

**APLIKASI LOGIKA FUZZY DALAM OPTIMISASI PRODUKSI BARANG  
MENGGUNAKAN METODE MAMDANI DAN METODE SUGENO**

**SKRIPSI**

**Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
untuk memenuhi sebagian persyaratan  
guna memperoleh gelar Sarjana Sains**



**Disusun oleh:  
Fajar Solikin  
04305144018**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA  
2011**

**PERSETUJUAN**

**SKRIPSI**

**APLIKASI LOGIKA FUZZY DALAM OPTIMISASI PRODUKSI BARANG  
MENGGUNAKAN METODE MAMDANI DAN METODE SUGENO**

Telah memenuhi syarat dan siap untuk diujikan

Disetujui pada :

Hari/ tanggal : 24 Maret 2011



Dosen Pembimbing I

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Caturiyati".

Caturiyati, M.Si.

NIP. 197312182000032001

Dosen Pembimbing II

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Dr. Hartono".

Dr. Hartono

NIP. 196203291987021002

**PENGESAHAN**

**SKRIPSI**

**APLIKASI LOGIKA FUZZY DALAM OPTIMISASI PRODUKSI BARANG**

**MENGGUNAKAN METODE MAMDANI DAN METODE SUGENO**

**Disusun oleh**

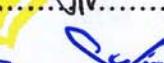
**Fajar Solikin**

**NIM. 04305144018**

Telah dipertahankan di depan Dewan Pengaji Skripsi Jurusan Pendidikan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Pada tanggal 6 April 2011 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna memperoleh gelar  
**Sarjana Sains**

<b>Nama</b>	<b>Jabatan</b>	<b>Tanda tangan</b>	<b>Tanggal</b>
1. Caturiyati, M.Si NIP. 197312182000032001	Ketua Pengaji		20 - 4 - 11
2. Dr. Hartono NIP. 196203291987021002	Sekretaris Pengaji		21 - 4 - 11
3. Dr. Agus Maman Abadi NIP. 197008281995021001	Pengaji Utama		20 - 4 - 11
4. Dr. Sugiman NIP. 196502281991011001	Pengaji Pendamping		20 - 4 - 11

Yogyakarta, 7<sup>th</sup> April 2011  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
Dekan



## PERNYATAAN

Yang bertandatangan dibawah ini, saya :

Nama : Fajar Solikin

NIM : 04305144018

Program Studi : Matematika

Fakultas : MIPA

Judul Skripsi : Aplikasi Logika *Fuzzy* Dalam Optimisasi Produksi Barang Menggunakan Metode Mamdani dan Metode Sugeno

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah di publikasikan atau ditulis oleh orang lain atau digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan lain, kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan. Apabila terbukti pernyataan saya ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya.

Yang menyatakan

Fajar Solikin

NIM. 04305144018

## **MOTTO DAN PERSEMPAHAN**

“Sungguh bersama kesukaran pasti ada kemudahan.  
Dan bersama kesukaran pasti ada kemudahan.  
Karena itu bila selesai tugas, mulailah dengan yang lain  
Dengan sungguh - sungguh.  
Hanya kepada Tuhanmu hendaknya kau berharap”  
(Q.S Al Insyirah : 5-8)

Dan,  
Semua akan indah pada waktunya.....

“I have keep breathing, cause tomorrow the sun will rise”  
(Tom hanks - Cast away)

### **Kupersembahkan tulisan ini untuk:**

Ayah & Ibundaku tercinta  
terimakasih atas do'a yang selalu menyertaiku,  
kasih sayang yang tak terhingga  
kakak dan adik tercinta yang selalu mendukungku

### **Dan terimakasih juga untuk:**

- Keluarga Besar HANCALA, sebuah keluarga yang indah, petualangan, kebersamaan, kesetiakawanan, dan keluarga yang tidak pernah berakhir.
- Keluarga Besar PASIAD khususnya teman-teman alumnum SMA Semesta yang telah menjadi teman berbagi, terima kasih atas dukungannya.
- Teman-teman Matematika 2004 yang selalu menjadi penyemangat.
- Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu hingga terselesaikannya penulisan Tugas Akhir ini.

**Terima kasih untuk semuanya, karena kalianlah jalan kehidupan menjadi  
lebih bermakna dan berwarna disetiap langkah**

# **APLIKASI LOGIKA FUZZY DALAM OPTIMISASI PRODUKSI BARANG**

## **MENGGUNAKAN METODE MAMDANI DAN METODE SUGENO**

**Fajar Solikin**

**NIM. 04305144018**

### **ABSTRAK**

Permasalahan yang timbul di dunia ini terkadang sering sekali memiliki jawaban yang tidak pasti, logika *fuzzy* merupakan salah satu metode untuk melakukan analisis sistem yang tidak pasti. Tugas akhir ini membahas penerapan logika *fuzzy* pada penyelesaian masalah produksi menggunakan metode Mamdani dan metode Sugeno. Masalah yang diselesaikan adalah cara menentukan produksi barang jika hanya menggunakan dua variabel sebagai *input* datanya, yaitu : permintaan dan persediaan.

Langkah pertama penyelesaian masalah produksi barang dengan menggunakan metode Mamdani yaitu menentukan variabel *input* dan variabel *output* yang merupakan himpunan tegas, langkah kedua yaitu mengubah variabel *input* menjadi himpunan *fuzzy* dengan proses fuzzifikasi, selanjutnya langkah yang ketiga adalah pengolahan data himpunan *fuzzy* dengan metode maksimum. Dan langkah terakhir atau keempat adalah mengubah *output* menjadi himpunan tegas dengan proses defuzzifikasi dengan metode *centroid*, sehingga akan diperoleh hasil yang diinginkan pada variabel *output*. Penyelesaian masalah produksi menggunakan metode Sugeno ini hampir sama dengan menggunakan metode Mamdani, hanya saja *output* sistem tidak berupa himpunan *fuzzy*, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Perbedaan antara Metode Mamdani dan Metode Sugeno ada pada konsekuensi. Metode Sugeno menggunakan konstanta atau fungsi matematika dari variabel *input*, dan pada proses defuzzifikasinya menggunakan metode rata-rata terpusat.

Dari data perhitungan produksi rokok Genta Mas menurut metode Mamdani pada bulan Januari tahun 2011 diperoleh 3.450,8323 karton, dan menggunakan metode Sugeno pada bulan Januari tahun 2011 diperoleh 3.517,80112, sedangkan menurut data produksi perusahaan pada bulan januari tahun 2011 memproduksi 3.400 karton, maka dari analisis perbandingan langsung dengan data yang asli pada perusahaan dapat disimpulkan bahwa metode yang paling mendekati nilai kebenaran adalah produksi yang diperoleh dengan pengolahan data menggunakan metode Mamdani.

*Kata kunci:* *logika fuzzy, metode Mamdani, metode Sugeno, fuzzyifikasi, defuzzyifikasi, fungsi implikasi.*

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah sehingga dapat terselesaikannya skripsi dengan judul : “Aplikasi Logika *Fuzzy* Dalam Optimisasi Produksi Barang Menggunakan Metode Mamdani dan Metode Sugeno” ini.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta. Penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Dr. Ariswan selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
2. Bapak Dr. Hartono selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika dan pembimbing II yang telah memberikan motivasi, saran dan kelancaran dalam urusan akademik.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.S selaku Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan kelancaran dalam urusan akademik.
4. Ibu Husna Arifah, S.Si selaku Penasehat Akademik yang telah memberikan arahan, saran dan bimbingan kepada penulis.
5. Ibu Caturiyati, M.Si selaku pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, saran dan motivasi kepada penulis.
6. Bapak Dr. Agus Maman Abadi yang telah bersedia menjadi Dosen Pengaji skripsi penulis.
7. Bapak Dr. Sugiman yang telah bersedia menjadi Dosen Pengaji skripsi penulis.
8. Dosen-dosen Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan kepada penulis.
9. Semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan sehingga dapat memperlancar proses penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih jauh dari sempurna. Kritik dan saran penulis harapkan untuk bahan perbaikan penilaian skripsi ini. Akhirnya semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan semua pihak yang membutuhkan.

Yogyakarta, April 2011

Penulis

## **DAFTAR ISI**

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN MOTO DAN PERSEMBAHAN.....	v
ABSTRAK.....	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR LAMBANG.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Identifikasi Masalah.....	6
C. Batasan Masalah.....	6
D. Rumusan Masalah.....	7
E. Tujuan Penelitian.....	7
F. Manfaat Penelitian.....	8
BAB II DASAR TEORI.....	9
A. Himpunan <i>Fuzzy</i> .....	9
B. Fungsi Keanggotaan .....	18
C. Operasi-Operasi pada Himpunan <i>Fuzzy</i> .....	23
D. Logika <i>Fuzzy</i> .....	25
E. Proposisi <i>Fuzzy</i> .....	29
F. Implikasi <i>Fuzzy</i> .....	31
G. Sistem Inferensi <i>Fuzzy</i> .....	31
H. Logika <i>Fuzzy</i> Dalam Pengambilan Keputusan.....	40
1. Metode Mamdani.....	40

2. Metode Sugeno.....	43
<b>BAB III PEMBAHASAN.....</b>	<b>46</b>
A. Permasalahan.....	46
B. Penyelesaian Masalah Menggunakan Metode Mamdani.....	52
C. Penyelesaian Masalah Menggunakan Metode Sugeno.....	63
<b>BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN.....</b>	<b>76</b>
A. Kesimpulan.....	76
B. Saran.....	77
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>78</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>79</b>

## DAFTAR LAMBANG

$\mu_{\tilde{A}}(x)$	: fungsi keanggotaan $x$ pada himpunan fuzzy $\tilde{A}$
$[0,1]$	: interval tertutup antara 0 hingga 1
$\mathbb{R}$	: himpunan semua bilangan <i>real</i>
$U, V$	: semesta pembicaraan di $\mathbb{R}$
$\tilde{A}$	: himpunan fuzzy di semesta pembicaraan
$\tilde{A}^c$	: komplemen dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$
$x$	: variabel <i>input</i> di $\mathbb{R}$
$y$	: variabel <i>output</i> di $\mathbb{R}$
$\tilde{A} \cup \tilde{B}$	: gabungan dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$ dan himpunan fuzzy $\tilde{B}$
$\tilde{A} \cap \tilde{B}$	: irisan dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$ dan himpunan fuzzy $\tilde{B}$
$R^{(i)}$	: aturan yang ke- $i$
$\Sigma$	: jumlahan atau sigma
$\max$	: maksimum
$\min$	: minimum
$Supp(\tilde{A})$	: <i>Support</i> atau pendukung himpunan fuzzy $\tilde{A}$
$h(\tilde{A})$	: Tinggi ( <i>height</i> ) suatu himpunan fuzzy $\tilde{A}$
$d_i$	: nilai <i>output</i> pada aturan ke- $i$
$\mu_{\tilde{A}i}(d_i)$	: derajat keanggotaan nilai keluaran pada aturan ke- $i$
$Z$	: nilai hasil penegasan (defuzzifikasi)
$\mu_{sf}[x_i]$	: keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke- $i$
$\mu_{kf}[x_i]$	: nilai keanggotaan konsekuensi fuzzy aturan ke- $i$

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b> Representasi linear naik.....	17
<b>Gambar 2.2</b> Representasi linear turun.....	18
<b>Gambar 2.3</b> Representasi Kurva Segitiga.....	19
<b>Gambar 2.4</b> Grafik fungsi keanggotaan himpunan <i>fuzzy</i> “bilangan real yang dekat dengan 2”.	20
<b>Gambar 2.5</b> Representasi Kurva Trapesium.....	21
<b>Gambar 2.6</b> Fungsi keanggotaan himpunan <i>fuzzy</i> “sedang”.....	29
<b>Gambar 2.7</b> Struktur dasar suatu sistem inferensi <i>fuzzy</i> .....	32
<b>Gambar 2.8</b> Fungsi keanggotaan himpunan-himpunan <i>fuzzy</i> yang terkait dengan nilai-nilai linguistik untuk variabel $x$ pada semesta $[-a, a]$ .....	36
<b>Gambar 3.1</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R1 untuk aturan MIN pada metode Mamdani...	54
<b>Gambar 3.2</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R2 untuk aturan MIN pada metode Mamdani...	54
<b>Gambar 3.3</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R3 untuk aturan MIN pada metode Mamdani...	55
<b>Gambar 3.4</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R4 untuk aturan MIN pada metode Mamdani...	55
<b>Gambar 3.5</b> Gabungan himpunan-himpunan samar konsekuensi semua aturan untuk produksi pada bulan Januari.....	59
<b>Gambar 3.6</b> Hasil gabungan himpunan-himpunan samar konsekuensi semua aturan untuk produksi pada bulan Januari.....	60
<b>Gambar 3.7</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Permintaan: TURUN dan NAIK.....	63
<b>Gambar 3.8</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Persediaan: SEDIKIT dan BANYAK.....	64
<b>Gambar 3.9</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Produksi Barang: BERKURANG dan BERTAMBAH.....	64
<b>Gambar 3.10</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R1 pada metode Sugeno.....	66
<b>Gambar 3.11</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R2 pada metode Sugeno.....	67
<b>Gambar 3.12</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R3 pada metode Sugeno.....	68
<b>Gambar 3.13</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk R4 pada metode Sugeno.....	69

