PENERAPAN DIAGNOSTIK SISAAN PADAMODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untukmemenuhi sebagian persyaratan
gunamemperoleh gelar SarjanaSains

Oleh
Ina Antasari
NIM. 06305141007

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2010

PERSETUJUAN

SKRIPSI

PENERAPAN DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP

Telah disetujui dan disahkan pada tanggal

22 SEPTEMBER 2010

untuk dipertahankan di depan dewan penguji skripsi

Program Studi Matematika

Jurusan Pendidikan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Menyetujui,

Pembimbing

Kismiantini, M. Si

NIP. 19790816200112201

PENGESAHAN

SKRIPSI

PENERAPAN DIAGNOSTIK SISAAN PADA MODEL LINIER RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP

Oleh :

Ina Antasari

NIM. 06305141007

Telah dipertahankan di depan dewan penguji skripsi
Program Studi Matematika
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
pada tanggal 01 Oktober 2010 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains di bidang Matematika

Susunan Dewan Penguji

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Kismiantini, M. Si	Ketua Penguji	....	18-10-2010
Retno Subekti, M. Sc	Sekretaris Penguji	....	12-10-2010
Elly Arliani, M. Si	Penguji Utama	....	08-10-2010
Dra. Endang Listyani, M. S	Anggota Penguji	....	08-10-2010

Yogyakarta, 18 Oktober 2010
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Dekan

Dr. Ariswan
NIP. 195909141988031003

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya :

Nama : Ina Antasari

NIM : 06305141007

Program Studi : Matematika

Jurusan : Pendidikan Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Judul Skripsi : Penerapan Diagnostik Sisaan Pada Model Linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap

menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas/institusi lain kecuali pada bagian-bagian tertentu yang telah dinyatakan dalam teks.

Yogyakarta, 21 September 2010

Yang menyatakan,

Ina Antasari
NIM. 063051410014

MOTTO

....Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan.

(Q.S. Al-Mujaadilah :11)

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu pasti ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan) kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain, dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap.

(QS. Al-Insyirah :6-8)

....Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupanya...

(QS. Al-Baqarah : 286)

Kau mungkin kecewa jika percobaanmu gagal, tetapi kau pasti takkan berhasil jika tidak mencoba.

(Beverly Sills)

PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur kehadirat Allah SWT, karya sederhana ini kupersembahkan:

Papap & Mama yang selalu senantiasa memberi dukungan, kasih sayang, kesabaran, nasehat serta doanya dalam kondisi apapun...

Sahabat-sahabat ku (Pratti, Jin, Rahayu, Eka, Ginanjar, Qomar, Plus, Wawa, Hermawan, Puguh) serta keluarga besar Mat. Reg'06... terimakasih atas segala kenangan dan dukungannya selama ini... (senang mendapatkan teman-teman seperti kalian di kampus ini)

Sahabat-sahabat ku di Wisnu 11 (Ovie, Endah, Ika, Echa, Mbak Indah dan Mbak Tina) dan Alamanda 30A (Winda, The Key, Mbak Meni, Eris, Estin, Yuni), terimakasih atas kekeluargaannya selama di Jogja.... Never Ending Stories Girls...

Saudara-saudaraku dan semua pihak yang telah memberikan dukungan dan doanya

Semoga Allah senantiasa selalu memberikan barokah dan rahmatnya, serta dimudahkan untuk segala urusan kalian.

Penerapan Diagnostik Sisaan Pada Model Linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap

Oleh:
Ina Antasari
NIM. 06305141007

ABSTRAK

Analisis variansi (ANAVA) merupakan salah satu analisis dalam rancangan percobaan. Pada ANAVA terdapat asumsi-asumsi yang harus dipenuhi, yaitu keaditifan model, kehomogenan variansi galat, kebebasan antar galat dan kenormalan galat. Terdapat beberapa uji formal yang digunakan untuk memeriksa asumsi-asumsi ANAVA, namun ada cara lain juga yang bisa dilakukan yaitu dengan diagnostik sisaan. Diagnostik sisaan digunakan untuk memeriksa asumsi-asumsi ANAVA kecuali asumsi keaditifan model. Dalam skripsi ini, diagnostik sisaan diterapkan pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor.

Dua langkah yang harus dilakukan dalam diagnostik sisaan adalah penentuan nilai sisaan dan penggambaran plot sisaan. Nilai sisaan adalah beda antara nilai pengamatan dan nilai dugaan $\left(e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij}\right)$. Dalam RAKL satu faktor terdapat empat persamaan nilai sisaan yaitu: jika faktor dan kelompok bersifat tetap $e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}$, jika faktor dan kelompok bersifat acak$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{..}$, jika faktor bersifat tetap dan kelompok bersifat acak$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}$, serta jika faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{.j}$. Plot-plot sisaan yang digunakan dalam skripsi ini adalah plot sisaan terhadap nilai dugaan dan plot sisaan terhadap nilai harapan sisaan di bawah kurva normal. Plot sisaan yang pertama digunakan untuk menganalisis asumsi kehomogenan variansi galat dan kebebasan galat.. Plot sisaan yang kedua digunakan untuk menganalisis asumsi kenormalan. Jika terdapat satu atau lebih asumsi yang tidak terpenuhi maka disarankan untuk melakukan transformasi.

Dalam skripsi ini diberikan dua contoh kasus yaitu contoh yang memenuhi semua asumsi ANAVA dan yang tidak memenuhi asumsi ANAVA. Pada contoh kasus pertama (model tetap, model acak, jika faktor bersifat tetap dan kelompok bersifat acak, dan jika faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap) semua asumsi terpenuhi. Sedangkan untuk contoh kasus kedua (model tetap) terdapat dua pelanggaran asumsi yaitu asumsi kebebasan galat dan kenormalan galat. Sehingga perlu dilakukan transformasi pada data kasus dua, yaitu transformasi akar, karena rataan masing-masing perlakuan sebanding dengan variansi tiap perlakuannya. Kemudian dilakukan uji asumsi ANAVA kembali dan dihasilkan kesimpulan bahwa data hasil transformasi telah memenuhi semua asumsi ANAVA.

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kepada Allah SWT atas berkah, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penerapan Diagnostik Sisaan Pada Model Linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap”.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak akan berhasil tanpa bantuan, bimbingan serta dorongan semangat dari berbagai pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Ariswan sebagaiDekan FMIPA UniversitasNegeri Yogyakarta yang telah mengesahkan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Hartono sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan ijin kepada penulis untuk menyusun skripsi.
3. IbuAtminiDhoruri, M.Si, sebagai Ketua Program StudiMatematika FMIPA UNY yang telah memberikan ijin kepada penulis untuk menyusun skripsi.
4. Bapak Emut, M.Si sebagai Penasehat Akademik yang telah memberikan dorongan bagi penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
5. Ibu Kismiantini, M.Si sebagai Dosen Pembimbing yang telah banyak membimbing dengan sabar, memberikan ide, petunjuk, arahan dan referensi di tengah kesibukan beliau,sehingga terselesaikannya skripsi ini.

6. Dosen-dosen urusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan ilmunya.
7. Bapak dan Ibu tercinta yang telah mendukung secara material dan spiritual.
8. Semuapihak yang telah menyumbangkan pemikiran dan motivasinya yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga segala bantuan yang telah Bapak/Ibu/Saudara berikan, mendapatkan balasan yang baik dari Allah SWT. Penulis menyadari mungkin masih ada kekurangan dalam skripsi ini, namun penulis mengharapkan skripsi ini dapat bermanfaat bagi perkembangan pengetahuan di dunia pendidikan.

Yogyakarta, September 2010

Penulis

DAFTAR ISI

.

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Penelitian merupakan kegiatan yang telah banyak dikembangkan manusia untuk mengembangkan ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu kegiatan dalam penelitian adalah melakukan percobaan. Adapun hasil yang diperoleh dari kegiatan percobaan merupakan data yang akan dianalisis lebih lanjut guna mendapatkan suatu kesimpulan. Salah satu metode analisis yang biasa digunakan adalah Analisis Variansi (ANAVA) untuk rancangan percobaan. Sebelum dilakukan pengujian ANAVA, data hasil pengamatan tersebut terlebih dahulu harus memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari analisis variansi tersebut. Hal tersebut perlu diperhatikan karena jika tidak terpenuhinya satu atau lebih asumsi dapat mempengaruhi baik taraf nyata maupun kepekaan uji F atau t terhadap penyimpangan sesungguhnya dari hipotesis nol. Misal dalam kasus ketaknormalan, taraf nyata yang sesungguhnya biasanya lebih besar daripada yang dinyatakan dapat mengakibatkan peluang ditolaknya hipotesis nol lebih besar, padahal hipotesis itu benar (Steel & Torrie, 1993:205). Tidak terpenuhinya asumsi-asumsi ANAVA dapat mengakibatkan kekeliruan dalam pengambilam keputusan suatu hipotesis.

Adapun asumsi-asumsi ANAVA yang harus dipenuhi adalah pengaruh perlakuan dan lingkungan bersifat aditif, galat memiliki variansi yang homogen, kebebasan antara galat yang satu dengan yang lain dan galat menyebar normal.

Asumsi-asumsi ANAVA tersebut dapat diperiksa dengan menggunakan berbagai uji formal. Beberapa uji formal yang dimaksud antara lain adalah Uji Tukey, Uji Lilliefors, serta Uji Bartlett. Uji Tukey digunakan untuk menguji asumsi keaditifan dari model linier suatu rancangan percobaan. Uji Lilliefors merupakan uji formal untuk memeriksa sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak, sedangkan Uji Bartlett digunakan untuk memeriksa variansi antar perlakuan homogen atau tidak. Namun terdapat cara lain untuk pengujian asumsi-asumsi ANAVA yaitu dengan diagnostik sisaan. Sisaan adalah beda antara nilai amatan dengan nilai dugaan amatan (Draper, & Smith, 1992:135). Pada metode ini terpenuhi atau tidaknya asumsi-asumsi ANAVA diperiksa dengan menggunakan plot sisaan yang terbentuk. Metode tersebut yang kemudian disebut dengan diagnostik sisaan atau pemeriksaan sisaan.

Pada umumnya, setiap jenis dari rancangan percobaan memiliki suatu model linier. Model linier merupakan suatu model matematis yang merepresentasikan tiap model rancangan percobaan. Terbentuknya model matematis tersebut dipengaruhi oleh banyaknya faktor (pengaruh perlakuan) yang digunakan dalam percobaan, ada atau tidaknya pengelompokan, serta asumsi tetap dan acak yang dimiliki faktor maupun kelompok. Salah satu model linier rancangan percobaan yang memiliki faktor dan pengelompokan adalah model linier Rancangan Kelompok Acak Lengkap (RAKL) satu faktor. Rancangan ini merupakan pengembangan dari Rancangan Acak Lengkap (RAL), karena pada unit percobaannya cenderung bersifat heterogen. Sehingga diperlukan adanya pengelompokan untuk dapat menurunkan tingkat galat yang mungkin terjadi jika model rancangan yang digunakan sebelumnya adalah RAL. Model linier RAKL satu faktor dapat dibedakan menjadi beberapa jenis jika dilihat dari asumsi yang dimiliki oleh faktor serta kelompok. Secara umum, model linier RAKL satu faktor memiliki dua tipe model, yaitu model tetap dan model acak. Model tetap merupakan model dimana faktor dan kelompok yang digunakan dalam percobaan berasal dari populasi terbatas dan pemilihannya ditentukan secara langsung oleh peneliti. Sedangkan model acak merupakan model dimana faktor dan kelompok yang dicobakan merupakan sampel acak dari suatu populasi perlakuan atau juga populasi kelompok (Mattjik, & Sumertajaya,2000:71-72). Akan tetapi sebenarnya terdapat kombinasi lain yang mungkin terbentuk yaitu salah satu perlakuan dan kelompok bersifat tetap atau acak. Kombinasi tersebut tidak bisa dikatakan sebagai model campuran, karena model campuran digunakan jika faktor lebih dari satu. Oleh karena itu, hasil penerapan diagnostik sisaan pada tiap model tidak dapat dikatakan sama. Hal tersebut dikarenakan nilai sisaan yang terbentuk dari tiap model berbeda. Asumsi-asumsi yang dimiliki faktor dan kelompok akan berpengaruh terhadap persamaan nilai sisaannya. Sehingga akan menjadi menarik dengan terbentuknya nilai sisaan yang berbeda dari tiap model akan mengakibatkan hasil plot sisaan yang berbeda pula.

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana cara pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor dengan menggunakan diagnostik sisaan?
2. Bagaimana penerapan diagnostik sisaan dalam memenuhi asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor?

C. Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menjelaskan cara pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor dengan menggunakan diagnostik sisaan.
2. Menjelaskan penerapan diagnostik sisaan dalam memenuhi asumsi-asumsi variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor.

D. Manfaat

Adapun manfaat yang bisa diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Penulis

   Mampu mengetahui dan menjelaskan mengenai langkah-langkah pengujian asumsi-asumsi analisis variansi (ANAVA) dengan metode diagnostik sisaan untuk model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL).

2. Bagi Mahasiswa yang Membaca

   Menambah wawasan dan pengetahuan dalam mengetahui langkah-langkah pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi (ANAVA) dengan menggunakan diagnostik sisaan khususnya untuk model Rancangan Acak Kelompok Lengkap.

3. Bagi Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

   Menambah referensi untuk perpustakaan Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Pada bagian kajian pustaka ini akan dibahas materi-materi apa saja yang menunjang materi yang dibahas pada bab selanjutnya. Adapun materi-materi tersebut adalah analisis variansi, metode kuadrat terkecil, Rancangan Acak Kelompok Lengkap, , distribusi normal, sisaan dan nilai harapan. Berikut penjabaran dari tiap materi-materi tersebut.

A. Analisis Variansi

Menurut Suryanto (1989:1), analisis variansi adalah suatu teknik untuk menganalisis variabel tak bebas berdasarkan komponen keragaman dari faktor-faktor yang merupakan sumber variansi skor. Analisis variansi digunakan untuk menguji hipotesis tentang pengaruh faktor perlakuan terhadap keragaman data percobaan yang dilakukan berdasarkan distribusi F. Sehingga keputusan signifikan atau tidaknya ditentukan oleh perbandingan antara nilai F hitung dan nilai kritis F yang bersangkutan.

Analisis variansi dapat digunakan untuk data *observasional* (penelitian) maupun data *experimental* (percobaan). Dalam suatu percobaan akan didapatkan nilai-nilai hasil pengamatan. Nilai-nilai hasil pengamatan tersebut umumnya dinyatakan dalam suatu model matematika yang disebut model linier aditif. Salah satu contoh model linier aditif dari suatu rancangan percobaan adalah model linier aditif Rancangan Acak Kelompok Lengkap.

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Keterangan: i = 1,2,…,p dan j = 1,2,…,k

Y_{ij} = Pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

μ = Rataan umum

τ_i = Pengaruh perlakuan ke-i

β_j = Pengaruh kelompok ke-j

ε_{ij} = Pengaruh acak pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

Berdasarkan model linier aditif seperti itulah kemudian akan dilakukan uji analisis variansi. Tapi sebelum dilakukan pengujian ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis variansi. Adapun asumsi-asumsi yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

1. Keaditifan model

Pada asumsi ini pengaruh perlakuan dan pengaruh lingkungan yang terdapat dalam suatu model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) harus dapat dijumlahkan. Dalam analisis variansi asumsi sifat aditif dari suatu model memang telah ditentukan. Akan tetapi jika hal tersebut diragukan, maka perlu dilakukan suatu pemeriksaan untuk memastikan asumsi ini telah terpenuhi oleh model linier tersebut. Menurut Sudjana (1991:52) gagalnya suatu model untuk mempunyai sifat aditif pada umumnya disebabkan oleh hal-hal seperti berikut:

a. Model bersifat multiplikatif

b. Adanya interaksi yang belum dimasukkan ke dalam model

c. Terdapat observasi yang keliru

Untuk memeriksa asumsi keaditifan model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap, dapat dilakukan dengan menggunakan uji formal yaitu uji Tukey. Adapun prosedur dari uji tukey adalah berikut:

- Hipotesis:

  H_0 : Model linier bersifat aditif

  H_1 : Model linier tidak bersifat aditif

- Taraf Signifikansi : α

- Statistik Uji: $F = \frac{JK_{NAT}/1}{JKS/(p-1)(k-1)} = \frac{KT_{NAT}}{KTS}$

  Dengan menamakan non-aditivitas dengan Non-Aditivitas Tukey (NAT), maka disusun tabel analisis variansi berikut:

Tabel 2.1 Tabel Analisis variansi untuk uji Non-Aditifitas

Sumber Variasi	db	Jumlah Kuadrat
Perlakuan	p-1	$JKP = \sum_{i=1}^{p}\left(\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\right)^2 \Big/ p - FK$
Kelompok	k-1	$JKK = \sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}\right)^2 \Big/ k - FK$
NAT	1	$JK_{(non-aditivitas)}$
Sisa	(p-1)(k-1)	$JKS = JKT - JKP - JKK - JK_{(non-aditivitas)}$
Total	pk-1	$JKT = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} {Y_{ij}}^2 - FK$

$FK = \left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\right)^2 / pk$

$$JK_{(non\ aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2 \sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})^2}$$

Dengan $Q = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{i.}d_{.j}Y_{ij}$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right) Y_{ij}$$

- Kriteria Keputusan:

  H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha(1, db\ galat\ )}$

- Perhitungan
- Kesimpulan

2. Kehomogenan variansi galat

Asumsi ini penting untuk dipenuhi sebelum dilakukan pengujian ANAVA dikarenakan keheterogenan variansi galat dapat mengakibatkan respons yang keliru dari beberapa perlakuan tertentu (Steel & Torrie.1991:208). Uji formal yang dapat digunakan untuk memeriksa asumsi kehomogenan variansi galat adalah uji Bartlett. Adapun langkah-langkah dari Uji Bartlett adalah sebagai berikut:

- Hipotesis:

  $H_0 : {\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2 = \cdots = {\sigma_p}^2$ (Variansi semua perlakuan sama)

  $H_1 : \exists\ {\sigma_i}^2 \neq {\sigma_j}^2,\ i \neq j, i, j = 1,2, \dots, p$ (Minimal ada satu perlakuan yang variansi tidak sama dengan yang lain)

- Taraf signifikansi : α
- Statistik uji : $\chi^2 = (\ln 10)\left\{\left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\right] log\left(s^2\right) - \sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\ log\left({s_i}^2\right)\right\}$

$$s^2 = \left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\ {s_i}^2\right] / \left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\right]$$

$${s_i}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{p}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}\right)^2}{r_i - 1} = \frac{r_i \sum_{i=1}^{p} {Y_{ij}}^2 - \left(\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}\right)^2}{r_i(r_i - 1)}$$

$$FK = 1 + \left[\frac{1}{3(p-1)}\right] \left[\sum_{i=1}^{p} \left(\frac{1}{r_i - 1}\right) - \frac{1}{\sum_{i=1}^{p} r_i - 1}\right]$$

- Kriteria keputusan :

  H_0 ditolak jika $\chi^2{}_{terkoreksi} = \left(1/_{FK}\right)\chi^2 > \chi\alpha^2{}_{\text{á}(a-1)}$

- Perhitungan
- Kesimpulan

3. Kebebasan galat percobaan

Galat-galat dari salah satu pengamatan yang mempunyai nilai tertentu harus tidak boleh bergantung dari nilai-nilai galat pengamatan yang lain (Gaspersz,1994:66). Pengujian terhadap asumsi kebebasan antar galat percobaan dilakukan dengan cara membuat plot antara nilai sisaan dengan nilai dugaan pengamatan. Apabila grafik yang terbentuk berfluktuasi secara acak di sekitar nol maka dapat dikatakan bahwa suku-suku galat percobaan saling bebas.

4. Kenormalan galat

Uji formal yang dapat digunakan untuk menguji apakah suatu data menyebar normal atau tidak adalah uji Lilliefors. Adapun langkah-langkah yang harus dilakukan untuk melakukan uji Lilliefors adalah sebagai berikut:

- Hipotesis:

  H_0 : Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal

  H_1 : Sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal

- Taraf Signifikansi : α
- Statistik uji : $L_0 = selisih\ terbesar\ dari\ |F(z_i) - S(z_i)|$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y}_.)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n} {Y_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

$$F(z_i) = P[Z \leq z_i] \qquad\qquad z_{ij} = \frac{Y_i - \bar{Y}_.}{S_y}$$

$$S(z_i) = \frac{banyaknya \quad z_{1,}\, z_2, \ldots, z_n \; yang \; \leq z_i}{n}$$

dengan n merupakan banyaknya pengamatan

- Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $L_0 > L_{\alpha(n)}$

  dengan $L_{\alpha(n)}$ merupakan nilai kritis untuk uji Lilliefors
- Perhitungan
- Kesimpulan

Empat asumsi tersebut harus dipenuhi oleh suatu data yang akan diuji mengunakan analisis variansi (ANAVA). Apabila terdapat data yang tidak memenuhi asumsi-asumsi tersebut maka terdapat metode yang dapat dilakukan agar uji ANAVA tetap bisa dilakukan. Metode tersebut adalah transformasi data. Menurut Sudjana (1989:52) ada beberapa transformasi yang sering digunakan untuk keadaan-keadaan tertentu, yaitu sebagai berikut:

a) Transformasi Logaritma ($\log Y$ atau $\log Y + 1$)

   Transformasi ini digunakan apabila terdapat sifat multiplikatif pada data atau pula bila simpangan baku sebanding dengan rataan tiap perlakuan. Menurut Steel & Torrie (1991:283) transformasi ini digunakan pada bilangan-bilangan positif , akan tetapi tidak dapat digunakan secara langsung pada nilai nol dan nilai-nilai pengamatan yang kurang dari 10. Oleh karena itu transformasi logaritma yang bisa digunakan untuk nilai-nilai yang kecil adalah log (Y+1).

b) Transformasi Akar Kuadrat ($\sqrt{Y}$ atau $\sqrt{Y+1}$)

Transformasi akar kuadrat digunakan jika variansi dari tiap perlakuan sebanding dengan rataannya. Transformasi akar dilakukan bila datanya berupa bilangan bulat positif. Misalnya banyaknya koloni bakteri,banyaknya tanaman atau serangga spesies tertentu di suatu daerah tertentu. Data tersebut dikatakan menyebar menurut sebaran Poisson (Steel & Torrie, 1993: 284)

c) Transformasi Arc *sinus* (arcsin $\sqrt{Y}$ atau $\sin^{-1}\sqrt{Y}$)

Transformasi Arc sinus dilakukan jika rata-rata populasi dan varians berbanding lurus dengan $\mu(1-\mu)$. Transformasi ini biasanya diterapkan pada data binomial yang dinyatakan sebagai pecahan desimal atau persentase.

d) Transformasi Kebalikan, $\left(1/_{Y}\right)$

Transformasi ini digunakan jika simpangan baku sebanding dengan pangkat dua rataannya.

B. Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil adalah metode yang digunakan untuk menduga parameter dengan cara meminimumkan nilai $\sum \varepsilon_i{}^2$, dengan ε adalah galat (Supramono, 1993:210). Metode kuadrat terkecil dapat digunakan untuk menduga parameter dari model linier yang ada dalam rancangan percobaan.

