta^2\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(X_{lkr} - \bar{X}_{lk.})^2$$

$$= JKG_Y - \beta^2 JKG_X$$

$$= JKG_Y - \frac{JHKG^2}{{JKG_X}^2}JKG_X$$

$$= JKG_Y - \frac{JHKG^2}{JKG_X} \qquad (2.42)$$

dengan derajat bebas = $gb(n$-1)-1

Analog dengan persamaan (2.42) Jumlah kuadrat total terkoreksi diperoleh :

$$JKT_{Y.X} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(Y_{lkr} - \hat{Y}_{lkr}\right)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(Y_{lkr} - \left(\hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...}) + \bar{Y}_{...}\right)\right)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left((Y_{lkr} - \bar{Y}_{...}) - \hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})\right)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(Y_{lkr} - \bar{Y}_{...})^2 - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}\left(\hat{\beta}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})\right)^2$$

$$= JKT_Y - \beta^2 \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(X_{lkr} - \bar{X}_{...})^2$$

$$= JKT_Y - \beta^2 JKT_X$$

$$= JKT_Y - \frac{JHKT^2}{{JKT_X}^2} JKT_X$$

$$= JKT_Y - \frac{JHKT^2}{JKT_X} \qquad (2.43)$$

dengan derajat bebas = gbn -1-1

=gbn-2

Untuk mendapatkan uji hipotesis tentang pengaruh faktor 1, 2, dan interaksinya, perlu diperoleh jumlah kuadrat terkoreksi untuk faktor-faktor tertentu. “Total” dari masing-masing bentuk (A, B, dan AB) diperoleh dengan menambahkan galat ke bentuk jumlah kuadrat dan jumlah hasil kali (A+E, B+E, AB+E).

$$\text{JK (A + G)terkoreksi} = (JKA_Y + JKG_Y) - \frac{(JHKA + JHKG)^2}{JKA_X + JKG_X} \qquad (2.44)$$

Jumlah kuadrat faktor 1 terkoreksi adalah :

$$JKA_{Y.X} = JK(A + G)\text{terkoreksi} - JKG_{Y.X}$$

$$= (JKA_Y + JKG_Y) - \frac{(JHKA + JHKG)^2}{JKA_X + JKG_X} - JKG_Y + \frac{JHKG^2}{JKG_X}$$

$$= JKA_Y - \frac{(JHKA + JHKG)^2}{JKA_X + JKG_X} + \frac{JHKG^2}{JKG_X} \qquad (2.45)$$

dengan derajat bebas = (g-1)-1+1

= g-1

$$JK(B+G)\text{terkoreksi} = (JKB_Y + JKG_Y) - \frac{(JHKB + JHKG)^2}{JKB_X + JKG_X} \qquad (2.46)$$

Jumlah kuadrat faktor 2 terkoreksi adalah :

$$JKB_{Y.X} = JK(B+G)\text{terkoreksi} - JKG_{Y.X}$$

$$= (JKB_Y + JKG_Y) - \frac{(JHKB + JHKG)^2}{JKB_X + JHKG_X} - JKG_Y + \frac{JHKG^2}{JKG_X}$$

$$= JKB_Y - \frac{(JHKB + JHKG)^2}{JKB_X + JKG_X} + \frac{JHKG^2}{JKG_X} \qquad (2.47)$$

dengan derajat bebas = (b-1)-1+1

= b-1

$$JK(AB+G)\text{terkoreksi} = (JKAB_Y + JKG_Y) - \frac{(JKAB + JHKG)^2}{JKAB_X + JKG_X} \qquad (2.48)$$

Jumlah kuadrat interaksi terkoreksi adalah :

$$JKAB_{Y.X} = JK(AB+G)\text{terkoreksi} - JKG_{Y.X}$$

$$= (JKAB_Y + JKG_Y) - \frac{(JHKAB + JHKG)^2}{JKAB_X + JKG_X} - JKG_Y + \frac{JHKG^2}{JKG_X}$$

$$= JKAB_Y - \frac{(JHKAB + JHKG)^2}{JKAB_X + JKG_X} + \frac{JHKG^2}{JKG_X} \qquad (2.49)$$

dengan derajat bebas = (g-1)(b-1)-1+1

= (g-1)(b-1)

Kuadrat tengah terkoreksi dapat diperoleh dengan membagi jumlah kuadrat terkoreksi dengan derajat bebasnya.

2. Prosedur ANCOVA dua arah

a. Pengujian Asumsi ANCOVA dua arah

Untuk ANCOVA sejumlah asumsi diperlukan yang beberapa diantaranya sama dengan ANAVA yakni yang menyangkut variabel dependen, tetapi ada asumsi tambahan yang terkait dengan variabel konkomitan (Sudjana, 1994 : 352). Beberapa asumsi-asumsi yang harus dipenuhi sebelum pengujian ANCOVA adalah sebagai berikut:

a) Antar pengamatan independen

b) Variabel dependen berdistribusi normal

Asumsi ini dapat diperiksa dengan Q-Q plot. Jika data menyebar disekitar garis diagonal, maka data berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Beberapa prosedur analitik yang dapat digunakan untuk menguji normalitas adalah chi-square, uji shapiro-wilk, dan uji kolmogorov-smirnov.

c) Homogenitas Varians

Untuk menguji asumsi ini dapat menggunakan uji Bartlett dengan hipotesis nol $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ ... = \sigma_k^2$ yang menyatakan bahwa sampel berasal dari populasi yang mempunyai variansi yang homogen. Dimana sampel acak berukuran n_i yang masing-masing diambil dari populasi ke-i (i = 1,2, ..., k) yang berdistribusi normal, maka sebelum uji Bartlett harus dilakukan dahulu uji normalitas (Sudjana, 1994 : 51).

Statistik uji yang digunakan untuk uji Bartlett adalah :

$$\chi^2 = (\ln 10)\left\{B - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)log s_i^2\right\} \tag{2.50}$$

dimana

$$B = (log\ s^2)\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1) \tag{2.51}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)s_i^2}{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)} \tag{2.52}$$

Nilai χ^2_{hitung} ini kemudian dibandingkan dengan nilai $\chi^2_{\alpha(k-1)}$. Jika nilai $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{\alpha(k-1)}$ maka dapat disimpulkan bahwa sampel berasal dari populasi yang mempunyai variansi homogen.

d) Ada hubungan linear antara variabel dependen dan variabel konkomitan

Hipotesis untuk uji ini adalah:

i. $\mathrm{H}_0 : \beta = 0$ (artinya variabel *X* tidak mempengaruhi *Y*)

$\mathrm{H}_1 : \beta \neq 0$ (artinya variabel *X* mempengaruhi *Y*)

ii. Taraf signifikansi: α

iii. Statistik uji :

$$F = \frac{(JHKG)^2 \big/ JKG_X}{JKG_{Y.X} \big/ gb(n-1) - 1} \tag{2.53}$$

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(\text{db regresi, db galat terkoreksi})}$

v. Perhitungan

vi. Kesimpulan

e) Koefisien regresi homogen antar perlakuan

Untuk menguji asumsi ini dilakukan dengan:

i. Hipotesis untuk uji ini adalah:

H_0 : koefisien regresi homogen antar perlakuan

H_1 :koefisien regresi tidak homogen

ii. Taraf signifikansi: α

iii. Statistik uji :

Menurut Winner (1971 : 786)

$$F = \frac{S_1/(gb-1)}{S_2/gb(n-2)} \tag{2.54}$$

dimana

$$S_1 = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\frac{(JHKG_{lk})^2}{JKG_{X_{lk}}} - \frac{(JHKG)^2}{JKG_X} \tag{2.55}$$

$$S_2 = JKG_Y - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\frac{(JHKG_{lk})^2}{JHKG_{X_{lk}}} \tag{2.56}$$

$$JHKG_{lk} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} x_{lk}\, y_{lk} - \sum\frac{(\sum x_{lk})(\sum y_{lk})}{n} \tag{2.57}$$

$$JKG_{x_{lk}} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} {x_{lk}}^2 - \sum\frac{(\sum x_{lk})^2}{n} \tag{2.58}$$

iv. Kriteria keputusan:

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha((gb-1),gb(n-2))}$

v. Perhitungan

vi. Kesimpulan

f) Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

Asumsi ini dapat diperiksa dengan ANAVA pada kovariat (Rencher, 1998 : 179). Karena persoalan yang dibahas adalah percobaan dua arah, maka uji ini dapat dilakukan secara terpisah untuk faktor 1, faktor 2, dan interaksi faktor 1 dan faktor 2.

i. Hipotesis untuk uji ini adalah:

- Untuk interaksi faktor 1 dan faktor 2

  H_0 : variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan faktor 1 dan faktor 2 yang dicobakan.

  H_1 : variabel konkomitan berkorelasi dengan faktor 1 dan faktor 2 yang dicobakan.

- Untuk faktor 1

  H_0 : variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan faktor 1 yang dicobakan.

  H_1 : variabel konkomitan berkorelasi dengan faktor 1 yang dicobakan.

- Untuk faktor 2

  H_0 : variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan faktor 2 yang dicobakan.