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 3.1</b> Data dan Persediaan Rokok Genta Mas dalam 3 bulan terakhir .....	42
<b>Tabel 3.2</b> Hasil dari aturan-aturan yang terbentuk pada inferensi <i>fuzzy</i> .....	49
<b>Tabel 3.3</b> Hasil kesimpulan dari aturan-aturan yang terbentuk pada inferensi <i>fuzzy</i> .....	49
<b>Tabel 3.4</b> Data produksi rokok Genta Mas bulan Januari tahun 2011 dengan metode Mamdani dan metode Sugeno.....	69
<b>Tabel 3.5</b> Data produksi rokok Genta Mas bulan Januari tahun 2011.....	69
<b>Tabel 3.6</b> Data produksi rokok Genta Mas.....	74

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1.</b> Variabel permintaan: TURUN dan NAIK Himpunan <i>fuzzy</i> .....	77
<b>Lampiran 2.</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel persediaan: SEDIKIT dan BANYAK.....	77
<b>Lampiran 3.</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Produksi Barang: BERKURANG dan BERTAMBAH.....	78
<b>Lampiran 4.</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk keempat aturan.....	78
<b>Lampiran 5.</b> Daerah hasil komposisi untuk data bulan Januari.....	79
<b>Lampiran 6.</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Permintaan: TURUN dan NAIK.....	79
<b>Lampiran 7.</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Persediaan: SEDIKIT dan BANYAK.....	80
<b>Lampiran 8.</b> Himpunan <i>fuzzy</i> variabel Produksi Barang: BERKURANG dan BERTAMBAH.....	80
<b>Lampiran 9.</b> Aplikasi fungsi implikasi untuk keempat aturan.....	81
<b>Lampiran 10.</b> Daerah hasil komposisi untuk data bulan Januari.....	81
<b>Foto 1.</b> Perusahaan rokok Genta Mas.....	82
<b>Foto 2.</b> Penggerjaan atau pembuatan rokok masih secara manual.....	82
<b>Foto 3 dan 4.</b> Pembelian bahan baku terutama tembakau.....	83
<b>Foto 5 dan 6.</b> Alat pencampuran tembakau dengan bahan-bahan yang lainnya.....	83
<b>Lampiran 11.</b> Perijinan dan data perusahaan.....	84

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### **A. Latar Belakang Masalah**

Pada tahun 1965, Prof. Lofti A. Zadeh dari California University USA memberikan sumbangan yang berharga dalam pengembangan teori himpunan *fuzzy* (samar). Saat ini konsep *fuzzy* juga telah diterapkan dalam berbagai bidang kehidupan, sebagai contoh dalam bidang ekonomi yaitu pada penetapan suku bunga pada bank. Konsep *fuzzy* pada penetapan suku bunga bank adalah sistem penetapan suku bunga bank berdasarkan faktor-faktor penentu penetapan suku bunga. Dengan menggunakan Konsep *fuzzy* dapat dibuat sistem pengendali pada kegiatan ekonomi yang lebih baik dari pada sistem yang terdahulu yaitu dengan penetapan suku bunga bank maupun penetapan suku bunga berjangka (Frans Susilo, 2006: 5).

Teori himpunan *fuzzy* diperkenalkan dengan berbagai macam cara ke dalam berbagai macam disiplin ilmu. Sehingga aplikasi teori ini dapat ditemukan dalam kecerdasan buatan, ilmu komputer, teknik kendali, teori pengambilan keputusan, ilmu manajemen, robotika, dan lain-lain.

Konsep *fuzzy* menurut Zadeh, adalah himpunan yang tidak tegas yang dikaitkan dengan suatu fungsi yang menyatakan derajat kesesuaian unsur-unsur dalam semestanya dengan konsep yang merupakan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Dengan demikian setiap unsur dalam semesta pembicaraan mempunyai

derajat keanggotaan tertentu dalam himpunan tersebut. Derajat keanggotaan dinyatakan dalam suatu bilangan real dalam selang tertutup [0,1].

Selanjutnya berdasarkan pada konsep himpunan *fuzzy* itu, Zadeh juga mengembangkan konsep algoritma *fuzzy* yang merupakan landasan dari logika *fuzzy* dan penalaran hampiran (*approximate reasoning*), yaitu penalaran yang melibatkan pertanyaan-pertanyaan dengan predikat yang kabur.

Logika adalah ilmu yang mempelajari secara sistematis kaidah-kaidah penalaran yang absah (valid). Dewasa ini terdapat 2 konsep logika, yaitu logika tegas dan logika *fuzzy*. Logika tegas hanya mengenal dua keadaan yaitu: ya atau tidak, *on* atau *off*, *high* atau *low*, 1 atau 0. Logika semacam ini disebut dengan logika himpunan tegas. Sedangkan logika *fuzzy* adalah logika yang menggunakan konsep sifat kesamaran. Sehingga logika *fuzzy* adalah logika dengan tak hingga banyak nilai kebenaran yang dinyatakan dalam bilangan *real* dalam selang [0,1] (Frans Susilo, 2006: 135).

Saat ini, penggunaan terbesar logika *fuzzy* terdapat pada sistem pakar *fuzzy* (*fuzzy expert system*). Penerapan logika *fuzzy* pada sistem pakar *fuzzy* mencakup beberapa bidang, antara lain:

1. *Aplikasi teknik.* Logika *fuzzy* banyak digunakan oleh perusahaan, sebagai contoh: pintu otomatis yang bisa membuka sendiri, penaksiran kualitas

aspal jalan raya, tombol tunggal untuk mesin cuci, dan sebagainya (Setiadji, 2009: 3).

2. *Pengenalan pola.* Logika fuzzy untuk pengenalan pola antara lain, yang banyak dikembangkan oleh perusahaan elektronik saat ini, yaitu untuk pengenalan simbol tulisan tangan pada komputer saku. Contoh yang lain adalah klasifikasi sinar-x, pemutar film otomatis, dan sebagainya (Setiadji, 2009: 4).
3. *Aplikasi media.* Dalam bidang media sebagai contoh: diagnosa terhadap gangguan apnoca tidur, diagnosa radang sendi, kontrol pembiusan, dan sebagainya (Setiadji, 2009: 4).
4. *Aplikasi finansial.* Logika fuzzy juga digunakan dalam bidang ekonomi finansial, sebagai contoh: penaksiran perubahan stok barang, penggunaan keuangan pada sebuah perusahaan, dan sebagainya (Setiadji, 2009: 4).

misalkan pada kasus finansial, suatu perusahaan pasti akan melakukan segala macam cara untuk mencapai keuntungan atau laba yang maksimal atau besar, banyak hal yang mempengaruhi pengoptimalan keuntungan, diantaranya: biaya produksi, biaya transportasi, maupun teknik dalam penjualan. Untuk itu suatu perusahaan pasti akan melakukan riset maupun analisa terhadap produk-produk yang akan ditawarkan ke pasaran atau konsumen.

Pada perusahaan, optimasi produksi barang akan memberikan pengaruh besar, karena disamping untuk pengoptimalan bahan baku yang digunakan, hal ini juga akan

berpengaruh besar pada sektor biaya atau finansial. Optimasi produksi barang pada perusahaan berpengaruh pada sektor finansial karena dapat memperkirakan pembelanjaan bahan baku, selain itu juga dalam hal biaya produksi maupun biaya transportasi dan penyimpanan.

Dari masalah optimasi produksi barang tersebut, banyak metode maupun teknik yang digunakan. Metode yang paling sering digunakan adalah logika himpunan tegas. Akan tetapi logika himpunan tegas tidak dapat dioperasikan atau digunakan oleh khalayak umum (hanya orang analisis), karena selain agak rumit dalam penghitungan, kendala-kendala dalam produksi juga akan memperumit penyelesaian masalah optimasi produksi barang. Selain logika himpunan tegas, logika *fuzzy* juga dapat digunakan dalam masalah optimasi produksi barang. Metode yang dapat digunakan dalam pengaplikasian logika *fuzzy* pada produksi barang di perusahaan antara lain adalah metode Mamdani, metode Tsukamoto, dan metode Sugeno.

Sistem inferensi *fuzzy* metode Mamdani dikenal juga dengan nama metode *Max-Min*. Metode Mamdani bekerja berdasarkan aturan-aturan linguistik. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim H. Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan *output*, diperlukan 4 langkah :

1. Pembentukan himpunan *fuzzy*
2. Aplikasi fungsi implikasi

3. Komposisi aturan

4. Penegasan

Penalaran metode Sugeno ini hampir sama dengan penalaran Mamdani, hanya saja *output* sistem tidak berupa himpunan *fuzzy* melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985. Perbedaan antara Metode Mamdani dan Metode Sugeno ada pada *outputnya*. Metode Sugeno menggunakan konstanta atau fungsi matematika dari *variabel input* :

*Jika a adalah  $\tilde{A}_i$  dan b adalah  $\tilde{B}_i$ , maka c adalah  $\tilde{C}_i = f(a,b)$*

dengan a, b dan c adalah *variabel linguistik* ;  $\tilde{A}_i$  dan  $\tilde{B}_i$  himpunan *fuzzy* ke-*i* untuk a dan b, dan  $f(a,b)$  adalah fungsi matematik.

Kasus produksi suatu barang pada sebuah perusahaan sangat bergantung kepada variabel-variabelnya misalkan: persediaan bahan baku, biaya produksi, harga bahan baku, dan lain-lain. Pada prakteknya, nilai variabel – variabel ini tidak dapat diketahui dengan pasti. Apabila hal ini terjadi, maka salah satu solusinya dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy*. Alasan digunakannya logika *fuzzy* dalam tulisan ini antara lain:

1. Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran *fuzzy* sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data – data yang tidak tepat.

4. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

Pada masalah pengambilan keputusan produksi barang, dengan variabel-variabel yang bernilai integer akan selalu menghasilkan solusi yang bernilai integer (bilangan pembulatan). Dengan menggunakan metode logika *fuzzy* yang bekerja berdasarkan aturan – aturan linguistik, maka akan didapat suatu solusi dengan nilai integer.

## **B. Identifikasi Masalah**

Berdasarkan latar belakang, dapat diidentifikasi permasalahannya adalah optimasi produksi barang pada perusahaan tertentu, metode penyelesaian optimasi produksi barang, aplikasi logika *fuzzy* pada masalah produksi barang sebuah perusahaan.

## **C. Pembatasan Masalah**

Adapun pembatasan masalah dalam pembahasan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Tugas akhir ini hanya akan membahas tentang metode Mamdani dan metode Sugeno untuk menentukan banyaknya produksi barang.
2. Banyaknya variabel dalam pengambilan keputusan produksi barang ada 3 macam, yaitu permintaan, persediaan, dan produksi barang.

3. Masing–masing variabel mempunyai 2 nilai linguistik, yaitu: a). Untuk permintaan, nilai linguistiknya turun dan naik., b). Untuk persediaan, nilai linguistiknya sedikit dan banyak. c). Untuk produksi barang, nilai linguistiknya bertambah dan berkurang.
4. Besarnya permintaan dan persediaan ditetapkan secara *eksak*.

#### **D. Perumusan Masalah**

Dalam tulisan ini, masalah yang akan dibahas adalah:

1. Bagaimana menentukan banyaknya barang yang akan diproduksi oleh suatu perusahaan menggunakan logika *fuzzy* dengan metode Mamdani?
2. Bagaimana menentukan banyaknya barang yang akan diproduksi oleh suatu perusahaan menggunakan logika *fuzzy* dengan metode Sugeno?

#### **E. Tujuan Penelitian**

Tujuan yang ingin dicapai dari penyusunan tugas akhir ini adalah:

1. Untuk menentukan berapa banyak barang yang seharusnya diproduksi oleh perusahaan jika variabel–variabelnya berupa bilangan *fuzzy* dengan perhitungan menggunakan metode Mamdani.
2. Untuk menentukan berapa banyak barang yang seharusnya diproduksi oleh perusahaan jika variabel–variabelnya berupa bilangan *fuzzy* dengan perhitungan menggunakan metode Sugeno.

## F. Manfaat Penelitian

Manfaat yang didapat dari penyusunan skripsi ini adalah:

1. Memberikan wawasan baru dalam pengoptimalan produksi barang pada suatu perusahaan dengan sistem yang berdasarkan pada kendali *fuzzy* yaitu dengan metode Mamdani dan metode Sugeno, sebagai metode yang dapat direalisasikan agar proses pengoptimalan produksi dapat berjalan dan dapat disesuaikan.
2. Sebagai dasar dan contoh pengembangan dan penerapan logika *fuzzy* khususnya metode Mamdani dan metode Sugeno.

## **BAB II**

### **DASAR TEORI**

Pada BAB II ini akan disampaikan materi-materi yang berkaitan dengan konsep-konsep fuzzy, yang merupakan landasan bagi pembahasan logika *fuzzy* untuk mengoptimalkan produksi.