Galat percobaan biasanya diasumsikan berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2. Misalkan terdapat model linier aditif dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap yaitu:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

(2.1)

Keterangan: i = 1,2,…,p dan j = 1,2,…,k
Y_{ij} = Pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j
μ = Rataan umum
τ_i = Pengaruh perlakuan ke-i
β_j = Pengaruh kelompok ke-j
ε_{ij} = Pengaruh acak pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

Persamaan di atas kemudian dibentuk menjadi persamaan seperti berikut:

$$\varepsilon_{ij} = Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j$$

(2.2)

Jika å$_{ij}$ adalah galat percobaan yang terkecil, maka kuadrat dan jumlah kuadratnya adalah yang paling kecil. Persamaan 2.2 tersebut mempunyai parameter μ, τ_i, dan β_j yang belum diketahui. Maka dengan metode kuadrat terkecil akan ditentukan penduga untuk parameter μ, τ_i, dan β_j.

Persamaan ε_{ij} kemudian dikuadratkan dan dijumlahkan, sehingga diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \varepsilon^2{}_{ij} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j\right)^2 = R$$

Untuk menentukan penduga parameter μ, τ_i, dan β_j yang menghasilkan nilai R yang minimum maka diselesaikan sistem persamaan berikut:

$$\frac{\partial R}{\partial \mu} = 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \hat{\mu} - \tau_i - \beta_j\right)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial \tau} = 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \mu - \hat{\tau}_i - \beta_j\right)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial \beta} = 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \hat{\beta}_j\right)(-1) = 0$$

Diasumsikan bahwa $\sum_{i=1}\tau_i = 0$, $\sum_{j=1}\beta_j = 0$, sehingga dari ketiga persamaan di atas diperoleh penduga parameter untuk $\mu,\ \tau_i, \beta_j$ dan ε_{ij} sebagai berikut:

- Pendugaan parameter μ

$2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \hat{\mu} - \tau_i - \beta_j\right)(-1) = 0$

$\Rightarrow\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \hat{\mu} - \tau_i - \beta_j\right) = 0$

$\Rightarrow\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - pk\hat{\mu} - k\sum_{i}^{p}\tau_i - p\sum_{j}^{k}\beta_j = 0$

$\Rightarrow\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - pk\hat{\mu} = 0$

$\Rightarrow\ pk\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\,\mu$

$\Rightarrow\ \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{pk} = \bar{Y}_{..}$

(2.3)

Setelah diperoleh penduga parameter untuk μyaitu $\hat{\mu}$, berikut ini akan dicari penduga parameter untuk τ_i dengan batasan $\sum_{j=1}\beta_j = 0$.

- Pendugaan parameter τ_i

$2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\tau}_i - \beta_j\right)(-1) = 0$

$\Rightarrow\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\tau}_i - \beta_j\right) = 0$

$\Rightarrow\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - k\,\hat{\mu} - k\hat{\tau}_i - \sum_{j}^{k}\beta_j = 0$

$\Rightarrow\ \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - k\hat{\mu} - \ k\hat{\tau}_i = 0$

$\Rightarrow\ k\hat{\tau}_i = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - k\hat{\mu}$

$\Rightarrow\quad \hat{\tau}_i = \frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ (2.4)

Setelah dua penduga parameter sebelumnya telah diperoleh yaitu $\widehat{\mu}$ dan $\hat{\tau}_i$, maka selanjutnya akan dicari penduga parameter untuk β_j dengan batasan $\sum_{i=1} \tau_i = 0$.

- Pendugaan parameter untuk β_j

$$2 \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \hat{\tau} - \tau_i - \hat{\beta}_j\right) (-1) = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \hat{\mu} - \tau_i - \hat{\beta}_j\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - p\,\widehat{\mu} - \sum_{i}^{p} \tau_i - p\widehat{\beta}_j = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - p\,\widehat{\mu} - p\widehat{\beta}_j = 0$$

$$\Rightarrow p\hat{\beta}_j = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij} - p\,\hat{\mu}$$

$$\Rightarrow \widehat{\beta}_j = \frac{\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}}{p} - \widehat{\mu} = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..} \tag{2.5}$$

C. Rancangan Acak Kelompok Lengkap

Rancangan acak kelompok lengkap merupakan salah satu rancangan yang banyak digunakan dalam suatu penelitian. Rancangan ini baik digunakan jika keheterogenan unit percobaan berasal dari suatu sumber keragaman. Salah satu hal yang membedakan rancangan ini dengan rancangan acak lengkap yaitu karena adanya pengelompokan unit percobaan. Pengelompokan ini bertujuan untuk mengurangi tingkat galat percobaan. Salah satu contoh penelitian yang menggunakan Rancangan Acak Kelompok Lengkap yaitu mengenai percobaan untuk mengetahui potensi hasil panen dari lima varietas padi. Sawah yang digunakan sebagai media tanam padi tersebut diduga tidak homogen dalam hal tingkat kesuburan tanahnya. Sehingga perlu dilakukan pengelompokan. Pengelompokan tersebut bertujuan agar pengaruh ragam kesuburan tanah dalam tiap kelompok relatif kecil. Letak masing-masing kelompok diusahakan tegak lurus terhadap arah kesuburan dan bentuk kelompok persegi panjang. Hal tersebut dilakukan agar tingkat keheterogenan dalam tiap kelompok tersebut relatif kecil. Pada percobaan terdapat lima kelompok, dan pada tiap kelompok mengandung semua perlakuan.

Adapun model linier aditif rancangan acak kelompok lengkap adalah:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Keterangan: i = 1,2,…,p dan j = 1,2,…,k
Y_{ij} = Pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j
μ = Rataan umum
τ_i = Pengaruh perlakuan ke-i
β_j = Pengaruh kelompok ke-j
ε_{ij} = Pengaruh acak pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi untuk model linier aditif di atas antara lain :

- Model tetap : $\sum \tau_i = 0$, $\sum \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma^2)$
- Model Acak : $\tau_i \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma_\tau{}^2)$, $\beta_j \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma_\beta{}^2)$ dan $\beta_{ij} \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma^2)$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dapat ditentukan parameter penduga untuk ì, $ô_i$, dan $â_j$. Sehingga didapatkan tiga persamaan berikut ini:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{pk} = \overline{Y}_{..}$$

$$\hat{\tau}_i = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k} - \hat{\mu} = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$$

$$\widehat{\beta}_j = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{p} - \widehat{\mu} = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$$

Berdasarkan model linier aditif RAKL maka diperoleh penduga respons :

$$E\left(Y_{ij}\right) = \mu + \tau_i + \beta_j \text{ karena } E\left(\varepsilon_{ij}\right) = 0$$

$$\text{Maka penduga } \widehat{Y}_{ij} = \widehat{\mu} + \hat{\tau}_i + \widehat{\beta}_j$$

$$\hat{\varepsilon}_{ij} = Y_{ij} - \widehat{Y}_{ij}$$

Dengan menggunakan penduga parameter ì, ô$_i$, â$_j$ dan å$_{ij}$ diperoleh hubungan:

$$\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right) = \left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right)$$

(2.6)

Jika kedua ruas dari persamaan di atas dikuadratkan dan dijumlahkan untuk semua pengamatan maka persamaan (2.5) menjadi:

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right)^2 + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right) + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right) + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right)$$

(2.7)

Karena

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right) = 0$$

Bukti : (lampiran halaman 96)

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right) = 0$$

Bukti : (lampiran halaman 97)

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right) = 0$$

Bukti : (lampiran halaman 98)

maka persamaan (2.6) menjadi seperti di bawah ini:

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^{2}=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^{2}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^{2}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)^{2}$$

(2.8)

Persamaan di atas juga dapat ditulis seperti berikut:

JKT = *JKP* + *JKK* + *JKG* (2.9)

dengan: *JKT* = Jumlah Kuadrat Total

JKP = Jumlah Kuadrat Perlakuan

JKK = Jumlah Kuadrat Kelompok

JKG = Jumlah Kuadrat Galat

Sehingga didapatkan persamaan seperti berikut:

$FK = Faktor\ koreksi$

$$FK=\frac{Y_{..}^{2}}{pk} \tag{2.10}$$

$$JKT=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^{2}=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}^{2}-\frac{Y_{..}^{2}}{pk} \tag{2.11}$$

$$JKP=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^{2}=\sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{2}}{k}-\frac{Y_{..}^{2}}{pk} \tag{2.12}$$

$$JKK=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^{2}=\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{2}}{p}-\frac{Y_{..}^{2}}{pk} \tag{2.13}$$

$$JKG=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)^{2}=JKT-JKP-JK \tag{2.14}$$

Berikut Tabel Analisis Variansi untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap

Tabel 2.2 Tabel Analisis Variansi untuk RAKL model tetap dan model acak

Sumber Variansi	Db	JK	KT	EKT	
				Model Tetap	Model Acak
Perlakuan	$(p$ - 1)	JKP	KTP	$\sigma^2 + k\sum_{i=1}^{p} {\tau_i}^2/(k-1)$	$\sigma^2 + k{\sigma_\tau}^2$
Kelompok	$(k$ -1)	JKK	KTK	$\sigma^2 + p\sum_{j=1}^{k} {\beta_j}^2/(p-1)$	$\sigma^2 + p{\sigma_\beta}^2$
Galat	$(p$ - 1) $(k$ -1)	JKG	KTG	σ^2	σ^2
Total	pk-1	JKT	-	-	-

Keterangan : $KTP = {}^{\text{JKP}}/_{(p\ -\ 1)}$

$KTK = {}^{\text{JKK}}/_{(k\ -1)}$

$KTG = {}^{KTG}/_{(p-1)(k-1)}$

Sebelum dilakukan pengujian ANAVA, terlebih dahulu harus dilakukan pengujian terhadap asumsi-asumsi ANAVA model linier RAKL yaitu keaditifan model, kehomogena variansi galat percobaan, kebebasan galat percobaan, dan kenormalan galat percobaan. Setelah keempat asumsi ANAVA terpenuhi selanjutnya dilakukan prosedur pengujian ANAVA.

Prosedur pengujian ANAVA untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap adalah sebagai berikut:

- Hipotesis:

  1. Hipotesis model tetap

     Pengaruh perlakuan:

     $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_p = 0$

     $H_1: \exists\tau_i \neq 0,\ i = 1,2,\ldots,p$

     Pengaruh kelompok:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$

$H_1: \exists\beta_j \neq 0,\ j = 1,2,\dots,k$

2. Hipotesis model acak

Pengaruh perlakuan:

$H_0: {\sigma_\tau}^2 = 0$

$H_1: {\sigma_\tau}^2 > 0$

Pengaruh kelompok:

$H_0: {\sigma_\beta}^2 = 0$

$H_1: {\sigma_\beta}^2 > 0$

- Taraf Signifikansi : α
- Statistik uji:

Pengaruh perlakuan: $F = KTP/KTG$

Pengaruh kelompok: $F = KTK/KTG$

- Kriteria keputusan:

Pengaruh perlakuan:

Jika $F > F_{\alpha(dbP,dbG)}$ maka H_0 ditolak

Pengaruh kelompok:

Jika $F > F_{\alpha(dbK,dbG)}$ maka H_0 ditolak

- Perhitungan
- Kesimpulan

D. Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan salah satu jenis distribusi yang penting dalam statistika. Distribusi normal banyak digunakan dalam banyak kegiatan analisis dalam statistika. Distribusi normal sangat penting dalam prosedur pendugaan parameter dan pengujian hipotesis dari suatu populasi. Sebab peubah acak yang terkait dengan populasi harus mendekati distribusi normal, selain itu pada pendugaan parameter dengan metode kuadrat terkecil galat yang digunakan diasumsikan berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2.

Misalkan X suatu peubah acak maka fungsi kepadatan peluang dari distribusi normal dengan rataan μ dan variansi σ^2 adalah

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \qquad (2.15)$$

untuk $-\infty < x < \infty,\ -\infty < \mu < \infty,$ dan $\sigma^2 > 0$

Suatu peubah acak X yang berdistribusi normal dengan rataan μ dan variansi σ^2 sering disingkat dengan lambang $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (Walpole & Myers,1995: 180).

Setiap peubah acak normal X dapat ditransformasikan menjadi suatu peubah acak Z dengan rataan nol dan variansi bernilai 1. Distribusi hasil transformasi tersebut adalah distribusi normal baku, dengan lambang $Z \sim N(0,1)$. Hal ini dapat dilakukan melalui transformasi

$$Z = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X} \qquad (2.16)$$

E. Sisaan

Menurut Neter,dkk (1985 : 109), Sisaan adalah beda antara nilai yang teramati dengan yang diramalkan. Secara umum sisaan dijabarkan menurut persamaan sebagai berikut:

$$e_i = Y_i - \widehat{Y}_i \qquad (2.17)$$

Dalam analisis variansi, digunakan asumsi tertentu pada galat. Asumsi itu mengatakan bahwa galat-galat tersebut bebas satu sama lain, memiliki variansi konstan, dan mengikuti sebaran normal.

Sifat-sifat yang dimiliki sisaan didefinisikan sebagai berikut(Neter,dkk, 1985:110) :

1. Rataandari n sisaan e_{ij} adalah nol

$$\bar{e} = \frac{\sum_i^n e_i}{n} = 0 \qquad (2.18)$$

Pada persamaan di atas $\bar{e}$ didefinisikan sebagai rataan dari sisaan.

2. Variansi dari n sisaan e_{ij} secara umum adalah

$$Var(e_i) = \frac{\sum_i^n (e_i - \bar{e})^2}{(n-p)} = \frac{\sum_i^n {e_i}^2}{(n-p)} = \frac{JKG}{(n-p)} = KTG \qquad (2.19)$$

dengan *p* menyatakan banyaknya parameter yang terdapat dalam model linier. Nilai harapan sisaan di bawah asumsi kenormalan didefinisikan oleh Neter,dkk (1997:116) sebagai berikut

$$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)\right] \qquad (2.20)$$

Persamaan 2.20 merupakan hasil perkalian dari akar Kuadrat Tengah Galat dengan *Normal Scores* (Skor Normal). Skor normal merupakan persentil dari distribusi normal baku. Skor normal tersebut diperkenalkan oleh G. Blom pada bukunya di tahun 1958. Skor normal tersebut kemudian dikenal dengan sebutan Blom's Normal Scores (Skor Normal Blom) (Dean & Voss, 1999:119).

F. Nilai Harapan

Menurut Pollet & Nasrullah (1994:14), nilai harapan (nilai rataan) dari suatu variabel acak *X* dilambangkan dengan *E(X)*.

Jika *X* merupakan suatu variabel acak diskret, maka nilai harapan dari *X* adalah

$$E(X) = \sum xf(x) \tag{2.21}$$

Tetapi, jika *X* merupakan suatu variabel acak kontinu dengan fungsi kepadatan peluang *f(x)* maka nilai harapan dari *X* didefinisikan sebagai

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \tag{2.22}$$

Beberapa sifat-sifat yang dimiliki oleh nilai harapan adalah sebagai berikut:

1. $E(k) = k$ dengan k merupakan suatu konstanta
2. $E[a + bX] = a + bE(X)$ dengan a dan b merupakan konstanta
3. $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$
4. $E(XY) = E(X)E(Y)$ jika X dan Y merupakan dua variabel acak yang saling bebas
5. $E\{E(X)\} = E(X)$
6. $E\{X - E(X)\} = E(X) - E\{E(X)\} = E(X) - E(X) = 0$

BAB III
PEMBAHASAN

Analisis variansi (ANAVA) merupakan suatu analisis utama dalam suatu rancangan percobaan. Menurut Wallpole & Myers (1995:524) analisis variansi merupakan suatu cara umum yang digunakan untuk menguji rataan populasi. Pada analisis variansi, hipotesis tentang pengaruh perlakuan terhadap variansi data percobaan diuji berdasarkan distribusi F.Sehingga keputusan signifikan atau tidaknya dampak suatu variansi ditentukan oleh perbandingan antara nilai F hitung dan nilai F tabel.Sebelum dilakukan uji ANAVA, asumsi-asumsi yang mendasarinya harus dipenuhi terlebih dahulu.Salah satu cara yang dapat digunakan untuk memeriksa asumsi-asumi analisis variansi tersebut adalah diagnostik (pemeriksaan) sisaan .Di bawah ini akan dibahas mengenai cara pemeriksaan asumsi-asumsi ANAVA dengan menggunakan diagnostik sisaan beserta penerapannya pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor.

A. Diagnostik Sisaan Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Satu Faktor

Diagnostik (pemeriksaan) sisaan merupakan salah satu cara yang digunakan untuk memeriksa atau menganalisis asumsi-asumsi analisis variansi. Metode yang digunakan dalam diagnostik sisaan ini adalah dengan menganalisis gambar dari plot-plot sisaan. Adapun langkah-langkah yang harus dilakukan dalam pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi dengan diagnostik sisaan adalah sebagai berikut:

1. Penentuan nilai sisaan (e_{ij}) untuk model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL)

Menurut (Mattjik & Sumertajaya, 2000:131) setiap rancangan percobaan mempunyai model linier aditif tertentu.Begitupun juga dengan Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL). Adapun model linier aditif dari RAKL yang dimaksud adalah sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad (3.1)$$

Keterangan: i= 1,2,…,p dan j = 1,2,…,k

Y_{ij}= Pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j
μ= Rataan umum
τ_i= Pengaruh perlakuan ke-i
β_j = Pengaruh kelompok ke-j
ε_{ij}= Pengaruh acak pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi untuk model linier aditif di atas antara lain :

Model tetap : $\sum \tau_i = 0$, $\sum \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Model Acak : $\tau_i \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\tau{}^2)$, $\beta_j \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma_\beta{}^2\right)$ dan $\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Penduga parameter μ, τ_i, dan β_j dicari dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.Adapun penduga dari parameter untuk μ, τ_i, dan β_j adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \overline{Y}_{..} \quad (3.2)$$

$$\hat{\tau}_i = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..} \quad (3.3)$$

$$\hat{\beta}_j = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..} \quad (3.4)$$

Dengan: $\hat{\mu}$ = penduga parameter μ
$\hat{\tau}_i$ = penduga parameter τ_i
$\hat{\beta}_j$ = penduga parameter β_j
Y_{ij} = pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

$\overline{Y}_{..}$ = rataan keseluruhan pengamatan
$\overline{Y}_{i.}$ = rataan pengamatan untuk perlakuan ke-i
$\overline{Y}_{.j}$ = rataan pengamatan untuk kelompok ke-j

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut dapat diketahui bahwa pengaruh perlakuan (τ_i) dan kelompok (β_j) bisa bersifat tetap atau acak. Hal tersebut tentunya akan mempengaruhi pada nilai sisaan dari RAKL. Berdasarkan kombinasi yang mungkin terbentuk dari asumsi-asumsi yang dimiliki τ_i dan β_j, maka akan terdapat empat macam nilai sisaan pada RAKL. Kombinasi yang mungkin terbentuk tersebut adalah sebagai berikut:

a. Faktor (τ_i) dan kelompok (β_j) bersifat tetap (Model Pengaruh Tetap)
b. Faktor (τ_i) dan kelompok (β_j) bersifat acak (Model Pengaruh Acak)
c. Faktor (τ_i) bersifat tetap dan kelompok (β_j) bersifat acak
d. Faktor (τ_i) bersifat acak dan kelompok (β_j) bersifat tetap

Di bawah ini akan dijelaskan penentuan nilai sisaan model linier RAKL untuk empat kombinasi seperti diatas:

a. Penentuan nilai sisaan jika faktor dan kelompok bersifat tetap.

Adapun langkah-langkah penentuan nilai sisaan untuk model tetap adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

dengan $\sum_{i=1}^{p} \tau_i = 0$, $\sum_{j=1}^{k} \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma^2)$

$E(Y_{ij}) = E\left(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}\right)$

$= E(\mu) + E(_{\tau_i}) + E(_{\beta_j}) + E(\varepsilon_{ij})$

Karena $\sum_{i=1}^{p} \tau_i = 0$ dan $\sum_{j=1}^{k} \beta_j = 0$($\tau_i$ dan $\beta_j$bersifat tetap)maka nilai harapan untuk τ_i dan β_j berturut-turut adalah τ_i dan β_j itu sendiri. Sedangkan ε_{ij} merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol, maka nilai harapan dari ε_{ij} adalah nol. Sehingga diperoleh nilai $E(Y_{ij})$ seperti berikut:

$E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i + \beta_j + 0$

$$E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i + \beta_j \tag{3.5}$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan ($\hat{Y}_{ij}$) yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil

Berdasarkan nilai harapan Y_{ij}yang telah diperoleh pada persamaan 3.5 maka menurut metode kuadrat terkecil,$\hat{Y}_{ij}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ij})$. Sehingga diperoleh

$\hat{Y}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}_j$

$= \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})$

$$\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..} \tag{3.6}$$

3) Nilai sisaan (e_{ij}) sebagai penduga galat (ε_{ij}) adalah

$$e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} \tag{3.7}$$

b. Penentuan nilai sisaan jika faktor dan kelompok bersifat acak

Adapun langkah-langkah penentuan nilai sisaan untuk model acak adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL

$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij},$

dengan $\tau_i \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma_\tau{}^2)$, $\beta_j \underset{\sim}{iid} N\left(0, \sigma_\beta{}^2\right)$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma^2)$

$E\left(Y_{ij}\right) = E\left(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}\right)$

$= E(\mu) + E(\tau_i) + E(\beta_j) + E(\varepsilon_{ij})$

Karena $\tau_i \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma_\tau{}^2)$,$\beta_j \underset{\sim}{iid} N\left(0, \sigma_\beta{}^2\right)$dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma^2)$ merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol. Sehingga diperoleh nilai $E\left(Y_{ij}\right)$ seperti berikut:

$E\left(Y_{ij}\right) = \mu + 0 + 0 + 0$

$$E\left(Y_{ij}\right) = \mu \qquad (3.8)$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamtaan ($\hat{Y}_{ij}$) yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil.

Berdasarkan nilai harapan Y_{ij}yang telah diperoleh pada persamaan 3.8 maka menurut metode kuadrat terkecil,$\hat{Y}_{ij}$ merupakan penduga dari $E\left(Y_{ij}\right)$. Sehingga diperoleh

$\hat{Y}_{ij} = \hat{\mu}$

$$\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{..} \qquad (3.9)$$

3) Nilai sisaan (e_{ij}) sebagai penduga galat (ε_{ij}) adalah

$$e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{..} \qquad (3.10)$$

c. Penentuan nilai sisaan jika faktor bersifat tetap dan pengaruh kelompok bersifat acak

Adapun langkah-langkah penentuan nilai sisaan untuk model campuran adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

dengan$\sum_{i=1}^{p} \tau_i = 0$,$\beta_j \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\beta{}^2)$ dan$\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

$$E(Y_{ij}) = E(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij})$$

$$= E(\mu) + E(\tau_i) + E(\beta_j) + E(\varepsilon_{ij})$$

Karena $\sum_{i=1}^{p} \tau_i = 0$(bersifat tetap) maka nilai harapan untuk $\tau_i$adalah τ_i. Sedangkan β_j dan ε_{ij} merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol. Sehingga diperoleh nilai $E(Y_{ij})$ seperti berikut:

$$E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i + 0 + 0$$

$$E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i \qquad (3.11)$$

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan $(\hat{Y}_{ij})$ yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil.