  H_1 : variabel konkomitan berkorelasi dengan faktor 2 yang dicobakan.

ii. Taraf signifikansi : α

iii. Statistik uji :

- Untuk interaksi faktor 1 dan faktor 2

$$F = \frac{JKAB_X / (g-1)(b-1)}{JKG_X / gb(n-1)} \tag{2.59}$$

- Untuk faktor 1

$$F = \frac{JKA / (g-1)}{JKG / gb(n-1)} \tag{2.60}$$

- Untuk faktor 2

$$F = \frac{JKB_X / (b-1)}{JKG_X / gb(n-1)} \tag{2.61}$$

iv. Kriteria Keputusan :

- Untuk interaksi faktor 1 dan faktor 2

  H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha((g-1)(b-1),gb(n-1))}$

- Untuk faktor 1

  H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha((g-1),gb(n-1))}$

- Untuk faktor 2

  H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha((b-1),gb(n-1))}$

v. Perhitungan

vi. Kesimpulan

Apabila asumsi-asumsi di atas telah dipenuhi maka dapat dilanjutkan ke pengujian hipotesis ANCOVA dua arah.

b. Pengujian Hipotesis

Bentuk hipotesis ANCOVA dua arah adalah sebagai berikut :

1) Pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2

$\mathrm{H}_0 :\ \alpha\gamma_{11} = \alpha\gamma_{12} = \cdots = \alpha\gamma_{gb} = 0$

(tidak ada pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2 terhadap respons yang diamati)

$\mathrm{H}_1 :\ \exists\ \alpha\gamma_{lk} \neq 0 \quad l = 1,2, \dots, g\ dan\ k = 1,2, \dots, b$

(ada pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2 terhadap respons yang diamati)

2) Pengaruh faktor 1

$\mathrm{H}_0 :\ \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_g = 0$

(tidak ada pengaruh faktor 1 terhadap respons yang diamati)

$\mathrm{H}_1 :\ \exists\ \alpha_l \neq 0 \quad l = 1,2, \dots, g$

(ada pengaruh faktor 1 terhadap respons yang diamati)

3) Pengaruh faktor 2

$\mathrm{H}_0 :\ \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_b = 0$

(tidak ada pengaruh faktor 2 terhadap respons yang diamati)

$\mathrm{H}_1 : \exists\ \gamma_k \neq 0 \quad k = 1,2, \dots, b$

(ada pengaruh faktor 2 terhadap respons yang diamati)

Perhitungan nilai F dapat diringkas dalam Tabel 2.2 berikut :

Tabel 2.2 ANCOVA Dua Arah

SV	Sebelum dikoreksi				KT Regresi	db regresi	Setelah dikoreksi			F_{hit}
	Db	JK_X	JK_Y	JHK			Db	JK	KT	
Faktor 1	g-1	JKA_X	JKA_Y	JHKA	-	-	g-1	$JKA_{Y.X}$	$\frac{JKA_{Y.X}}{db}$	$\frac{KTA_{Y.X}}{KTG_{Y.X}}$
Faktor 2	b-1	JKB_X	JKB_Y	JHKB	-	-	b-1	$JKB_{Y.X}$	$\frac{JKB_{Y.X}}{db}$	$\frac{KTB_{Y.X}}{KTG_{Y.X}}$
Interaksi	$(g$-$1)$ $(b$-$1)$	$JKAB_X$	JKA B_Y	JHKAB	-	-	$(g$ -$1)$ $(b$-$1)$	$JKAB_{Y.X}$	$\frac{JKAB_{Y.X}}{db}$	$\frac{KTAB_{Y.X}}{KTG_{Y.X}}$
Galat	gb (n-1)	JKG_X	JKG_Y	JHKG	$\frac{JHKG^2}{JKG_X}$	1	gb (n-1)-1	$JKG_{Y.X}$	$\frac{JKG_{Y.X}}{db}$	-
Total	gbn-1	JKT_X	JKT_Y	JHKT	-	-	gbn-2	-	-	-

BAB III

PEMBAHASAN

Analisis kovarians multivariat (MANCOVA) adalah analisis kovarians dimana setidaknya ada dua variabel dependen yang dianggap simultan (Raykov & Marcoulides, 2008 : 192). MANCOVA merupakan perpaduan dari ANCOVA dan MANOVA yang memungkinkan peneliti untuk mengendalikan pengaruh dari satu atau lebih kovariat (Salkind, 2010 : 861). MANCOVA bertujuan untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan perlakuan terhadap sekelompok variabel dependen setelah disesuaikan dengan pengaruh variabel konkomitan.

A. Analisis Kovarians Multivariat (MANCOVA) Dua Arah dengan Satu Kovariat

Model MANCOVA merupakan gabungan antara MANOVA dan regresi multivariat (Timm, 2002 : 225). MANCOVA yang terdiri dari dua faktor dan dipengaruhi oleh satu variabel independen tambahan yaitu variabel konkomitan disebut MANCOVA dua arah dengan satu kovariat.

MANCOVA dua arah merupakan perluasan dari ANCOVA dua arah sehingga prosedur dalam MANCOVA dua arah sama dengan ANCOVA dua arah, perbedaannya adalah pada ANCOVA menggunakan variabel skalar sedangkan MANCOVA menggunakan variabel vektor. Proses komputasi dalam MANCOVA dua arah juga sama dengan

ANCOVA dua arah namun variabel dependen yang diamati lebih dari satu, berikut tabel pengamatannya.

Tabel 3.1 Data Pengamatan Mancova Dua Arah dengan Satu Kovariat

Faktor 1	Ulangan	Faktor 2									Rata – rata			
		1				…	b							
		Y_1	…	Y_p	X		Y_1	…	Y_p	X	Y_1	…	Y_p	X
	1	y_{1111}	…	y_{111p}	x_{111}		y_{1b11}		y_{1b1p}	x_{1b1}	$\bar{y}_{1.11}$		$\bar{y}_{1.1p}$	$\bar{x}_{1.1}$
	⋮	⋮	…	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮	⋮	⋮	…	⋮	⋮
1	N	y_{11n1}		y_{11np}	x_{11n}		y_{1bn1}		y_{1bnp}	x_{1bn}	$\bar{y}_{1.n1}$		$\bar{y}_{1.np}$	$\bar{x}_{1.n}$
	Rata – rata	$\bar{y}_{11.1}$	…	$\bar{y}_{11.p}$	$\bar{x}_{11.}$	…	$\bar{y}_{1b.1}$	…	$\bar{y}_{1b.p}$	$\bar{x}_{1b.}$	$\bar{y}_{1..1}$	…	$\bar{y}_{1..p}$	$\bar{x}_{1..}$
⋮	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	⋮
	1	y_{g111}		y_{g11p}	x_{g11}		y_{gb11}		y_{gb1p}	x_{gb1}	$\bar{y}_{g.11}$		$\bar{y}_{g.1p}$	$\bar{x}_{g.1}$
	⋮	⋮	…	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮	⋮	⋮	…	⋮	⋮
g	N	y_{g1n1}	…	y_{g1np}	x_{g1n}		y_{gbn1}	…	y_{gbnp}	x_{gbn}	$\bar{y}_{g.n1}$	…	$\bar{y}_{g.np}$	$\bar{x}_{g.n}$
	Rata – rata	$\bar{y}_{g1.1}$	…	$\bar{y}_{g1.p}$	$\bar{x}_{g1.}$	…	$\bar{y}_{gb.1}$	…	$\bar{y}_{gb.p}$	$\bar{x}_{gb.}$	$\bar{y}_{g..1}$	…	$\bar{y}_{g..p}$	$\bar{x}_{g..}$
Rata - rata total		$\bar{y}_{.1.1}$	…	$\bar{y}_{.1.p}$	$\bar{x}_{.1.}$	…	$\bar{y}_{.1.1}$	…	$\bar{y}_{.1.p}$	$\bar{x}_{.1.}$	$\bar{y}_{...1}$	…	$\bar{y}_{...p}$	$\bar{x}_{...}$

dengan :

l = 1,2,…, g (l adalah taraf dari faktor 1 sebanyak g)
k = 1,2,…,b (k adalah taraf dari faktor 2 sebanyak b)
r = 1,2,…,n (r adalah ulangan dalam percobaan sebanyak n)
i = 1,2, ... ,p (i adalah respons yang diamati sebanyak p)

Tabel di atas merupakan data pengamatan MANCOVA dua arah dengan interaksi yang terdiri dari taraf ke-l dari pengaruh faktor 1 dan taraf ke-k dari pengaruh faktor 2 dengan ulangan ke-n, dan respons yang diamati sebanyak p dengan tambahan satu kovariat.

Analisis data untuk MANCOVA dua arah dengan interaksi sebagai berikut :

i. Rata-rata seluruh pengamatan untuk variabel X dan Y

$$\bar{x}_{lkr} = \frac{\sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \sum_{r=1}^{n} x_{lkr}}{gbn} \tag{3.1}$$

$$\bar{y}_{lkr} = \frac{\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n} y_{lkr}}{gbn} \tag{3.2}$$

l = 1,2,…, g k = 1,2,…,b r = 1,2,…,n

ii. Rata – rata interaksi faktor 1 dan faktor 2

$$\bar{x}_{lk.} = \frac{\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} x_{lk.}}{n} \tag{3.3}$$

$$\bar{y}_{lk.} = \frac{\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} y_{lk.}}{n} \tag{3.4}$$

iii. Rata – rata pengaruh faktor 1

$$\bar{x}_{l..} = \frac{\sum_{l=1}^{g} x_{l..}}{bn} \tag{3.5}$$

$$\bar{y}_{l..} = \frac{\sum_{l=1}^{g} y_{l..}}{bn} \tag{3.6}$$

iv. Rata – rata pengaruh faktor 2

$$\bar{x}_{.k.} = \frac{\sum_{k=1}^{b} x_{.k.}}{gn} \tag{3.7}$$

$$\bar{y}_{.k.} = \frac{\sum_{k=1}^{b} y_{.k.}}{gn} \tag{3.8}$$

Menurut Rencher (1998 : 188) model linear MANCOVA dua arah dengan interaksi adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y_{lkr} = \mu + \alpha_l + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{lk} + BX_{lkr} + \varepsilon_{lkr}} \tag{3.9}$$

Pada model tersebut asumsi yang harus dipenuhi adalah $\boldsymbol{\sum_{l=1}^{g}\alpha_l = \sum_{k=1}^{b}\gamma_k = \sum_{l=1}^{g}(\alpha\gamma)_{lk} = \sum_{k=1}^{b}(\alpha\gamma)_{lk} = 0}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon_{lkr} \sim IN(0, \Sigma)}$.