#### **A. Himpunan Fuzzy**

Himpunan adalah suatu kumpulan atau koleksi objek-objek yang mempunyai kesamaan sifat tertentu (Frans Susilo, 2006). Himpunan *fuzzy* merupakan suatu pengembangan lebih lanjut tentang konsep himpunan dalam matematika. Himpunan *fuzzy* adalah rentang nilai-nilai, masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan antara 0 sampai dengan 1. Suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dalam semesta pembicaraan  $U$  dinyatakan dengan fungsi keanggotaan  $\mu_{\tilde{A}}$ , yang nilainya berada dalam interval  $[0,1]$ , dapat dinyatakan dengan:

$$\mu_{\tilde{A}} : U \rightarrow [0,1].$$

Himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dalam semesta pembicaraan  $U$  biasa dinyatakan sebagai sekumpulan pasangan elemen  $(u, \mu_{\tilde{A}}(u))$  ( $u$  anggota  $U$ ) dan derajat keanggotaannya dinyatakan sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \{(u, \mu_{\tilde{A}}(u)) \mid u \in U\}.$$

Ada beberapa cara untuk menotasikan himpunan fuzzy, antara lain:

1. Himpunan *fuzzy* ditulis sebagai pasangan berurutan, dengan elemen pertama menunjukkan nama elemen dan elemen kedua menunjukkan nilai keanggotaannya.

### **Contoh 2.1**

Misalkan industri kendaraan bermotor ingin merancang dan memproduksi sebuah mobil yang nyaman untuk digunakan keluarga yang besar. Ada 5 model yang telah dirancang dan ditunjukkan dalam variabel  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , dengan 1 adalah desain mobil ke-1, dan seterusnya. Himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  yang merupakan himpunan “mobil yang nyaman digunakan untuk keluarga yang besar” dapat ditulis sebagai:

$$\tilde{A} = \{(1; 0,6); (2; 0,3); (3; 0,8); (4; 0,2); (5; 0,1)\}$$

Yang artinya:

- 1) Mobil pertama memenuhi tingkat kenyamanan sebesar 0,6 dari skala kenyamanan 0 sampai 1.
- 2) Mobil kedua memenuhi kenyamanan sebesar 0,3 dari skala kenyamanan 0 sampai 1.
- 3) Mobil ketiga memenuhi kenyamanan sebesar 0,8 dari skala kenyamanan 0 sampai 1.

- 4) Mobil keempat memenuhi kenyamanan sebesar 0,2 dari tingkat kenyamanan 0 sampai 1.
- 5) Mobil kelima memenuhi kenyamanan sebesar 0,1 dari tingkat kenyamanan 0 sampai 1.
2. Apabila semesta  $X$  adalah himpunan yang diskret, maka himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dapat dinotasikan sebagai:

$$\tilde{A} = \mu_{\tilde{A}}(x_1) / x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2) / x_2 + \dots + \mu_{\tilde{A}}(x_n) / x_n \quad \text{atau}$$

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i) / x_i$$

Tanda  $\sum$  bukan menotasikan operasi penjumlahan seperti yang dikenal pada aritmetika, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur  $x \in X$  bersama dengan fungsi keanggotaan  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  dalam himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ . Tanda  $+$  bukan menotasikan penjumlahan, tetapi melambangkan pemisahan antara keanggotaan elemen himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dan fungsi keanggotaan yang lain. Tanda  $/$  juga bukan lambang pembagian yang dikenal dalam kalkulus, tetapi melambangkan hubungan antara satu elemen himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dan fungsi keanggotanya.

3. Apabila semesta  $X$  adalah himpunan yang kontinu maka himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dapat dinotasikan sebagai:

$$\tilde{A} = \int_x \mu_{\tilde{A}}(x) / x$$

Tanda  $\int$  bukan lambang integral seperti dalam kalkulus, yang menotasikan suatu integrasi, melainkan keseluruhan unsur-unsur titik  $x \in X$  bersama dengan fungsi

keanggotaan  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  dalam himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ . Tanda / juga bukan lambang pembagian yang dikenal dalam kalkulus, tetapi melambangkan hubungan antara satu elemen  $x$  pada himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dengan fungsi keanggotaannya.

### **Contoh 2.2**

Dalam semesta himpunan semua bilangan *real*  $\mathbb{R}$ , misalkan  $\tilde{A}$  dalam himpunan “bilangan *real* yang dekat dengan nol”, maka himpunan  $\tilde{A}$  tersebut dapat dinyatakan sebagai, dengan  $\mu_{\tilde{A}} = e^{-x^2}$  pada  $x$ .

$$\tilde{A} = \int_{x \in \mathbb{R}} e^{-x^2} / x$$

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami himpunan *fuzzy*, yaitu:

a. Variabel *fuzzy*

Variabel *fuzzy* merupakan suatu lambang atau kata yang menunjuk kepada suatu yang tidak tertentu dalam sistem *fuzzy*.

Contoh: permintaan, persediaan, produksi, dan sebagainya.

### **Contoh 2.3**

Berikut ini adalah contoh-contoh variabel dikaitkan dengan himpunan, yaitu:

- Variabel produksi barang terbagi menjadi 2 himpunan *fuzzy*, yaitu: himpunan *fuzzy* BERTAMBAH dan himpunan *fuzzy* BERKURANG.

- Variabel permintaan terbagi menjadi 2 himpunan *fuzzy*, yaitu: himpunan *fuzzy* NAIK dan himpunan *fuzzy* TURUN.
- Variabel persediaan terbagi menjadi 2 himpunan *fuzzy*, yaitu: himpunan *fuzzy* SEDIKIT dan himpunan *fuzzy* BANYAK.

b. Himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu kumpulan yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu :

1. *Linguistik*, yaitu penamaan suatu grup yang memiliki suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa, seperti : MUDA, PAROBAYA, TUA.
2. *Numeris*, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti : 5, 10, 15, dan sebagainya.

c. Semesta pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*.

**Contoh 2.4**

- Semesta pembicaraan untuk variabel populasi belalang sebagai hama:  $X = [0, +\infty)$ .
- Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur:  $X = [0, 100]$ .

d. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*.

Contoh domain himpunan *fuzzy* untuk semesta  $X=[0, 175]$

- himpunan *fuzzy* MUDA =  $[0, 45]$ , artinya: seseorang dapat dikatakan MUDA dengan umur antara 0 tahun sampai 45 tahun.
- himpunan *fuzzy* PAROBAYA =  $[35, 65]$ , artinya: seseorang dapat dikatakan PAROBAYA dengan umur antara 35 tahun sampai 65.
- himpunan *fuzzy* TUA =  $[65, 175]$ , artinya seseorang dapat dikatakan TUA dengan umur antara 65 tahun sampai 175 tahun.

**Definisi 2.1** (J.S.R.Jang, 1997: 17)

*Support* atau pendukung himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ .  $Supp(\tilde{A})$ , didalam semesta  $X$ , adalah himpunan tegas dari semua anggota  $X$  yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari nol

$$Supp (\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}} (x) > 0\}.$$

### Contoh 2.5

Misalkan dalam semesta  $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , himpunan fuzzy  $\tilde{A}$  dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned}\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x &= 0/-5 + 0.1/-4 + 0.3/-3 + 0.5/-2 + 0.7/-1 + 1/0 + 0.7/1 + \\ &0.5/2 + 0.3/3 + 0.1/4 + 0/5\end{aligned}$$

Maka elemen-elemen  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  merupakan *support* dari himpunan fuzzy  $\tilde{A}$ .

**Definisi 2.2** (Frans Susilo, 2006; 73-74)

Himpunan  $\alpha$ -cut merupakan nilai ambang batas domain yang didasarkan pada nilai keanggotaan untuk tiap-tiap domain. Himpunan ini berisi semua nilai domain yang merupakan bagian dari himpunan fuzzy dengan nilai keanggotaan lebih besar atau sama dengan  $\alpha$  sedemikian hingga :

i. Untuk  $\alpha$ -cut dapat dinyatakan sebagai :

$$\tilde{A}^\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

ii. Untuk *strong*  $\alpha$ -cut dapat dinyatakan sebagai :

$$\tilde{A}^{+\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$$

### Contoh 2.6

Pada **Contoh 2.5**, dapat dilihat:

- Untuk nilai  $\alpha = 0.1$ ; maka  $\tilde{A}^{0.1} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  
dan  $\tilde{A}^{+0.1} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ .

- Untuk nilai  $\alpha = 0.3$ ; maka  $\tilde{A}^{0.3} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ,

$$\text{dan } \tilde{A}^{+0.3} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}.$$

- Untuk nilai  $\alpha = 0.5$ ; maka  $\tilde{A}^{0.5} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,

$$\text{dan } \tilde{A}^{+0.5} = \{-1, 0, 1\}.$$

- Untuk nilai  $\alpha = 0.7$ ; maka  $\tilde{A}^{0.7} = \{-1, 0, 1\}$ ,

$$\text{dan } \tilde{A}^{+0.7} = \{0\}.$$

- Untuk nilai  $\alpha = 1$ ; maka  $\tilde{A}^1 = \{0\}$ .

**Definisi 2.3** (Klir, Yuan, 1995; 21)

Tinggi (*height*) suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  di dalam semesta  $X$ , yang dilambangkan dengan  $h(\tilde{A})$ , adalah himpunan yang menyatakan derajat keanggotaan tertinggi dalam himpunan *fuzzy* tersebut

$$h(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \{\mu_{\tilde{A}}(x)\}.$$

### Contoh 2.7

Pada **Contoh 2.5**, dapat dilihat:

$$X_{\tilde{A}} = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$h(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \{0; 0.1; 0.3; 0.5; 0.7; 1; 0.7; 0.5; 0.3; 0.1; 0\}$$

$$= 1 \quad (\text{pada } x = 0)$$

Untuk himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dalam Contoh 2.5,  $h(\tilde{A}) = 1$ . Himpunan *fuzzy* yang tingginya sama dengan 1 (satu) disebut himpunan *fuzzy* normal, sedangkan himpunan *fuzzy* yang tingginya kurang dari 1 (satu) disebut himpunan *fuzzy* sub-normal. Titik dari semesta yang nilai keanggotaan sama dengan 0,5 dalam himpunan *fuzzy* disebut titik silang (*crossover point*) himpunan *fuzzy* itu. Dalam **Contoh 2.5**, titik 2 dan -2 adalah titik silang himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ .

**Definisi 2.4** (Klir, Clair, Yuan, 1997; 100)

Inti (*Core*) suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  didalam semesta X, yang dilambangkan dengan  $Core(\tilde{A})$ , adalah himpunan tegas yang menyatakan himpunan semua anggota X yang mempunyai derajat keanggotaan sama dengan 1 yaitu :

$$Core(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}.$$

**Contoh 2.8**

Pada **Contoh 2.5**, dapat dilihat:

$$X_{\tilde{A}} = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\begin{aligned} Core(\tilde{A}) &= \{-5|0; -4|0,1; -3|0,3; -2|0,5; -1|0,7; 0|1; 1|0,7; 2|0,5; 3|0,3; \\ &\quad 4|0,1; 5|0\} \end{aligned}$$

$$= \{0\}$$

Sehingga dalam Contoh 2.5,  $Core(\tilde{A}) = \{0|1\}$ .

## B. Fungsi Keanggotaan

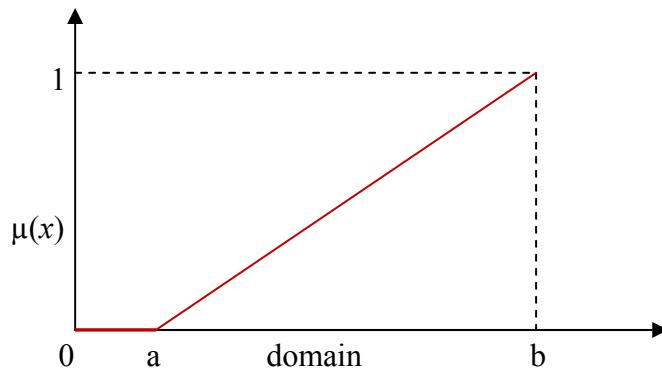
Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data kedalam nilai keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan diantaranya :

- a.) Representasi Linear.
- b.) Representasi Kurva Segitiga.
- c.) Representasi Kurva Trapesium.

### B.1 Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotaannya dapat digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 keadaan himpunan *fuzzy* yang linear.

- I. Representasi linear naik, yaitu kenaikan himpunan dimulai dari nilai domain yang memiliki nilai keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan yang lebih tinggi (Gambar 2.1).

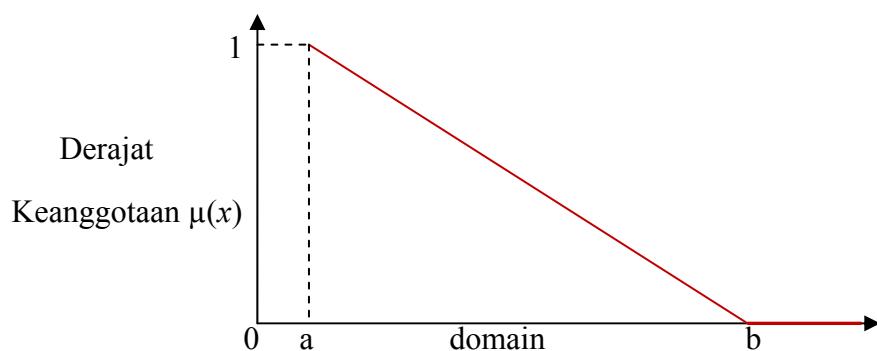


**Gambar 2.1** Representasi linear naik

Fungsi keanggotaan:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \leq a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)} & ; \quad a < x \leq b \end{cases}$$

- II. Representasi linear turun, yaitu garis lurus yang dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak turun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah (Gambar 2.2).