Berdasarkan nilai harapan Y_{ij} yang telah diperoleh pada persamaan 3.11 maka menurut metode kuadrat terkecil, $\hat{Y}_{ij}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ij})$. Sehingga diperoleh

$$\hat{Y}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i$$

$$= \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})$$

$$\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{i.} \qquad (3.12)$$

3) Nilai sisaan (e_{ij}) sebagai penduga galat (ε_{ij}) adalah

$$e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} \qquad (3.13)$$

d. Penentuan nilai sisaan jika faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap

Adapun langkah-langkah penentuan nilai sisaan untuk model campuran adalah sebagai berikut:

1) Penentuan nilai harapan dari model linier aditif RAKL

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

dengan $\tau_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, {\sigma_\tau}^2)$, $\sum_{j=1}^{k} \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

$$E(Y_{ij}) = E(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij})$$

$$= E(\mu) + E(\tau_i) + E(\beta_j) + E(\varepsilon_{ij})$$

Karena $\sum_{j=1}^{k} \beta_j = 0$(bersifat tetap) maka nilai harapan untuk β_j adalah β_j. Sedangkan τ_i dan ε_{ij} merupakan suatu variabel berdistribusi normal dengan nilai rataan nol maka nilai harapannya adalah nol. Sehingga diperoleh nilai $E(Y_{ij})$ seperti berikut:

$$= \mu + 0 + \beta_j + 0$$

$E(Y_{ij}) = \mu + \beta_j$ (3.14)

2) Penentuan nilai dugaan pengamatan ($\hat{Y}_{ij}$) yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil.

Berdasarkan nilai harapan Y_{ij}yang telah diperoleh pada persamaan maka menurut metode kuadrat terkecil,$\hat{Y}_{ij}$ merupakan penduga dari $E(Y_{ij})$. Sehingga diperoleh

$$\hat{Y}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\beta}_i$$

$$= \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})$$

$$\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{.j} \tag{3.15}$$

3) Nilai sisaan (e_{ij}) sebagai penduga galat (ε_{ij}) adalah

$$e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{.j} \tag{3.16}$$

Setelah nilai sisaan tersebut diperoleh, maka sifat-sifat sisaan untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap adalah sebagai berikut:

1) Rataan sisaan (e_{ij}) adalah nol

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} e_{ij}}{n} = 0 \tag{3.17}$$

2) Variansi dari sisaan (e_{ij}) adalah sebagai berikut

$$Var(e_{ij}) = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(e_{ij} - \bar{e})^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(e_{ij} - 0)^2}{db\ Galat}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} {e_{ij}}^2}{(p-1)(k-1)}$$

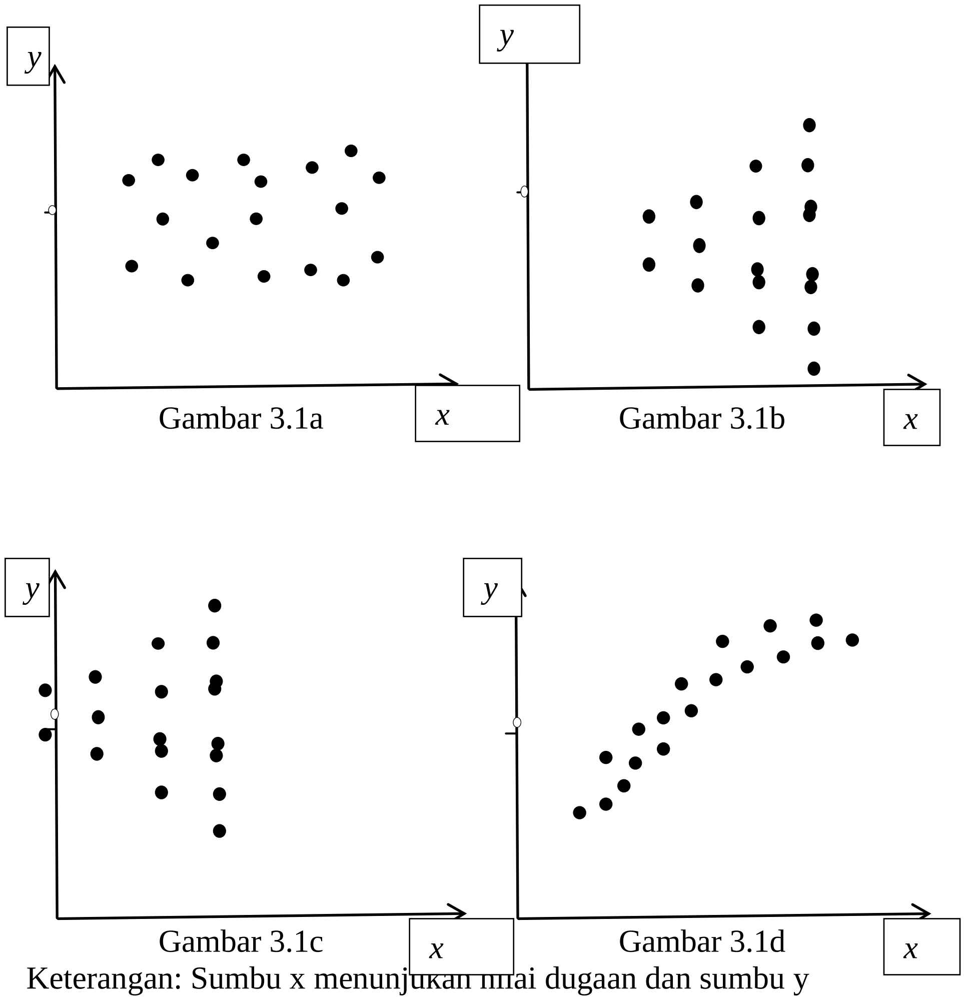
$$= \frac{\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \hat{Y}_{ij}\right)^2}{(p-1)(k-1)} \qquad (3.18)$$

2. Pengambaran plot-plot sisaan

Setelah persamaan nilai sisaan diperoleh pada bagian sebelumnya, selanjutnya dilakukan pembuatan plot-plot sisaan.Plot sisaan tersebut digunakan untuk memeriksa asumsi-asumsi analisis variansi. Asumsi-asumsi analisis variansi yang akan dianalisis dengan menggunakan plot sisaan adalah kebebasan galat percobaan, kehomogenan variansi galat percobaan dan kenormalan galat percobaan. Untuk asumsi keaditifan model tetap dianalisis dengan menggunakan uji Tukey. Adapun Plot-plot nilai sisaan yang akan digunakan pada bagian ini adalah plot nilai sisaan(e_{ij}) terhadap nilai dugaan$(\hat{Y}_{ij})$ dan plot nilai sisaan(e_{ij})terurut terhadap nilai harapan di bawah kurva normal(h_i).

a. Pemeriksaan asumsi kehomogenan variansi galat percobaan

Asumsi kehomogenan variansi dapat dianalisis dengan melihat bentuk plot sisaan(e_{ij}) terhadap nilai dugaan$(\hat{y}_{ij})$. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah menghitung terlebih dahulu nilai dugaan$(\hat{y}_{ij})$ dan nilai sisaan(e_{ij}) dari data yang akan diuji. Kemudian dibuat plot sisaan dimana sumbu tegak menunjukkan nilai sisaan (e_{ij}) dan sumbu mendatar menunjukkan nilai dugaan$(\hat{y}_{ij})$. Jika titik-titik sisaan menyebar secara acak dan tidak membentuk suatu pola tertentu maka dapat dikatakan bahwa kehomogenan dari variansi galat telah terpenuhi. Berikut merupakan beberapa contoh gambar plot sisaan terhadap nilai dugaan:



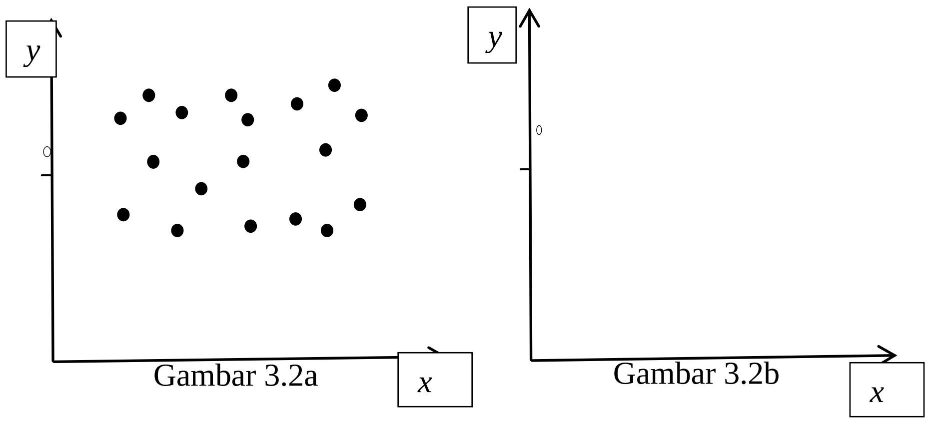
Keterangan: Sumbu x menunjukan nilai dugaan dan sumbu y menunjukan nilai sisaan

Gambar 3.1 Contoh plot sisaan terhadap nilai dugaan untuk asumsi kehomogenan variansi galat percobaan

Gambar 3.1a menunjukkan asumsi kehomogenan variansi galat percobaan telah terpenuhi dengan ditandai oleh titik-titik sisaan yang terlihat acak (tidak berpola).Sedangkan pada gambar 3.1b, 3.1c, dan 3.1d menunjukkan suatu plot sisaan yang tidak memenuhi asumsi kehomogenan variansi galat percobaan.Gambar 3.1b terlihat seperti bentuk terompet yang terbuka ke kanan.Hal tersebut menunjukkan adanya peningkatan dari variansi yang telihat kasar.Berkebalikan dari gambar tersebut, gambar 3.1c mengindikasikan adanya penurunan variansi yang digambarkan seperti terompet yang terbuka ke kiri. Untuk gambar 3.1d memperlihatkan bentuk plot sisaan seperti kurva yang mengindikasikan kekeliruan dari model (Christensen, 1998:188-189).

b. Pemeriksaan asumsi kebebasan galat percobaan

Pada pemeriksaan asumsi kebebasan galat percobaan, plot sisaan yang akan digunakan sama dengan pemeriksaan asumsi kehomogenan variansi galat percobaan. Plot nilai sisaan$\left(e_{ij}\right)$ terhadap nilai dugaan$\left(\hat{Y}_{ij}\right)$ juga digunakan untuk menganalisis terpenuhi atau tidaknya suatu asumsi kebebasan galat percobaan.Jika titik-titik sisaan terlihat berfluktuasi disekitar nol maka dikatakan asumsi kebebasan galat percobaan telah terpenuhi.Nilai sisaan yang kurang acak akan berakibat nilai sisaan berubah tanda terlalu sering atau terlalu jarang (Netter,dkk,1997:114). Berikut contoh gambar plot sisaan yang memenuhi asumsi kebebasan galat maupun yang tidak memenuhi:



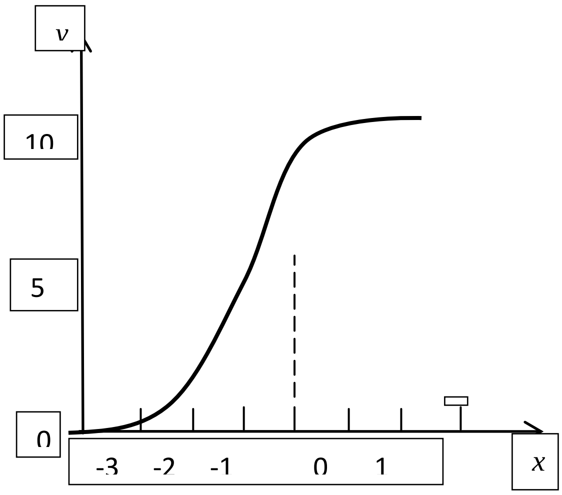
Keterangan: Sumbu x menunjukkan nilai dugaan dan sumbu y menunjukan nilai sisaan

Gambar 3.2Contoh plot sisaan terhadap nilai dugaan untuk asumsi kebebasan galat percobaan

Pada gambar 3.2a menunjukkan plot sisaan yang berfluktuasi di sekitar nol sehingga asumsi kebebasan antar galat terpenuhi.Berbeda dari gambar 3.2b yang menunjukkan titik-titik sisaan sebagian besar berada di atas nol atau dapat diakatakan juga titik-titik sisaan jarang berubah tanda.Sehingga asumsi kebebasan antar galat dapat dikatakan tidak terpenuhi.

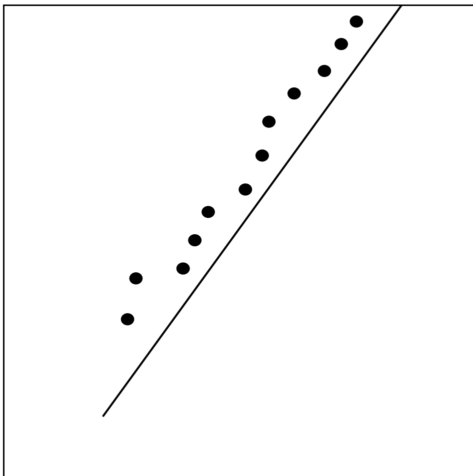
c. Pemeriksaan asumsi kenormalan galat percobaan

Berbeda dari dua pemeriksaan terhadap dua asumsi di atas, asumsi kenormalan galat dianalisis dengan menggunakan plot nilai sisaan$\left(e_{ij}\right)$ terurut terhadap nilai harapan sisaan di bawah asumsi normal(h_i) (plot peluang normal). Nilai harapan tersebut merupakan suatu hasil perkalian antara akar dari nilai Kuadrat Tengah Galat (KTG) dengan Blom’s Scores Normal. Adapun persamaan Blom’s Scores Normal adalah $z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$, dimana $i = 1,2,3, \dots, n$ dan n menunjukan banyaknya pengamatan. Plot peluang normal dapat digambar pada suatu kertas grafik peluang normal. Pada kertas grafik ini, sumbu mendatarnya memiliki skala seperti kertas grafik biasa akan tetapi sumbu tegaknya memiliki skala yang merupakan transformasi distribusi kumulatif normal (Sembiring, 2003:67). Sehingga gambar distribusi kumulatif normal yang tadinya mirip huruf S menjadi suatu garis diagonal.Garis diagonal ini merupakan suatu garis lurus yang berbentuk serong kanan dari bawah ke atas. Skala pada sumbu tegak tersebut antara 0,01 sampai 99,99, namun jarak pembagiannya menjadi lebar jika bergerak ke atas mulai dari titik 50 sampai titik 99,99 dan ke bawah dari titik 50 sampai 0 (Draper & Smith, 1992:170). Menurut Draper & Smith (1992:171) gambar kurva normal kumulatif adalah

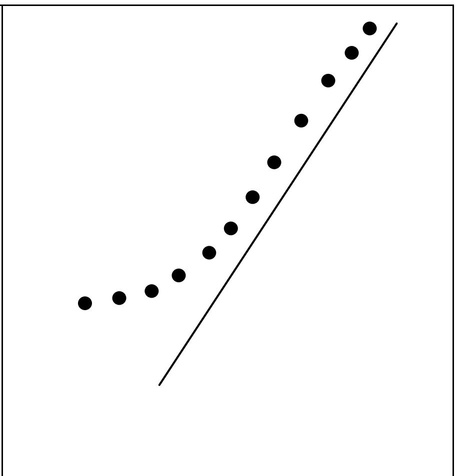


Gambar 3.3 Kurva normal kumulatif

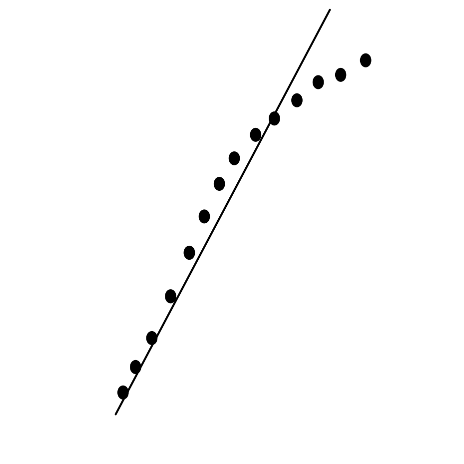
Dalam pemeriksaan asumsi normalitas berikut tidak digunakan kertas grafik peluang normal.Langkah pertama yang harus dilakukan untuk membuat plot peluang normaladalah mengurutkan nilai sisaan (e_{ij}) dari nilai sisaan terkecil, kemudian menghitung nilai harapan dibawah kurva normal (h_i). Selanjutnya nilai sisaan terurut (e_{ij}) dan nilai h_i diplotkan, dimana sumbu mendatar menunjukan nilai h_i dan sumbu tegak menunjukan nilai sisaan (e_{ij}) terurut.Titik-titik sisaan yang terbentuk pada plot tersebut akandianalisis apakah mengikuti garis diagonal atau tidak.Titik-titik sisaan yang hampir membentuk suatu garis lurus (linier) menunjukkan adanya kesesuaian dengan asumsi kenormalan, sedangkan titik-titik sisaan yang menyimpang cukup jauh dari kelinieran menunjukan bahwa sebaran galat tidak normal (Netter, dkk, 1997:115) . Berikut beberapa contoh dari plot sisaan terhadap nilai harapan di bawah kurva normal



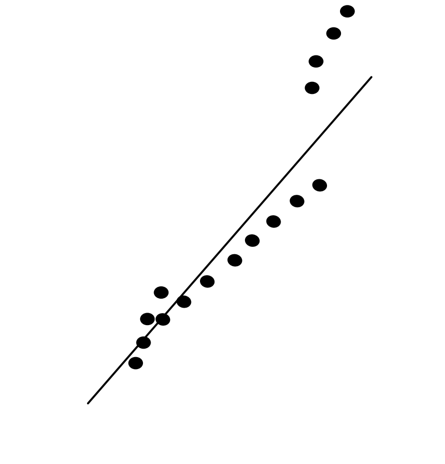
Gambar 3.4a



Gambar 3.4b



Gambar 3.4c



Gambar 3.4d

Gambar 3.4 Contoh gambar dari plot sisaan terurut terhadap nilai harapan sisaan di bawah asumsi normal

Gambar 3.4a menunjukan plot sisaan yang memenuhi asumsi normalitas, dengan ditandai titik-titik sisaan yang mengikuti arah garis diagonal. Sedangkan tiga gambar yang lainnya menunjukan plot sisaan yang tidak memenuhi asumsi kenormalan ini. Hal tersebut dapat dilihat dari adanya titik-titik sisaan dibagian ujung yang terlihat menjauhi garis diagonal atau dapat dikatakan juga tidak mengikuti arah garis diagonal.

B. Penerapan Diagnostik Sisaan Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Satu Faktor

Berikut diberikan dua contoh kasus yang kemudian akan dianalisis dengan diagnostik sisaan guna mengetahui asumsi-asumsi analisis variansinya telah dilanggar atau tidak. Penggambaran plot-plot sisaan pada kasus 1 dan 2 menggunakan program Minitab vol.15 *English*.

Kasus 1

Contoh kasus di bawah ini diambil dari suatu jurnal yang dipresentasikan pada Seminar Nasional Kebangkitan Peternakan pada tanggal 20 Mei 2009 di Semarang. Adapun jurnal ini ditulis oleh I Ketut Gordeyase Mas dengan judul Efektivitas Analisis Peragam Untuk Mengendalikan Galat Percobaan pada Rancangan Acak Kelompok dengan Materi Percobaan Ternak Babi.Pengamatan pada penelitian ini adalah bobot anak babi pada umur 6 bulan. Penelitian ini menggunakan model rancangan acak kelompok dengan 4 perlakuan yaitu persentasekandungan protein pada ransum untuk makanan ternak babi. Keempat perlakuan tersebut adalah pemberian ransum dengan kandungan protein sebesar 15% (T_1), 17,5%(T_2), 20%(T_3), dan 22,5%(T_4). Sifat banyaknya anak babi sepelahiran dijadikan sebagai faktor kelompok.Adapun maksud dari banyaknya anak babi sepelahiran adalah banyaknya induk babi melahirkan anak babi ketika anak babi yang digunakan untuk penelitian tersebut dilahirkan. Sehingga pada penelitian ini terdapat 5 kelompok yaitu sebagai berikut

K_1 = anak babi yang berasal dari jumlah anak sepelahiran 3-4 ekor

K_2 = anak babi yang berasal dari jumlah anak sepelahiran 5-6 ekor

K_3= anak babi yang berasal dari jumlah anak sepelahiran 7-8 ekor

K_4= anak babi yang berasal dari jumlah anak sepelahiran 9-10 ekor

K_5= anak babi yang berasal dari jumlah anak sepelahiran lebih dari 10 ekor

Pada penelitian ini, sampel untuk penelitian ini adalah 100 ekor anak babi.Sehingga data yang terdapat di bawah ini merupakan data nilai rata-rata dari jumlah anak babi sebanyak 5 ekor per kandang.

Tabel 3.1 Data Rata-rata Bobot Badan Babi pada Umur 6 Bulan akibat Perlakuan Ransum

Kelompok	Perlakuan				Rata-rata Perlakuan
	T_1	T_2	T_3	T_4	
K_1	60,380	63,475	65,994	66,945	64,1985
K_2	62,115	65,082	67,458	68,873	65,882
K_3	61,496	64,998	66,869	69,440	65,70075
K_4	64,098	65,914	68,123	71,247	67,3455
K_5	62,574	66,099	68,435	70,356	66,85925
Rata-rata Kelompok	62,1272	65,1136	67,3758	69,3722	65,9972

Data ini akan digunakan pada keempat penerapan diagnostik sisaan berdasarkan asumsi-asumsi yang mungkin dimiliki oleh faktor dan kelompok (model tetap, model acak, jika faktor bersifat tetap dan kelompok bersifat acak, serta faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap). Akan tetapi terlebih dahulu akan dilakukan uji Tukey guna memeriksa asumsi keaditifan model telah dipenuhi atau tidak. Berikut langkah-langkah pengujian asumsi keaditifan dengan uji Tukey.

- Hipotesis:

  H_0 : Model linier bersifat aditif

  H_1 : Model linier tidak bersifat aditif

- Taraf Signifikansi : $\alpha = 0{,}05$
- Statistik Uji:$F = \frac{KT_{NAT}}{KTS}$

$$JK_{(non\ aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2}$$

Dengan $Q = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{i.}d_{.j}Y_{ij}$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})$$

- Kriteria Keputusan:

  H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha(1, db\ galat)}$

- Perhitungan

  Untuk memudahkan perhitungan dalam uji Tukey maka dibuat tabel hasil perhitungan dari $d_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ dan $d_{.j} = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$serta tabel d_{ij} yang merupakan hasil perkalian antara nilai$d_{i.}$, $d_{.j}$, danY_{ij} .