Dalam model (3.9) terdapat model regresi multivariat yang terdiri dari satu kovariat yaitu :

$$\boldsymbol{Y}_{ilkr} = \boldsymbol{\beta}_{0i} + \boldsymbol{\beta}_{1i}\boldsymbol{X}_{lkr} + \boldsymbol{\varepsilon}_{ilkr} \quad (3.10)$$

dengan :

l = 1,2,…, *g*
k = 1,2,…,*b*
r = 1,2,…,*n*
i = 1,2, ... ,*p*
$\boldsymbol{Y}_{lkr}$ = vektor respons atau nilai pengamatan pada satuan percobaan ke-r yang memperoleh taraf ke- *l* dari faktor 1 dan taraf ke-k dari faktor 2
$\boldsymbol{\mu}$ = vektor rata-rata keseluruhan
$\boldsymbol{\alpha}_{l}$ = vektor taraf ke- *l* pengaruh faktor 1
$\boldsymbol{\gamma}_{k}$ = vektor taraf ke- *k* pengaruh faktor 2
$(\boldsymbol{\alpha\gamma})_{lk}$ = vektor pengaruh interaksi taraf ke- *l* faktor 1 dan taraf ke- *k* faktor 2
$\boldsymbol{\varepsilon}_{lkr}$ = vektor galat yang muncul dari satuan percobaan ke-*r* yang memperoleh kombinasi perlakuan *lk* (taraf ke- *l* dari faktor 1 dan taraf ke- *k* dari faktor 2)
$\boldsymbol{X}_{lkr}$ = vektor nilai pengamatan ke-*lkr* pada variabel konkomitan
$\boldsymbol{B}$ = matriks koefisien regresi yang menunjukkan ketergantungan $\boldsymbol{Y}_{lkr}$ pada $\boldsymbol{X}_{lkr}$

dimana

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1' \\ \boldsymbol{B}_2' \\ \vdots \\ \boldsymbol{B}_p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{11} \\ \beta_{02} & \beta_{12} \\ \vdots & \vdots \\ \beta_{0p} & \beta_{1p} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Sebelum memulai pengujian, perlu menghitung matrik **T, E** dan **H**. Matriks **T** merupakan matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang total untuk vektor kombinasi $\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \end{bmatrix}$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_{xx} & \boldsymbol{T}_{xy} \\ \boldsymbol{T}_{yx} & \boldsymbol{T}_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

dimana :

$$\boldsymbol{T}_{yy} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\boldsymbol{y}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{y}}_{\dots})(\boldsymbol{y}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{y}}_{\dots})' \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{T}_{xx} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\boldsymbol{x}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{x}}_{\dots})(\boldsymbol{x}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{x}}_{\dots})' \quad (3.14)$$

$$\boldsymbol{T}_{xy} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\boldsymbol{x}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{x}}_{\dots})(\boldsymbol{y}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{y}}_{\dots})' \quad (3.15)$$

dengan derajat bebas = gbn -1

Matriks **E** merupakan matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang galat yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{xx} & \boldsymbol{E}_{xy} \\ \boldsymbol{E}_{yx} & \boldsymbol{E}_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

dimana :

$$\boldsymbol{E}_{yy} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\boldsymbol{y}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{y}}_{lk.})(\boldsymbol{y}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{y}}_{lk.})' \quad (3.17)$$

$$\boldsymbol{E}_{xx} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\boldsymbol{x}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{x}}_{lk.})(\boldsymbol{x}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{x}}_{lk.})' \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{E}_{xy} = \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\boldsymbol{x}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{x}}_{lk.})(\boldsymbol{y}_{lkr}-\bar{\boldsymbol{y}}_{lk.})' \quad (3.19)$$

dengan derajat bebas = gb(n-1)

Sementara itu matriks **H** merupakan matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang pengaruh perlakuan yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{xx} & \boldsymbol{H}_{xy} \\ \boldsymbol{H}_{yx} & \boldsymbol{H}_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

dimana :

$$\boldsymbol{H}_{yy} = \boldsymbol{n}\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{\boldsymbol{y}}_{lk.} - \bar{\boldsymbol{y}}_{\dots})\,(\bar{\boldsymbol{y}}_{lk.}-\bar{\boldsymbol{y}}_{\dots})' \quad (3.21)$$

$$\boldsymbol{H}_{xx} = \boldsymbol{n}\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{\boldsymbol{x}}_{lk.} - \bar{\boldsymbol{x}}_{\dots})\,(\bar{\boldsymbol{x}}_{lk.}-\bar{\boldsymbol{x}}_{\dots})' \quad (3.22)$$

$$\boldsymbol{H}_{xy} = \boldsymbol{n}\sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}(\bar{\boldsymbol{x}}_{lk.} - \bar{\boldsymbol{x}}_{\dots})\,(\bar{\boldsymbol{y}}_{lk.}-\bar{\boldsymbol{y}}_{\dots})' \quad (3.23)$$

dengan derajat bebas = gb -1

Matrik $\mathbf{H_A}$ merupakan matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang pengaruh faktor 1 yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{H_A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H_{Axx}} & \boldsymbol{H_{Axy}} \\ \boldsymbol{H_{Ayx}} & \boldsymbol{H_{Ayy}} \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

dimana :

$$\boldsymbol{H_{Ayy}} = \boldsymbol{bn} \sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{g}} (\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{l}..} - \overline{\boldsymbol{y}}_{...})\,(\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{l}..} - \overline{\boldsymbol{y}}_{...})' \tag{3.25}$$

$$\boldsymbol{H_{Axx}} = \boldsymbol{bn} \sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{g}} (\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l}..} - \overline{\boldsymbol{x}}_{...})\,(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l}..} - \overline{\boldsymbol{x}}_{...})' \tag{3.26}$$

$$\boldsymbol{H_{Axy}} = \boldsymbol{bn} \sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{g}} (\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l}..} - \overline{\boldsymbol{x}}_{...})\,(\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{l}..} - \overline{\boldsymbol{y}}_{...})' \tag{3.27}$$

dengan derajat bebas = g-1

Matriks $\mathbf{H_B}$ merupakan matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang pengaruh faktor 2 yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{H_B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H_{Bxx}} & \boldsymbol{H_{Bxy}} \\ \boldsymbol{H_{Byx}} & \boldsymbol{H_{Byy}} \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

dimana :

$$\boldsymbol{H_{Byy}} = \boldsymbol{gn} \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{b}} (\overline{\boldsymbol{y}}_{.\boldsymbol{k}.} - \overline{\boldsymbol{y}}_{...})\,(\overline{\boldsymbol{y}}_{.\boldsymbol{k}.} - \overline{\boldsymbol{y}}_{...})' \tag{3.29}$$

$$\boldsymbol{H_{Bxx}} = \boldsymbol{gn} \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{b}} (\overline{\boldsymbol{x}}_{.\boldsymbol{k}.} - \overline{\boldsymbol{x}}_{...})\,(\overline{\boldsymbol{x}}_{.\boldsymbol{k}.} - \overline{\boldsymbol{x}}_{...})' \tag{3.30}$$

$$\boldsymbol{H_{Bxy}} = \boldsymbol{gn} \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{b}} (\overline{\boldsymbol{x}}_{.\boldsymbol{k}.} - \overline{\boldsymbol{x}}_{...})\,(\overline{\boldsymbol{y}}_{.\boldsymbol{k}.} - \overline{\boldsymbol{y}}_{...})' \tag{3.31}$$

dengan derajat bebas = b -1

Matrik $\mathbf{H_{AB}}$ merupakan matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2 yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{H_{AB}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H_{ABxx}} & \boldsymbol{H_{ABxy}} \\ \boldsymbol{H_{AByx}} & \boldsymbol{H_{AByy}} \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

dimana :

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{AByy}} = \boldsymbol{n}\sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{g}}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{b}}(\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{lk.}}-\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{l..}} - \overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{.k.}} + \overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{...}})(\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{lk.}}-\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{l..}} - \overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{.k.}}+\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{...}})' \quad (3.33)$$

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABxx}} = \boldsymbol{n}\sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{g}}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{b}}(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{lk.}}-\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l..}} - \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{.k.}} + \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{...}})(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{lk.}}-\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l..}} - \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{.k.}} + \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{...}})' \quad (3.34)$$

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABxy}} = \boldsymbol{n}\sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{g}}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{b}}(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{lk.}}-\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l..}} - \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{.k.}} + \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{...}})(\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{lk.}}-\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{l..}} - \overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{.k.}}+\overline{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{...}})' \quad (3.35)$$

dengan derajat bebas = (*g-1)(b* -1)

Pada dasarnya, generalisasi analisis univariat ke analisis multivariat adalah dengan mengganti variabel skalar seperti $(\bar{x}_{l..}-\bar{x}_{...})^2$ dengan variabel vektor $(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l..}}-\overline{\boldsymbol{x}}_{...})(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{l..}}-\overline{\boldsymbol{x}}_{...})'$ (Johnson dan Wichern, 2002 : 310). Oleh karena itu matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang terkoreksi yang merupakan generalisasi dari analisis univariat didefinisikan sebagai berikut :

a. Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang galat terkoreksi

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y.X}} = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yy}} - \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}.\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}}^{-\boldsymbol{1}}.\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}} \quad (3.36)$$

dengan derajat bebas = $gb(n\text{-}1)\text{-}1$

b. Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang total terkoreksi

$$\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{Y.X}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{yy}} - \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{yx}}.\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{xx}}^{-\boldsymbol{1}}.\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{xy}} \quad (3.37)$$

dengan derajat bebas = gbn -1-1

=gbn-2

c. Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang faktor 1 terkoreksi

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{AY.X}} = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Ayy}} - \left(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Ayx}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}\right)(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Axx}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}})^{-\mathbf{1}}$$

$$\left(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Axy}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}}\right) + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}}^{-\mathbf{1}} \tag{3.38}$$

dengan derajat bebas = (g-1)-1+1

= g-1

d. Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang faktor 2 terkoreksi

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{BY.X}} = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Byy}} - \left(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Byx}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}\right)(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Bxx}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}})^{-\mathbf{1}}$$

$$\left(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{Bxy}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}}\right) + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}}^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}} \tag{3.39}$$

dengan derajat bebas = (b-1)-1+1

= b-1

e. Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang interaksi faktor 1 dan faktor 2 terkoreksi

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABY.X}} = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{AByy}} - \left(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{AByx}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}\right)(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABxx}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}})^{-\mathbf{1}}$$

$$\left(\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABxy}} + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}}\right) + \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xx}}^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}} \tag{3.40}$$

dengan derajat bebas = (g-1)(b-1)-1+1

= (g-1)(b-1)

Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang terkoreksi disajikan dalam Tabel 3.2 berikut :