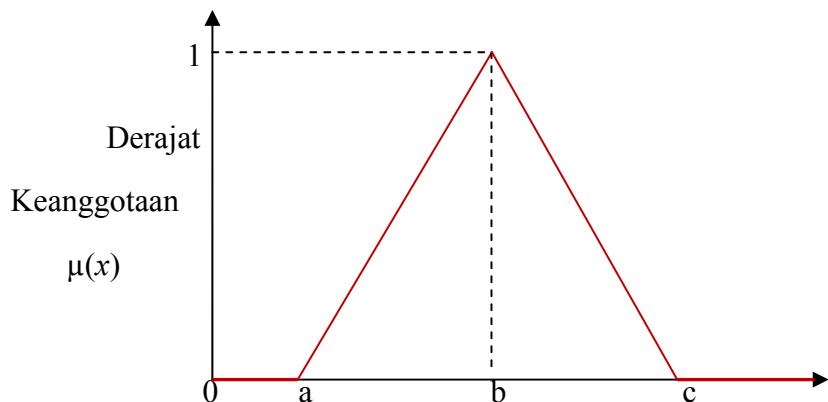
**Gambar 2.2** Representasi linear turun.

Fungsi keanggotaan:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{(b-x)}{(b-a)} & ; \quad a \leq x < b \\ 0 & ; \quad x \geq b \end{cases}$$

## B.2 Representasi Kurva Segitiga

Representasi kurva segitiga, pada dasarnya adalah gabungan antara dua representasi linear (representasi linear naik dan representasi linear turun), seperti terlihat pada Gambar 2.3.



**Gambar 2.3** Representasi Kurva Segitiga

Fungsi keanggotaan:

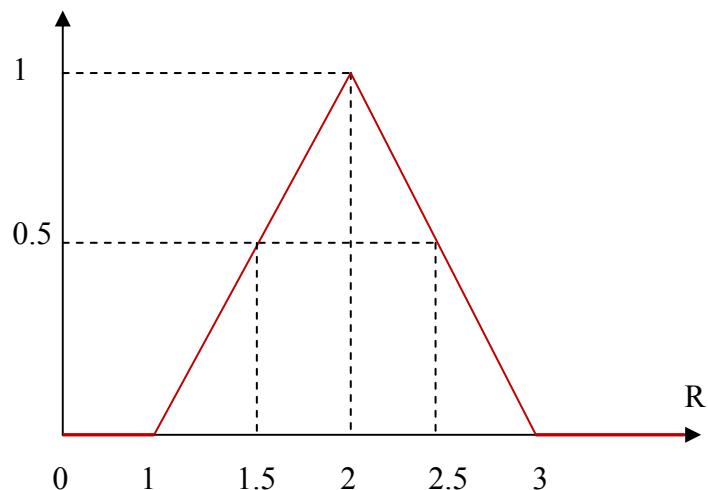
$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \leq a \text{ dan } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & ; \quad a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & ; \quad b < x < c \end{cases}$$

### Contoh 2.9

Himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  = “bilangan *real* yang dekat dengan 2” dapat pula dinyatakan dengan menggunakan fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} x - 1 & ; \text{untuk } 1 \leq x \leq 2 \\ 3 - x & ; \text{untuk } 2 < x \leq 3 \\ 0 & ; \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

dan grafiknya adalah sebagai berikut:



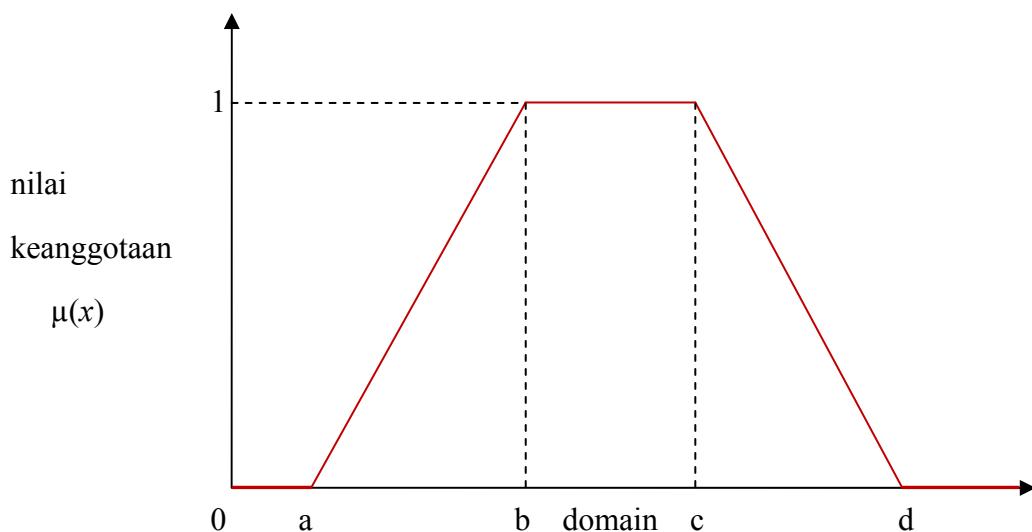
**Gambar 2.4** Grafik fungsi keanggotaan himpunan fuzzy “bilangan real yang dekat dengan 2”.

Dengan fungsi keanggotaannya adalah:

$$\mu_{\tilde{A}}(2)=1, \mu_{\tilde{A}}(1.5)=0.5, \mu_{\tilde{A}}(2.5)=0.5, \mu_{\tilde{A}}(1)=0, \mu_{\tilde{A}}(3)=0.$$

### B.3 Representasi Kurva Trapesium

Representasi kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk kurva segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 (satu), seperti pada Gambar 2.5.



**Gambar 2.5** Representasi Kurva Trapesium

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 ; & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a} ; & a < x \leq b \\ 1 ; & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} ; & c < x < d \end{cases}$$

## C. Operasi-Operasi pada Himpunan Fuzzy

Seperti halnya himpunan tegas (*crisp set*), ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan *fuzzy*. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi dua himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau  $\alpha$ -*cut*. Ada tiga operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh, yaitu: AND, OR, dan NOT.

### C.1 Operasi AND

Operasi AND (*intersection*) berhubungan dengan operasi irisan pada himpunan. *Intersection* dari 2 himpunan adalah minimum dari tiap pasangan elemen pada kedua himpunan. Dimisalkan, himpunan fuzzy  $\tilde{C}$  adalah *intersection* dari himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dan himpunan *fuzzy*  $\tilde{B}$  dan didefinisakan sebagai :

$$\begin{aligned}\tilde{C} &= (\tilde{A} \cap \tilde{B})(x) \\ &= \min\{\tilde{A}(x), \tilde{B}(x)\} \\ &= \tilde{A}(x) \wedge \tilde{B}(x), \forall x \in X\end{aligned}$$

Dengan derajat keanggotaannya adalah :

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{C}}(x) &= \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \\ &= (\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \text{ untuk semua } x \in X\end{aligned}$$

## C.2 Operasi OR

Operasi OR (*union*) berhubungan dengan operasi gabungan pada himpunan. *Union* dari 2 himpunan adalah maksimum dari tiap pasang elemen pada kedua himpunan. Dimisalkan, himpunan fuzzy  $\tilde{C}$  adalah *union* dari himpunan fuzzy  $\tilde{A}$  dan himpunan fuzzy  $\tilde{B}$  dan didefinisikan sebagai :

$$\begin{aligned}\tilde{C} &= (\tilde{A} \cup \tilde{B})(x) \\ &= \max\{\tilde{A}(x), \tilde{B}(x)\} \\ &= \tilde{A}(x) \vee \tilde{B}(x), \forall x \in X\end{aligned}$$

Dengan derajat keanggotaannya adalah :

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{C}}(x) &= \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \\ &= (\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \text{ untuk semua } x \in X\end{aligned}$$

## C.3 Operasi NOT

Operasi NOT berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan. Komplemen himpunan fuzzy  $\tilde{A}$  diberi tanda  $\tilde{A}^c$  (NOT  $\tilde{A}$ ) dan didefinisikan sebagai :  $\tilde{A}^c(x) = 1 - \tilde{A}(x)$ . Dengan derajat keanggotaannya adalah  $\mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$ .

## D. Logika *Fuzzy*

### D.1 Dasar Logika *Fuzzy*

Logika adalah ilmu yang mempelajari secara sistematis aturan-aturan penalaran yang absah (*valid*) (Frans Susilo, 2006). Logika yang biasa dipakai dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam penalaran ilmiah adalah logika dwi nilai, yaitu logika yang setiap pernyataan mempunyai dua kemungkinan nilai, yaitu benar atau salah. Asumsi dasar dalam logika dwi nilai, yakni bahwa setiap proporsi hanya mempunyai dua nilai kebenaran tersebut. Filosof Yunani kuno Aristoteles, mempermasalahkan pernyataan-pernyataan yang menyangkut masa depan, misalkan pernyataan: “minggu depan ia akan datang.” Pernyataan semacam ini tidak memiliki nilai benar, dan tidak pernah salah, karena peristiwa yang diungkapkan oleh pernyataan semacam itu tidak tentu, sampai yang diungkapkannya tersebut terjadi (atau tidak terjadi).

Untuk menampung pernyataan-pernyataan semacam itulah logikawan Polandia Jan Lukasiewicz pada tahun 1920-an mengembangkan logika tri nilai dengan memasukan nilai nilai kebenaran ketiga, yaitu nilai tak tertentu. Logika ini bukanlah sistem logika yang baru, melainkan merupakan semacam pengembangan dari logika dwi nilai, dalam arti bahwa semua kata perangkai dalam logika tri nilai itu didefinisikan seperti dalam logika dwi nilai sejauh menyangkut nilai kebenaran. Tentu

saja salah satu akibatnya tidak semua aturan logika yang berlaku dalam logika dwi nilai berlaku dalam logika Lukasiewicsz itu.

Logika tri nilai secara umum menghasilkan logika  $n$ -nilai yang juga dipelopori oleh Lukasiewicsz pada tahun 1930-an. Nilai logika dalam logika ini dinyatakan dengan suatu bilangan rasional dalam selang  $[0,1]$  yang diperoleh dengan membagi sama besar selang tersebut menjadi  $n-1$  bagian. Maka himpunan  $T_n$  nilai-nilai kebenaran dalam logika  $n$ -nilai adalah himpunan  $n$  buah bilangan rasional sebagai berikut:

$$T_n = \left\{ 0 = \frac{0}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, \frac{n-1}{n-1} = 1 \right\}$$

Nilai kebenaran tersebut juga dapat dipandang sebagai derajat kebenaran suatu pernyataan, dapat dikatakan bahwa logika dwi nilai merupakan kejadian khusus dari logika  $n$ -nilai, yaitu untuk  $n=2$ . Logika  $n$ -nilai ini dapat dinyatakan dengan lambang  $L_n$  ( $n \geq 2$ ).

## D.2 Variabel *Numeris* dan *Linguistik*

Variabel adalah suatu lambang atau kata yang menunjukkan kepada sesuatu yang tidak tertentu dalam semesta pembicaraannya (Frans Susilo, Sj, 2006). Misalkan dalam kalimat: “ $x$  habis dibagi 3.” Lambang “ $x$ ” adalah suatu variabel karena menunjuk sesuatu yang tidak tentu dalam semesta pembicaraannya yaitu himpunan bilangan.

Suatu variabel dapat diganti oleh unsur-unsur dalam semesta pembicaraannya, misalnya variabel “ $x$ ” dapat diganti oleh bilangan “9”, menunjuk unsur tertentu pada masing-masing semesta pembicaraannya, dan disebut konstanta. Terdapat dua macam variabel dalam logika *fuzzy*:

### 1. Variabel Numeris

Variabel numeris adalah suatu variabel yang semesta pembicaraannya berupa himpunan bilangan-bilangan.

Misalnya pada proposisi “ $x$  habis dibagi 3” diatas, variabel ” $x$ ” merupakan variabel numeris, karena semesta pembicaraannya adalah himpunan bilangan-bilangan.

### 2. Variabel Linguistik

Variabel linguistik adalah suatu variabel yang semesta pembicaraannya berupa himpunan kata-kata atau istilah-istilah bahasa sehari-hari.

Misalnya: banyak, sedikit, muda, tua, cepat, lambat, dan seterusnya. Bentuk umum variabel linguistik, dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$(x, T, X, G, M)$$

dengan:

- a)  $x$  adalah lambang variabel.
- b)  $T$  adalah himpunan nilai-nilai linguistik yang dapat manggantikan  $x$ .
- c)  $X$  adalah semesta pembicaraan numeris dari nilai-nilai linguistik dalam  $T$  (juga merupakan variabel  $x$ ).