Tabel 3.2 Hasil Perhitungan$d_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ dan $d_{.j} = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$Data Rata-rata Bobot Badan Babi pada Umur 6 Bulan akibat Perlakuan Ransum

	T_1	T_2	T_3	T_4	$Y_{.j}$	$\bar{Y}_{.j}$	$d_{.j}$
K_1	60,380	63,475	65,994	66,945	256,794	64,198	-1.799
K_2	62,115	65,082	67,458	68,873	263,528	65,528	-0,115
K_3	61,496	64,998	66,869	69,440	262,803	65,701	-0,296
K_4	64,098	65,914	68,123	71,247	269,382	67,346	1,349
K_5	62,547	66,099	68,435	70,356	267,437	66,859	0,862
$Y_{.j}$	310,636	325,568	336,879	346,861	1319,944		
$\bar{Y}_{i.}$	62,127	65,114	67,376	69,372		65,997	
$d_{i.}$	-3,87	-0,883	1,379	3,375			

Tabel 3.3 Hasil Perhitungan $d_{ij} = d_{i.}d_{.j}Y_{.j}$Data Rata-rata Bobot Badan Babi pada Umur 6 Bulan akibat Perlakuan Ransum

	T_1	T_2	T_3	T_4
K_1	420,373	100,831	-163,719	-406,465
K_2	27,644	6,609	-10,698	-26,731
K_3	70,445	16,988	-27,295	-69,371
K_4	-334,632	-78,515	126,727	324,379
K_5	-208,653	-50,311	81,349	204,683

Terlebih dahulu akan dihitung nilai *JKT*, *JKP*, *JKK*, $JK_{non\ aditifitas}$, dan *JKS*

$$JKT = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} {Y_{ij}}^2 - FK$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} {Y_{ij}}^2 - \left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\right)^2 /pk$$

$$= (60{,}380^2 + 62{,}115^2 + \cdots + 70{,}356^2) - \frac{(60{,}380 + 62{,}115 + 70{,}356)^2}{4.5}$$

$$= 87284{,}156 - \frac{(1319{,}944)^2}{20}$$

$$= 87284{,}165 - 87112{,}608$$

$$= 171{,}548$$

$$JKP = {\sum_{i=1}^{p}\left(\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\right)^2}\Big/_{k} - FK$$

$$= \frac{(310{,}636)^2 + (325{,}568)^2 + (336{,}879)^2 + (346{,}861)^2}{5} - 87112{,}608$$

$$= 87257{,}852 - 87112{,}608$$

$$= 145{,}244$$

$$JKK = {\sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}\right)^2}\Big/_{p} - FK$$

$$= \frac{(256{,}794)^2 + (263{,}528)^2 + (262{,}803)^2 + (269{,}382)^2 + (267{,}437)^2}{4} - 87112{,}608$$

$$= 87136{,}198 - 87112{,}608$$

$$= 23{,}59$$

$$Q = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{i.}d_{.j}Y_{ij}$$

$$= 420{,}373 + 27{,}644 + \cdots + 204{,}683$$

$$= 3{,}638$$

$$JK_{non\,aditifitas} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 \sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2}$$

$$= \frac{(3{,}638)^2}{[(-3{,}87)^2 + (-0{,}883)^2 + (1{,}379)^2 + (3{,}375)^2][(-1{,}799)^2 + (-0{,}115)^2 + \cdots + (0{,}862)^2]}$$

$$= \frac{13{,}235}{171{,}392}$$

$$= 0{,}077$$

$$JKS = JKT - JKP - JKK - JK_{non\ aditifitas}$$

$$= 171{,}548 - 145{,}244 - 23{,}59 - 0{,}077$$

$$= 2{,}63$$

Setelah diperoleh nilai dari $JK_{non\ aditifitas}$dan JKS, maka nilai F_{hitung} diperoleh sebagai berikut

$$F = \frac{KT_{NAT}}{KTS} = \frac{JK_{NAT}/db_{NAT}}{JKS/db_{sisa}}$$

$$= \frac{0{,}077/1}{2{,}637/12}$$

$$= 0{,}3562$$

- Kesimpulan

  Karena $F = 0{,}3562 < F_{0{,}05(1{,}12)} = 4{,}75$ maka Ho diterima.Artinya bahwa model linier bersifat aditif atau dapat dikatakan asumsi keaditifan telah dipenuhi oleh data tersebut.

Selanjutnya akan dilakukan pemeriksaan terhadap ketiga asumsi yang lain dengan menggunakan diagnostik sisaan.

a. Penerapan diagnostik sisaan jika faktor dan kelompok bersifat tetap.

Data yang diberikan pada tabel tersebut akan dianalisis dengan diagnostik sisaan guna menguji asumsi-asumsi Analisis Variansinya telah terpenuhi atau tidak. Dari keterangan sebelumnya diketahui bahwa penelitian tersebut memiliki 1 faktor dengan 4 perlakuan serta 5 kelompok. Faktor perlakuan dan kelompok yang terdapat dalam penilitian ini diasumsikan bersifat tetap. Pada ilustrasi tersebut terlihat bahwa persentasi kadar protein yang ditambahkan pada ransum untuk keempat perlakuan memiliki selisih yang sama. Hal tersebut menunjukan bahwa perlakuan pada penelitian tersebut telah ditetapkan oleh penelitinya.Pada bagian pengelompokan anak babi berdasarkan jumlah anak sepelahiran menunjukan bahwa peneliti telah menetapkan 5 kelompok tersebut untuk penelitiannya. Sehingga model linier aditif dari rancangan percobaan penelitian tersebut adalah:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

dengan asumsi:

$\sum \tau_i = 0$, $\sum \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Selanjutnya akan dilakukan pemeriksaan asumsi-asumi ANAVA dari kasus di atas dengan menggunakan diagnostik sisaan.

1. Galat Percobaan Memiliki Variansi yang Homogen

   Untuk memeriksa kehomogenan galat dengan plot sisaan maka akan dibuat plot antara nilai sisaan terhadap nilai dugaan. Berikut hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk perlakuan dan kelompok yangbersifat tetap.

Tabel 3.4 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan DataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor dan Kelompok Bersifat Tetap

Y_{ij}	$\hat{Y}_{ij}$	e_{ij}
60,38	60,3285	0,0515
62,115	62,012	0,103
61,496	61,83075	-0,33475
64,098	63,4755	0,6225
62,547	62,98925	-0,44225
63,475	63,3149	0,1601
65,082	64,9984	0,0836
64,998	64,81715	0,18085
65,914	66,4619	-0,5479
66,099	65,97565	0,12335
65,994	65,5771	0,4169
67,458	67,2606	0,1974
66,869	67,07935	-0,21035
68,123	68,7241	-0,6011
68,435	68,23785	0,19715
66,945	67,5735	-0,6285
68,873	69,257	-0,384
69,44	69,07575	0,36425
71,247	70,7205	0,5265
70,356	70,23425	0,12175

Nilai dugaan ($\hat{Y}_{ij}$) dan nilai sisaan (e_{ij}) yang terdapat pada tabel di atas diperoleh dari persamaan berikut ini:

- $\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$
- $e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}$

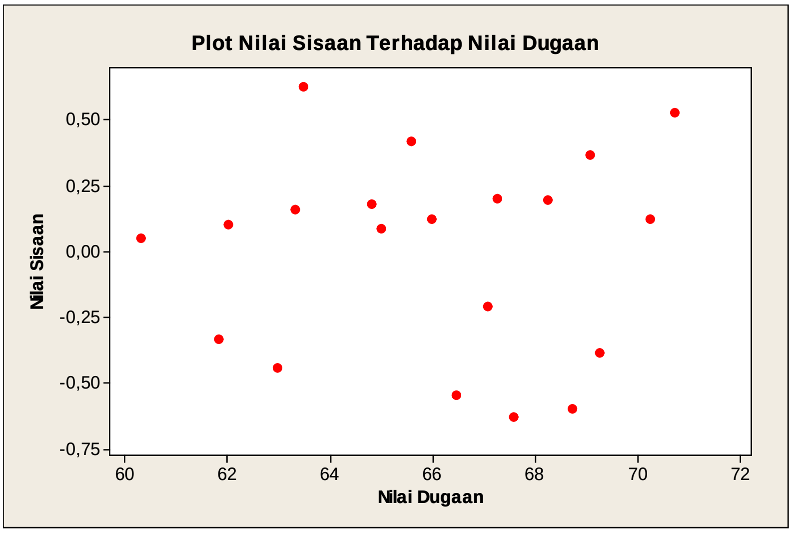
Berdasarkan sifat sisaan maka akan dihitung rataan dan variansi dari sisaan tersebut.

1. $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} e_{ij}}{n} = \frac{e_{11}+e_{12}+\cdots+e_{45}}{20} = \frac{0,0515+0,103+\cdots+0,12175}{20} = \frac{0}{20} = 0$

2. $Var(e) = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}(e_{ij}-\bar{e})^2}{(4-1)(5-1)} = \frac{(0{,}0515)^2+(0{,}103)^2+\cdots+(0{,}12175)^2}{12} = \frac{2{,}713528}{12}$

$= 0{,}226127$

Berikut merupakan plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan berdasarkan Tabel 3.2



Gambar 3.5 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaanjika faktor dan kelompok bersifat tetap

Berdasarkan plot di atas terlihat bahwa titik-titik sisaan tidak membentuk suatu pola tertentu dan menyebar secara acak. Sehingga asumsi kehomogenan variansi galat telah terpenuhi.

2. Galat Percobaan Saling Bebas

Untuk pemeriksaan asumsi ini Gambar plot nilai sisaan yang digunakan sama dengan Gambar pada pengujian asumsi kehomogenan variansi galat percobaan. Dari Gambar 3.5 nilai sisaan terhadap waktu terlihat bahwa titik-titik sisaan berfluktuasi secara acak disekitar nol. Hal tersebut menunjukkan bahwa galat percobaan satu dengan yang lain saling bebas.

3. Kenormalan Galat Percobaan

Asumsi kenormalan suatu galat percobaan bisa dilihat dari Gambar nilai sisaan terhadap nilai harapan di bawah kurva normal (h_i). Akan tetapi terlebih dahulu harus ditentukan nilai sisaan terurut serta nilai h_i. Nilai h_i diperoleh dari model matematis berikut :

$$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)\right] \text{dengan} KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{JKT - JKP - JKK}{dbG}$$

Sebelum menentukan nilai h_i maka akan ditentukan terlebih dahulu nilai Kuadrat Tengah Galat (KTG).

$$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{JKT - JKP - JKK}{dbG}$$

Perhitungan untuk nilai JKT, JKP, dan JKK adalah sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} {Y_{ij}}^2 - \frac{{Y_{..}}^2}{4 \times 5}$$

$$= \left({Y_{11}}^2 + {Y_{12}}^2 + \cdots + {Y_{45}}^2\right) - \frac{{Y_{..}}^2}{(4)(5)}$$

$$= (60{,}38^2 + 62{,}115^2 + \cdots + 70{,}356^2) - \frac{1319{,}944^2}{20}$$

$$= 87284{,}16 - \frac{1742252{,}163}{20}$$

$$= 87284{,}16 - 87112{,}61$$

$$= 171{,}5477$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{4} \frac{{Y_{i.}}^2}{5} - \frac{{Y_{..}}^2}{4 \times 5}$$

$$= \frac{Y_{1.}{}^2 + Y_{2.}{}^2 + Y_{3.}{}^2 + Y_{4.}{}^2}{5} - \frac{Y_{..}{}^2}{4 \times 5}$$

$$= \frac{310,636^2 + 325,568^2 + 336,879^2 + 346,861^2}{5} - \frac{1319,944^2}{20}$$

$$= 87257,85 - 87112,61$$

$$= 145,2441$$

$$JKK = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{5} \frac{Y_{.j}{}^2}{4} - \frac{Y_{..}{}^2}{4 \times 5}$$

$$= \frac{Y_{.1}{}^2 + Y_{.2}{}^2 + Y_{.3}{}^2 + Y_{.4}{}^2 + Y_{.5}{}^2}{4} - \frac{Y_{..}{}^2}{4 \times 5}$$

$$= \frac{256,794^2 + 263,528^2 + 262,803^2 + 269,382^2 + 267,437^2}{4} - \frac{1319,944^2}{20}$$

$$= 87136,2 - 87112,61$$

$$= 23,59007$$

$$JKG = JKT - JKP - JKG$$

$$= 171,5518 - 145,2440 - 23,5900$$

$$= 2,7135$$

Sehingga diperoleh nilai KTG adalah

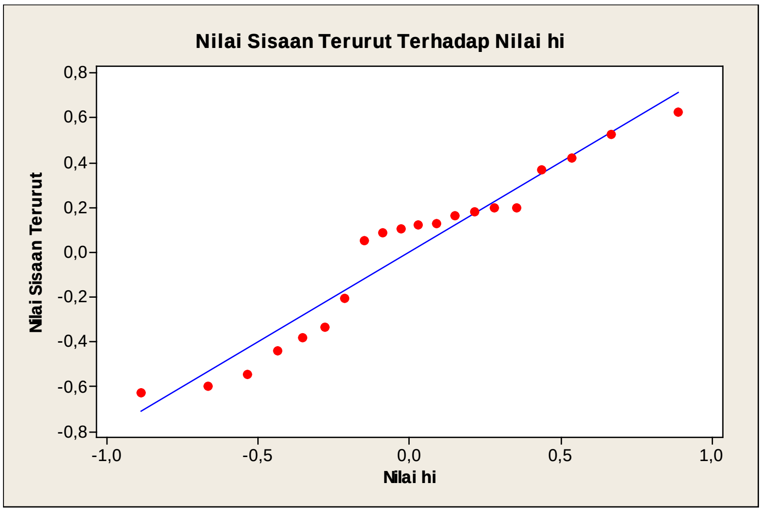
$$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{2,7178}{(4-1)(5-1)} = \frac{2,7178}{12} = 0,22648$$

$$\sqrt{KTG} = \sqrt{0,22648} = 0,4759$$

Berikut tabel nilai sisaan terurut dan nilai serta plot normalitas untuk galat percobaan pada data yang telah ditentukan sebelumnya.

Tabel 3.5 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan Terurut dan Nilai h_iDataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor dan Kelompok Bersifat Tetap

e_{ij} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	h_i
-0,6285	0,030864	-1,867	-0,88781
-0,6011	0,080247	-1,404	-0,66764
-0,5479	0,12963	-1,129	-0,53687
-0,44225	0,179012	-0,919	-0,43701
-0,384	0,228395	-0,744	-0,35379
-0,33475	0,277778	-0,589	-0,28009
-0,21035	0,32716	-0,448	-0,21304
0,0515	0,376543	-0,315	-0,14979
0,0836	0,425926	-0,187	-0,08892
0,103	0,475309	-0,062	-0,02948
0,12175	0,524691	0,062	0,029483
0,12335	0,574074	0,187	0,088924
0,1601	0,623457	0,315	0,149791
0,18085	0,67284	0,448	0,213037
0,19715	0,722222	0,589	0,280086
0,1974	0,771605	0,744	0,353793
0,36425	0,820988	0,919	0,43701
0,4169	0,87037	1,129	0,536871
0,5265	0,919753	1,404	0,667641
0,6225	0,969136	1,867	0,887811



Gambar 3.6 Plot Nilai Sisaan Terurut Terhadap Nilai *hi*jika faktor dan kelompok bersifat teta

Berdasarkan Gambar 3.6 ,dapat terlihat bahwa titik-titik sisaan hampir membentuk suatu garis lurus. Titik-titik sisaan yang terdapat pada gambar di atas tidak terlalu menyimpang garis diagonal.Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat juga terpenuhi pada bagian ini.

b. Penerapan diagnostik sisaan jika faktor dan kelompok bersifat acak

Data yang digunakan pada perhitungan untuk bagian ini dan selanjutnya menggunakan data dari penelitian peternakan babi yang terdapat pada bagian sebelumnya. Pada bagian ini akan diasumsikan faktor dan kelompok yang digunakan dalam percobaan tersebut bersifat acak (diambil secara acak). Berdasarkan penelitian tersebut dimisalkan terdapat populasi perlakuan dan kelompok, kemudian secara sembarang peneliti mengambil 4 buah perlakuan dan 5 buah kelompok yang digunakan pada penelitian berat badan babi.Faktor dan kelompok dapat dikatakan bersifat acak jika peneliti secara sembarang memilih perlakuan untuk percobaannya dari suatu populasi perlakuan yang ada.Begitu juga berlaku terhadap pengelompokan. Hal tersebut menyebabkan kesimpulan yang didapat dari hasil analisis yang dilakukan akan berlaku secara umum. Sehingga model linier aditif dari rancangan percobaan penelitian tersebut menjadi:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

dengan asumsi:

$\tau_i \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma_\tau{}^2)$, $\beta_j \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma_\beta{}^2)$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma^2)$

Berikut merupakan pemeriksaan asumsi-asumsi ANAVA untuk perlakuan dan kelompok bersifat acak.

1. Galat Percobaan Memiliki Variansi yang Homogen

   Berikut tabel dari hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan jika faktor perlakuan dan kelompok bersifat acak.

Tabel 3.6 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan DataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor dan Kelompok Bersifat Acak

Y_{ij}	$\hat{Y}_{ij}$	e_{ij}
60,38	65,9972	-5,6172
62,115	65,9972	-3,8822
61,496	65,9972	-4,5012
64,098	65,9972	-1,8992
62,547	65,9972	-3,4502
63,475	65,9972	-2,5222
65,082	65,9972	-0,9152
64,998	65,9972	-0,9992
65,914	65,9972	-0,0832
66,099	65,9972	0,1018
65,994	65,9972	-0,0032
67,458	65,9972	1,4608
66,869	65,9972	0,8718
68,123	65,9972	2,1258
68,435	65,9972	2,4378
66,945	65,9972	0,9478
68,873	65,9972	2,8758
69,44	65,9972	3,4428
71,247	65,9972	5,2498
70,356	65,9972	4,3588

Hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan di atas diperoleh daripersamaan berikut:

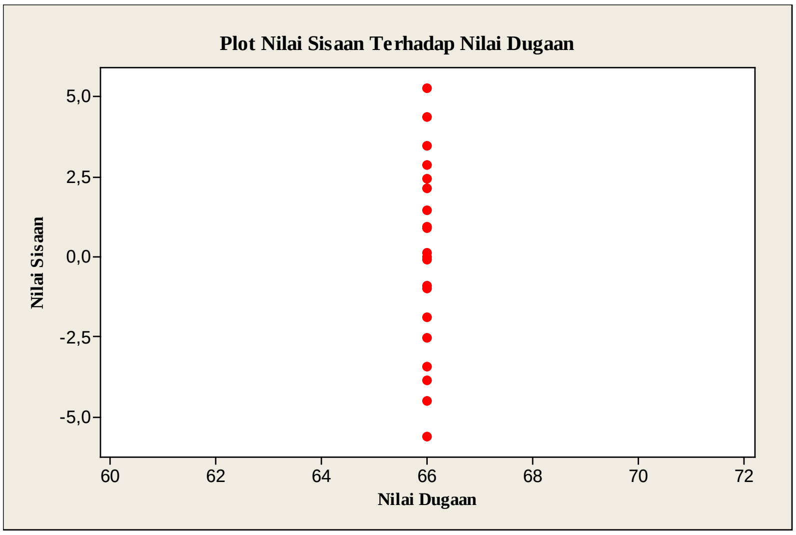
- $\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{..}$
- $e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{..}$

Berdasarkan sifat sisaan maka akan dihitung rataan dan variansi dari sisaan tersebut.

1. $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} e_{ij}}{20} = \frac{e_{11}+e_{12}+\cdots+e_{45}}{20} = \frac{-5,6172+(-3,8822)+\cdots+4,3588}{20} = \frac{0}{20} = 0$

2. $\frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}\left(e_{ij}-\bar{e}\right)^2}{(4-1)(5-1)} = \frac{(-5,6172)^2+(-3,8822)^2+\cdots+(4,3588)^2}{12} = 14,29564$

Hasil Gambar nilai sisaan terhadap nilai dugaan berdasarkan Tabel 3.4 adalah sebagai berikut:



Gambar 3.7 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaan jika faktor dan kelompok bersifat acak

Dari Gambar di atas terlihat titik-titik sisaan yang membentuk suatu garis vertikal untuk nilai penduga 66.Untuk mengetahui terpenuhinya asumsi kehomogenan galat dari Gambar seperti itu sulit dilakukan.Sehingga perlu dilakukan uji Bartlett guna menguji asumsi kehomogenan galat jika faktor dan kelompok bersifat acak.

Adapun pengujian asumsi kehomogenan galat dengan menggunakan uji Bartlett adalah sebagai berikut:

- Hipotesis:

  $H_0: \sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2 = \sigma_3{}^2 = \sigma_4{}^2$ (Variansi semua perlakuan sama)

  $H_1: \exists\ \sigma_i{}^2 \neq \sigma_j{}^2,\ i \neq j,\ i,j = 1{,}2{,}3{,}4$ (Minimal ada satu perlakuan yang variansi nya tidak sama dengan yang lain)

Keterangan: 1 = pemberian ransum dengan kandungan protein 15%

2 = pemberian ransum dengan kandungan protein 17,5%

3 = pemberian ransum dengan kandungan protein 20%

4 = pemberian ransum dengan kandungan protein 22,5%

- Taraf signifikansi : $\alpha = 0{,}05$
- Statistik uji : $\chi^2 = (\ln 10)\left\{\left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\right] log(s^2) - \sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\, log(s_i{}^2)\right\}$

  $$s^2 = \left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\, s_i{}^2\right] / \left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\right]$$

  $$s_i{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{p}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}\right)^2}{r_i - 1} = \frac{r_i \sum_{i=1}^{p} Y_{ij}{}^2 - \left(\sum_j^k Y_{ij}\right)^2}{r_i(r_i - 1)}$$

  $$FK = 1 + \left[\frac{1}{3(p-1)}\right]\left[\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{1}{r_i - 1}\right) - \frac{1}{\sum_{i=1}^{p} r_i - 1}\right]$$

- Kriteria keputusan :

  H₀ ditolak jika $\chi^2{}_t = \left(1/_{FK}\right)\chi^2 > \chi^2{}_{\alpha(p-1)}$, dengan p merupakan banyaknya perlakuan.

- Perhitungan:

Misalkan banyaknya perlakuan adalah *p* dan banyaknya kelompok

adalah *r*dengan $p = 4$ dan $r = 5$

Akan dihitung terlebih dahulu nilai ${s_i}^2$ untuk $i = 1,2,3,4$

$$ {s_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{p} \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}\right)^2}{r_1 - 1} $$

$$ = \frac{(60{,}380 - 62{,}1272)^2 + (62{,}115 - 62{,}1279)^2 + \cdots + (62{,}547 - 62{,}1272)^2}{5 - 1} $$

$$ = \frac{3{,}052708 + 0{,}000149 + \cdots + 0{,}176232}{4} $$

$$ = 1{,}878 $$

Dengan menggunakan langkah yang sama maka akan didapatkan nilai ${s_2}^2$, ${s_3}^2$, dan ${s_4}^2$ seperti berikut:

$$ {s_2}^2 = 1{,}078 {s_3}^2 = 0{,}963 {s_4}^2 = 2{,}657 $$

Kemudian akan dihitung nilai S^2dan *FK*

$$ s^2 = \left[\sum_{i=1}^{p} (r_i - 1)\, {s_i}^2\right] / \left[\sum_{i=1}^{p} (r_i - 1)\right] $$

$$ = \frac{((r_1 - 1){S_1}^2 + (r_2 - 1){S_2}^2 + (r_3 - 1){S_3}^2 + (r_4 - 1){S_4}^2}{(r_1 - 1) + (r_2 - 1) + (r_3 - 1) + (r_4 - 1)} $$

$$ = \frac{(4 \times 1{,}878) + (4 \times 1{,}078) + (4 \times 0{,}963) + (4 \times 2{,}657)}{16} $$

$$ = 1{,}644 $$

$$ FK = 1 + \left[\frac{1}{3(p - 1)}\right] \left[\sum_{i=1}^{p} \left(\frac{1}{r_i - 1}\right) - \frac{1}{\sum_{i=1}^{a} r_i - 1}\right] $$

$$ = 1 + \left[\frac{1}{3(4 - 1)}\right] \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4 + 4 + 4 + 4}\right] $$

$$ = 1 + \left(\frac{1}{9}\right) \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{16}\right) $$

$$= 1 + \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{15}{16}\right)$$

$$= 1 + \frac{5}{48} = \frac{53}{48}$$

Langkah selanjutnya akan dihitung nilai χ^2 dan χ_t^2

$$\chi^2 = (\ln 10)\left\{\left[\sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\right] log\left(S^2\right) - \sum_{i=1}^{p}(r_i - 1)\, log\left({S_i}^2\right)\right\}$$

$$= (\ln 10)\{[16]\log(1{,}644) - \left(4 \times log(1{,}878)\right)$$

$$+\left(4 \times log(1{,}078)\right) + \left(4 \times log(0{,}963)\right) + \left(4 \times log(2{,}657)\right)$$

$$= (\ln 10)\{3{,}4544 - 2{,}8574\}$$

$$= 1{,}3746$$

$$\chi^2{}_t = \left({}^1/_{FK}\right) X^2 = \left(\frac{48}{53}\right) 1{,}3746 = 1{,}2449$$

- Kesimpulan

  Karena $\chi^2{}_t = 1{,}2449 < \chi^2{}_{\alpha(p-1)} = \chi^2{}_{0{,}05(3)} = 7{,}815$ makaH_0 diterima. Sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi juga terpenuhi.