Tabel 3.2 MANCOVA Dua Arah

Sumber Variasi	Matriks Jumlah Kuadrat dan Hasil Kali Silang Terkoreksi	Db
Faktor 1	$\boldsymbol{H}_{AY.X} = \boldsymbol{H}_{Ayy} - (\boldsymbol{H}_{Ayx} + \boldsymbol{E}_{yx})(\boldsymbol{H}_{Axx} + \boldsymbol{E}_{xx})^{-1}$ $(\boldsymbol{H}_{Axy} + \boldsymbol{E}_{xy}) + \boldsymbol{E}_{yx}\boldsymbol{E}_{xx}^{-1}\boldsymbol{E}_{xy}$	g-1
Faktor 2	$\boldsymbol{H}_{BY.X} = \boldsymbol{H}_{Byy} - (\boldsymbol{H}_{Byx} + \boldsymbol{E}_{yx})(\boldsymbol{H}_{Bxx} + \boldsymbol{E}_{xx})^{-1}$ $(\boldsymbol{H}_{Bxy} + \boldsymbol{E}_{xy}) + \boldsymbol{E}_{yx}\boldsymbol{E}_{xx}^{-1}\boldsymbol{E}_{xy}$	b-1
Interaksi	$\boldsymbol{H}_{ABY.X} = \boldsymbol{H}_{AByy} - (\boldsymbol{H}_{AByx} + \boldsymbol{E}_{yx})(\boldsymbol{H}_{ABxx} +$ $\boldsymbol{E}_{xx})^{-1}(\boldsymbol{H}_{ABxy} + \boldsymbol{E}_{xy}) + \boldsymbol{E}_{yx}\boldsymbol{E}_{xx}^{-1}\boldsymbol{E}_{xy}$	(g-1)(b-1)
Galat	$\boldsymbol{E}_{Y.X} = \boldsymbol{E}_{yy} - \boldsymbol{E}_{yx}.\boldsymbol{E}_{xx}^{-1}.\boldsymbol{E}_{xy}$	gb(n-1)-1
Total	$\boldsymbol{T}_{Y.X} = \boldsymbol{T}_{yy} - \boldsymbol{T}_{yx}.\boldsymbol{T}_{xx}^{-1}.\boldsymbol{T}_{xy}$	gbn-2

B. Asumsi-Asumsi dalam MANCOVA Dua Arah dengan Satu Kovariat

Dalam analisis kovarians multivariat (MANCOVA), semua asumsi adalah sama seperti pada analisis varians multivariat (MANOVA), tetapi ada asumsi tambahan yang terkait dengan variabel konkomitan. Beberapa asumsi-asumsi yang harus dipenuhi sebelum pengujian MANCOVA adalah sebagai berikut:

a. Antar pengamatan independen

Salah satu usaha untuk mencapai sifat independen ini ialah dengan jalan melakukan pengacakan (Sudjana, 1994 : 51). Dengan kata lain, dengan jalan berpedoman kepada prinsip *sampel acak* yang diambil dari sebuah populasi maka pengujian dapat dijalankan seakan-akan asumsi independen terpenuhi.

b. Variabel dependen berdistribusi normal multivariat

Distribusi normal multivariat adalah suatu perluasan dari distribusi normal univariat sebagai aplikasi pada variabel-variabel yang mempunyai hubungan. Dalam analisis multivariat, asumsi multivariat normal perlu diperiksa untuk memastikan data pengamatannya mengikuti distribusi normal agar statistik inferensi dapat digunakan dalam menganalisis data tersebut.

Variabel $\mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \dots, \mathbf{y}_p$ dikatakan berditribusi normal multivariat dengan parameter $\boldsymbol{\mu}$ dan $\sum$ jika mempunyai fungsi densitas peluang :

$$\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{y_2}, \dots, \boldsymbol{y_p}\right) = \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{2}\boldsymbol{\pi})^{\boldsymbol{p}/2} |\Sigma|^{1/2}} \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\mu})} \tag{3.41}$$

dengan :
$\boldsymbol{y_i}$ = variabel yang diamati ($i=1, 2, ..., p$)
$\boldsymbol{\mu}$ = rata-rata sampel
$\sum$ = matriks varians kovarians

Jika $\mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \dots, \mathbf{y}_p$ berdistribusi normal multivariat maka $(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\mu})' \sum^{-1} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\mu})$ berditribusi χ^2_P . Berdasarkan sifat ini maka pemeriksaan distribusi normal dapat dilakukan dengan cara membuat *plot chi square.*

Dalam uji ini dihitung jarak Mahalanobis dari setiap observasi terhadap *centroid group*. Langkah-langkah dalam uji ini adalah sebagai berikut :

i. Menentukan nilai jarak Mahalanobis untuk setiap observasi yang didefinisikan sebagai :

$$\boldsymbol{d_i}^{\mathbf{2}} = (\boldsymbol{y_i} - \overline{\boldsymbol{y}})'\boldsymbol{S}^{-\mathbf{1}}(\boldsymbol{y_i} - \overline{\boldsymbol{y}}) \tag{3.42}$$

ii. Urutkan nilai ${d_i}^2$ dari yang terkecil sampai dengan yang terbesar :

$\boldsymbol{d_1}^{\mathbf{2}} < \boldsymbol{d_2}^{\mathbf{2}} < \cdots < \boldsymbol{d_n}^{\mathbf{2}}$ dengan *n* adalah banyak observasi.

iii. Carilah nilai chi-kuadrat dari $(i - 0{,}5)/n$ dengan derajat bebas *p*, dinotasikan dengan $X_p^2\big((i - 0{,}5)/n\big)$ dengan *p* adalah banyaknya respon yang diamati.

iv. Buat plot $\boldsymbol{d_i}^{\mathbf{2}}$ dengan $X_p^2\big((i - 0{,}5)/n\big)$, apabila hubungannya cenderung mengikuti pola garis lurus dan lebih dari 50% nilai $\boldsymbol{d_i}^{\mathbf{2}} \leq X_{p,(0,5)}^2$ maka galat tersebut dapat dianggap berdistribusi normal multivariat. Untuk sampel kecil, sulit untuk menjangkau suatu kesimpulan pasti (Johnson dan Wichern, 2002 : 186). Jadi untuk sampel kecil tidak perlu dibuat *plot chi square*, jika lebih dari 50% nilai $\boldsymbol{d_i}^{\mathbf{2}} \leq X_{p,(0,5)}^2$ maka galat tersebut dapat dianggap berdistribusi normal multivariat.

Jika distribusi data tidak normal maka perlu dilakukan transformasi data sehingga distribusi menjadi normal. Pada kasus multivariat, setiap variabel yang berdistribusi marginalnya tidak normal ditransformasi untuk membuatnya menjadi normal. Contoh tipe transformasi data adalah transformasi kuadratik, log, dan ln.

c. Homogenitas matriks varians kovarians

Asumsi yang harus dipenuhi dalam MANCOVA adalah kesamaan matriks varians kovarians $(\sum)$ antar grup pada variabel dependen. Untuk menguji syarat ini dapat menggunakan statistik uji Box's M. Berikut langkah – langkah uji Box's M :

i. Hipotesis

$H_0: \sum_1 = \sum_2 = \cdots = \sum_k$ (matriks varians kovarians homogen)

$H_1: \exists \sum_i \neq \sum_j$ untuk $i \neq j$ (matriks varians kovarians tidak homogen)

ii. Taraf Signifikansi : α

iii. Statistik Uji

Menggunakan Uji Box's M sebagai berikut (Gaspersz, 1995 : 541).

$$M = \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln|S| - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)ln|S_i| \tag{3.43}$$

$$C^{-1} = 1 - \left\{\frac{2p^2+3p-1}{6(p+1)(k-1)}\right\}\left\{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_1-1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{k}(n_1-1)}\right\} \tag{3.44}$$

dimana $S = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)S_i}{\sum_{i=1}^{k}(n_1-1)}$, $\boldsymbol{S}$ adalah matriks kovarians gabungan penduga bagi $\sum$, $\boldsymbol{S}_i$ adalah matriks kovarians $\sum_i$ untuk i = 1,2,...,k dan p adalah banyaknya respon yang diamati, n_i adalah ukuran contoh ke-*i*. Selanjutnya menghitung MC^{-1}.

iv. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $MC^{-1} > \chi^2_{v=\frac{1}{2}(k-1)(p)(p+1);(\alpha)}$

v. Perhitungan

Menggunakan rumus Box's M, maka didapat nilai MC yang akan dibandingkan dengan $\chi^2_{v=\frac{1}{2}(k-1)(p)(p+1);(\alpha)}$.

vi. Kesimpulan

Jika nilai $MC^{-1} \leq \chi^2_{v=\frac{1}{2}(k-1)(p)(p+1);(\alpha)}$ maka H_0 diterima, sehingga asumsi homogenitas matriks varians kovarians terpenuhi. Apabila asumsi ini tidak terpenuhi, maka dapat dilakukan transformasi data. Contoh tipe transformasi data adalah transformasi kuadratik, log, dan ln.

d. Ada hubungan linear antara variabel dependen dan variabel konkomitan

i. Hipotesis untuk uji ini :

H_0 : $\boldsymbol{B} = 0$ (artinya variabel *X* tidak mempengaruhi *Y*)

H_0 : $\boldsymbol{B} \neq 0$ (artinya variabel *X* mempengaruhi *Y*)

ii. Taraf Signifikansi : α

iii. Statistik uji

Menggunakan statistik uji Wilks' Lambda, untuk uji koefisien regresi *X* mempengaruhi *Y* adalah sebagai berikut :

$$\Lambda = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{R}}|} = \frac{\left|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yy}} - \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yx}}.\boldsymbol{E}^{-1}_{\boldsymbol{xx}}.\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{xy}}\right|}{\left|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{yy}}\right|} \qquad (3.45)$$

Statistik Wilks' Lambda dapat ditransformasikan ke statistik F, dengan demikian dapat dibandingkan dengan tabel distribusi F. Bentuk transformasi dari $\wedge$ (lambda) ke F disajikan dalam Tabel 3.3 sebagai berikut (Gaspersz, 1995 : 501) :

Tabel 3.3 Transformasi $\wedge$ ke F

Parameter		Transformasi F	Derajat bebas
p	ν_H		
1	≥ 1	$\left(\frac{1-\wedge}{\wedge}\right)\left(\frac{\nu_E}{\nu_H}\right)$	ν_H, ν_E
2	≥ 1	$\left(\frac{1-\sqrt{\wedge}}{\sqrt{\wedge}}\right)\left(\frac{\nu_E-1}{\nu_H}\right)$	$2\nu_H, 2(\nu_E-1)$
≥ 1	1	$\left(\frac{1-\wedge}{\wedge}\right)\left(\frac{\nu_E+\nu_H-p}{p}\right)$	$p, \nu_E+\nu_H-p$
≥ 1	2	$\left(\frac{1-\sqrt{\wedge}}{\sqrt{\wedge}}\right)\left(\frac{\nu_E+\nu_H-p-1}{p}\right)$	$2p, 2(\nu_E+\nu_H-p-1)$

dengan :
p = banyaknya variabel respons yang diamati
ν_H = derajat bebas perlakuan
ν_E = derajat bebas galat