- d)  $G$  adalah himpunan aturan-aturan sintaksis yang mengatur pembentukan istilah-istilah anggota  $T$ .
- e)  $M$  adalah himpunan aturan-aturan sistematik yang mengaitkan istilah dalam  $T$  dengan suatu himpunan *fuzzy* dalam semesta  $X$ .

### **Contoh 2.10**

Bila variabel linguistik  $x$  adalah “umur”, maka sebagian himpunan nilai-nilai linguistik dapat diambil himpunan istilah-istilah  $T = \{\text{ sangat muda, agak muda, muda, tidak muda, tidak sangat muda, tidak sangat tua, tidak agak tua, tidak tua, tua, agak tua, sangat tua}\}$ , dengan semesta  $X = [0,100]$ , aturan sintak  $G$  mengatur pembentukan istilah-istilah dalam  $T$ , dan aturan sistematik  $M$  mengaitkan setiap istilah dalam  $T$  dengan suatu himpunan *fuzzy* dalam semesta  $X$ .

Perhatikan bahwa dalam himpunan  $T$  pada Contoh 2.10 terdapat dua macam istilah, yaitu:

- i. Istilah primer, misalnya: “muda”, “tua”.
- ii. Istilah sekunder, yang dibentuk dari istilah primer dengan memakai aturan-aturan sintaksis dalam  $G$ , misalnya: “tidak muda”, “tidak tua”, tidak sangat muda”, “sangat tua”. Istilah-istilah sekunder itu dibentuk dengan memakai operator logika “tidak”, “dan”, “atau”, perubahan linguistik seperti: “agak”, “sangat”,, dan sebagainya.

Jika istilah A dan B dalam T, oleh aturan sistematik M, dikaitkan dengan berturut-turut himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dan  $\tilde{B}$  dalam semesta X, maka istilah-istilah “tidak A”, “A dan B”, “A atau B” dikaitkan berturut-turut dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ , dan  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$

#### E. Proposisi *Fuzzy*

Proposisi *fuzzy* adalah kalimat yang memuat predikat *fuzzy*, yaitu predikat yang dapat direpresentasikan dengan suatu himpunan *fuzzy*. Proposisi *fuzzy* yang mempunyai kebenaran tertentu disebut pernyataan *fuzzy*. Nilai kebenaran suatu pernyataan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan suatu bilangan real dalam rentang [0,1]. Nilai kebenaran itu disebut juga derajat kebenaran pernyataan *fuzzy*. Bentuk umum suatu proposisi *fuzzy* adalah:

$$x \text{ adalah } A$$

dengan  $x$  adalah suatu variabel linguistik dan  $A$  adalah predikat yang menggambarkan keadaan  $x$ . Bila  $\tilde{A}$  adalah himpunan *fuzzy* yang dikaitkan dengan nilai linguistik  $A$ , dan  $x_0$  adalah suatu elemen tertentu dalam semesta X dari himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ , maka  $x_0$  memiliki derajat keanggotaan  $\mu_{\tilde{A}}(x_0)$  dalam himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ . Derajat kebenaran pernyataan *fuzzy* “ $x_0$  adalah  $A$ ” didefinisikan sama dengan derajat keanggotaan  $x_0$  dalam himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ , yaitu  $\mu_{\tilde{A}}(x_0)$ .

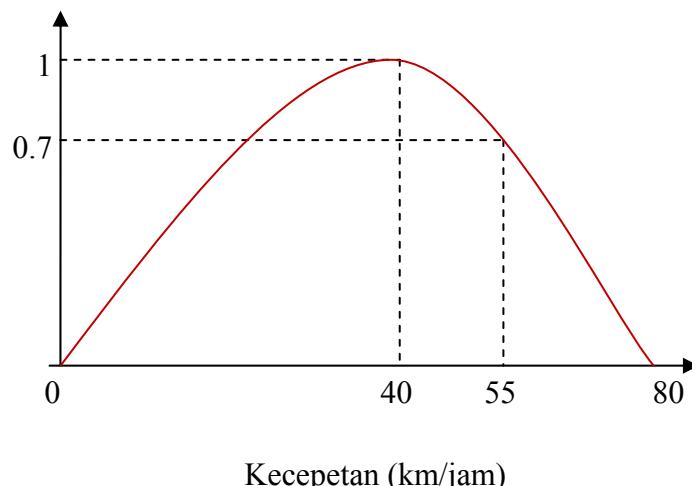
Misalkan jika proposisi *fuzzy* “ $x$  adalah  $A$ ” dilambangkan dengan  $p(x)$ , pernyataan *fuzzy* “ $x_0$  adalah  $A$ ” dengan  $p(x_0)$ , dan derajat kebenaran  $p(x_0)$  dengan  $\tau(p(x_0)) = \mu_{\tilde{A}}(x_0)$ .

### Contoh 2.11

Dalam proposisi *fuzzy*:

*Kecepatan mobil itu adalah sedang.*

Predikat “sedang” dapat dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{S}$  dengan fungsi keanggotaan  $\mu_{\tilde{S}}$  seperti dinyatakan dalam **Gambar 2.6** berikut:



**Gambar 2.6** Fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* “sedang”.

Derajat kebenaran dari pernyataan *fuzzy*, kecepatan mobil 55 km/jam adalah sedang, sama dengan derajat keanggotaan 55 km/jam adalah himpunan *fuzzy* “sedang”, yaitu  $\mu_{\tilde{S}}(55) = 0.7$ .

#### **F. Implikasi *Fuzzy***

Proposisi *fuzzy* yang sering digunakan dalam aplikasi teori *fuzzy* adalah implikasi *fuzzy*. Bentuk umum suatu implikasi *fuzzy* adalah :

*Jika x adalah A, maka y adalah B*

dengan *x* dan *y* adalah variabel linguistik, *A* dan *B* adalah predikat-predikat *fuzzy* yang dikaitkan dengan himpunan-himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dan  $\tilde{B}$  dalam semesta *X* dan *Y* berturut-turut. Proposisi yang mengikuti kata “Jika” disebut sebagai anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti kata “maka” disebut sebagai konsekuensi.

#### **G. Sistem Inferensi *Fuzzy***

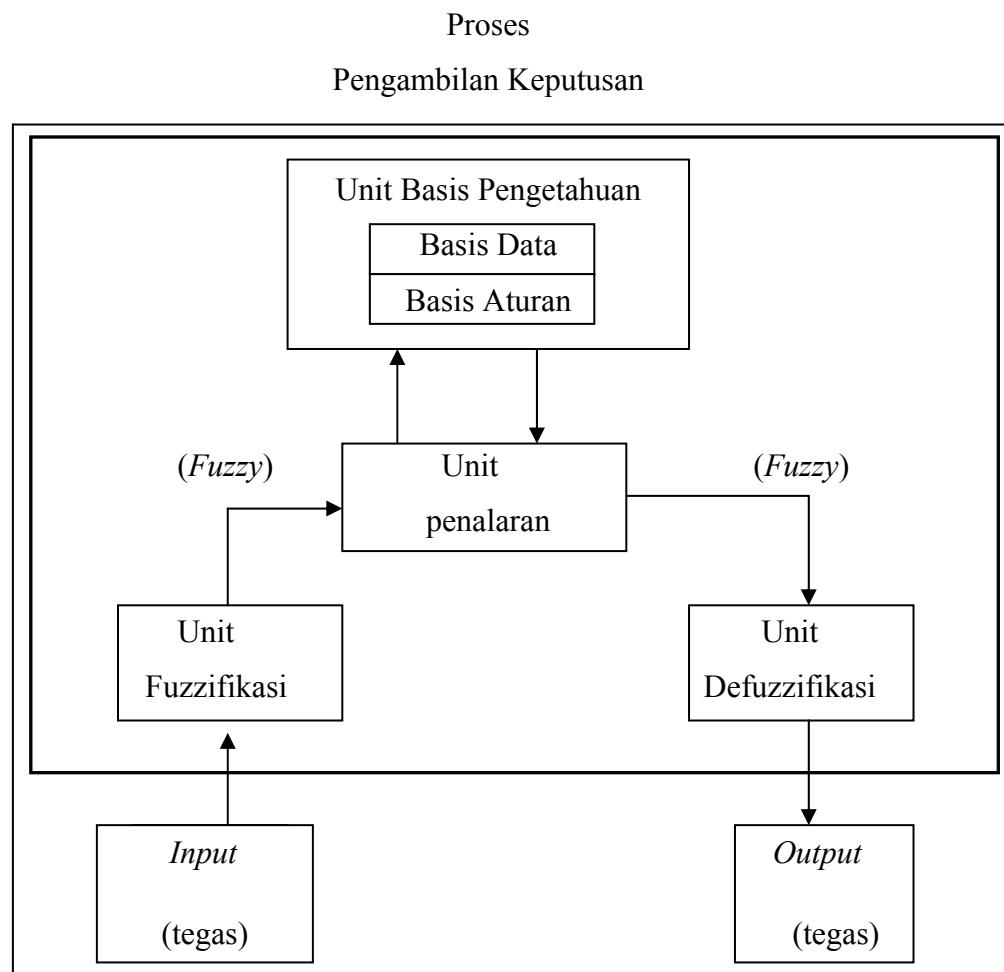
Salah satu aplikasi logika *fuzzy* yang telah berkembang amat luas dewasa ini adalah sistem inferensi *fuzzy* (*Fuzzy Inference System/FIS*), yaitu sistem komputasi yang bekerja atas dasar prinsip penalaran *fuzzy*, seperti halnya manusia melakukan penalaran dengan nalurnya. Misalnya penentuan produksi barang, sistem pendukung keputusan, sistem klasifikasi data, sistem pakar, sistem pengenalan pola, robotika, dan sebagainya.

Dalam subbab ini akan dibahas salah satu dari proses semacam itu, yaitu penentuan produksi barang. Sistem ini berfungsi untuk mengambil keputusan melalui proses tertentu dengan mempergunakan aturan inferensi berdasarkan logika *fuzzy*. Pada dasarnya sistem inferensi fuzzy terdiri dari empat unit, yaitu :

1. Unit fuzzifikasi (*fuzzification unit*)
2. Unit penalaran logika *fuzzy* (*fuzzy logic reasoning unit*)
3. Unit basis pengetahuan (*knowledge base unit*), yang terdiri dari dua bagian :
  - a. Basis data (*data base*), yang memuat fungsi-fungsi keanggotaan dari himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait dengan nilai dari variabel-variabel linguistik yang dipakai.
  - b. Basis aturan (*rule base*), yang memuat aturan-aturan berupa *implikasi fuzzy*.
4. Unit defuzzifikasi (*defuzzification unit / unit penegasan*)

Pada sistem inferensi *fuzzy*, nilai-nilai masukan tegas dikonversikan oleh unit fuzzifikasi ke nilai *fuzzy* yang sesuai. Hasil pengukuran yang telah difuzzikan itu kemudian diproses oleh unit penalaran, yang dengan menggunakan unit basis pengetahuan, menghasilkan himpunan (himpunan-himpunan) *fuzzy* sebagai keluarannya. Langkah terakhir dikerjakan oleh unit defuzzifikasi yaitu menerjemahkan himpunan (himpunan-himpunan) keluaran itu kedalam nilai (nilai-nilai) yang tegas. Nilai tegas inilah yang kemudian direalisasikan dalam

bentuk suatu tindakan yang dilaksanakan dalam proses itu. Langkah-langkah tersebut secara skematis disajikan dalam **Gambar 2.7** berikut ini :



**Gambar 2.7** Struktur dasar suatu sistem inferensi *fuzzy*

## G.1 Unit Fuzzifikasi

Proses fuzzyifikasi merupakan proses mengubah variabel non *fuzzy* (*variabel numerik*) menjadi variabel *fuzzy* (*variabel linguistik*) (Frans Susilo, 2006).

Karena sistem inferensi *fuzzy* bekerja dengan aturan dan input *fuzzy*, maka langkah pertama adalah mengubah input tegas yang diterima, menjadi *input fuzzy*. Itulah yang dikerjakan unit fuzzifikasi.

Untuk masing–masing variabel *input*, ditentukan suatu fungsi fuzzifikasi (*fuzzyfication function*) yang akan mengubah variabel masukan yang tegas (yang biasa dinyatakan dalam bilangan real) menjadi nilai pendekatan *fuzzy*.

Fungsi fuzzifikasi ditentukan berdasarkan beberapa kriteria :

1. Fungsi fuzzifikasi diharapkan mengubah suatu nilai tegas, misalnya  $a \in \mathbb{R}$ , ke suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dengan nilai keanggotaan  $a$  terletak pada selang tertutup  $[0,1]$ .
2. Bila nilai masukannya cacat karena gangguan (derau), diharapkan fungsi fuzzifikasi dapat menekan sejauh mungkin gangguan itu.
3. Fungsi fuzzifikasi diharapkan dapat membantu menyederhanakan komputasi yang harus dilakukan oleh sistem tersebut dalam proses inferensinya.