2. Galat Percobaan Saling Bebas

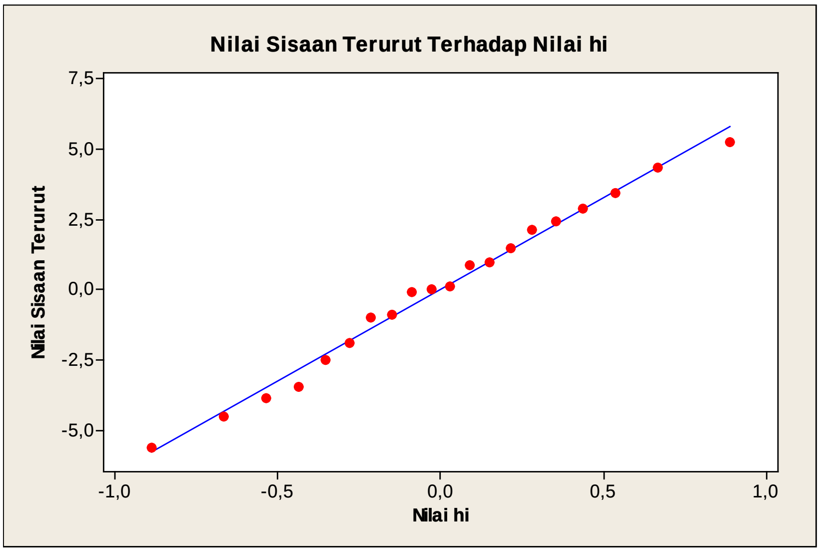
   Berdasarkan plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan pada Gambar 3.6 terlihat bahwa titik-titik sisaan berfluktuasi disekitar nol. Hal tersebut menunjukkan bahwa asumi galat percobaan saling bebas terpenuhi.

3. Kenormalan Galat Percobaan

   Dengan menggunakan nilai harapan di bawah kurva normal yang telah didapatkan pada bagian sebelumnya,berikut tabel nilai sisaan terurut dan nilai serta plot normalitas untuk galat percobaan pada data yang telah ditentukan sebelumnya.

Tabel 3.7 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan Terurut dan Nilai h_i DataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor dan Kelompok Bersifat Acak

e_{ij} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	h_i
-5,6172	0,030864	-1,867	-0,88781
-4,5012	0,080247	-1,404	-0,66764
-3,8822	0,12963	-1,129	-0,53687
-3,4502	0,179012	-0,919	-0,43701
-2,5222	0,228395	-0,744	-0,35379
-1,8992	0,277778	-0,589	-0,28009
-0,9992	0,32716	-0,448	-0,21304
-0,9152	0,376543	-0,315	-0,14979
-0,0832	0,425926	-0,187	-0,08892
-0,0032	0,475309	-0,062	-0,02948
0,1018	0,524691	0,062	0,029483
0,8718	0,574074	0,187	0,088924
0,9478	0,623457	0,315	0,149791
1,4608	0,67284	0,448	0,213037
2,1258	0,722222	0,589	0,280086
2,4378	0,771605	0,744	0,353793
2,8758	0,820988	0,919	0,43701
3,4428	0,87037	1,129	0,536871
4,3588	0,919753	1,404	0,667641
5,2498	0,969136	1,867	0,887811



Gambar 3.8 Plot Nilai Sisaan terurut terhadap Nilai h_i faktor dan kelompok bersifat acak

Berbeda dari Gambar sebelumnya, Gambar plot untuk asumsi normalitas ini bisa dianalisis untuk menguji apakah data tersebut memenuhi asumsi kenormalan galat atau tidak.Berdasarkan Gambar 3.8 terlihat bahwa titik-titik sisaan mengikuti suatu garis diagonal.Sehingga asumsi kenormlan galat telah terpenuhi.

c. Penerapan diagnostik sisaan jika faktor bersifat tetap dan kelompok acak

Dengan menggunakan data yang sama, kali ini perlakuan dalam penelitian tersebut diasumsikan bersifat tetap sedangkan kelompok bersifat acak. Berdasarkan penelitian tersebut diasumsikan bahwa peneliti telah menetapkan adanya 4 buah perlakuan dari suatu populasi perlakuan yang ada.Akan tetapi peneliti mengambil secara sembarang 5 buah kelompok dari suatu populasi kelompok untuk digunakan pada penelitiannya. Jadi peneliti dalam percobaannya telah menetapkan perlakuan yang akan digunakan tetapi untuk pengelompokan unit percobaannya sendiri dilakukan secara sembarang. Sehingga model linier rancangan percobaannya adalah

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

dengan asumsi:

$\sum \tau_i = 0$, $\beta_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\beta{}^2)$, dan $\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

1. Galat Percobaan Memiliki Variansi yang Homogen

   Di bawah ini merupakan tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk faktor perlakuan yang bersifat tetap dan kelompok bersifat acak.

Tabel 3.8 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan DataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor Bersifat Tetap dan Kelompok Bersifat Acak

Y_{ij}	$\hat{Y}_{ij}$	e_{ij}
60,38	62,1272	-1,7472
62,115	62,1272	-0,0122
61,496	62,1272	-0,6312
64,098	62,1272	1,9708
62,547	62,1272	0,4198
63,475	65,1136	-1,6386
65,082	65,1136	-0,0316
64,998	65,1136	-0,1156
65,914	65,1136	0,8004
66,099	65,1136	0,9854
65,994	67,3758	-1,3818
67,458	67,3758	0,0822
66,869	67,3758	-0,5068
68,123	67,3758	0,7472
68,435	67,3758	1,0592
66,945	69,3722	-2,4272
68,873	69,3722	-0,4992
69,44	69,3722	0,0678
71,247	69,3722	1,8748
70,356	69,3722	0,9838

Nilai dugaan $(\hat{Y}_{ij})$ dan nilai sisaan (e_{ij}) yang terdapat pada tabel di atas diperoleh dari persamaan berikut ini:

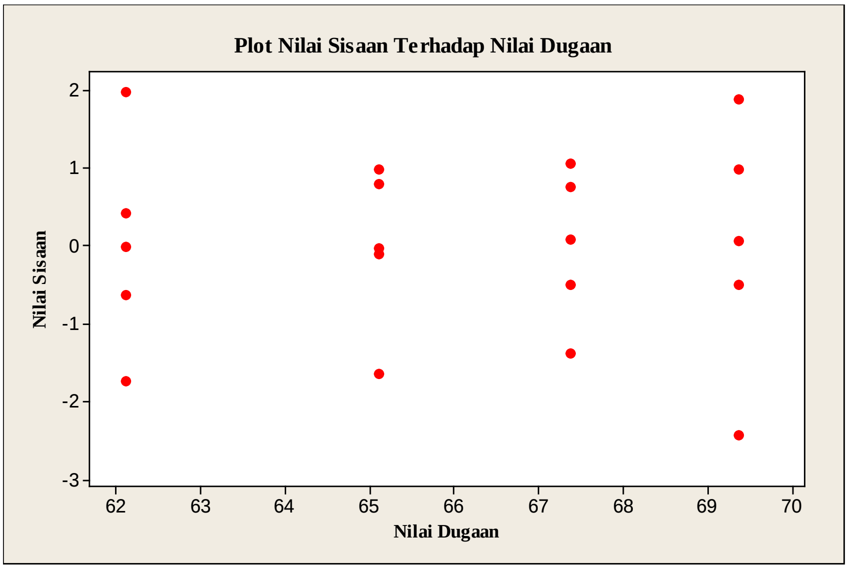
- $\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{i.}$
- $e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}$

Berdasarkan sifat sisaan maka akan dihitung rataan dan variansi dari sisaan tersebut.

1. $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} e_{ij}}{20} = \frac{e_{11}+e_{12}+\cdots+e_{45}}{20} = \frac{-1{,}7472+(-0{,}0122)+\cdots+0{,}9838}{20} = \frac{0}{20} = 0$

2. $\frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}(e_{ij}-\bar{e})^2}{(4-1)(5-1)} = \frac{(-1{,}7472)^2+(-0{,}0122)^2+\cdots+(0{,}9838)^2}{12} = 2{,}191967$

Gambar nilai sisaan terhadap nilai dugaan berdasarkan tabel di atas adalah sebagai berikut:



Gambar 3.9 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaan jika faktor tetap dan kelompok acak

Berdasarkan pengamatan terhadap titik-titik sisaan yang terbentuk pada Gambar 3.9, dapat dikatakan bahwa titik-titik sisaan tidak membentuk suatu pola tertentu.Maka dapat disimpulkan bahwa asumsi kehomogenan variansi telah terpenuhi.

2. Galat Percobaan Saling Bebas

   Dengan memanfaatkan plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan pada Gambar 3.9 maka dapat dilihat bahwa titik-titik sisaan berfluktuasi disekitar nol. Sehingga asumsi kebebasan galat percobaan juga terpenuhi pada bagian ini.

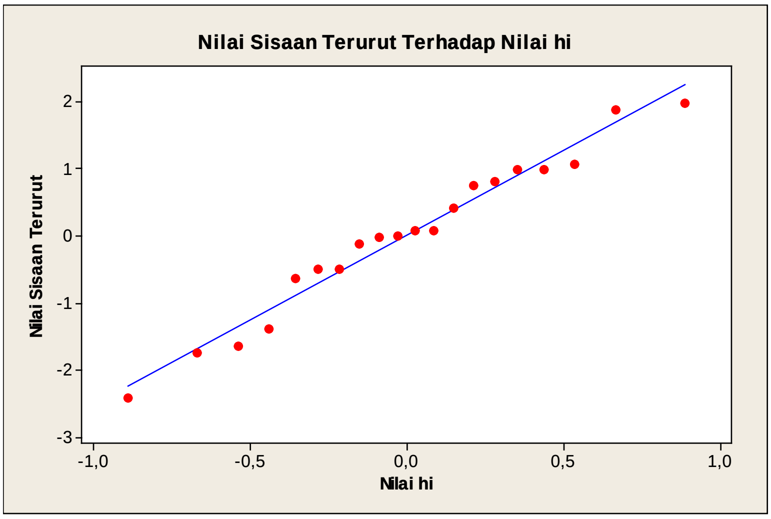
3. Kenormalan Galat Percobaan

   Berikut tabel yang menyajikan nilai sisaan yang telah terurut serta nilai harapan di bawah kurva normal yang telah dihitung sebelumnya.

Tabel 3.9 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan Terurut dan Nilai h_i DataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor Bersifat Tetap dan Kelompok Bersifat Acak

e_{ij} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	h_i
-2,4272	0,030864	-1,867	-0,88781
-1,7472	0,080247	-1,404	-0,66764
-1,6386	0,12963	-1,129	-0,53687
-1,3818	0,179012	-0,919	-0,43701
-0,6312	0,228395	-0,744	-0,35379
-0,5068	0,277778	-0,589	-0,28009
-0,4992	0,32716	-0,448	-0,21304
-0,1156	0,376543	-0,315	-0,14979
-0,0316	0,425926	-0,187	-0,08892
-0,0122	0,475309	-0,062	-0,02948
0,0678	0,524691	0,062	0,029483
0,0822	0,574074	0,187	0,088924
0,4198	0,623457	0,315	0,149791
0,7472	0,67284	0,448	0,213037
0,8004	0,722222	0,589	0,280086
0,9838	0,771605	0,744	0,353793
0,9854	0,820988	0,919	0,43701

1,0592	0,87037	1,129	0,536871
1,8748	0,919753	1,404	0,667641
1,9708	0,969136	1,867	0,887811



Gambar 3.10 Plot Nilai Sisaan terurutterhadap Nilai *hi*jika faktor tetap dan kelompok acak

Titik-titik sisaan yang terbentuk pada Gambar di atas hampir membentuk suatu garis lurus.Sehingga untuk asumsi faktor tetap dan kelompok acak ini, kenormalan galat percobaan tidak dilanggar.

d. Penerapan diagnostik sisaan jika faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap

Pada bagian ini diasumsikan faktor tersebut diasumsikan bersifat acak sedangkan kelompok bersifat tetap. Berkebalikan dengan bagian sebelumnya, kali ini dimisalkan 4 buah perlakuan yang digunakan untuk percobaan diambil secara sembarang dari suatu populasi perlakuan yang ada,sedangkan pengelompokan unit percobaan telah ditetapkan oleh peneliti tersebut yaitu dengan adanya 5 buah kelompok pada percobaan tersebut. Sehingga model linier rancangan percobaannya adalah

$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$

dengan asumsi:

$\tau_i \underset{\sim}{iid} N(0, \sigma_\tau{}^2)$,$\sum \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{iidN}(0, \sigma^2)$

Berikut pemeriksaan asumsi-asumsi ANAVA dengan diagnostik sisaan :

1. Galat Percobaan Memiliki Variansi yang Homogen

   Di bawah ini merupakan tabel hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk faktor bersifat tetap dan kelompok bersifat acak.

Tabel 3.10 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan DataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransum jika Faktor Bersifat Acak dan Kelompok Bersifat Tetap

Y_{ij}	$\hat{Y}_{ij}$	e_{ij}
60,38	64,1985	-3,8185
62,115	65,882	-3,767
61,496	65,70075	-4,20475
64,098	67,3455	-3,2475
62,547	66,85925	-4,31225
63,475	64,1985	-0,7235
65,082	65,882	-0,8
64,998	65,70075	-0,70275
65,914	67,3455	-1,4315
66,099	66,85925	-0,76025
65,994	64,1985	1,7955
67,458	65,882	1,576
66,869	65,70075	1,16825
68,123	67,3455	0,7775
68,435	66,85925	1,57575
66,945	64,1985	2,7465
68,873	65,882	2,991
69,44	65,70075	3,73925
71,247	67,3455	3,9015
70,356	66,85925	3,49675

Nilai dugaan $(\hat{Y}_{ij})$ dan nilai sisaan (e_{ij}) yang terdapat pada tabel di atas diperoleh dari persamaan berikut ini:

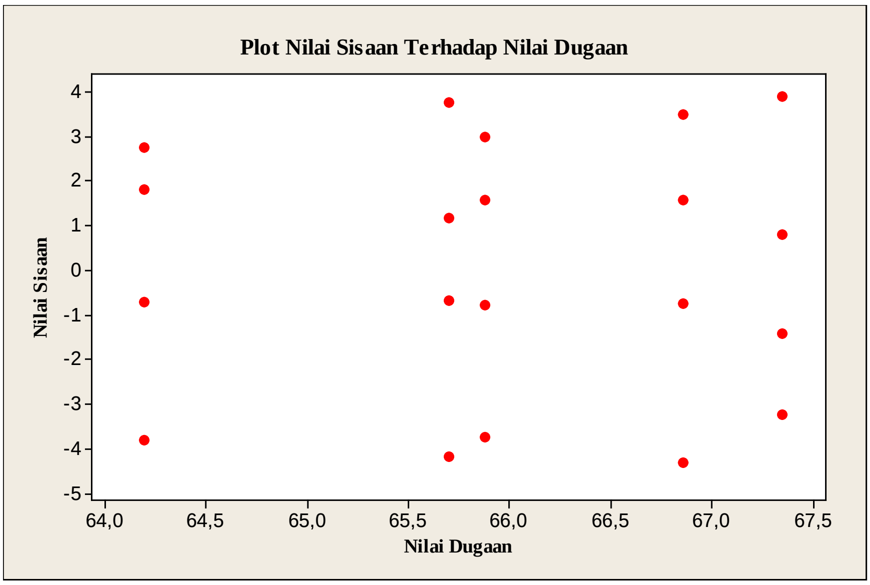
- $\hat{Y}_{ij} = \bar{Y}_{.j}$
- $e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{.j}$

Berdasarkan sifat sisaan maka akan dihitung rataan dan variansi dari sisaan tersebut.

1. $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} e_{ij}}{20} = \frac{e_{11}+e_{12}+\cdots+e_{45}}{20} = \frac{-3{,}8185+(-3{,}767)+\cdots+3{,}49675}{20} = \frac{0}{20} = 0$

2. $\frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}(e_{ij}-\bar{e})^2}{(4-1)(5-1)} = \frac{(-3{,}8185)^2+(-3{,}767)^2+\cdots+(3{,}49675)^2}{12} = 12{,}3298$

Gambar nilai sisaan terhadap nilai dugaan berdasarkan tabel di atas adalah sebagai berikut:



Gambar 3.11 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaan jika faktor acak dan kelompok tetap

Dari Gambar di atas dapat dilihat bahwa titik-titik sisaan tidak membentuk suatu pola tertentu.Sehingga mengakibatkan asumsi kehomogenan variansi galat terpenuhi.

2. Galat Percobaan Saling Bebas

   Berdasarkan Gambar tersebut terlihat bahwa titik-titik sisaan berfluktuasi disekitar nol. Hal tersebut menunjukan bahwa galat-galat percobaan saling bebas.Sehingga asumsi kebebasan galat percobaan terpenuhi.

3. Kenormalan galat percobaan

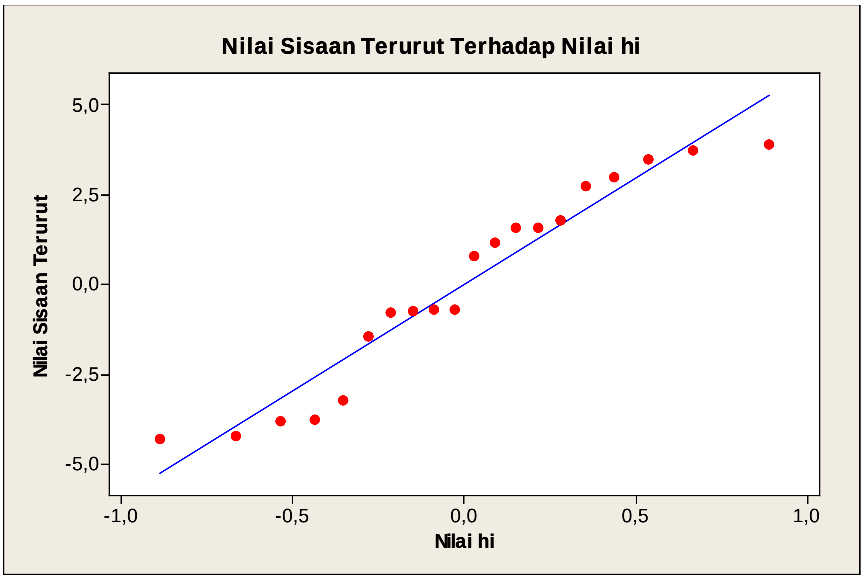
   Berikut tabel yang menyajikan nilai sisaan yang telah terurut serta nilai harapan di bawah kurva normal yang telah dihitung sebelumnya.

Tabel 3.11 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan Terurut dan Nilai h_iDataRata-rata Bobot Badan Babi 6 bulan Akibat Perlakuan Ransumjika Faktor Bersifat Acak dan Kelompok Bersifat Tetap

e_{ij} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	h_i
-4,31225	0,030864	-1,867	-0,88781
-4,20475	0,080247	-1,404	-0,66764
-3,8185	0,12963	-1,129	-0,53687
-3,767	0,179012	-0,919	-0,43701
-3,2475	0,228395	-0,744	-0,35379
-1,4315	0,277778	-0,589	-0,28009
-0,8	0,32716	-0,448	-0,21304
-0,76025	0,376543	-0,315	-0,14979
-0,7235	0,425926	-0,187	-0,08892
-0,70275	0,475309	-0,062	-0,02948
0,7775	0,524691	0,062	0,029483
1,16825	0,574074	0,187	0,088924
1,57575	0,623457	0,315	0,149791
1,576	0,67284	0,448	0,213037
1,7955	0,722222	0,589	0,280086
2,7465	0,771605	0,744	0,353793
2,991	0,820988	0,919	0,43701

3,49675	0,87037	1,129	0,536871
3,73925	0,919753	1,404	0,667641
3,9015	0,969136	1,867	0,887811

Gambar nilai sisaan terhadap nilai harapan tersebut dapat dilihat di bawah ini



Gambar 3.12 Plot Nilai Sisaanterurut terhadap Nilai $h_i$jika faktor acak dan kelompok tetap

Titik-titik sisaan yang terbentuk pada Gambar di atas terlihat membentuk suatu pola yang mengikuti arah garis diagonal. Meskipun terdapat beberapa titik yang terlihat sedikit menyimpang dari garis lurus, akan tetapi asumsi kenormalan galat percobaan terpenuhi.

<u>Kasus 2</u>

Contoh berikut ini merupakan suatu soal untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) yang diambil dari buku karangan Robert G.D Steel dan James H. Torrie dengan judul *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik* pada halaman 287.Akan tetapi data yang ditampilkan di bawah ini telah mengalami perubahan dari soal sebenarnya.Hal tersebut dimaksudkan agar hasil analisis yang diperoleh sesuai dengan tujuan penulis.Berikut merupakan ilustrasi dari soal tersebut.

Dalam suatu penelitian insekstisida, diamati banyaknya *plum curculios* dewasa yang muncul dari sebidang petak yang dipagari dan telah diberi perlakuan.Perlakuan yang dimaksud adalah pemberian 5 jenis insektisida yang berbeda pada tiap petak tersebut.Adapun 5 jenis insekstisida yang digunakan dalam penelitian ini adalah Lindane, Dieldrin, Aldrin, EPN, dan Chlordane.Penilitian ini menggunakan Rancangan Acak Kelompok Lengkap dengan banyaknya kelompok adalah 4.

Hasil dari pengamataan ditampilkan dalam tabel berikut:

Tabel 3.12 Data Banyaknya *plum curculios* yang Muncul Pada Tiap Petak Setelah Diberi Perlakuan

Kelompok	Perlakuan					Rata-rata Kelompok
	Lindane	Dieldrin	Aldrin	EPN	Chlordane	
I	14	7	6	95	37	31,8
II	6	1	1	33	31	14,4
III	8	0	1	26	13	9,6
IV	36	15	4	45	69	33,8
Rata-rata Perlakuan	16	5,75	3	49,75	37,5	22,4

Data tersebut selanjutnya akan dianalisis dengan penerapan diagnostik sisaan guna mengetahui apakah asumsi kehomogenan galat, kebebasan galat serta kenormalan telah terpenuhi. Akan tetapi terlebih dahulu sifat keaditifan model akan diuji dengan menggunakan Uji Tukey. Langkah-langkah pengujian keaditifan model dari data contoh 2 adalah sebagai berikut.