Wilks' lambda juga dapat ditransformasikan ke uji Bartlett's yaitu :

$$\chi^2 = -\left[\nu_E - \frac{p-\nu_H+1}{2}\right]\ln \wedge$$

$$= -\left[gb(n-1)-1-\frac{p}{2}\right]\ln \frac{|\boldsymbol{E}_{Y.X}|}{|\boldsymbol{E}_{Y.X}+\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{R}}|} \qquad (3.46)$$

iv. Kriteria keputusan

Pada distribusi F, H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

Untuk uji Bartlett's H_0 akan ditolak jika $\chi^2 > \chi^2_{p\nu_H;(\alpha)}$.

v. Perhitungan

Menggunakan statistik uji Wilks' Lambda yang ditransformasikan ke statistik uji F, maka didapat nilai F_{hitung} yang akan dibandingkan dengan F_{tabel} atau menggunakan Wilks' Lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's, maka didapat nilai χ^2 yang akan dibandingkan dengan $\chi^2_{p;(\alpha)}$.

vi. Kesimpulan

Apabila nilai $F_{hit} > F_{tabel}$ atau $\chi^2 > \chi^2_{p;(\alpha)}$ maka H_0 ditolak artinya dapat disimpulkan bahwa variabel konkomitan mempengaruhi variabel dependen sehingga dapat dilakukan uji MANCOVA. Tetapi apabila nilai $F_{hit} \leq F_{\text{tabel}}$ atau $\chi^2 \leq \chi^2_{p;(\alpha)}$ maka H_0 diterima, sehingga tidak perlu dilakukan uji MANCOVA karena variabel konkomitan tidak mempengaruhi variabel dependen.

e. Koefisien regresi homogen antar perlakuan

Seperti ANCOVA, model MANCOVA juga harus memenuhi asumsi bahwa hubungan antara variabel dependen dengan variabel konkomitan homogen antar perlakuan. Untuk menguji hipotesis ini, terlebih dahulu dihitung matrik jumlah kuadrat dan hasil kali silang galat tiap kelompok.

Misalkan $\mathbf{E}_{lk}$ merupakan matrik jumlah kuadrat dan hasil kali silang galat tiap kelompok yang didefinisikan :

$$\boldsymbol{E_{lk}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E_{xxlk}} & \boldsymbol{E_{xylk}} \\ \boldsymbol{E_{yxlk}} & \boldsymbol{E_{yylk}} \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

Matrik untuk regresi dihitung secara terpisah pada masing-masing kelompok dan hasilnya dijumlahkan. Dengan demikian, model penuh (*full model*) untuk MANCOVA dua arah dinotasikan dengan $\boldsymbol{H_{lkF}}$ dan dirumuskan :

$$\boldsymbol{H_F} = \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \boldsymbol{E_{yxlk}}.\boldsymbol{E_{xxlk}^{-1}}.\boldsymbol{E_{xylk}} \tag{3.48}$$

Sedangkan model turunan (*reduced model*) yang merupakan $\boldsymbol{H_R}$ dirumuskan:

$$\boldsymbol{H_R} = \boldsymbol{E_{yx}}.\boldsymbol{E_{xx}^{-1}}.\boldsymbol{E_{xy}} \tag{3.49}$$

i. Hipotesis untuk uji ini:

H_0: koefisien regresi homogen antar perlakuan

H_1: koefisien regresi tidak homogen antar perlakuan

ii. Taraf signifikansi: α

iii. Statistik uji

Dari persamaan (3.48) dan (3.49) diperoleh selisih antara model penuh dengan model turunan, yaitu :

$$\boldsymbol{H_{lk}} = \sum_{l=1}^{g} \sum_{k=1}^{b} \boldsymbol{E_{yxlk}}.\boldsymbol{E_{xxlk}^{-1}}.\boldsymbol{E_{xylk}} - \boldsymbol{E_{yx}}.\boldsymbol{E_{xx}^{-1}}.\boldsymbol{E_{xy}} \tag{3.50}$$

dan matrik jumlah kuadrat dalam model penuh adalah :

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_{yy} - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} \boldsymbol{E}_{yxlk}.\boldsymbol{E}_{xxlk}^{-1}.\boldsymbol{E}_{xylk} \qquad (\ 3.51)$$

Menggunakan statistik uji Wilks' lambda, lambda ditransformasikan ke F seperti Tabel 3.3 (tabel Transformasi Λ ke F), berikut Wilks' Lambda untuk statistik uji homogenitas koefisien regresi antar perlakuan yang diperoleh dari persamaan (3.50) dan (3.51) :

$$\Lambda = \frac{|\boldsymbol{E}|}{|\boldsymbol{E} + \boldsymbol{H}_{lk}|}$$

$$= \frac{\left|\boldsymbol{E}_{yy} - \sum_{l=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} \boldsymbol{E}_{yxlk}.\boldsymbol{E}_{xxlk}^{-1}.\boldsymbol{E}_{xylk}\right|}{\left|\boldsymbol{E}_{yy} - \boldsymbol{E}_{yx}.\boldsymbol{E}_{xx}^{-1}.\boldsymbol{E}_{xy}\right|} \qquad (3.52)$$

Wilks' lambda juga dapat ditransformasikan ke uji Bartlett's yaitu :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-2) - \frac{p-(gb-1)+1}{2}\right]\ln \frac{|\boldsymbol{E}|}{|\boldsymbol{E} + \boldsymbol{H}_{lk}|} \qquad (3.53)$$

iv. Kriteria keputusan

Pada distribusi F H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$, sedangkan untuk uji Bartlett's H_0 akan ditolak jika $\chi^2 > \chi^2_{(gb-1)p;(\alpha)}$.

v. Perhitungan

Menggunakan statistik uji Wilks' Lambda yang ditransformasikan ke statistik uji F, maka didapat nilai F_{hitung} atau menggunakan Wilks' Lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's, maka didapat nilai χ^2.

vi. Kesimpulan

Jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ atau $\chi^2 \leq \chi^2_{(gb-1)p;(\alpha)}$ maka H_0 diterima, artinya koefisien regresi antar kelompok bersifat homogen.

f. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

Asumsi terakhir yang harus dipenuhi dalam MANCOVA adalah variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan. Asumsi ini menunjukan bahwa variabel konkomitan tidak dipengaruhi oleh perlakuan atau faktor yang dicobakan. Jika banyaknya variabel konkomitan hanya satu, maka pengujian asumsi ini sama pada pengujian asumsi ANCOVA dua arah yang dapat diperiksa dengan analisis univariat yaitu menggunakan uji ANAVA pada kovariat.

C. Prosedur MANCOVA Dua Arah dengan Satu Kovariat

1. Menguji asumsi-asumsi MANCOVA

Pada tahap ini, akan diuji apakah data hasil penelitian memenuhi asumsi-asumsi dalam MANCOVA yaitu antar pengamatan harus independen, variabel dependen berdistribusi normal multivariat, homogenitas matriks varians kovarians, ada hubungan linear antara variabel dependen dan variabel konkomitan, koefisien regresi homogen antar perlakuan, dan variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan. Apabila semua asumsi terpenuhi maka dapat diteruskan ke tahap berikutnya. Tetapi apabila ada asumsi yang tidak terpenuhi maka data tersebut harus ditransformasikan terlebih dahulu supaya memenuhi semua asumsi dalam MANCOVA dua arah dengan satu kovariat.

2. Melakukan pengujian terhadap vektor rata-rata untuk p variabel dependen pada tiap perlakuan.

   Pengujian hipotesis merupakan tahap paling penting dalam statistik inferensia. Pengujian hipotesis dalam MANCOVA dua arah sama seperti pengujian dalam MANOVA dua arah, hanya saja dalam MANCOVA dua arah perlu mempertimbangkan hipotesis terhadap koefisien regresi yang ada karena adanya variabel konkomitan. Dengan demikian hipotesis dalam MANCOVA dua arah adalah untuk menguji perbedaan perlakuan terhadap sekelompok variabel dependen setelah disesuaikan dengan pengaruh variabel konkomitan.

   Langkah-langkah untuk menguji MANCOVA dua arah dengan interaksi sebagai berikut :

   a. Menentukan hipotesis

      1) Pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2

         $\mathrm{H}_0 :\ \alpha\gamma_{11} = \alpha\gamma_{12} = \cdots = \alpha\gamma_{gb} = 0$

         (tidak ada pengaruh faktor 1 dan faktor 2 terhadap respon yang diamati)

$\mathrm{H}_1 : \exists\ \alpha\gamma_{lk} \neq 0 \quad l = 1,2,\dots,g\ dan\ k = 1,2,\dots,b$

(ada pengaruh faktor 1 dan faktor 2 terhadap respon yang diamati)

Hipotesis tentang pengaruh interaksi ditempatkan pada bagian pertama, hal ini menunjukkan bahwa dalam percobaan dua faktor terlebih dahulu menguji tentang pengaruh interaksi antara kedua faktor. Jika terdapat pengaruh interaksi (H_0 ditolak), maka tidak perlu melakukan hipotesis utama (hipotesis faktor 1 dan faktor 2) tetapi yang terpenting adalah mencari lebih jauh bagaimana bentuk hubungan ketergantungan diantara faktor 1 dan faktor 2. Jika pengujian terhadap hipotesis mengenai pengaruh interaksi menyatakan bahwa tidak ada pengaruh interaksi (H_0 diterima), maka dilakukan pengujian terhadap hipotesis mengenai pengaruh utama faktor 1 dan pengaruh utama faktor 2 menjadi bermanfaat (Gaspersz, 1991 : 330)

2) Pengaruh faktor 1

$\mathrm{H}_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_g = 0$

(tidak ada pengaruh faktor 1 terhadap respons yang diamati)

$\mathrm{H}_1 : \exists\ \alpha_l \neq 0 \quad l = 1,2,\dots,g$

(ada pengaruh faktor 1 terhadap respons yang diamati)

3) Pengaruh faktor 2

$\mathrm{H}_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_b = 0$

(tidak ada pengaruh faktor 2 terhadap respons yang diamati)

$H_1 : \exists \ \gamma_k \neq 0 \ \ k = 1,2, \dots , b$

(ada pengaruh faktor 2 terhadap respons yang diamati)

b. Taraf signifikansi : α

c. Statistik uji

Menggunakan statistik uji Wilks' lambda, lambda ditransformasikan ke F seperti Tabel 3.3 (tabel Transformasi $\wedge$ ke F). Berikut Wilks' Lambda untuk MANCOVA dua arah dengan interaksi :

- Pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2

$$\wedge_{\boldsymbol{AB}} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABY}.\boldsymbol{X}}|} \tag{3.54}$$

atau menggunakan Wilks' lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's sebagai berikut :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-1) - 1 - \frac{p + 1 - (g-1)(b-1)}{2}\right] \ln \wedge_{\boldsymbol{AB}} \tag{3.55}$$

- Pengaruh faktor 1

$$\wedge_{\boldsymbol{A}} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{AY}.\boldsymbol{X}}|} \tag{3.56}$$

atau menggunakan Wilks' lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's sebagai berikut :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-1) - 1 - \frac{p+1-(g-1)}{2}\right] \ln \wedge_{\boldsymbol{A}} \quad (3.57)$$

- Pengaruh faktor 2

$$\wedge_{\boldsymbol{B}} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{BY}.\boldsymbol{X}}|} \quad (3.58)$$

atau menggunakan Wilks' lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's sebagai berikut :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-1) - 1 - \frac{p+1-(b-1)}{2}\right] \ln \wedge_{\boldsymbol{B}} \quad (3.59)$$

d. Kriteria keputusan

- Pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2

  Pada distribusi F, H_0 ditolak jika $F_{int} > F_{tabel}$

  Pada uji Bartlett's H_0 akan ditolak jika $\chi^2 > \chi^2_{(g-1)(b-1)p;(\alpha)}$.

