FUNGSI GREEN DAN PENERAPANNYA PADA PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL

Laila Ardiasari
NIM.013114754

ABSTRAK

Persamaan diferensial parsial merupakan suatu persamaan diferensial dengan lebih dari satu peubah. Persamaan Laplace dan persamaan Helmholtz merupakan suatu bentuk persamaan diferensial parsial, yang keduanya dapat diselesaikan dengan banyak cara, salah satunya dengan menggunakan fungsi Green.

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengetahui cara merumuskan fungsi Green dan bentuk fungsi Green pada persamaan Laplace atau persamaan Helmholtz dengan metode fungsi Eigen, sehingga diperoleh solusi dari persamaan diferensial tersebut.

Hasil pembahasan menunjukkan bahwa

1. Solusi persamaan Laplace $\nabla^2 u = 0$ untuk syarat batas $u\Big|_{\partial D} = g\left(\vec{x}\right)$, adalah

$$u\left(\vec{x}\right) = \int_{\partial D} g\left(\vec{\eta}\right)\frac{\partial G}{\partial \vec{n}}\,ds \qquad \text{dengan } G = G\left(\vec{x},\vec{\eta}\right) = -\sum_m \frac{\psi_m\left(\vec{x}\right)\psi_m\left(\vec{\eta}\right)}{\lambda_m\left\|\psi_m\right\|^2}$$

2. Solusi persamaan Helmholtz $\left(\nabla^2 + k^2\right)u\left(\vec{x}\right) = f\left(\vec{x}\right)$ dengan syarat batas $u\left(\vec{x}\right)\Big|_{\partial D} = g\left(\vec{x}\right)$, adalah $u\left(\vec{x}\right) = \int_D G\left(\vec{x},\vec{\eta}\right) f\left(\vec{\eta}\right) d\vec{\eta} + \int_{\partial D} g\left(\vec{\eta}\right)\frac{\partial G}{\partial \vec{n}}\,ds$

dengan $G = G_k\left(\vec{x},\vec{\eta}\right) = \sum_m \frac{\psi_m\left(\vec{x}\right)\psi_m\left(\vec{\eta}\right)}{\left(k^2 - \lambda_m\right)\left\|\psi_m\right\|^2}$