- Hipotesis:

  H_0 : Model linier bersifat aditif

  H_1 : Model linier tidak bersifat aditif

- Taraf Signifikansi : $\alpha = 0{,}05$

- Statistik Uji: $F = \frac{KT_{NAT}}{KTS}$

  $$JK_{(non\ aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2 \sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2}$$

  Dengan $Q = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{i.}d_{.j}Y_{ij}$

  $$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)$$

- Kriteria Keputusan:

  H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha(1,db\ galat)}$

- Perhitungan

  Untuk memudahkan perhitungan dalam uji Tukey maka dibuat tabel hasil perhitungan dari $d_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ dan $d_{.j} = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$serta tabel d_{ij} yang merupakan hasil perkalian antara nilai$d_{i.}$, $d_{.j}$, danY_{ij} .

  Tabeluntukhasil perhitungan$d_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$, $d_{.j} = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$untuk kasus 2 (lampiran halaman 104)

  Tabel untukhasil perhitungan$d_{ij} = d_{i.}d_{.j}Y_{.j}$ untuk kasus 2

  (lampiran halaman 104)

Selanjutnya akan dihitung nilai *JKT*, *JKP*, *JKK*, $JK_{non\ aditifitas}$, dan *JKS*

$$JKT = \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{4} {Y_{ij}}^2 - FK$$

$$= \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{4} {Y_{ij}}^2 - \left(\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\right)^2 /pk$$

$$= (14^2 + 6^2 + \cdots + 69^2) - \frac{(14 + 6 + \cdots + ,69)^2}{5 \times 4}$$

$$= 21996 - \frac{(448)^2}{20}$$

$$= 21996 - 10035,2$$

$$= 11960,8$$

$$JKP = {\sum_{i=1}^{5}\left(\sum_{j=1}^{4} Y_{ij}\right)^2} \Big/ {4} - FK$$

$$= \frac{(64)^2 + (23)^2 + (12)^2 + (199)^2 + (150)^2}{4} - 10035,8$$

$$= 16717,5 - 10035,8$$

$$= 6682,3$$

$$JKK = {\sum_{j=1}^{4}\left(\sum_{i=1}^{5} Y_{ij}\right)^2} \Big/ {5} - FK$$

$$= \frac{(159)^2 + (72)^2 + (48)^2 + (169)^2}{5} - 10035,8$$

$$= 12266 - 10035,8$$

$$= 2230,8$$

$$Q = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} d_{i.} d_{.j} Y_{ij}$$

$$= -842,24 + 30,72 + \cdots + 11877,66$$

$$= 14240,58$$

$$JK_{non\ aditifitas} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2 \sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2}$$

$$= \frac{(14240,58)^2}{[(-6,4)^2 + (-16,65)^2 + \cdots + (15,1)^2][(9,4)^2 + (-8)^2 + (-12,8)^2 + (11,4)^2]}$$

$$= 272,0813$$

$$JKS = JKT - JKP - JKK - JK_{non\ aditifitas}$$

$$= 11960,8 - 6682,3 - 2230,8 - 272,0813$$

$$= 2775,619$$

Setelah diperoleh nilai dari $JK_{non\ aditifitas}$dan *JKS,* maka nilai *F* diperoleh sebagai berikut

$$F = \frac{KT_{NAT}}{KTS} = \frac{JK_{NAT}/db_{NAT}}{JKS/db_{sisa}}$$

$$= \frac{272,0813/1}{2775,619/12}$$

$$= 1,176$$

- Kesimpulan

  Karena $F = 1,176 < F_{0,05(1,12)} = 4,75$ maka Ho diterima.Artinya bahwa model linier bersifat aditif atau dapat dikatakan asumsi keaditifan telah dipenuhi oleh data pada contoh 2 tersebut.

Setelah asumsi keaditifan dari contoh 2 telah terpenuhi, selanjutnya akan dilakukan pengujian terhadap 3 asumsi lainnya dengan menggunakan diagnostik sisaan.Berdasarkan ilustrasi pada contoh 2 di atas diasumsikan bahwa faktor bersifat tetap karena peniliti telah memilih empat jenis insekstisida yang digunakan dalam penelitiannya.Untuk pengelompokan juga diasumsikan bersifat tetap karena peniliti menetapkan adanya 4 buah pengelompokan pada tiap petak yang digunakan.

Selanjutnya akan dilakukan pemeriksaan asumsi-asumi ANAVA dari kasus di atas dengan menggunakan diagnostik sisaan.

1. Galat Percobaan Memiliki Variansi yang Homogen

   Untuk memeriksa kehomogenan galat dengan diagnostik sisaan maka akan dibuat plot antara nilai sisaan terhadap nilai dugaan. Berikut hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan untuk perlakuan dan kelompok yangbersifat tetap.

Tabel 3.13 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan Data Banyaknya *plum curculios* yang Muncul Pada Tiap Petak Setelah Diberi Perlakuan jika Faktor dan Kelompok Bersifat Tetap

Y_{ij}	$\hat{Y}_{ij}$	e_{ij}	Y_{ij}	$\hat{Y}_{ij}$	e_{ij}
14	25,4	-11,4	1	-9,8	10,8
6	8	-2	4	14,4	-10,4
8	3,2	4,8	95	59,15	35,85
36	27,4	8,6	33	41,75	-8,75
7	15,15	-8,15	26	36,95	-10,95
1	-2,25	3,25	45	61,15	-16,15
0	-7,05	7,05	37	46,9	-9,9
15	17,15	-2,15	31	29,5	1,5
6	12,4	-6,4	13	24,7	-11,7
1	-5	6	69	48,9	20,1

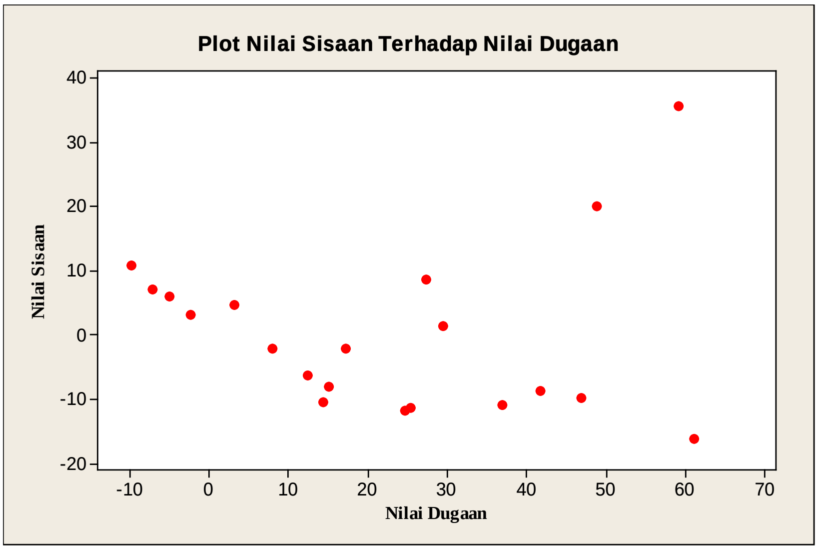
Berdasarkan sifat sisaan maka akan dihitung rataan dan variansi dari sisaan tersebut.

1. $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} e_{ij}}{20} = \frac{e_{11}+e_{12}+\cdots+e_{45}}{20} = \frac{-11{,}4+(-2)+\cdots+20{,}1}{20} = \frac{0}{20} = 0$

2. $Var(e) = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}\left(e_{ij}-\bar{e}\right)^2}{(5-1)(4-1)} = \frac{(-11{,}4)^2+(-2)^2+\cdots+(20{,}1)^2}{12} = \frac{3047{,}47}{12}$

   $= 253{,}975$

Berikut merupakan plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan berdasarkan Tabel 3.13



Gambar 3.13 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaan untuk kasus2

Berdasarkan plot di atas terlihat bahwa titik-titik sisaan tidak membentuk suatu pola tertentu. Sehingga asumsi kehomogenan galat telah terpenuhi.

4. Galat Percobaan Saling Bebas

Berdasarkan gambar 3.13 terlihat bahwa titik-titik sisaan tidak berfluktuasi berfluktuasi secara acak disekitar nol. Titik-titik sisaan sebagian besar cenderung berada di bawah nilai nol. Hal tersebut menunjukan bahwa kebebasan galat percobaan belum terpenuhi.

5. Kenormalan Galat Percobaan

Asumsi kenormalan suatu galat percobaan bisa dilihat dari Gambar nilai sisaan terhadap nilai harapan di bawah kurva normal (h_i). Akan tetapi terlebih dahulu harus ditentukan nilai sisaan terurut serta nilai h_i. Nilai h_i diperoleh dari model matematis berikut :

$$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)\right] \text{dengan} KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{JKT - JKP - JKK}{dbG}$$

Sebelum menentukan nilai h_i maka akan ditentukan terlebih dahulu nilai Kuadrat Tengah Galat (KTG).

$$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{JKT - JKP - JKK}{dbG}$$

Perhitungan untuk nilai $JKT, JKP,$ dan JKK adalah sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} Y_{ij}{}^2 - \frac{Y_{..}{}^2}{5 \times 4}$$

$$= \left(Y_{11}{}^2 + Y_{12}{}^2 + \cdots + Y_{54}{}^2\right) - \frac{Y_{..}{}^2}{5 \times 4}$$

$$= (14^2 + 6^2 + \cdots + 69^2) - \frac{(14 + 6 + \cdots + ,69)^2}{5 \times 4}$$

$$= 21996 - \frac{(448)^2}{20}$$

$$= 21996 - 10035,2$$

$$= 11960,8$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{5} \frac{Y_{i.}{}^2}{k} - \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \frac{Y_{1.}{}^2 + Y_{2.}{}^2 + Y_{3.}{}^2 + Y_{4.}{}^2 + Y_{5.}{}^2}{4} - \frac{Y_{..}{}^2}{5 \times 4}$$

$$= \frac{(64)^2 + (23)^2 + (12)^2 + (199)^2 + (150)^2}{4} - \frac{(448)^2}{20}$$

$$= 16717,5 - 10035,2$$

$$= 6682,3$$

$$JKK = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{4} \frac{{Y_{.j}}^2}{5} - \frac{{Y_{..}}^2}{5 \times 4}$$

$$= \frac{{Y_{.1}}^2 + {Y_{.2}}^2 + {Y_{.3}}^2 + {Y_{.4}}^2}{5} - \frac{{Y_{..}}^2}{5 \times 4}$$

$$= \frac{(159)^2 + (72)^2 + (48)^2 + (169)^2}{5} - \frac{(448)^2}{20}$$

$$= 12266 - 10035{,}2$$

$$= 2230{,}8$$

$$JKG = JKT - JKP - JKK$$

$$= 11960{,}8 - 6682{,}3 - 2230{,}8$$

$$= 3047{,}7$$

Sehingga diperoleh nilai KTG adalah

$$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{3047{,}7}{(5-1)(4-1)} = \frac{3047{,}7}{12} = 253{,}975$$

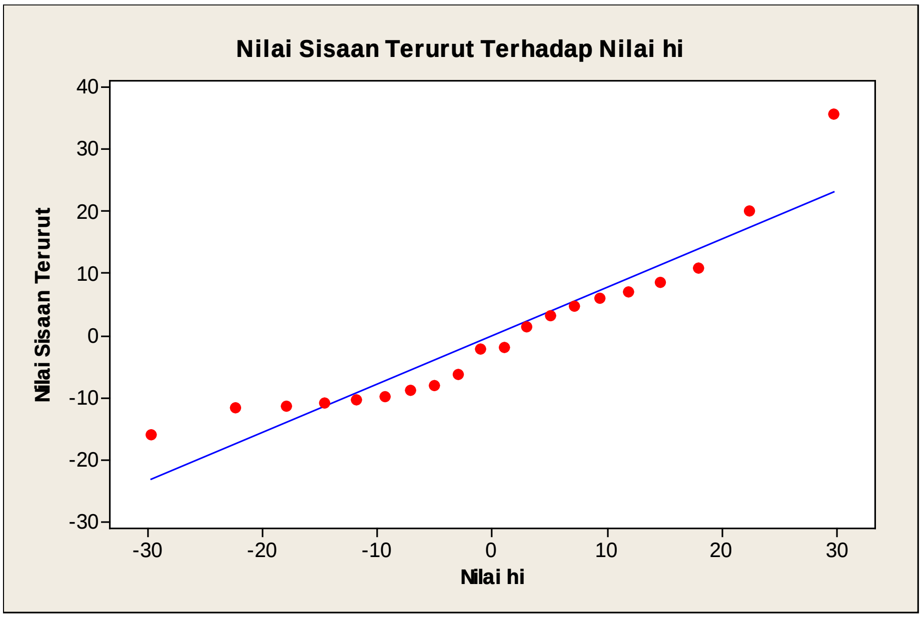
$$\sqrt{KTG} = \sqrt{253{,}975} = 15{,}937$$

Berikut tabel nilai sisaan terurut dan nilai serta plot normalitas untuk galat percobaan pada data yang telah ditentukan sebelumnya.

Tabel 3.14 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan Terurut dan Nilai h_i Data Banyaknya *plum curculios* yang Muncul Pada Tiap Petak Setelah Diberi Perlakuan jika Faktor dan Kelompok Bersifat Tetap

e_{ij} terurut	$\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	$z\left(\frac{i-0{,}375}{n+0{,}25}\right)$	h_i
-16,15	0,0309	-1,867	-29,7544
-11,7	0,0802	-1,404	-22,3755
-11,4	0,1296	-1,129	-17,9929
-10,95	0,1790	-0,919	-14,6461

-10,4	0,2284	-0,744	-11,8571
-9,9	0,2778	-0,589	-9,3869
-8,75	0,3272	-0,448	-7,1398
-8,15	0,3765	-0,315	-5,0202
-6,4	0,4259	-0,187	-2,9802
-2,15	0,4753	-0,062	-0,9881
-2	0,5247	0,062	0,9881
1,5	0,5741	0,187	2,9802
3,25	0,6235	0,315	5,0202
4,8	0,6728	0,448	7,1398
6	0,7222	0,589	9,3869
7,05	0,7716	0,744	11,8571
8,6	0,8210	0,919	14,6461
10,8	0,8704	1,129	17,9929
20,1	0,9198	1,404	22,3755
35,85	0,9691	1,867	29,7544



Gambar 3.14 Plot Nilai Sisaan Terurut Terhadap Nilai *hi* untuk kasus 2

Berdasarkan Gambar 3.14,dapat diamati bahwa plot tersebut memiliki titik-titik sisaan yang terlihat hampirlinier akan tetapi dibagian ujung plot terlihat juga titik-titik sisaan yang menyimpang cukup jauh dari garis lurus. Sehingga terlihat tidak mengikuti garis lurus.Untuk lebih meyakinkan asumsi normalitas, maka dilakukan pula uji Lilliefors seperti di bawah ini.

Langkah-langkah pengujian uji Lillifors:

- Hipotesis:

H₀ : Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal

H₁ : Sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal

- Taraf Signifikansi : $\alpha = 0{,}05$
- Statistik uji : $L_0 = selisih\ terbesar\ dari\ |F(z_i) - S(z_i)|$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n}{Y_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

$$F(z_i) = P[Z \leq z_i] z_i = \frac{Y_{i.} - \bar{Y}_{..}}{S_y}$$

$$S(z_i) = \frac{banyaknya\ z_{1,}z_2, \dots, z_n\ yang\ \leq\ z_i}{n}$$

Dengan n merupakan banyaknya pengamatan

- Kriteria keputusan : *H₀* ditolak jika $L_0 > L_{0,05(20)}$
- Perhitungan

Diketahui: Banyaknya pengamatan (*n*) adalah 20 pengamatan

Terlebih dahulu akan ditentukan simpangan baku dari data kasus 2

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{20-1}}$$

$$= \sqrt{((14 - 22{,}4)^\wedge 2 + (6 - 22{,}4)^\wedge 2 + \cdots + (69 - 22{,}4)^\wedge 2)/19}$$

$$= \sqrt{629{,}5158}$$

$= 25{,}09015$

Selanjutnya dilakukan perhitungan untuk z_i, $F(z_i)$, dan $S(z_i)$akan tetapi data pengamatan diurutkan dari data terkecil terlebih dahulu untuk mempermudah perhitungan.

Tabel 3.15 Hasil Perhitungan z_i, $F(z_i)$, $S(z_i)$, dan$\left|F\left(z_{ij}\right) - S\left(z_{ij}\right)\right|$ untuk kasus 2

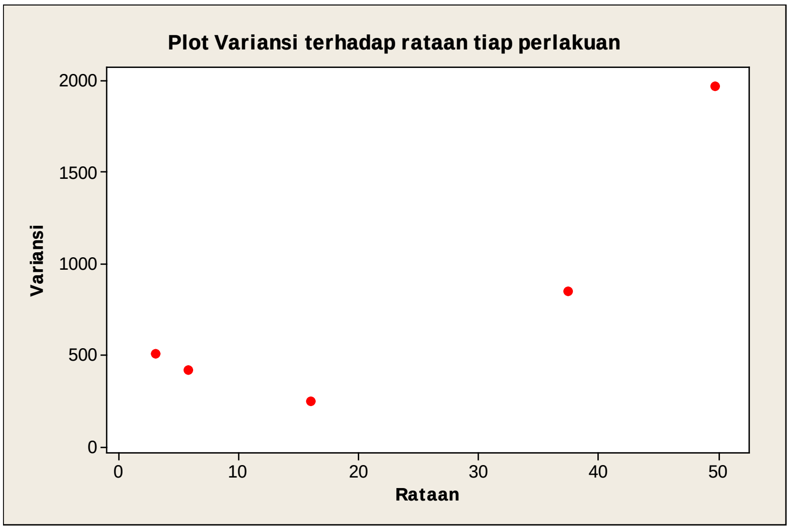
$Y_i$terurut	z_i	$F(z_i)$	$S(z_i)$	$\lvert F(z_i) - S(z_i)\rvert$
0	-0,89	0,1867	0,05	0,1367
1	-0,85	0,1977	0,2	0,0023
1	-0,85	0,1977	0,2	0,0023
1	-0,85	0,1977	0,2	0,0023
4	-0,73	0,2327	0,25	0,0173
6	-0,65	0,2578	0,35	0,0922
6	-0,65	0,2578	0,35	0,0922
7	-0,61	0,2709	0,4	0,1291
8	-0,57	0,2843	0,45	0,1657
13	-0,37	0,3557	0,5	0,1443
14	-0,33	0,3707	0,55	0,1793
15	-0,29	0,3859	0,6	0,2141
26	0,14	0,5557	0,65	0,0943
31	0,34	0,6331	0,7	0,0669
33	0,42	0,6628	0,75	0,0872
36	0,54	0,7054	0,8	0,0946
37	0,58	0,719	0,85	0,131
45	0,90	0,8159	0,9	0,0841
69	1,86	0,9686	0,95	0,0186
95	2,89	0,9981	1	0,0019

Dari tabel di atas didapatkan nilai $L_0 = 0{,}2141$

- Kesimpulan

  Karena $L_0 = 0{,}2141 > L_{0,05(20)} = 0{,}19$maka H_0ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa data pada kasus II tidak berdistribusi normal atau dapat dikatakan asumsi normalitas telah dilanggar.

Dari keempat asumsi yang telah diuji asumsi kebebasan galat dan normalitas yang belum terpenuhi. Agar kedua asumsi tersebut dapat terpenuhi maka akan dilakukan transformasi terhadap data asli tersebut. Untuk menentukan jenis transformasi yang akan digunakan harus dilihat terlebih dahulu grafik variansi tiap perlakuan terhadap rataan tiap perlakuan. Berikut grafik tersebut:



Gambar 3.15 Grafik Variansi terhadap rataan dari tiap perlakuan

Dari grafik di atas terlihat terdapat beberapa variansi yang sebanding dengan rataan tiap perlakuan. Selain itu berdasarkan keterangan sebelumnya diketahui bahwa kasus 2 merupakan percobaan untuk mengetahui banyaknya *plum* *curculios* yang muncul pada suatu petak yang diberi pagar setelah diberi perlakuan itu. Menurut Steel & Torrie (1991:284) Percobaan tersebut sering menyebar menurut sebaran Poisson.Sehingga transformasi yang dapat digunakan untuk data kasus II adalah transformasi akar.Karena sebagian besar nilai-nilai pengamatan sangat kecil dan terdapat nilai pengamatan nol maka transformasi akar yang digunakan adalah $Y'_{ij} = \sqrt{Y_{ij} + 1}$, dengan Y'_{ij} merupakan data hasil transformasi dan Y_{ij} merupakan data aslinya. Berikut tabel yang menampilkan data hasil transformasinya:

Tabel 3.16 Data Hasil Transformasi $Y'_{ij} = \sqrt{Y_{ij} + 1}$

Y_{ij}	$Y'_{ij} = \sqrt{Y_{ij} + 1}$	Y_{ij}	$Y'_{ij} = \sqrt{Y_{ij} + 1}$
14	3,872983	1	1,414214
6	2,645751	4	2,236068
8	3	95	9,797959
36	6,082763	33	5,830952
7	2,828427	26	5,196152
1	1,414214	45	6,78233
0	1	37	6,164414
15	4	31	5,656854
6	2,645751	13	3,741657
1	1,414214	69	8,306624

Setelah data hasil transformasi diperoleh, selanjutnya akan dilakukan pengujian kembali terhadap asumsi-asumsi ANAVA . Uji Tukey akan dilakukan kembali guna mengetahui keaditifan dari data hasil transformsi.

- Hipotesis:

  H_0 : Model linier bersifat aditif

  H_1 : Model linier tidak bersifat aditif

- Taraf Signifikansi : $\alpha = 0{,}05$
- Statistik Uji:$F = \frac{KT_{NAT}}{KTS}$

$$JK_{(non\ aditifitas)} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2 \sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2}$$

Dengan $Q = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{i.}d_{.j}Y_{ij}$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)$$

- Kriteria Keputusan:

  H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha(1,db\ galat)}$

- Perhitungan

  Untuk memudahkan perhitungan dalam uji Tukey maka dibuat tabel hasil perhitungan dari $d_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ dan $d_{.j} = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$serta tabel d_{ij} yang merupakan hasil perkalian antara nilai$d_{i.}$, $d_{.j}$, danY_{ij} .