- Pengaruh faktor 1

  Pada distribusi F, H_0 ditolak jika $F_{fak1} > F_{tabel}$

  Pada uji Bartlett's H_0 akan ditolak jika $\chi^2 > \chi^2_{(g-1)p;(\alpha)}$.

- Pengaruh faktor 2

  Pada distribusi F, H_0 ditolak jika $F_{fak2} > F_{tabel}$

  Pada uji Bartlett's H_0 akan ditolak jika $\chi^2 > \chi^2_{(b-1)p;(\alpha)}$.

e. Perhitungan

Menggunakan statistik uji Wilks' Lambda yang ditransformasikan ke statistik uji F, maka didapat nilai F_{hitung} untuk masing-masing perlakuan (interaksi faktor 1 dan faktor 2, faktor 1, dan faktor 2) atau menggunakan Wilks' Lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's, maka didapat nilai χ^2 yang juga dihitung untuk masing-masing perlakuan.

f. Kesimpulan

- Interaksi faktor 1 dan faktor 2

  Jika $F_{int} > F_{tabel}$ atau $\chi^2 > \chi^2_{(g-1)(b-1)p;(\alpha)}$ maka H_0 ditolak, artinya dapat disimpulkan bahwa terdapat pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2 terhadap respons yang diamati.

- Untuk faktor 1

  Jika $F_{int} > F_{tabel}$ atau $\chi^2 > \chi^2_{(g-1)p;(\alpha)}$ maka H_0 ditolak, artinya dapat disimpulkan bahwa terdapat pengaruh faktor 1 terhadap respons yang diamati.

- Untuk faktor 2

Jika F_{int} > F_{tabel} atau $\chi^2 > \chi^2_{(b-1)p;(\alpha)}$ maka H_0 ditolak, artinya dapat disimpulkan bahwa terdapat pengaruh faktor 2 dan faktor 2 terhadap respons yang diamati.

D. Penerapan MANCOVA Dua Arah dengan Satu Kovariat dalam Bidang Pendidikan

Penerapan dalam bidang pendidikan diilhami dari buku *Applied Multivariate Analysis* karangan Neil H. Timm (2002 : 263), tetapi sudah dimodifikasi agar sesuai dengan MANCOVA dua arah dengan satu kovariat.

Seorang peneliti tertarik melakukan penelitian untuk membandingkan dua metode yang berbeda dalam pembelajaran fisika dalam kuliah kelas pagi, siang, dan malam menggunakan metode tradisional dan metode *discovery*. Variabel dependen yang diamati adalah nilai tes yang diperoleh dalam bidang mekanik yang dilambangkan M, panas yang dilambangkan H, dan bunyi yang dilambangkan S. Dalam hal ini ada variabel lain, yaitu nilai IQ (X) yang diperkirakan mempengaruhi nilai test. Untuk itu, peneliti menetapkan mengambil sampel random dari 3 kelas berdasarkan waktu perkuliahan yaitu kelas A (kelas perkuliahan pagi pukul 08.00), kelas B (kelas perkuliahan siang pukul 14.00), dan kelas C (kelas perkuliahan malam pukul 20.00) yang terdiri dari 24 mahasiswa. Dua belas mahasiswa diajar menggunakan metode tradisional dan 12 mahasiswa diajar menggunakan metode *discovery*. Dengan demikian mahasiswa diambil secara acak untuk masing-masing metode pembelajaran dan perbedaan kelas berdasarkan waktu dengan banyak mahasiswa adalah 4 orang setiap kelas. Tabel berikut menyajikan nilai tes yang diperoleh dalam bidang mekanik (M), panas (H), bunyi (S) untuk 24 mahasiswa dengan satu variabel konkomitan nilai IQ (X).

Tabel 3.4 Tabel Tiga Nilai Tes dan Nilai IQ untuk Tiga Kelas dengan Dua Metode Pembelajaran

		Metode							
		Tradisional				*Discovery*			
		M	H	S	X	M	H	S	X
KELAS	A	76	75	76	117	76	78	78	116
		74	75	75	118	76	78	78	115
		74	76	76	115	77	78	77	118
		75	76	75	115	76	77	77	116
	B	76	79	80	115	77	78	78	118
		78	79	79	116	78	80	80	116
		76	78	78	117	77	78	78	117
		77	78	78	118	76	77	78	117
	C	76	77	77	117	76	77	77	118
		76	78	77	115	76	77	78	116
		76	77	78	116	77	78	78	116
		77	77	78	118	79	80	79	115

Berdasarkan permasalahan diatas dapat diketahui bahwa percobaan tersebut adalah percobaan MANCOVA dua arah 2 x 3 dengan satu kovariat dan ulangan sebanyak 4 kali, maka peneliti ingin mengetahui pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan sebagai berikut.

1. Pengaruh metode pembelajaran dan perbedaan kelas

   Apakah metode pembelajaran dan perbedaan kelas akan berpengaruh terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi.

2. Pengaruh metode pembelajaran

   Apakah metode pembelajaran akan berpengaruh terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi.

3. Pengaruh perbedaan kelas

Apakah perbedaan kelas akan berpengaruh terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi.

Penyelesaian kasus diatas dengan menggunakan software SPSS 16, yaitu sebagai berikut :

1. Uji asumsi MANCOVA dua arah dengan satu kovariat

   Sebelum melakukan pengujian pada MANCOVA dua arah dengan satu kovariat terlebih dahulu melakukan uji asumsi-asumsi pada MANCOVA dua arah dengan satu kovariat sebagai berikut :

   a. Distribusi normal multivariat

      Uji normalitas yang digunakan yaitu dengan jarak Mahalanobis.

      Dari lampiran 1 dapat ditunjukan bahwa lebih dari 50% nilai dari $d_{(i)}^2 \leq X_{p(0,50)}^2$, yaitu 13 dari 24 nilai $d_{(i)}^2$ lebih kecil dari $X_{p(0,50)}^2$dimana $X_{3(0,50)}^2 = 2{,}37$, maka data tersebut dapat dikatakan mendekati distribusi normal multivariat.

   b. Homogenitas matriks varians kovarians

      Program SPSS 16 digunakan untuk uji homogenitas matriks varians kovarians dengan hipotesis sebagai berikut :

i. Hipotesis

$H_0: \sum_1 = \sum_2 = \cdots = \sum_6$ (matriks varians kovarians adalah homogen)

$H_1: \exists \sum_i \neq \sum_j$ untuk $i \neq j$ (matriks varians kovarians tidak homogen)

ii. Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik Uji :

Uji Box's M

iv. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $MC^{-1} > \chi^2_{30;(0,05)}$ atau $p_{value} < \alpha$

v. Kesimpulan

Berdasarkan output SPSS pada tabel Box's M test yang terdapat pada lampiran 2 diperoleh nilai Box's M sebesar 14,858 dan nilai p_{value} sebesar 0,839. Karena Box's M = 14,858 < $\chi^2_{30;(0,05)} = 43{,}773$ dan $p_{value} = 0{,}839 > \alpha = 0{,}05$ maka H_0 diterima. Artinya, ketiga variabel dependen (nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi) mempunyai matriks varians kovarians yang sama pada grup-grup yang ada (kelas dan metode pembelajaran).

c. Ada hubungan linear antara variabel dependen (nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi) dan variabel konkomitan (IQ).

Untuk menguji asumsi ini dapat menggunakan uji koefisien regresi antara variabel dependen dan variabel konkomitan dengan hipotesis sebagai berikut :

i. Hipotesis

H_0 : $\boldsymbol{B} = 0$ (artinya nilai IQ tidak mempengaruhi nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

H_1 : $\boldsymbol{B} \neq 0$ (artinya nilai IQ mempengaruhi nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

ii. Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik uji :

$$F = \left(\frac{1 - \Lambda}{\Lambda}\right)\left(\frac{\nu_E + \nu_H - p}{p}\right)$$

iv. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{0,05(3,15)}$ atau $p_{value} < \alpha$

v. Kesimpulan

Berdasarkan output SPSS yang terdapat pada lampiran 2 pada tabel Multivariate Test diperoleh nilai F_{hitung} untuk variabel konkomitan X sebesar 6,159 dengan nilai p_{value} sebesar 0,006. Karena $F_{hitung} = 6{,}159 > F_{0,05(3,15)} = 3{,}29$ dan $p_{value} = 0{,}006 < \alpha = 0{,}05$ maka H_0 ditolak. Artinya, variabel konkomitan yaitu nilai IQ mempengaruhi variabel dependen (nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi) sehingga dapat dilakukan uji MANCOVA.

d. Koefisien regresi homogen antar perlakuan

Hipotesis untuk uji homogenitas koefisien regresi antara variabel dependen (nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi) dengan variabel konkomitan yaitu nilai IQ adalah :

i. Hipotesis

H_0 : Koefisien regresi homogen antar perlakuan

H_1 : Koefisien regresi tidak homogen

ii. Taraf Signifikansi

$\alpha = 0{,}05$

iii. Kriteria keputusan

H_0 ditolak jika p_{value} koefisien regresi < α

iv. Kesimpulan

Berdasarkan berdasarkan output SPSS Analysis Homogeneity of Regression Slopes yang terdapat pada lampiran 3 diperoleh nilai p_{value} untuk koefisien regresi antar perlakuan sebesar 0,464. Karena $p_{value} = 0{,}464 > \alpha = 0{,}05$ maka H_0 diterima. Artinya, koefisien regresi homogen antar perlakuan.

e. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

Asumsi terakhir yang harus dipenuhi adalah nilai IQ tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan. Karena banyaknya kovariat hanya satu, maka untuk menguji asumsi ini dapat diperiksa menggunakan uji ANAVA. Hipotesis untuk uji ini adalah :

i. Hipotesis

- Interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas

  H_0 : nilai IQ tidak berkorelasi dengan metode pembelajaran dan perbedaan kelas.