## G.2 Unit Penalaran

Penalaran *fuzzy* sering di sebut juga dengan penalaran hampiran adalah suatu cara penarikan kesimpulan berdasarkan seperangkat implikasi *fuzzy* dan suatu fakta yang diketahui (sering disebut premis) (Frans Susilo, 2006). Penarikan kesimpulan dalam logika klasik didasarkan pada tautologi, yaitu proposisi-proposisi yang selalu benar, tanpa tergantung pada nilai kebenaran proposisi-proposisi penyusunnya. Salah satu aturan penalaran yang paling sering dipergunakan adalah modus ponen, yang didasarkan pada tautologi:

$$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$$

Bentuk umum penalaran modus ponen adalah sebagai berikut :

Premis 1.  $x$  adalah *A*

Premis 2. Bila  $x$  adalah *A*, maka  $y$  adalah *B*

Kesimpulan.  $y$  adalah *B*

Perhatikan bahwa penarikan kesimpulan di atas terdiri dari :

1. Sebuah proposisi tunggal sebagai fakta yang diketahui (premis 1).
2. Sebuah proposisi majemuk berbentuk implikasi, yang merupakan suatu kaidah atau aturan yang berlaku (premis 2).
3. Kesimpulan yang ditarik berdasarkan kedua proposisi.

Aturan penalaran tegas ini dapat digeneralisasikan menjadi aturan *fuzzy* dengan premis dan kesimpulan adalah proposisi-proposisi *fuzzy*. Kita perhatikan suatu contoh penalaran *fuzzy* berikut ini :

Premis1. Pakaian agak kotor.

Premis2. Bila pakaian kotor, maka pencuciannya lama.

Kesimpulan. pencuciannya agak lama.

Penalaran tersebut dapat dapat dirumuskan secara umum dengan skema sebagai berikut :

Premis 1.  $x$  adalah A

Premis 2.  $x$  adalah A, maka  $y$  adalah B

Kesimpulan.  $y$  adalah B

Penalaran *fuzzy* dengan skema tersebut disebut generalisasi modus ponens.

### G.3 Basis Pengetahuan

Basis pengetahuan suatu sistem inferensi *fuzzy* terdiri dari basis data dan basis aturan.

1. Basis data adalah himpunan fungsi-fungsi keanggotaan dari himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait dengan nilai-nilai linguistik dari variabel-variabel yang terlibat dalam sistem itu (Frans Susilo, 2006).

Contoh

Misalnya dalam suatu sistem kendali logika *fuzzy*, variabel  $x$  dengan semesta selang tertutup  $[-a, a]$  mempunyai tujuh nilai linguistik sebagai berikut:

*Besar Negatif*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{B}^-$

*Sedang Negatif*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{S}^-$

*Kecil Negatif*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{K}^-$

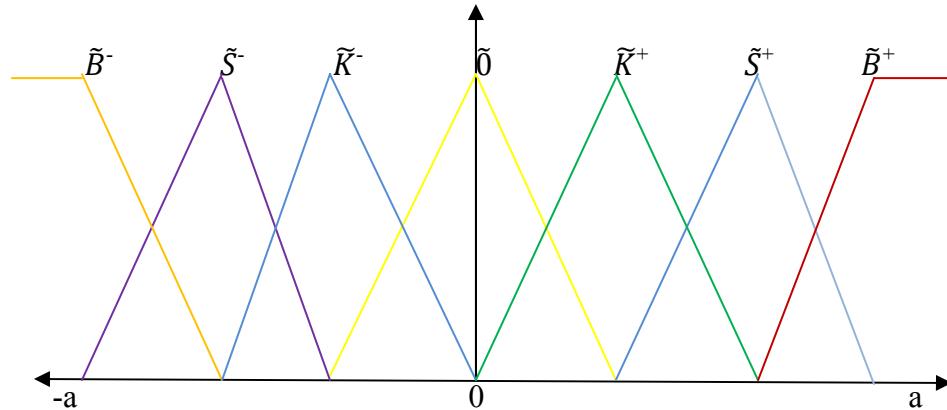
*Mendekati Nol*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{0}$

*Kecil Positif*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{K}^+$

*Sadang Positif*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{S}^+$

*Besar Positif*, yang dikaitkan dengan himpunan *fuzzy*  $\tilde{B}^+$

Maka basis data dari sistem itu memuat fungsi keanggotaan dari himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait itu, misalnya berbentuk segitiga sebagai berikut:



**Gambar 2.8** fungsi keanggotaan himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait dengan nilai-nilai linguistik untuk variabel  $x$  pada semesta  $[-a, a]$ .

2. Basis aturan adalah himpunan implikasi-implikasi *fuzzy* yang berlaku sebagai aturan dalam sistem itu. Bila sistem itu memiliki  $m$  buah aturan dengan  $(n-1)$  variabel, maka bentuk aturan ke  $i$  ( $i=1, \dots, m$ ) adalah sebagai berikut:

*Jika*  $(x_1 \text{ adalah } A_{i1}) \bullet (x_1 \text{ adalah } A_{i2}) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ adalah } A_{in})$ , *maka*  $y$  *adalah*  $B_i$  dengan  $\bullet$  adalah operator (misal : OR atau AND), dan  $x_j$  adalah variabel linguistik dengan semesta pembicaraan  $X_j$  ( $j=1, \dots, n$ ).

#### G.4 Unit Defuzzifikasi

Unit defuzzifikasi digunakan untuk menghasilkan nilai variabel solusi yang diinginkan dari suatu daerah konsekuensi *fuzzy*. Karena sistem inferensi hanya dapat membaca nilai yang tegas, maka diperlukan suatu mekanisme untuk mengubah nilai *fuzzy output* itu menjadi nilai yang tegas. Itulah peranan unit defuzzifikasi yang memuat fungsi-fungsi penegasan dalam sistem itu. Pemilihan fungsi defuzzifikasi biasanya ditentukan oleh beberapa kriteria :

1. Masuk akal (*Plausibility*), artinya secara intuitif bilangan tegas  $Z$  dapat diterima sebagai bilangan yang mewakili himpunan *fuzzy* kesimpulan dari semua himpunan *fuzzy output* untuk setiap aturan.
2. Perhitungan sederhana (*Computational simplicity*), artinya diharapkan perhitungan untuk menentukan bilangan defuzzifikasi dari semua aturan adalah sederhana.

3. Kontinuitas (*Continuity*), diartikan perubahan kecil pada himpunan *fuzzy* tidak mengakibatkan perubahan besar pada bilangan defuzzifikasi.

Metode defuzzifikasi yang digunakan adalah metode *centroid*. Terdapat beberapa metode defuzzifikasi dalam pemodelan sistem *fuzzy*, misalnya : Metode *Centroid*, Metode *Bisektor*, Metode *Mean of Maximum*.

### **Metode *Centroid***

Metode *centroid* adalah metode pengambilan keputusan dengan cara mengambil titik pusat daerah *fuzzy* (Frans Susilo, 2006). Pada metode ini, solusi tegas diperoleh dengan cara mengambil titik pusat daerah *fuzzy*.

### **Metode *Bisektor***

Pada metode ini, solusi tegas diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain *fuzzy* yang memiliki nilai keanggotaan setengah dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah *fuzzy*.

### **Metode *Mean of Maximum* (MOM)**

Pada metode ini, solusi tegas diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

## **H. Logika Fuzzy Dalam Pengambilan Keputusan**

### **H.1. Metode Mamdani**

Sistem inferensi *fuzzy* Metode Mamdani dikenal juga dengan nama metode *Max-Min*. Metode Mamdani bekerja berdasarkan aturan-aturan linguistik. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim H. Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan *output* (hasil), diperlukan 4 tahapan :

i. Pembentukan himpunan *fuzzy*

Menentukan semua variabel yang terkait dalam proses yang akan ditentukan. Untuk masing-masing variabel input, tentukan suatu fungsi fuzzifikasi yang sesuai. Pada metode Mamdani, baik variabel *input* maupun variabel *output* dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*.

ii. Aplikasi fungsi implikasi

Menyusun basis aturan, yaitu aturan-aturan berupa implikasi-implikasi *fuzzy* yang menyatakan relasi antara variabel *input* dengan variabel *output*. Pada Metode Mamdani, fungsi implikasi yang digunakan adalah *Min*. Bentuk umumnya adalah sebagai berikut :

*Jika a adalah A<sub>i</sub> dan b adalah B<sub>i</sub>, maka c adalah C<sub>i</sub>*

dengan A<sub>i</sub>, B<sub>i</sub> dan C<sub>i</sub> adalah predikat-predikat *fuzzy* yang merupakan nilai linguistik dari masing-masing variabel. Banyaknya aturan ditentukan oleh banyaknya nilai linguistik untuk masing-masing variabel masukan.

iii. Komposisi aturan

Apabila sistem terdiri dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan kolerasi antar aturan. Ada 3 metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem *fuzzy*, yaitu :

a. Matode *Max (Maximum)*

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakan nilai tersebut untuk memodifikasi daerah *fuzzy* dan mengaplikasikannya ke *output* dengan menggunakan operato OR (gabungan). Jika semua proporsi telah dievaluasi, maka *output* akan berisi suatu himpunan *fuzzy* yang merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proporsi. Secara umum dapat dituliskan :

$$\mu(x_i) = \max(\mu_{sf}(x_i), \mu_{kf}(x_i))$$

dengan :

$\mu_{sf}(x_i)$  = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-*i*

$\mu_{kf}(x_i)$  = nilai keanggotaan konsekuensi *fuzzy* aturan ke-*i*

b. Metode *Additive (Sum)*

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara melakukan penjumlahan terhadap semua *output* daerah *fuzzy*.

c. Metode *Probabilistik (probor)*

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara melakukan perkalian terhadap semua *output* daerah *fuzzy*.

iv. Defuzzifikasi

*Input* dari proses penegasan adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*, sedangkan *output* yang dihasilkan merupakan suatu bilangan *real* yang tegas. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai tegas tertentu sebagai *output*.

Ada beberapa cara metode penegasan yang biasa dipakai pada komposisi aturan Mamdani, dalam skripsi ini metode yang akan dipakai adalah metode *centroid*:

**Metode *Centroid (Composite Moment)***

Pada metode ini, solusi tegas diperoleh dengan cara mengambil titik pusat daerah *fuzzy*. Secara umum dituliskan :

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n d_i \mu_{\tilde{A}_i}(d_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(d_i)}$$

untuk domain diskret, dengan  $d_i$  adalah nilai keluaran pada aturan ke- $i$  dan  $\mu_{\tilde{A}_i}(d_i)$  adalah derajat keanggotaan nilai keluaran pada aturan ke- $i$  sedangkan  $n$  adalah banyaknya aturan yang digunakan.

dan

$$Z_0 = \frac{\int_a^b z \cdot \mu(z) dz}{\int_a^b \mu(z) dz}$$

untuk domain kontinu, dengan  $Z_0$  adalah nilai hasil defuzzifikasi dan  $\mu(z)$  adalah derajat keanggotaan titik tersebut, sedangkan  $Z$  adalah nilai domain ke- $i$ .

## H.2 Metode Sugeno

Penalaran metode Sugeno ini hampir sama dengan penalaran Mamdani, hanya saja *output* sistem tidak berupa himpunan *fuzzy*, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985. Perbedaan antara Metode Mamdani dan Metode Sugeno ada pada konsekuensi. Metode Sugeno menggunakan konstanta atau fungsi matematika dari variabel *input*:

*Jika a adalah  $\tilde{A}_i$  dan b adalah  $\tilde{B}_i$ , maka c adalah  $\tilde{C}_i = f(a,b)$*

Dengan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  adalah variabel linguistik ;  $\tilde{A}_i$  dan  $\tilde{B}_i$  himpunan *fuzzy* ke- $i$  untuk  $a$  dan  $b$ , dan  $f(a,b)$  adalah fungsi matematik.

Untuk mendapatkan *output* (hasil), maka terdapat 4 langkah / tahapan sebagai berikut:

- i. Pembentukan himpunan *fuzzy*

Langkah ini sama seperti langkah pertama Mamdani, jadi tidak perlu ditulis kembali.

ii. Aplikasi fungsi implikasi

Menyusun basis aturan, yaitu aturan-aturan berupa implikasi-implikasi *fuzzy* yang menyatakan relasi antara variabel *input* dengan variabel *output*. Pada metode Mamdani, fungsi implikasi yang digunakan adalah *Min*. Bentuk umumnya adalah sebagai berikut :

*Jika a adalah  $\tilde{A}_i$  dan b adalah  $\tilde{B}_i$ , maka c adalah  $\tilde{C}_i = f(a,b)$*

Dengan *a*, *b*, dan *c* adalah predikat *fuzzy* yang merupakan variabel linguistik,  $\tilde{A}_i$  dan  $\tilde{B}_i$  himpunan *fuzzy* ke-*i* untuk *a* dan *b*, sedangkan  $f(a,b)$  adalah fungsi matematik. Banyaknya aturan ditentukan oleh banyaknya nilai linguistik untuk masing-masing variabel *input*.

iii. Komposisi aturan

Apabila sistem terdiri dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan. Metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem *fuzzy*, yaitu :

**Matode Max (Maximum)**

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakan nilai tersebut untuk memodifikasi daerah *fuzzy* dan mengaplikasikannya ke *output* dengan menggunakan operato OR (gabungan). Jika semua proporsi telah dievaluasi, maka *output* akan berisi suatu himpunan *fuzzy* yang

merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proporsi. Secara umum dapat dituliskan :

$$\mu(x_i) = \max(\mu_{sf}(x_i), \mu_{kf}(x_i))$$

dengan :

$\mu_{sf}(x_i)$  = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i

$\mu_{kf}(x_i)$  = nilai keanggotaan konsekuensi *fuzzy* aturan ke-i

#### iv. Penegasan

Masukan dari proses penegasan adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*, sedangkan *output* yang dihasilkan merupakan suatu bilangan *real* yang tegas. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam range tertentu, maka dapat diambil suatu nilai tegas tertentu sebagai *output*.