  Tabeluntukhasil perhitungan$d_{i.} = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$, $d_{.j} = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$data hasil transformasi (lampiran halaman 105)

  Tabel untukhasil perhitungan$d_{ij} = d_{i.}d_{.j}Y_{.j}$data hasil transformasi (lampiran halaman 105)

  Selanjutnya akan dihitung nilai *JKT*, *JKP*, *JKK*, *JK*$_{non\ aditifitas}$, dan *JKS*

$$JKT = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} {Y_{ij}}^2 - F$$

$$= \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} {Y_{ij}}^2 - \left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\right)^2 /pk$$

$$= (3{,}8730^2 + 2{,}6458^2 + \cdots + 8{,}3666^2) - \frac{(3{,}8730 + 2{,}6458 + \cdots + 2{,}6458)^2}{5 \times 4}$$

$$= 468 - \frac{(84{,}0913)^2}{20}$$

$$= 468 - 353{,}5674$$

$$= 114{,}4326$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{5}\left(\sum_{j=1}^{4} Y_{ij}\right)^2 \Big/ 4 - FK$$

$$= \frac{(15{,}6015)^2 + (9{,}2426)^2 + (7{,}7102)^2 + (27{,}6074)^2 + (23{,}9295)^2}{4} - 353{,}5674$$

$$= 430{,}7678 - 353{,}5674$$

$$= 77{,}20047$$

$$JKK = \sum_{j=1}^{4}\left(\sum_{i=1}^{5} Y_{ij}\right)^2 \Big/ 5 - FK$$

$$= \frac{(25{,}3095)^2 + (16{,}9620)^2 + (14{,}3520)^2 + (27{,}4678)^2}{5} - 353{,}5674$$

$$= 377{,}748 - 353{,}5674$$

$$= 24{,}18062$$

$$Q = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} d_{i.} d_{.j} Y_{ij}$$

$$= -1{,}0101 + 0{,}6536 + \cdots + 19{,}1727$$

$$= -1{,}22986$$

$$JK_{non\ aditifitas} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{p}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2}$$

$$= \frac{(-1{,}22986)^2}{[(-0{,}304)^2 + (-1{,}894)^2 + \cdots + (1{,}778)^2][(0{,}857)^2 + (-0{,}812)^2 + (-1{,}334)^2 + (1{,}289)^2]}$$

$$= 0{,}016205$$

$$JKS = JKT - JKP - JKK - JK_{non\ aditifitas}$$

$$= 114{,}4326 - 77{,}20047 - 24{,}18062 - 0{,}016205$$

$= 13{,}03533$

Setelah diperoleh nilai dari $JK_{non\ aditifitas}$dan JKG, maka nilai F_{hitung} diperoleh sebagai berikut

$$F = \frac{KT_{NAT}}{KTS} = \frac{JK_{NAT}/db_{NAT}}{JKS/db_{sisa}}$$

$$= \frac{0{,}016205/1}{13{,}03533/12}$$

$$= 0{,}014918$$

- Kesimpulan

  Karena $F = 0{,}014918 < F_{0,05(1,12)} = 4{,}75$ maka Ho diterima.Artinya bahwa model linier bersifat aditif atau dapat dikatakan asumsi keaditifan telah dipenuhi oleh data hasil transformasi.

Selanjutnya dilakukan pengujian ketiga asumsi yang lain dengan menggunakan diagnostik sisaan.

1. Galat Percobaan Memiliki Variansi yang Homogen

   Berikut hasil perhitungan nilai sisaan dan nilai dugaan data hasil transformasi dengan asumsi perlakuan dan kelompok yangbersifat tetap.

Tabel 3.17 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan dan Nilai Dugaan Data Hasil Transformasi jika Faktor dan Kelompok Bersifat Tetap

Y'_{ij}	$\widehat{Y'}_{ij}$	e'_{ij}	Y'_{ij}	$\widehat{Y'}_{ij}$	e'_{ij}
3,872983	4,7577	-0,01167	1,414214	0,5934	0,00561
2,645751	3,0882	0,00536	2,236068	3,2165	0,00076
3	2,5662	0,02104	9,797959	7,7592	0,00386
6,082763	5,1894	-0,01473	5,830952	6,0897	-0,00545
2,828427	3,1680	0,00580	5,196152	5,5677	-0,01456
1,414214	1,4985	0,00668	6,78233	8,1908	0,01615
1	0,9765	-0,00838	6,164414	6,8397	-0,00147

4	3,5996	-0,00410	5,656854	5,1702	0,00776
2,645751	2,7849	0,00126	3,741657	4,6482	-0,00814
1,414214	1,1154	-0,00763	8,3666	7,2714	0,00185

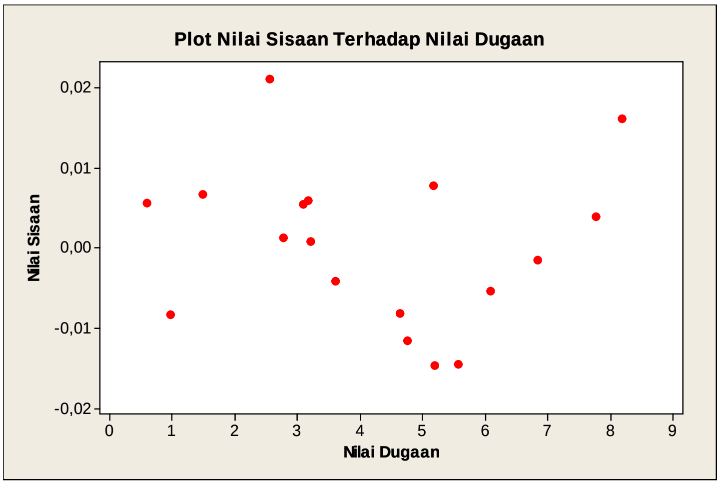
Berdasarkan sifat sisaan maka akan dihitung mean dan variansi dari sisaan tersebut.

1. $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} e_{ij}}{n} = \frac{e_{11}+e_{12}+\cdots+e_{45}}{20} = \frac{-0{,}01167+0{,}00536+\cdots+0{,}00185}{20} = \frac{0}{20} = 0$

2. $Var(e) = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}(e_{ij}-\bar{e})^2}{(5-1)(4-1)} = \frac{(-0{,}01167)^2+(0{,}00536)^2+\cdots+(0{,}00185)^2}{12} = \frac{13{,}0515}{12}$

   $= 1{,}0876$

Berikut merupakan plot nilai sisaan terhadap nilai dugaan berdasarkan Tabel 3.18



Gambar 3.16 Plot Nilai Sisaan Terhadap Nilai Dugaan untuk Data Hasil Transformasi

Berdasarkan plot nilai sisaan dari data hasil transformasi menunjukan bahwa titik-titik sisaan tidak membentuk suatu pola tertentu. Sehingga asumsi kehomogenan galat telah terpenuhi.

2. Galat Percobaan Saling Bebas

Dari Gambar 3.15 terlihat bahwa titik-titik sisaan berfluktuasi secara acak disekitar nol. Hal tersebut menunjukan bahwa galat percobaan satu dengan yang lain saling bebas. Jadi asumsi kehomogenan variansi serta kebebasan antar galat telah terpenuhi untuk data hasil transformasi.

3. Kenormalan Galat Percobaan

Sebelum dilakukan analisis kenormalan terlebih dahulu harus ditentukan nilai sisaan terurut serta nilai h_i. Nilai h_i diperoleh dari model matematis berikut :

$h_i = \sqrt{KTG}\left[z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)\right]$dengan$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{JKT - JKP - JKK}{dbG}$

Sebelum menentukan nilai h_i maka akan ditentukan terlebih dahulu nilai Kuadrat Tengah Galat (KTG).

$$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{JKT - JKP - JKK}{dbG}$$

Perhitungan untuk nilai JKT, JKP, dan JKK adalah sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4}\left(Y'_{ij} - \bar{Y}'_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4} {Y'_{ij}}^2 - \frac{{Y'_{..}}^2}{5 \times 4}$$

$$= \left({Y'_{11}}^2 + {Y'_{12}}^2 + \cdots + {Y'_{54}}^2\right) - \frac{{Y'_{..}}^2}{5 \times 4}$$

$$= (3{,}8730^2 + 2{,}6458^2 + \cdots + 8{,}3666^2) - \frac{(84{,}0913)^2}{20}$$

$$= 468 - 353{,}5674$$

$$= 114{,}4326$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{4}\left(\bar{Y}'_{i.} - \bar{Y}'_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{5} \frac{Y_{i.}^{\ 2}}{4} - \frac{Y_{..}^{\ 2}}{5 \times 4}$$

$$= \frac{Y_{1.}^{\ 2} + Y_{2.}^{\ 2} + Y_{3.}^{\ 2} + Y_{4.}^{\ 2} + Y_{5.}^{\ 2}}{4} - \frac{Y_{..}^{\ 2}}{5 \times 4}$$

$$= \frac{(15{,}6015)^2 + (9{,}2426)^2 + (7{,}7102)^2 + (27{,}6074)^2 + (23{,}9295)^2}{4} - \frac{(84{,}0913)^2}{20}$$

$$= 430{,}7678 - 353{,}5674$$

$$= 77{,}20047$$

$$JKK = \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{4} \left(\overline{Y'}_{.j} - \overline{Y'}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{4} \frac{Y_{.j}^{\ 2}}{5} - \frac{Y_{..}^{\ 2}}{5 \times 4}$$

$$= \frac{(25{,}3095)^2 + (16{,}9620)^2 + (14{,}3520)^2 + (27{,}4678)^2}{5} - 353{,}5674$$

$$= 377{,}748 - 353{,}5674$$

$$= 24{,}18062$$

$$JKG = JKT - JKP - JKK$$

$$= 114{,}4326 - 77{,}20047 - 24{,}18062$$

$$= 13{,}0515$$

Sehingga diperoleh nilai KTG adalah

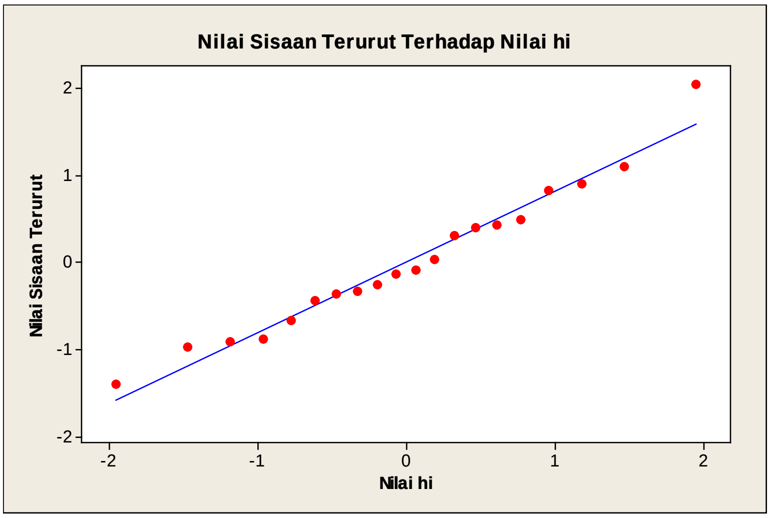
$$KTG = \frac{JKG}{dbG} = \frac{13{,}0515}{(5-1)(4-1)} = \frac{13{,}0515}{12} = 1{,}0876$$

$$\sqrt{KTG} = \sqrt{1{,}0876} = 1{,}0429$$

Berikut tabel nilai sisaan terurut dan nilai serta plot normalitas untuk galat percobaan pada data yang telah ditentukan sebelumnya.

Tabel 3.18 Hasil Perhitungan Nilai Sisaan Terurut dan Nilai h_i Data Hasil Transformasi jika Faktor dan Kelompok Bersifat Tetap

e'_{ij} terurut	$\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	$z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$	h_i
-1,4085	0,0309	-1,867	-1,9471
-0,9805	0,0802	-1,404	-1,4642
-0,9066	0,1296	-1,129	-1,1774
-0,8847	0,1790	-0,919	-0,9584
-0,6753	0,2284	-0,744	-0,7759
-0,4425	0,2778	-0,589	-0,6143
-0,3715	0,3272	-0,448	-0,4672
-0,3396	0,3765	-0,315	-0,3285
-0,2587	0,4259	-0,187	-0,1950
-0,1392	0,4753	-0,062	-0,0647
-0,0843	0,5247	0,062	0,0647
0,0235	0,5741	0,187	0,1950
0,2988	0,6235	0,315	0,3285
0,4004	0,6728	0,448	0,4672
0,4338	0,7222	0,589	0,6143
0,4866	0,7716	0,744	0,7759
0,8208	0,8210	0,919	0,9584
0,8934	0,8704	1,129	1,1774
1,0952	0,9198	1,404	1,4642
2,0388	0,9691	1,867	1,9471



Gambar 3.17 Plot Nilai Sisaan Terurut Terhadap Nilai *hi* untuk data hasil transformasi

Setelah dilakukan transformasi akar, plot peluang normal yang ditampilkan pada gambar 3.17 menunjukkan titik-titik sisaan mengikuti arah garis diagonal.Jadi asumsi normalitas telah terpenuhi.

Berdasarkan dua contoh kasus di atas terdapat kelebihan dan kelemahan dari pemeriksaan asumsi-asumsi ANAVA dengan diagnostik sisaan, yaitu:

- Kelebihan diagnostik sisaan

  Jika dibandingkan dengan uji formal yang memerlukan banyak perhitungan dan memakan waktu yang lama, metode diagnostik sisaan relatif lebih mudah dan cepat. Hal tersebut dikarenakan metode yang digunakan dalam diagnostik sisaan adalah dengan menganalisis plot sisaan. Pada pembuatan plot sisaan perhitungan yang dilakukan adalah menghitung nilai sisaan, nilai dugaan pengamatan, dan nilai h_i, perhitungan tersebut jauh lebih cepat dibandingkan dengan perhitungan dalam uji formal untuk asumsi-asumsi ANAVA.

- Kekurangan diagnostik sisaan

  Kelemahan dari diagnostik sisaan adalah tidak semua kasus memberikan bentuk plot sisaan yang mudah untuk dianalisis. Seperti pada contoh kasus 1 untuk model acak (asumsi kehomogenan variansi galat percobaan) dan kasus 2 untuk asumsi kenormalan galat percobaan. Plot sisaan untuk asumsi kehomogenan variansi pada kasus 1 dan asumsi kenormalan galat pada kasus 2 sulit untuk dianalisis telah memenuhi asumsi atau tidak. Oleh karena itu, dilakukan uji formal untuk menganalisis kedua asumsi tersebut,yaitu Uji Bartlett dan Uji Lilliefors. Dari dua contoh tersebut dapat dikatakan bahwa diagnostik sisaan tidak dapat digunakan dengan baik untuk semua kasus. Terdapat kasus-kasus tertentu yang akan lebih mudah dianalisis dengan uji formal.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai penerapan diagnostik sisaan pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL), maka didapatkan kesimpulan seperti berikut:

1. Diagnostik sisaan pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap satu faktor

   Adapun langkah-langkah yang harus dilakukan dalam diagnostik sisaan model linier RAKL yaitu:

   a. Penentuan nilai sisaan model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap satu faktor.

   Model linier aditif dari rancangan acak kelompok lengkap sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Keterangan: i = 1,2,…,p dan j = 1,2,…,k
Y_{ij} = Pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j
μ = Rataan umum
τ_i = Pengaruh perlakuan ke-i
β_j = Pengaruh kelompok ke-j
ε_{ij} = Pengaruh acak pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

Dengan asumsi-asumsi:

- Model tetap : $\sum \tau_i = 0$, $\sum \beta_j = 0$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma^2)$
- Model Acak : $\tau_i \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, {\sigma_\tau}^2)$, $\beta_j \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N\left(0, {\sigma_\beta}^2\right)$ dan $\varepsilon_{ij} \underset{\sim}{\overset{iid}{}} N(0, \sigma^2)$

Berdasarkan sifat yang dimiliki oleh pengaruh perlakuan (faktor) dan kelompok pada RAKL, maka terdapat empat persamaan nilai sisaan untuk RAKL satu faktor. Adapun langkah yang harus dilakukan dalam menentukan nilai sisaan (e_{ij}) adalah sebagai berikut:

a) Mencari nilai harapan dari Y_{ij}

b) Menentukan nilai dugaan pengamatan $(\hat{Y}_{ij})$

c) Menentukan nilai sisaan (e_{ij})

Empat persamaan nilai sisaan yang diperoleh dari model linier RAKL satu faktor yaitu:

1) Jika faktor dan kelompok bersifat tetap (model tetap)

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}$$

2) Jika faktor dan kelompok bersifat acak (model acak)

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{..}$$

3) Jika faktor bersifat tetap dan kelompok bersifat acak

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}$$

4) Jika faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{.j}$$

b. Penggambaran plot-plot sisaan

Plot-plot sisaan yang digunakan dalam diagnostik sisaan RAKL satu faktor ini yaitu:

1) Plot sisaan terhadap nilai dugaan

Plot nilai sisaan terhadap nilai dugaaan digunakan untuk menganalisis asumsi kehomogenan variansi dan kebebasan antar galat. Pada plot sisaan ini sumbu tegak menunjukan nilai sisaan dan sumbu mendatar menunjukkan nilai dugaan.

2) Plot nilai sisaan terhadap nilai harapan dibawah kurva normal

Plot nilai sisaan ini digunakan untuk memeriksa asumsi kenormalan suatu galat percobaan. Sumbu tegak pada plot sisaan ini menunjukan nilai sisaan yang terurut dan sumbu mendatarnya menunjukan nilai harapan sisaan di bawah kurva normal.

2. Penerapan diagnostik sisaan pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap satu faktor adalah:

a. Kasus 1

1) Jika faktor dan kelompok bersifat tetap (model tetap)

Dari analisis kasus 1 model tetap dapat disimpulkan bahwa semua asumsi ANAVA terpenuhi.

2) Jika faktor dan kelompok bersifat acak

Untuk model acak dapat disimpulkan bahwa semua asumsi ANAVA terpenuhi. Asumsi kebebasan galat dan kenormalan galat dapat dilihat dari plot-plot nilai sisaanya. Untuk asumsi kehomogenan variansi galat percobaan ditunjukan dengan uji Barlett.

3) Jika faktor dan bersifat tetap dan kelompok bersifat acak

   Untuk asumsi faktor bersifat tetap dan kelompok bersifat acak, dapat disimpulkan bahwa semua asumsi ANAVA terpenuhi.

4) Untuk asumsi faktor bersifat acak dan kelompok bersifat tetap, dapat disimpulkan bahwa semua asumsi ANAVA terpenuhi.

b. Kasus 2

   Kasus 2 merupakan kasus pelanggaran asumsi ANAVA untuk model tetap. Terdapat dua asumsi yang dilanggar pada kasus ini, yaitu asumsi kebebasan antar galat dan kenormalan galat. Asumsi kenormalan galat juga diuji dengan menggunakan uji Lilliefors. Kemudian dilakukan transformasi akar $\left(\sqrt{Y+1}\right)$ karena rataan dari tiap perlakuan terlihat sebanding dengan variansi dari tiap perlakuan. Setelah dilakukan transformasi dan dilakukan uji asumsi-asumsi ANAVA kembali, mengahasilkan kesimpulan bahwa semua asumsi ANAVA telah terpenuhi.

2. Saran

Dalam skripsi ini penulis hanya membahas mengenai penerapan diagnostik sisaan pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) satu faktor, sedangkan untuk model linier RAKL faktorial tidak dibahas. Untuk itu, bagi pembaca yang ingin menyelesaikan tugas akhir skripsi dan tertarik pada materi rancangan percobaan dapat menulis tentang diagnostik sisaan pada model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) faktorial. Dengan adanya kelanjutan penulisan akan menambah wawasan dan pengetahuan bagi pembaca yang mendalami rancangan percobaan.

DAFTAR PUSTAKA

Christensen, R. 1998. *Analysis of Variance, Design and Regression Applied Statistical Methods*. Boca Raton : CRC Press LLC.

Dean, A. & Voss, D. 1999. *Design and Analysis of Experiments*. New York: Springer Verlag.

Dixon, W.J. & Massey, F.J.Jr. 1991. *Pengantar Analisis Statistik* (Terjemahan: Sri Kustamtini Samiyono dan Zanzawi Soejoeti). Yogyakarta. Gajah Mada University Press.

Draper, N.R. & Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan* (Terjemahan: Bambang Sumantri). Jakarta: PT. Gramedia.

Gaspersz, V. 1991. *Metode Perancangan Percobaan* . Bandung : Armico.

Gomez, K.A. & Gomez, A.A. 1995. *Prosedur Statistika untuk Penelitian Pertanian* (Terjemahan: Endang Sjamsuddin & Justika S. Baharsjah). Yogyakarta: UII Press.

Kirk, R.E. 1968. *Experimental Design: Procedures for the Behavorial Sciences*. Belmont: Wadsworth Published Comp, Inc.

Mattjik, A. A & Sumertajaya, I. M. 2000. *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab Jilid I*. Bogor: IPB Press.

Montgomery, D.C. 2003. *Design and Analysis of Experiments 5th Edition*. Singapore: John Wiley & Sons.

Netter, J., Wasserman, W. & Kutner, M.H. 1997. *Model Linear Terapan Buku I: Analisis Regresi Linear Sederhana* (Terjemahan: Bambang Sumantri). Bogor: Jurusan Statistika FMIPA-IPB.

Pollet, A. & Nasrulah.1994. *Penggunaan Metode Statistika untuk Ilmu Hayati*. Yogyakarta:Gajah Mada University Press.

Sembiring, R.K. 2003. *Analisis Regresi Edisi Kedua*. Bandung:ITB.

Steel, R.G.D. & Torrie, J.H. 1991. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik* (Terjemahan: Bambang Sumantri). Jakarta: PT. Gramedia.

Sudjana. 1989. *Desain dan Analisis Eksperimen Edisi III*. Bandung: Tarsito.

Suryanto. 1989. *Analisis Faktorial*. Yogyakarta: IKIP Yogyakarta.