H_1 : nilai IQ berkorelasi dengan metode pembelajaran dan perbedaan kelas.

- Metode pembelajaran

  H_0 : nilai IQ tidak berkorelasi dengan metode pembelajaran.

  H_1 : nilai IQ berkorelasi dengan metode pembelajaran.

- Perbedaan kelasr

  H_0 : nilai IQ tidak berkorelasi dengan perbedaan kelas.

  H_1 : nilai IQ berkorelasi dengan perbedaan kelas.

ii. Taraf signifikansi

α = 0,05

iii. Statistik uji :

- Interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas

$$F = \frac{JKAB_X/(g-1)(b-1)}{JKG_X/gb(n-1)}$$

- Metode pembelajaran

$$F = \frac{JKA_X/(g-1)}{JKG_X/gb(n-1)}$$

- Perbedaan kelas

$$F = \frac{JKB_X/(b-1)}{JKG_X/gb(n-1)}$$

iv. Kriteria Keputusan :

- Interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas

  H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{0,05(2,18)}$ atau $p_{value} < \alpha$

- Metode pembelajaran

  H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{0,05(1,18)}$ atau $p_{value} < \alpha$

- Perbedaan kelas

  H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{0,05(2,18)}$ atau $p_{value} < \alpha$

v. Kesimpulan

Berdasarkan output SPSS pada tabel Tests of Between-Subjects Effects yang terdapat di lampiran 4, untuk interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas menunjukan nilai $F_{hitung} = 0,186 < F_{(2,18)} = 3,35$ dan $p_{value} = 0,832 > \alpha = 0,05$ maka H_0 diterima. Artinya, nilai IQ tidak berkorelasi dengan metode pembelajaran dan perbedaan kelas. Untuk metode pembelajaran, karena nilai $F_{hitung} = 0,027 < F_{(1,18)} = 4,41$ dan $p_{value} = 0,872 > \alpha = 0,05$ maka H_0 diterima. Artinya, IQ tidak berkorelasi dengan metode pembelajaran. Untuk perbedaan kelas, karena $F_{hitung} = 0,345 < F_{(2,18)} = 3,35$ dan $p_{value} = 0,713 > \alpha = 0,05$ maka H_0 diterima. Artinya, IQ tidak berkorelasi dengan perbedaan kelas.

2. Uji MANCOVA Dua Arah dengan Satu Kovariat

Setelah semua asumsi terpenuhi, dapat dilakukan pengujian MANCOVA. Pada MANCOVA dua arah dengan satu kovariat yang diuji adalah pengaruh interaksi antara metode pembelajaran dan pebedaan kelas, pengaruh metode metode pembelajaran, dan pengaruh perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ. Berikut hipotesis untuk contoh penerapan MANCOVA dua arah dengan satu kovariat :

i. Hipotesis

- Pengaruh interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas

  H_0 : $\alpha\gamma_{11} = \alpha\gamma_{12} = \cdots = \alpha\gamma_{23} = 0$

  (tidak ada pengaruh interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

  H_1 : $\exists \ \alpha\gamma_{lk} \neq 0 \quad l = 1, 2 \ dan \ k = 1,2,3$

  (ada pengaruh interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

- Pengaruh metode pembelajaran

  H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$

  (tidak ada pengaruh metode pembelajaran terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

  H_1 : $\exists \ \alpha_l \neq 0 \quad l = 1, 2$

  (ada pengaruh metode pembelajaran terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

- Pengaruh perbedaan kelas

  $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$

  (tidak ada pengaruh perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

  $H_1 : \exists \ \gamma_k \neq 0 \ \ k = 1, 2, 3$

  (ada pengaruh perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi)

ii. Taraf signifikansi

  α = 0,05

iii. Statistik uji :

- Interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas

$$F = \left(\frac{1 - \sqrt{\Lambda_{AB}}}{\sqrt{\Lambda_{AB}}}\right)\left(\frac{\nu_E + \nu_H - p - 1}{p}\right)$$

- Metode pembelajaran

$$F = \left(\frac{1 - \Lambda_A}{\Lambda_A}\right)\left(\frac{\nu_E + \nu_H - p}{p}\right)$$

- Perbedaan kelas

$$F = \left(\frac{1 - \sqrt{\Lambda_B}}{\sqrt{\Lambda_B}}\right)\left(\frac{\nu_E + \nu_H - p - 1}{p}\right)$$

iv. Kriteria Keputusan

- Pengaruh interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas

  H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{0,05(6,15)}$ atau $p_{value} < \alpha$

- Pengaruh metode pembelajaran

  H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{0,05(3,15)}$ atau $p_{value} < \alpha$

- Pengaruh perbedaan kelas

  H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{0,05(6,15)}$ atau $p_{value} < \alpha$

vi. Kesimpulan

Berdasarkan output SPSS pada tabel Multivariate Test yang terdapat di lampiran 2, dapat diringkas MANCOVA metode pembelajaran dan perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang Fisika yang disesuaikan dengan nilai IQ pada Tabel 3.6 di bawah ini :

Tabel 3.5 MANCOVA Metode Pembelajaran dan Perbedaan Kelas Terhadap Nilai Tes dalam Bidang Fisika yang Disesuaikan dengan Nilai IQ :

Sumber Variasi	Db	F_{hitung}	F_{tabel}	p_{value}
Metode pembelajaran	1	3,664	3,29	0,037
Kelas	2	5,843	2,42	0,000
Interaksi metode pembelajaran dan kelas	2	2,110	2,42	0,081
Galat	17			
Total	22			

Dari tabel di atas, untuk interaksi metode pembelajaran dan perbedaan kelas menunjukan nilai $F_{hitung} = 2{,}110 < F_{(6,15)} = 2{,}42$ dan $p_{value} = 0{,}081 > \alpha = 0{,}05$ maka H_0 diterima. Artinya, tidak ada pengaruh metode pembelajaran dan perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ. Untuk metode pembelajaran, karena nilai $F_{hitung} = 3{,}644 > F_{(3,15)} = 3{,}29$ dan $p_{value} = 0{,}037 < \alpha = 0{,}05$ maka H_0 ditolak. Artinya, metode pembelajaran mempengaruhi nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ. Untuk perbedaan kelas, karena $F_{hitung} = 5{,}843 > F_{(6,15)} = 2{,}42$ dan $p_{value} = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$ maka H_0 ditolak. Artinya, ada pengaruh perbedaan kelas terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ. Dari hasil diatas dapat disimpulkan bahwa, untuk metode pembelajaran dan perbedaan kelas masing-masing mempengaruhi nilai tes dalam bidang fisika, tetapi setelah metode pembelajaran diinteraksikan dengan perbedaan kelas hasilnya tidak mempengaruhi nilai hasil tes atau dapat dikatakan memiliki rata-rata sama untuk setiap grupnya.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai analisis kovarians multivariat dua arah dengan satu kovariat dan contoh penerapannya maka dapat diambil beberapa kesimpulan, antara lain:

1. MANCOVA dua arah merupakan perluasan dari ANCOVA dua arah yang digunakan untuk manganalisis data multivariat untuk menguji perbedaan perlakuan terhadap sekelompok variabel dependen setelah disesuaikan dengan pengaruh variabel konkomitan. MANCOVA dua arah yang dipengaruhi oleh satu variabel independen tambahan yaitu variabel konkomitan disebut MANCOVA dua arah dengan satu kovariat. Adapun prosedur MANCOVA dua arah dengan satu kovariat adalah meliputi dua tahap yaitu:

   a. Pengujian asumsi

      Pengujian asumsi terdiri dari enam hal, yaitu antar pengamatan independen, variabel dependen berdistribusi normal multivariat, homogenitas matriks varians kovarians, ada hubungan linear antara variabel dependen dan variabel konkomitan, koefisien regresi homogen antar perlakuan, dan variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

b. Pengujian hipotesis

Hipotesis yang diuji dalam MANCOVA dua arah dengan satu kovariat adalah:

i. Pengaruh interaksi faktor 1 dan faktor 2, dengan statistik uji Wilks' Lamda :

$$\wedge_{\boldsymbol{AB}} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{ABY}.\boldsymbol{X}}|}$$

Perhitungan statistik uji menggunakan distribusi *F* seperti yang dituliskan pada Tabel 3.3 atau menggunakan Wilks' lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's sebagai berikut :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-1) - 1 - \frac{p + 1 - (g-1)(b-1)}{2}\right] \ln \wedge_{\boldsymbol{AB}}$$

ii. Pengaruh faktor 1, dengan statistik uji Wilks' Lamda :

$$\wedge_{\boldsymbol{A}} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{AY}.\boldsymbol{X}}|}$$

Perhitungan statistik uji menggunakan distribusi *F* seperti yang dituliskan pada Tabel 3.3 atau menggunakan Wilks' lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's sebagai berikut :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-1) - 1 - \frac{p+1-(g-1)}{2}\right] \ln \wedge_{\boldsymbol{A}}$$

iii. Pengaruh faktor 2, dengan statistik uji Wilks' Lamda :

$$\wedge_{\boldsymbol{B}} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}}|}{|\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Y}.\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{BY}.\boldsymbol{X}}|}$$

Perhitungan statistik uji menggunakan distribusi *F* seperti yang dituliskan pada Tabel 3.3 atau menggunakan Wilks' lambda yang ditransformasikan ke uji Bartlett's sebagai berikut :

$$\chi^2 = -\left[gb(n-1) - 1 - \frac{p+1-(b-1)}{2}\right] \ln \wedge_{\boldsymbol{B}}$$

2. Contoh penerapan MANCOVA dua arah diberikan dalam bidang pendidikan, yaitu untuk menyelidiki apakah metode pembelajaran (tradisional dan *discovery*) dan perbedaan kelas berdasarkan waktu perkuliahan (kelas A yaitu kelas perkuliahan pagi pukul 08.00, kelas B yaitu kelas perkuliahan siang pukul 14.00, dan kelas C yaitu kelas perkuliahan malam pukul 20.00) dalam pembelajaran fisika berpengaruh terhadap nilai tes di bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan untuk faktor metode pembelajaran dan perbedaan kelas, dapat disimpulkan bahwa masing-

masing ada pengaruhnya terhadap nilai tes dalam bidang mekanik, panas, dan bunyi setelah disesuaikan dengan nilai IQ. Namun setelah metode pembelajaran dan perbedaan kelas diinteraksikan, tidak mempengaruhi nilai tes atau dengan kata lain memiliki rata-rata yang sama pada setiap grupnya.