Apabila komposisi aturan menggunakan metode Sugeno maka defuzzifikasi ( $Z^*$ ) dilakukan dengan cara mencari nilai rata-rata terpusatnya.

$$Z^* = \frac{\sum_{i=1}^n d_i U_{\tilde{A}_i}(d_i)}{\sum_{i=1}^n U_{\tilde{A}_i}(d_i)}$$

dengan  $d_i$  adalah nilai keluaran pada aturan ke-*i* dan  $\mu_{\tilde{A}_i}(d_i)$  adalah derajat keanggotaan nilai keluaran pada aturan ke-*i* sedangkan  $n$  adalah banyaknya aturan yang digunakan.

## **BAB III**

### **PEMBAHASAN**

Sesuai dengan rumusan masalah pada BAB I, maka yang akan dibahas pada bab ini adalah optimasi produksi barang dengan logika *fuzzy* dan dengan menggunakan program MATLAB.

Penyelesaian masalah optimasi produksi barang pada skripsi ini menggunakan logika *fuzzy*, yaitu dengan menggunakan metode Mamdani dan metode Sugeno. Dalam bab ini juga ditinjau sebuah kasus nyata yang diselesaikan dengan metode Mamdani dan metode Sugeno, yaitu sebagai aplikasi metode Mamdani dan metode Sugeno dalam kasus nyata.

#### **Penyelesaian Masalah Menggunakan Logika *Fuzzy* dengan Metode Mamdani dan Metode Sugeno**

##### **A. Permasalahan**

Sistem pendukung keputusan bilangan *fuzzy* digunakan dibanyak bidang. Dalam tulisan ini akan dibahas penentuan banyaknya produksi rokok merek dagang “Genta Mas” oleh perusahaan rokok Genta Mas. Perusahaan rokok Genta Mas merupakan perusahaan rokok dalam skala menengah maka termasuk dalam UKM dan juga merupakan anggota dari koperasi Karya Mandiri Kudus, perusahaan rokok Genta Mas yang beralamat di Jl. Blimbingsari Desa Sidorekso RT 04/IV Kecamatan

Kaliwungu, Kabupaten Kudus, Jawa Tengah (dapat dilihat pada lampiran foto 1 halaman 82). Perusahaan rokok Genta Mas memiliki 87 karyawan. Dalam penggerjaan atau pembuatan rokok masih secara manual yaitu dengan bantuan alat penggepres rokok sehingga pada bagian ini dibutuhkan karyawan yang cukup banyak dan memiliki keahlian tersendiri (dapat dilihat pada lampiran foto 2 halaman 82), sedangkan pada bagian distribusi hanya dibutuhkan 3 karyawan untuk setiap wilayahnya, maka untuk 5 wilayah hanya butuh 15 karyawan, dan untuk staf personalianya hanya terdapat 5 staf karyawan. Hari kerja dalam seminggu terdapat 6 hari kerja dan 8 jam setiap harinya. Proses produksi dimulai dengan pembelian bahan baku terutama tembakau (dapat dilihat pada lampiran foto 3 dan 4 halaman 83), tembakau yang sudah disiapkan diolah dengan mencampurkan beberapa bahan tambahan seperti cengkeh dan saus perasa, tembakau yang sudah tercampur maka akan masuk ke proses selanjutnya yaitu pengemasan dan pengepakan (alat pengolah dapat dilihat pada lampiran foto 5 dan 6 halaman 83). Pada proses penjualan, untuk setiap wilayahnya setiap minggu mengajukan permintaan dan pengambilannya juga dilakukan setiap seminggu sekali. Berdasarkan data penjualan dari masing-masing wilayah maka akan digabungkan sehingga akan didapatkan data keseluruhan dari perusahaan rokok Genta Mas. Data yang diambil adalah data variabel permintaan barang dan persediaan barang bulan Januari tahun 2011.

**Tabel 3.1** Data Permintaan dan Persediaan Rokok Genta Mas tahun 2010 dan Januari tahun 2011.

Bulan (Tahun)	Permintaan	Persediaan	Produksi
Januari (2010)	2520 karton	250 karton	2550 karton
Februari (2010)	2100 karton	174 karton	2200 karton
Maret (2010)	2685 karton	233 karton	2750 karton
April (2010)	2740 karton	154 karton	2800 karton
Mei (2010)	3070 karton	192 karton	3050 karton
Juni (2010)	2960 karton	144 karton	3000 karton
Juli (2010)	2710 karton	130 karton	2750 karton
Agustus (2010)	3140 karton	100 karton	3100 karton
September (2010)	3120 karton	131 karton	3100 karton
Okttober (2010)	2880 karton	142 karton	2900 karton
November (2010)	3500 karton	132 karton	3550 karton
Desember (2010)	3045 karton	131 karton	3250 karton
Januari (2011)	3200 karton	140 karton	3400 karton

Data satu tahun pada tahun 2010 dapat disimpulkan, permintaan terbesar mencapai 3500 karton perbulan, dan permintaan terkecil mencapai 2100 karton perbulan. Persediaan barang terbanyak sampai 250 karton perbulan, dan terkecil mencapai 100 karton perbulan. Saat ini perusahaan hanya mampu memproduksi rokok paling banyak 5000 karton perbulan, dan diharapkan dapat memproduksi rokok paling sedikit 1000 karton perbulan, hal ini dikarenakan beberapa kendala, diantaranya: terbatasnya bahan baku, sumber daya manusia, perijinan produksi dan perpajakan dari pemerintahan (keterangan:  $1 \text{ karton} = 24 \text{ Bos (pack)} = 240 \text{ bungkus}$ ).

#### **Analisis kasus :**

Dalam kasus ini terdapat 3 variabel, yaitu: 2 variabel *input*, variabel permintaan, dan variabel persediaan, sedangkan untuk *output* terdapat 1 variabel, yaitu: produksi barang. Variabel permintaan memiliki 2 nilai linguistik, yaitu naik dan turun, variabel persediaan memiliki 2 nilai linguistik, yaitu banyak dan sedikit, sedangkan variabel produksi barang memiliki 2 nilai linguistik, yaitu bertambah dan berkurang. Berdasarkan unit penalaran pada inferensi *fuzzy* yang berbentuk :

*Jika x adalah A, dan y adalah B, maka z adalah C.*

Jika  $x$  dikaitkan dengan variabel permintaan dan  $A$  adalah nilai-nilai linguistiknya,  $y$  dikaitkan dengan variabel persediaan dan  $B$  adalah nilai-nilai linguistiknya,  $z$  dikaitkan dengan variabel produksi barang dan  $C$  adalah nilai linguistiknya, maka aturan-aturan yang dapat terbentuk dapat disajikan dalam tabel berikut ini:

**Tabel 3.2** Hasil dari aturan-aturan yang terbentuk pada inferensi fuzzy.

Aturan	Permintaan	Persediaan	Fungsi <i>Implikasi</i>	Produksi
R1	Turun	Banyak	$\Rightarrow$	Berkurang
R2	Turun	Banyak	$\Rightarrow$	Bertambah
R3	Turun	Sedikit	$\Rightarrow$	Berkurang
R4	Turun	Sedikit	$\Rightarrow$	Bertambah
R5	Naik	Banyak	$\Rightarrow$	Berkurang
R6	Naik	Banyak	$\Rightarrow$	Bertambah
R7	Naik	Sedikit	$\Rightarrow$	Berkurang
R8	Naik	Sedikit	$\Rightarrow$	Bertambah

dari aturan-aturan yang terbentuk, berdasarkan aturan-aturan pada inferensi fuzzy, maka aturan-aturan yang mungkin dan sesuai dengan basis pengetahuan ada 4 aturan, yaitu :

**Tabel 3.3** Hasil kesimpulan dari aturan-aturan yang terbentuk pada inferensi fuzzy.

Aturan	Permintaan	Persedlaan	Fungsi <i>Implikasi</i>	Produksi
R1	Turun	Banyak	$\Rightarrow$	Berkurang
R2	Turun	Sedikit	$\Rightarrow$	Berkurang
R3	Naik	Banyak	$\Rightarrow$	Bertambah
R4	Naik	Sedikit	$\Rightarrow$	Bertambah

- [R1] JIKA Permintaan TURUN, dan Persediaan BANYAK, MAKA Produksi Barang BERKURANG;
- [R2] JIKA Permintaan TURUN, dan Persediaan SEDIKIT, MAKA Produksi Barang BERKURANG;
- [R3] JIKA Permintaan NAIK, dan Persediaan BANYAK, MAKA Produksi Barang BERTAMBAH;
- [R4] JIKA Permintaan NAIK, dan Persediaan SEDIKIT, MAKA Produksi Barang BERTAMBAH.

## B. Penyelesaian Masalah Menggunakan Metode Mamdani

Penyelesaian masalah untuk kasus persediaan rokok Genta Mas menggunakan Metode Mamdani, adalah sebagai berikut :

- Langkah 1** : Menentukan variabel yang terkait dalam proses yang akan ditentukan dan fungsi fuzzifikasi yang sesuai.

Pada kasus ini , ada 3 variabel yang akan dimodelkan, yaitu:

- Permintaan ( $x$ )( $Pmt$ ), terdiri atas 2 himpunan *fuzzy*, yaitu TURUN dan NAIK. Berdasarkan dari data permintaan terbesar dan terkecil tahun 2010, maka fungsi keanggotaan dirumuskan sebagai berikut:

$$\mu_{PmtTURUN}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x < 2100 \\ \frac{3500-x}{3500-2100} & ; \quad 2100 \leq x \leq 3500 \\ 0 & ; \quad x > 3500 \end{cases}$$

$$\mu_{PmtNAIK}(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 2100 \\ \frac{x-2100}{3500-2100} & ; \quad 2100 \leq x \leq 3500 \\ 1 & ; \quad x > 3500 \end{cases}$$

sehingga diagram vennnya dapat di lihat pada Lampiran 1 halaman 77.

Jika diketahui permintaan sebanyak 2400 karton, maka:

$$\mu_{PmtTURUN}(2400) = \frac{3500-2400}{3500-2100} = \frac{3500-2400}{1400} = 0,7857$$

$$\mu_{PmtNAIK}(2400) = \frac{2400-2100}{3500-2100} = \frac{2400-2100}{1400} = 0,2143$$

- b) Persediaan ( $y$ ) ( $Psd$ ), terdiri atas 2 himpunan *fuzzy*, yaitu SEDIKIT dan BANYAK. Berdasarkan dari persediaan terbanyak dan terkecil tahun 2010 maka fungsi keanggotaan dirumuskan sebagai berikut:

$$\mu_{PsdSEDIKIT}(y) = \begin{cases} 1 & ; \quad y < 100 \\ \frac{250-y}{250-100} & ; \quad 100 \leq y \leq 250 \\ 0 & ; \quad y > 250 \end{cases}$$

$$\mu_{PsdBANYAK}(y) = \begin{cases} 0 & ; \quad y < 100 \\ \frac{y-100}{250-100} & ; \quad 100 \leq y \leq 250 \\ 1 & ; \quad y > 250 \end{cases}$$

sehingga diagram *vennnya* dapat di lihat pada Lampiran 2 halaman 77.

Jika diketahui persediaan sebanyak 180 karton, maka :

$$\mu_{PsdSEDIKIT}(180) = \frac{250-180}{250-100} = \frac{250-180}{150} = 0,4667$$

$$\mu_{PsdBANYAK}(180) = \frac{180-100}{250-100} = \frac{180-100}{150} = 0,5333$$

- c) Produksi ( $z$ ) ( $Prod$ ), terdiri atas 2 himpunan *fuzzy*, yaitu BERKURANG dan BERTAMBAH. Berdasarkan dari jumlah produksi maksimum dan minimum perusahaan maka fungsi keanggotaan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\mu_{ProdBERKURANG}(z) = \begin{cases} \frac{1}{5000-z} & ; \quad z < 1000 \\ \frac{5000-1000}{5000-z} & ; \quad 1000 \leq z \leq 5000 \\ 0 & ; \quad z > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{ProdBERTAMBAH}(z) = \begin{cases} 0 & ; \quad z < 1000 \\ \frac{z-1000}{5000-1000} & ; \quad 1000 \leq z \leq 5000 \\ 1 & ; \quad z > 5000 \end{cases}$$

sehingga diagram vennya dapat di lihat pada Lampiran 3 halaman 78.