Walpole, R.E. & Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuan edisi keempat* (Terjemahan : R.K. Sembiring). Bandung:ITB

Yitnosumarto, S. 1991. *Percobaan, Perancangan, Analisis dan Interpretasinya*. Jakarta: PT. Gramedia.

http://eprints.undip.ac.id/16677/1/aPNR9-%283%29Ketut-setting.pdf
(22/04/2010, 12.43)

LAMPIRAN

Lampiran1

Perhitungan nilai JKT, JKP, JKK, dan JKG

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^2=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left\{\left((\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})+\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)\right)+(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})\right\}^2$$

$$=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left\{\left((\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})+\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)\right)^2+2\left((\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})+\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)\right)\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)+(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})^2\right\}$$

$$=\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}\left\{(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2+2(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)+\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^2+2(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)+2\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)+\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)^2\right\}$$

$$=\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2+\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^2+\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)^2+2\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})+2\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)+2\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)$$

Karena:

- $\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)=0$
- $\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)=0$
- $\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)=0$

Bukti:

- $2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}-\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}+\bar{Y}_{..}^{\,2}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{..}^{\,2}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\right.$

$\left.\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^{2}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)-\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\right.$

$\left.\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk^{2}}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)-\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)p\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\right.$

$\left.pk\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk^{2}}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)-\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)-\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)+\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk}-\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk}-\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk}+\frac{Y_{..}^{\,2}}{pk}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2(0)$

$\Leftrightarrow\ 0$

- $2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{i.}^{\,2}-\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}-Y_{ij}\bar{Y}_{..}+\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}+\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}-\bar{Y}_{..}^{\,2}\right)$

$\Leftrightarrow\ 2\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\bar{Y}_{i.}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}^{\,2}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}-\right.$

$\left.\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\bar{Y}_{..}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{..}^{\,2}\right)$

$$\Leftrightarrow 2\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)-\sum_i^p\sum_j^k\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)-\sum_i^p\sum_j^k\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_i^p Y_{ij}}{p}\right)+\right.$$

$$\sum_i^p\sum_j^k\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\sum_i^p\sum_j^k Y_{ij}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_i^p\sum_j^k\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_i^p\sum_j^k\left(\frac{\sum_i^p Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-$$

$$\left.\sum_i^p\sum_j^k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(Y_{..}\frac{Y_{i.}}{k}-\sum_i^p\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\sum_j^k\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)-\sum_i^p\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\sum_j^k\left(\frac{\sum_i^p Y_{ij}}{p}\right)+\sum_i^p\left(\frac{\sum_j^k Y_{ij}}{k}\right)\sum_j^k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\right.$$

$$\left.Y_{..}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_i^p\left(\frac{\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{k}\right)\sum_{j=1}^k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_{j=1}^k\left(\frac{\sum_{i=1}^p Y_{ij}}{p}\right)\sum_{i=1}^p\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k\frac{Y_{..}{}^2}{pk^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{Y_{i.}Y_{..}}{k}-\left(\frac{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{k}\right)\sum_{j=1}^k\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)-\left(\frac{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{p}\right)+\right.$$

$$\left.\left(\frac{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{k}\right)k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\frac{Y_{..}{}^2}{pk}+\left(\frac{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{k}\right)k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\left(\frac{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^k Y_{ij}}{p}\right)p\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-pk\frac{Y_{..}{}^2}{pk^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{Y_{i.}Y_{..}}{k}-\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)k\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)-\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)+\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)-\frac{Y_{..}{}^2}{pk}+\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)+\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)-\frac{Y_{..}{}^2}{pk}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{Y_{i.}Y_{..}}{k}-\frac{Y_{i.}Y_{..}}{k}-\frac{Y_{..}{}^2}{pk}+\frac{Y_{..}{}^2}{pk}-\frac{Y_{..}{}^2}{pk}+\frac{Y_{..}{}^2}{pk}+\frac{Y_{..}{}^2}{pk}-\frac{Y_{..}{}^2}{pk}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2(0)$$

$$\Leftrightarrow 0$$

- $2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})$

$$\Leftrightarrow 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{.j}{}^2+\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}-Y_{ij}\bar{Y}_{..}+\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}+\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}-\bar{Y}_{..}{}^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\bar{Y}_{.j}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{.j}{}^2+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..}-\right.$$

$$\left.\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\bar{Y}_{..}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..}-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{..}{}^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\ 2\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)-\right.$$

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+$$

$$\left.\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\ 2\left(Y_{..}\frac{Y_{.j}}{p}-\sum_{i}^{p}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)-\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)+\right.$$

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-Y_{..}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+$$

$$\left.\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\ 2\left(\frac{Y_{.j}Y_{..}}{p}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)-\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)+\right.$$

$$\left.\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)p\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}+\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{k}\right)k\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)+\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)p\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)-pk\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\ 2\left(\frac{Y_{.j}Y_{..}}{p}-\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)-\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)p\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)+\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)-\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}+\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)+\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)-\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}\right)$$

$$\Leftrightarrow\ 2\left(\frac{Y_{.j}Y_{..}}{p}-\frac{Y_{.j}Y_{..}}{p}-\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}+\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}-\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}+\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}+\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}-\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}\right)$$

$$\Leftrightarrow\ 2(0)$$

$$\Leftrightarrow\ 0$$

Sehingga didapatkan persamaan seperti berikut:

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^2=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}\right)^2+\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)^2$$

Perhitungan nilai *JKT*, *JKP*, *JKK*, dan *JKG* adalah sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(Y_{ij}{}^2 - 2Y_{ij}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{..}{}^2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\bar{Y}_{..} + \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{..}{}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2Y_{..}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2\frac{Y_{..}{}^2}{pk} + pk\frac{Y_{..}{}^2}{(pk)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2\frac{Y_{..}{}^2}{pk} + \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(\bar{Y}_{i.}{}^2 - 2\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{..}{}^2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{i.}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..} + \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{..}{}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)^2 - 2\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p} k\frac{Y_{i.}{}^2}{k^2} - 2\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{\sum_{j}^{k} Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \frac{Y_{..}{}^2}{(pk)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \frac{Y_{i.}{}^2}{k} - 2\sum_{j=1}^{k} \left(\frac{\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + pk\frac{Y_{..}{}^2}{(pk)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \frac{Y_{i.}{}^2}{k} - 2k\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \frac{Y_{i.}{}^2}{k} - 2\frac{Y_{..}{}^2}{pk} + \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \frac{Y_{i.}{}^2}{k} - \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$JKK = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\bar{Y}_{.j}^{\ 2} - 2\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{..}^{\ 2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{.j}^{\ 2} - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..} + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\bar{Y}_{..}^{\ 2}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)^2 - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^2$$

$$= p\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p^2} - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{..}^{\ 2}}{(pk)^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{k}p\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p^2} - 2\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}Y_{ij}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + pk\frac{Y_{..}^{\ 2}}{(pk)^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} - 2p\left(\frac{Y_{..}}{p}\right)\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}$$

$$= \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} - 2\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk} + \frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}$$

$$= \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} - \frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}$$

$$JKG = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\Big(Y_{ij}^{\ 2} - Y_{ij}\bar{Y}_{i.} - Y_{ij}\bar{Y}_{.j} + Y_{ij}\bar{Y}_{..} - Y_{ij}\bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{i.}^{\ 2} + \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..} -$$

$$Y_{ij}\bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{.j}^{\ 2} - \bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..} + Y_{ij}\bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{..}^{\ 2}\Big)$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\Big(Y_{ij}^{\ 2} - 2Y_{ij}\bar{Y}_{i.} - 2Y_{ij}\bar{Y}_{.j} + 2Y_{ij}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{i.}^{\ 2} + 2\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j} - 2\bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{.j}^{\ 2} -$$

$$2\bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..} + \bar{Y}_{..}^{\ 2}\Big)$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\,\bar{Y}_{i.} - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\,\bar{Y}_{.j} + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\,\bar{Y}_{..} +$$

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{i.}{}^2 + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{.j} - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{i.}\bar{Y}_{..} + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{.j}{}^2 -$$

$$2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{.j}\bar{Y}_{..} + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \bar{Y}_{..}{}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\left(\bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{.j}\right) + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) +$$

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)^2 + 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right) -$$

$$2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)^2 -$$

$$2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2Y_{..}\left(\frac{Y_{i.}}{k} + \frac{Y_{.j}}{p}\right) + 2Y_{..}\left(\frac{Y_{..}}{pk}\right) + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{i.}{}^2}{k^2} +$$

$$2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}}{p}\right) - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{i.}}{pk}\right) +$$

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}{}^2}{p^2} - 2\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p} Y_{.j}}{pk}\right) + pk\,\frac{Y_{..}{}^2}{(pk)^2}$$

$$=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2Y_{..}\left(\frac{\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k} + \frac{\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}}{p}\right) + 2\,\frac{Y_{..}{}^2}{pk} + \sum_{i=1}^{p} k\,\frac{Y_{i.}{}^2}{k^2} +$$

$$2\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{k}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{p}\right) - 2\sum_{i=1}^{p} k\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right)\left(\frac{pY_{i.}}{pk}\right) + p\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}{}^2}{p^2} -$$

$$2p\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)\left(\frac{kY_{.j}}{pk}\right) + \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2Y_{..}\left(\frac{p\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} + k\sum_{i=1}^{p} Y_{ij}}{pk}\right) + 2\,\frac{Y_{..}{}^2}{pk} + \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}{}^2}{k^2} + 2\left(\frac{Y_{..}}{k}\right)\left(\frac{Y_{..}}{p}\right) -$$

$$2\sum_{i=1}^{p} Y_{i.}\left(\frac{Y_{i.}}{k}\right) + \sum_{j=1}^{k} p\,\frac{Y_{.j}{}^2}{p^2} - 2\sum_{j=1}^{k} p\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right)\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right) + \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}{}^2 - 2Y_{..}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}}{pk}\right) + 2\,\frac{Y_{..}{}^2}{pk} + \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}{}^2}{k} + 2\,\frac{Y_{..}{}^2}{pk} -$$

$$2\sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}{}^2}{k} + \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}{}^2}{p} - 2\sum_{j=1}^{k} Y_{.j}\left(\frac{Y_{.j}}{p}\right) + \frac{Y_{..}{}^2}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}^{\ 2} - 2Y_{..}\left(\frac{Y_{..}+Y_{..}}{pk}\right) + 2\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk} + \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} + 2\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk} - 2\sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} + \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} -$$

$$2\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} + \frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}^{\ 2} - 2Y_{..}\left(\frac{2Y_{..}}{pk}\right) + 5\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk} + \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} - 2\sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} + \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} -$$

$$2\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}^{\ 2} - 4\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk} + 5\frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk} + \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} - 2\sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} + \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} -$$

$$2\sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p}$$

$$= \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij}^{\ 2} - \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^{\ 2}}{k} - \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j}^{\ 2}}{p} + \frac{Y_{..}^{\ 2}}{pk}$$

Lampiran 2

Tabel Hasil Perhitungan $d_{i.} = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}, d_{.j} = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$ dan $d_{ij} = d_{i.}d_{.j}\overline{Y}_{.j}$ untuk Data Kasus 2

HasilPerhitungan $d_{i.} = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$ dan $d_{.j} = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$ untukData Banyaknya plum curculios yang MunculpadaTiapPetakSetelahDiberiPerlakuan

	Lindane	Dieldrin	Aldrin	EPN	Chlordane	$Y_{.j}$	$\overline{Y}_{.j}$	$\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$
I	14	7	6	95	37	159	31,8	9,4
II	6	1	1	33	31	72	14,4	-8
III	8	0	1	26	13	48	9,6	-12,8
IV	36	15	4	45	69	169	33,8	11,4
$Y_{i.}$	64	23	12	199	150	448		
$\overline{Y}_{i.}$	16	5,75	3	49,75	37,5		22,4	
$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$	-6,4	-16,65	-19,4	27,35	15,1			

HasilPerhitungan $d_{ij} = d_{i.}d_{.j}Y_{.j}$ untukDataBanyaknya plum curculios yang MunculpadaTiapPetakSetelahDiberiPerlakua

	Lindane	Dieldrin	Aldrin	EPN	Chlordane
I	-842,24	-1095,57	-1094,16	24423,55	5251,78
II	307,2	133,2	155,2	-7220,4	-3744,8
III	655,36	0	248,32	-9102,08	-2512,64
IV	-2626,56	-2847,15	-884,64	14030,55	11877,66

Lampiran 2

Tabel Hasil Perhitungan $d_{i.} = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$, $d_{.j} = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$ dan $d_{ij} = d_{i.}d_{.j}\,\overline{Y}_{.j}$ untuk Data Hasil Transformasi

HasilPerhitungan $d_{i.} = \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$ dan $d_{.j} = \overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$ untuk Data HasilTransformasi

	Lindane	Dieldrin	Aldrin	EPN	Chlordane	$Y_{.j}$	$\overline{Y}_{.j}$	$\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}$
I	3,8730	2,8284	2,6458	9,7980	6,1644	25,3095	5,0619	0,8573
II	2,6458	1,4142	1,4142	5,8310	5,6569	16,9620	3,3924	-0,8122
III	3,0000	1,0000	1,4142	5,1962	3,7417	14,3520	2,8704	-1,3342
IV	6,0828	4,0000	2,2361	6,7823	8,3666	27,4678	5,4936	1,2890
$Y_{i.}$	15,6015	9,2426	7,7102	27,6074	23,9295	84,0913		
$\overline{Y}_{i.}$	3,9004	2,3107	1,9276	6,9018	5,9824		4,2046	
$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}$	-0,3042	-1,8939	-2,2770	2,6973	1,7778			

HasilPerhitungan $d_{ij} = d_{i.}d_{.j}Y_{.j}$ untukData HasilTransformasi

	Lindane	Dieldrin	Aldrin	EPN	Chlordane
I	-1,0101	-4,5926	-5,1650	22,6577	9,3958
II	0,6536	2,1753	2,6153	-12,7736	-8,1679
III	1,2175	2,5268	4,2962	-18,6989	-8,8748
IV	-2,3850	-9,7649	-6,5629	23,5806	19,1727

Lampiran 4

Luas Daerah di Bawah Kurva Normal Standar dari 0 ke z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5910	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
inf										

Lampiran 5

Nilai Kritik Sebaran *F*

$F_{0.05}(v_1, v_2)$

v_2	v_1								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	161.40	199.50	2.15.70	224.60	230.20	234.00	236.80	238.90	240.50
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.61	6.09	6.04	6.00
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
9	5.12	4.26	3.86	3.36	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
12	4.75	3.89	3.49	3.36	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	3.36	2.29	2.24
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88

Lampiran 6

Nilai Kritik Sebaran χ^2

v	α				
	0.95	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	0.00393	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.103	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.352	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.711	9.488	11.143	13.277	14.860
5	1.145	11.070	12.832	15.086	16.750
6	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548
7	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278
8	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955
9	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589
10	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188
11	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757
12	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300
13	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819
14	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319
15	7.261	24.996	27.488	30.578	32.801
16	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267
17	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718
18	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156
19	10.117	30.144	32.852	36.191	38.582
20	10.851	31.410	34.170	37.566	39.997
21	11.591	32.671	35.479	38.932	41.401
22	12.338	33.924	36.781	40.289	42.796
23	13.091	35.172	36.076	41.638	44.181
24	13.848	36.415	39.364	42.980	45.558
25	14.611	37.652	40.646	44.314	46.928
26	15.379	38.885	41.923	45.642	48.296
27	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645
28	16.928	41.337	44.461	48.278	50.993
29	17.708	42.557	45.722	49.588	52.336
30	18.493	43.773	46.979	50.892	53.672
inf					

Lampiran 7

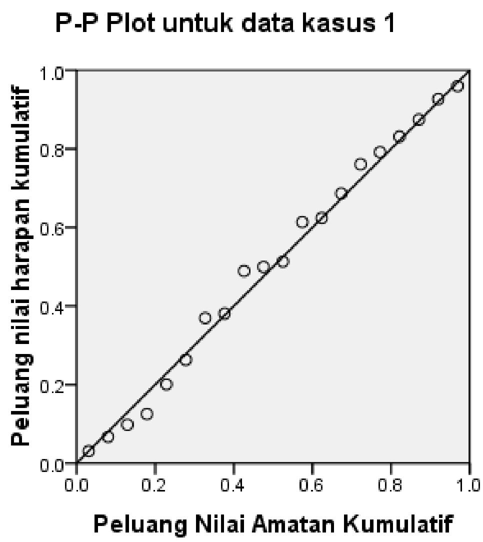
Nilai Kritis untuk Uji Liliefors

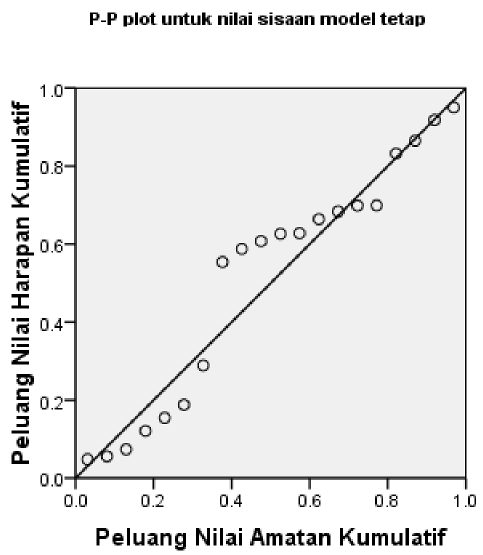
Ukuran Sample	Taraf Nyata (α)				
	0,01	**0,05**	**0,10**	**0,15**	**0,20**
n=4	0,417	0,381	0,352	0,319	0,300
5	0,405	0,337	0,315	0,299	0,285
6	0,364	0,319	0,294	0,277	0,265
7	0,348	0,300	0,276	0,258	0,247
8	0,331	0,285	0,261	0,244	0,233
9	0,311	0,271	0,249	0,233	0,223
10	0,294	0,258	0,239	0,224	0,215
11	0,284	0,249	0,230	0,217	0,206
12	0,275	0,242	0,223	0,212	0,199
13	0,268	0,234	0,214	0,202	0,190
14	0,261	0,227	0,207	0,194	0,183
15	0,257	0,220	0,201	0,187	0,177
16	0,250	0,213	0,195	0,182	0,173
17	0,245	0,206	0,189	0,177	0,169
18	0,239	0,200	0,184	0,173	0,166
19	0,235	0,195	0,179	0,169	0,163
20	0,231	0,190	0,174	0,166	0,160
25	0,200	0,173	0,158	0,147	0,142
30	0,187	0,161	0,144	0,136	0,131
n>30	$\frac{1{,}031}{\sqrt{n}}$	$\frac{0{,}886}{\sqrt{n}}$	$\frac{0{,}805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0{,}768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0{,}736}{\sqrt{n}}$

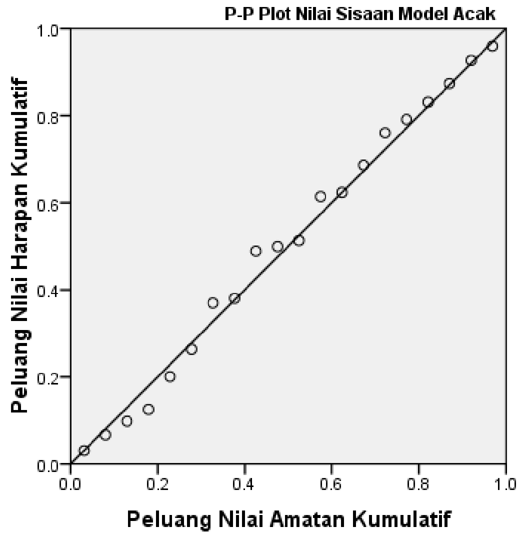
Lampiran 8

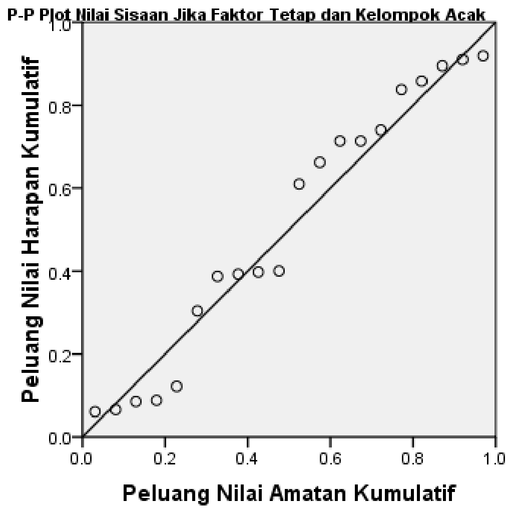
P-P Plot Uji Normalitas untuk Kasus 1, Kasus 2 dan Data Hasil Transformasi

a. P-P Plot Normalitas Kasus 1

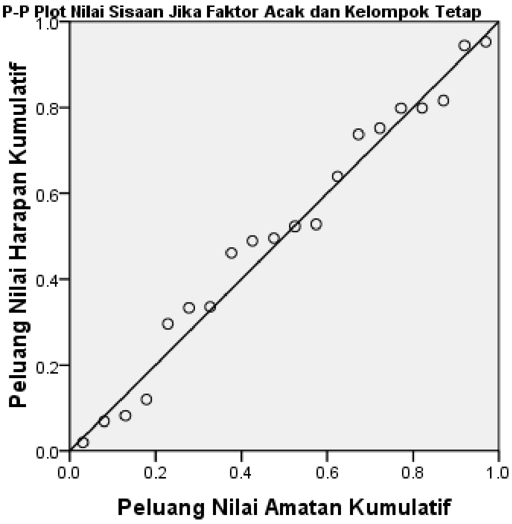




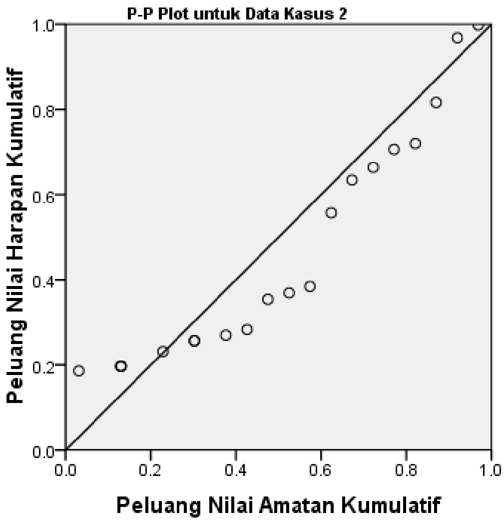

P-P Plot Nilai Sisaan Model Acak
Peluang Nilai Harapan Kumulatif
Peluang Nilai Amatan Kumulatif
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

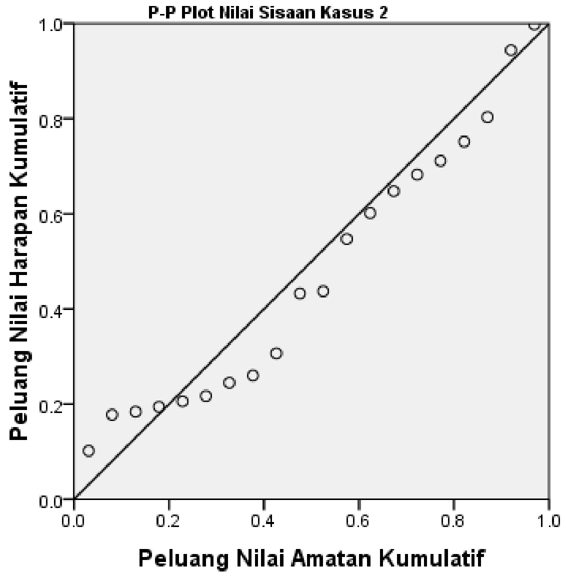

P-P Plot Nilai Sisaan Jika Faktor Tetap dan Kelompok Acak
Peluang Nilai Harapan Kumulatif
Peluang Nilai Amatan Kumulatif
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

\

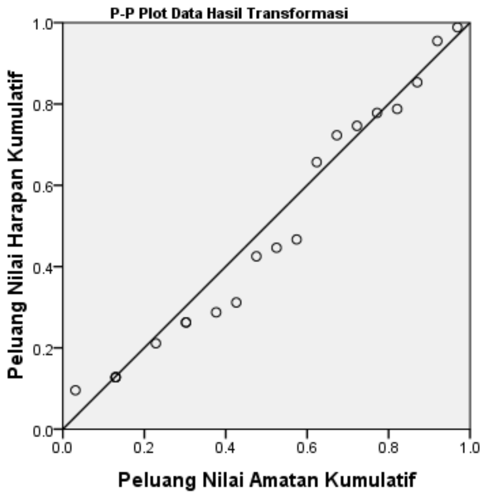


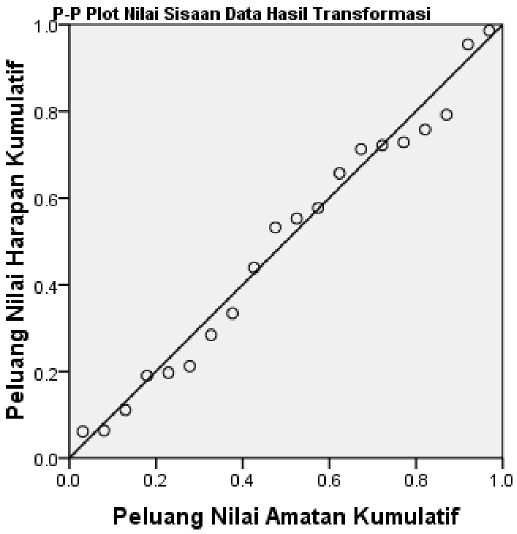
b. P-P Plot Normalitas untuk Kasus 2





c. P-P Plot Normalitas untuk Data Hasil Transformasi




P-P Plot Nilai Sisaan Data Hasil Transformasi
Peluang Nilai Harapan Kumulatif
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Peluang Nilai Amatan Kumulatif