B. Saran

Dalam penulisan skripsi ini, penulis hanya melakukan pengujian MANCOVA dua arah dengan satu kovariat dengan penerapan dalam bidang pendidikan. Pembaca yang tertarik untuk melanjutkan permasalahan selanjutnya, penulis menyarankan untuk melakukan uji lanjutan pengujian MANCOVA dua arah dengan satu kovariat dalam berbagai bidang dan membahas desain MANCOVA dua arah dengan lebih dari satu kovariat.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard. 1987. *Elementary Linear Algebra*. New York: John Wiley.

Bain, L. J. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistic Second Edition.* California : Duxbury Press.

Garperz, V. 1991. *Teknik Analisis dalam Penelitian Percobaan 1*. Bandung : Tarsito.

__________. 1995. *Teknik Analisis dalam Penelitian Percobaan 2*. Bandung : Tarsito.

Ghozali, I. 2001. *Aplikasi Analisis Multivariat dengan Program SPSS*. Semarang : UNDIP.

Huberty, C. J. & Olejnik, S. 2006. *Applied Manova and Discriminant Analysis Second Edition.* New Jersey : John Wiley and Sons.

Johnson, R. A. & Wichern, D. W. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis.* New Jersey : Prantice Hall International, Inc.

Mattjik, A. A. & Sumertajaya,I.M. 2002. *Perancangan Percobaan.* Bogor: IPB Press.

Raykov, T. & Marcoulides, G. A. 2008. *An Introduction to Applied Mulitivariate Analysis.* New York : Taylor and Francis Group.

Rencher, A. C. 1998. *Multivariate Statistical Inference and Applications.* New York : John Wiley and Sons.

Salkind, N. J. *Encyclopedia of Research Design.* University of Kansas : Sage Publications

Sembiring, R. K. 1995. *Analisis Regresi.* Bandung : ITB

Stevens, J. 2002. *Applied Multivariate Statistics for The Social Sciences*. New Jersey : Lawrence Erlabaum Associates Publishers.

Sudjana. 1994. *Desain dan Analisis Eksperimen Edisi Ketiga*. Bandung : Tarsito.

Suryanto. 1988. *Metode Statistika Multivariat*. Jakarta: Depdikbud.

Timm, N. H. 2002. *Applied Multivariate Analysis*. New York : Spinger - Verlag.

Trihendradi, C. 2005. *Step By Step SPSS 13*. Yogyakarta : Andi.

Walpole, R. E. 1995. *Pengantar Statistika Edisi Ketiga Terjemahan.* Jakarta : PT Gramedia.

Winner, B. J. 1971. *Statistical Principles in Experimental Design Second Edition.* Tokyo : McGraw - Hill.

LAMPIRAN

Lampiran 1

Jarak Mahalanobis Perbedaan Nilai Tes Bidang Fisika yang

di Pengaruhi Metode Pengajaran dan Perbedaan Kelas

No	$\boldsymbol{d_i^2 = (y_i - \overline{y})'S^{-1}(y_i - \overline{y})}$	$X^2_{p((i-0,5)/n)}$
1	$d_1^2 = 0{,}5756$	$X^2_{3;0,02083} = 0{,}19$
2	$d_2^2 = 0{,}5756$	$X^2_{3;0,06250} = 0{,}41$
3	$d_3^2 = 0{,}5756$	$X^2_{3;0,10417} = 0{,}60$
4	$d_4^2 = 0{,}5756$	$X^2_{3;0,14583} = 0{,}78$
5	$d_5^2 = 0{,}6768$	$X^2_{3;0,18750} = 0{,}95$
6	$d_6^2 = 0{,}6768$	$X^2_{3;0,22917} = 1{,}13$
7	$d_7^2 = 0.6768$	$X^2_{3;0,27083} = 1{,}30$
8	$d_8^2 = 1{,}0569$	$X^2_{3;0,31250} = 1{,}48$
9	$d_9^2 = 1{,}0569$	$X^2_{3;0,35417} = 1{,}66$
10	$d_{10}^2 = 1{,}0569$	$X^2_{3;0,39583} = 1{,}85$
11	$d_{11}^2 = 1{,}6686$	$X^2_{3;0,43750} = 2{,}05$
12	$d_{12}^2 = 1{,}6686$	$X^2_{3;0,47917} = 2{,}26$
13	$d_{13}^2 = 1{,}6686$	$X^2_{3;0,52083} = 2{,}48$
14	$d_{14}^2 = 2{,}8562$	$X^2_{3;0,56250} = 2{,}72$
15	$d_{15}^2 = 3{,}2066$	$X^2_{3;0,60417} = 2{,}97$
16	$d_{16}^2 = 3{,}5577$	$X^2_{3;0,64583} = 3{,}25$

Lanjutan lampiran 1

17	$d_{17}^2 = 4{,}5954$	$X_{3;0,68750}^2 = 3{,}56$
18	$d_{18}^2 = 8{,}1152$	$X_{3;0,72917}^2 = 3{,}91$
19	$d_{19}^2 = 10{,}0559$	$X_{3;0,77083}^2 = 4{,}32$
20	$d_{20}^2 = 10{,}4753$	$X_{3;0,81250}^2 = 4{,}79$
21	$d_{21}^2 = 11{,}4396$	$X_{3;0,85417}^2 = 5{,}38$
22	$d_{22}^2 = 12{,}1331$	$X_{3;0,89583}^2 = 6{,}16$
23	$d_{23}^2 = 12{,}8954$	$X_{3;0,93750}^2 = 7{,}32$
24	$d_{24}^2 = 13{,}2349$	$X_{3;0,97917}^2 = 9{,}75$

Lampiran 2

Output Uji MANCOVA Metode Pembelajaran dan Perbedaan Kelas terhadap Nilai Tes dalam Bidang Fisika yang Disesuaikan dengan Nilai IQ

Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	14.858
F	.604
df1	12
df2	392.538
Sig.	.839

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.

a. Design: Intercept + X + kelas + metode + kelas * metode

Lanjutan lampiran 2

Multivariate Tests[c]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	.849	28.116[a]	3.000	15.000	.000
	Wilks' Lambda	.151	28.116[a]	3.000	15.000	.000
	Hotelling's Trace	5.623	28.116[a]	3.000	15.000	.000
	Roy's Largest Root	5.623	28.116[a]	3.000	15.000	.000
X	Pillai's Trace	.552	6.159[a]	3.000	15.000	.006
	Wilks' Lambda	.448	6.159[a]	3.000	15.000	.006
	Hotelling's Trace	1.232	6.159[a]	3.000	15.000	.006
	Roy's Largest Root	1.232	6.159[a]	3.000	15.000	.006
kelas	Pillai's Trace	.860	4.027	6.000	32.000	.004
	Wilks' Lambda	.213	5.843[a]	6.000	30.000	.000
	Hotelling's Trace	3.360	7.839	6.000	28.000	.000
	Roy's Largest Root	3.254	17.355[b]	3.000	16.000	.000
metode	Pillai's Trace	.422	3.644[a]	3.000	15.000	.037
	Wilks' Lambda	.578	3.644[a]	3.000	15.000	.037
	Hotelling's Trace	.729	3.644[a]	3.000	15.000	.037
	Roy's Largest Root	.729	3.644[a]	3.000	15.000	.037
kelas * metode	Pillai's Trace	.507	1.813	6.000	32.000	.128
	Wilks' Lambda	.495	2.110[a]	6.000	30.000	.081
	Hotelling's Trace	1.018	2.376	6.000	28.000	.056
	Roy's Largest Root	1.015	5.411[b]	3.000	16.000	.009

a. Exact statistic

b. The statistic is an upper bound on F that yields a lower bound on the significance level.

c. Design: Intercept + X + kelas + metode + kelas * metode

Lampiran 3

Analysis : Homogeneity of Regression Slopes

EFFECT .. X BY KELAS + X BY METODE + X BY KELAS BY METODE
Multivariate Tests of Significance (S = 3, M = 1/2, N = 4)

Test Name	Value	Approx. F	Hypoth. DF	Error DF	Sig. of F
Pillais	,92626	1,07199	15,00	36,00	,413
Hotellings	1,63102	,94236	15,00	26,00	,534
Wilks	,30022	1,02001	15,00	28,01	,464
Roys	,51936				

- -

EFFECT .. X BY KELAS + X BY METODE + X BY KELAS BY METODE (Cont.)
Univariate F-tests with (5;12) D. F.

Variable	Hypoth. SS	Error SS	Hypoth. MS	Error MS	F	Sig. of F
Y1	4,98702	9,97758	,99740	,83147	1,19957	,366
Y2	2,67034	6,69250	,53407	,55771	,95761	,480
Y3	3,86077	3,69454	,77215	,30788	2,50798	,089

- -

Lampiran 4

Output SPSS uji ANAVA Metode Pembelajaran dan Perbedaan Kelas terhadap Nilai IQ

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:IQ

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1.708[a]	5	.342	.218	.950
Intercept	325501.042	1	325501.042	2.074E5	.000
kelas	1.083	2	.542	.345	.713
metode	.042	1	.042	.027	.872
kelas * metode	.583	2	.292	.186	.832
Error	28.250	18	1.569		
Total	325531.000	24			
Corrected Total	29.958	23			

a. R Squared = ,057 (Adjusted R Squared = -,205)

Lampiran 5

Daftar Nilai Kritik Sebaran F Pada Taraf Kritis 5%

v_2	v_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88

Lanjutan Lampiran 5

v_2	v_1									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	5,89	8,57	8,55	8,53
4	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,8	1,79	1,73
25	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Lampiran 6

Daftar Nilai Kritik Sebaran Khi-Kuadrat

v	α							
	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005
1	$0{,}0^4393$	$0{,}0^3157$	$0{,}0^3982$	$0{,}0^2393$	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,295	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,832	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2.156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2.603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3.074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,300
13	3.565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4.075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4.601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5.142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5.697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6.265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6.844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7.434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8.034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8.643	9,542	10,982	12,338	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9.260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9.886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,558
25	10.520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11.160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11.808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,194	46,963	49,645
28	12.461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13.121	14,256	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13.787	14,953	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672