Jika diketahui produksi sebanyak 4000 karton, maka :

$$\mu_{ProdBERKURANG}(4000) = \frac{5000-4000}{5000-1000} = \frac{5000-4000}{4000} = 0,25$$

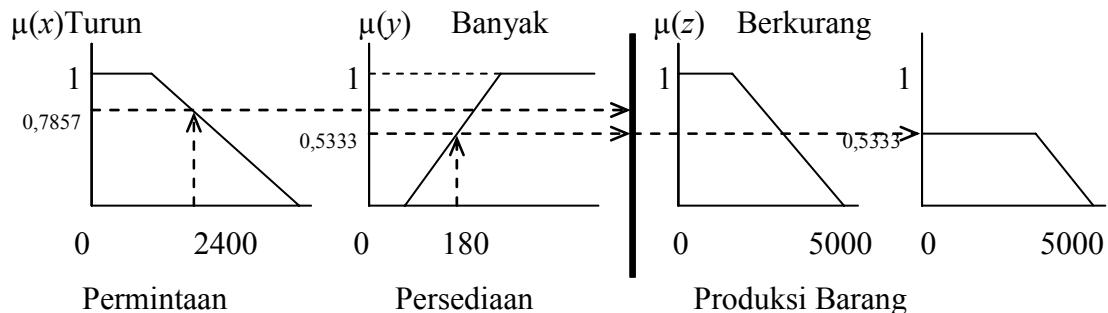
$$\mu_{ProdBERTAMBAH}(4000) = \frac{4000-1000}{5000-1000} = \frac{4000-1000}{4000} = 0,75$$

ii. **Langkah 2** : Aplikasi fungsi implikasi.

Aturan yang digunakan adalah aturan *MIN* pada fungsi implikasinya :

[R1] JIKA permintaan TURUN, dan persediaan BANYAK, MAKA produksi Barang BERKURANG.

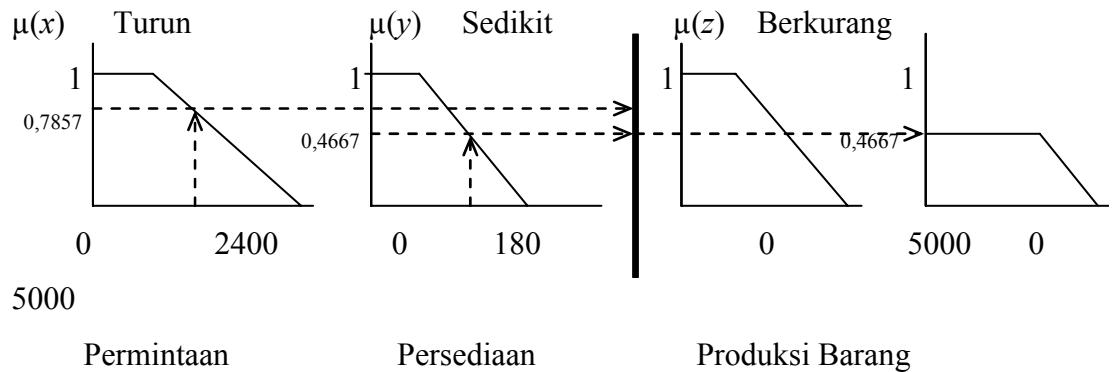
$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}(2400), \mu_{PsdBANYAK}(180)) \\ &= \min(0,7857; 0,5333) = 0,5333 \end{aligned}$$



**Gambar 3.1** Aplikasi fungsi implikasi untuk RI

[R2] JIKA permintaan TURUN, dan persediaan SEDIKIT, MAKA produksi barang BERKURANG.

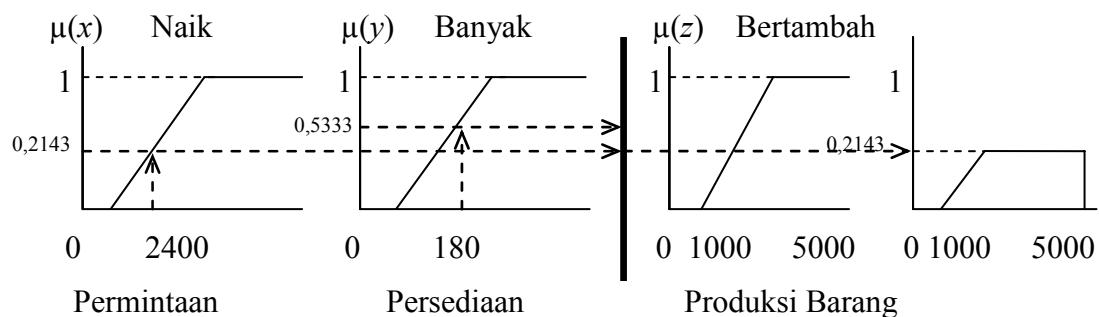
$$\begin{aligned}
 \text{a- predikat}_2 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\
 &= \min(\mu_{PmtTURUN}(2400), \mu_{PsdSEDIKIT}(180)) \\
 &= \min(0,7857 ; 0,4667) = 0,4667
 \end{aligned}$$



**Gambar 3.2** Aplikasi fungsi implikasi untuk  $R2$

[R3] JIKA permintaan NAIK, dan persediaan BANYAK, MAKA produksi barang BERTAMBAH.

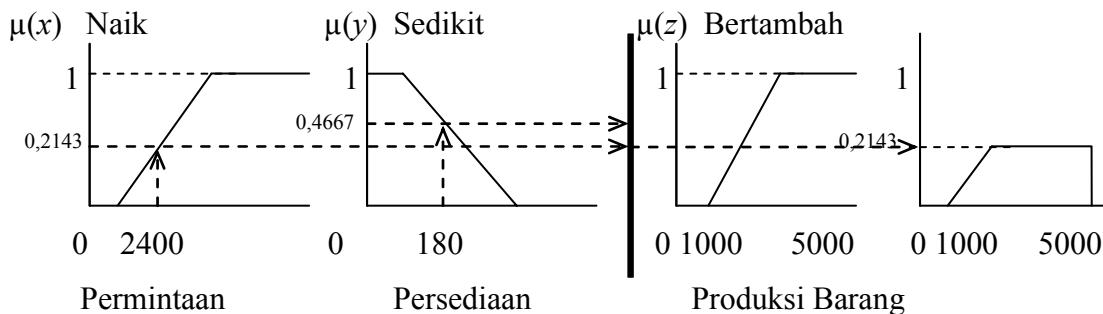
$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\
 &= \min(\mu_{PmtNAIK}(2400), \mu_{PsdBANYAK}(180)) \\
 &= \min(0,2143; 0,5333) = 0,2143
 \end{aligned}$$



**Gambar 3.3** Aplikasi fungsi implikasi untuk  $R3$

[R4] JIKA permintaan NAIK, dan persediaan SEDIKIT, MAKA produksi barang BERTAMBAH.

$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\
 &= \min(\mu_{PmtNAIK}(2400), \mu_{PsdSEDIKIT}(180)) \\
 &= \min(0,2143 ; 0,4667) = 0,2143
 \end{aligned}$$



**Gambar 3.4** Aplikasi fungsi implikasi untuk R4

### iii. **Langkah 3** : komposisi antar aturan

Aplikasi fungsi tiap aturan, digunakan metode *MAX* untuk melakukan komposisi antar semua aturan. Setelah komposisi antar semua aturan dilakukan maka akan didapat *output* melalui langkah defuzzifikasi, untuk mempermudah dalam mengerjakan komposisi antar aturan dapat menggunakan *tools box* pada Matlab yang digambarkan pada Lampiran 4 halaman 78.

iv. ***Langkah 4*** : defuzzifikasi atau penegasan

Proses defuzzifikasi yang telah dilakukan maka akan dihasilkan keluaran berupa produksi barang untuk setiap bulan sesuai data sebagai berikut:

Permasalahan :

*output* atau produksi rokok Genta Mas untuk bulan Januari:

$$\text{Jumlah permintaan} = 3200 \text{ karton}$$

$$\text{Jumlah persediaan} = 140 \text{ karton}$$

maka aturan-aturan inferensi *fuzzynya* dapat ditulis sebagai berikut:

[R1] JIKA permintaan TURUN, dan persediaan BANYAK, MAKA produksi Barang BERKURANG.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}(3200), \mu_{PsdBANYAK}(140)) \\ &= \min(0,214 ; 0,267) = 0,214\end{aligned}$$

[R2] JIKA permintaan TURUN, dan persediaan SEDIKIT, MAKA produksi Barang BERKURANG.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}(3200), \mu_{PsdSEDIKIT}(140)) \\ &= \min(0,214 ; 0,733) = 0,214\end{aligned}$$

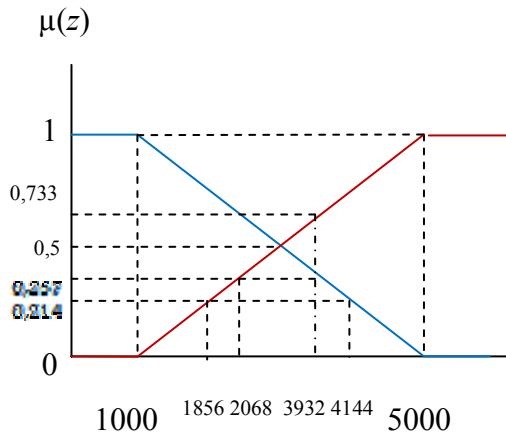
[R3] JIKA permintaan NAIK, dan persediaan BANYAK, MAKA produksi Barang BERTAMBAH.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtNAIK}(3200), \mu_{PsdBANYAK}(140)) \\ &= \min(0,786 ; 0,267) = 0,267\end{aligned}$$

[R4] JIKA permintaan NAIK, dan persediaan SEDIKIT, MAKA produksi Barang BERTAMBAH.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{PmtNAIK}(3200), \mu_{PsdSEDIKIT}(140)) \\ &= \min(0,786 ; 0,733) = 0,733\end{aligned}$$

Gabungan (*union*) himpunan-himpunan samar konsekuensi semua aturan (atau maksimum dari semua derajat keanggotaan konsekuensi semua aturan) sebagai berikut:



**Gambar 3.5** Gabungan Himpunan-Himpunan Samar Konsekuensi Semua Aturan untuk Produksi pada Bulan Januari.

Berdasarkan data gabungan seperti pada **Gambar 3.5**, maka didapatkan nilai gabungannya (*union*) adalah:

$$\mu(z) = 0,267 \quad (a)$$

dan telah diketahui bahwa fungsi derajat keanggotaan untuk produksi adalah:

$$\mu_{ProdBERTAMBAH}(z) = \begin{cases} 0 & ; z < 1000 \\ \frac{z-1000}{5000-1000} & ; 1000 \leq z \leq 5000 \\ 1 & ; z > 5000 \end{cases}$$

$$\mu(z) = \frac{z-1000}{5000-1000} \quad (b)$$

sehingga dari (a) dan (b) maka didapatkan

$$\mu(z) = \frac{z-1000}{5000-1000} = 0,267$$

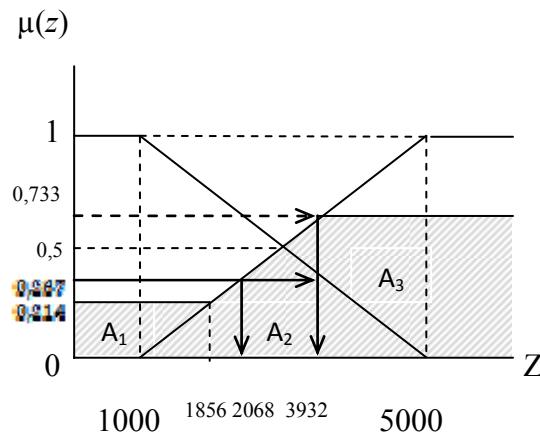
$$\Leftrightarrow z - 1000 = (0,267) 4000$$

$$\Leftrightarrow z = 4000 (0,267) + 1000$$

$$\Leftrightarrow z = 2068$$

Maka *centroid* dari gabungan semua inferensi berada pada  $Z = 2068$  dengan

$$\mu(z) = 0,267$$



**Gambar 3.6 Hasil Gabungan Himpunan-Himpunan Samar Konsekuensi**

*Semua Aturan untuk Produksi pada Bulan Januari.*

Metode defuzzifikasi yang akan digunakan adalah metode *Centroid* dengan domain

kontinu (pada **Gambar 3.6** bagian yang diaksir), yaitu menggunakan rumus:

$$Z_0 = \frac{\int_a^c z \cdot \mu(z) dz}{\int_a^c \mu(z) dz}$$

berdasarkan **Gambar 3.6** yang merupakan gabungan dari 3 inferensi, maka untuk mempermudah dalam penghitungannya akan dibagi dalam penghitungannya berdasarkan dari masing-masing inferensi:

$$Z_0 = \frac{\int_a^c Z \cdot \mu(z) dz}{\int_a^c \mu(z) dz} = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

Dimana  $M_i$  adalah gabungan nilai doamain ke- $i$  dan derajat keanggotaan pada selang ke- $i$ , dan  $A_i$  adalah derajat keanggotaan pada selang ke- $i$ , dengan  $i=1,2,3$ .

1. Inferensi yang pertama (Gambar 3.6 pada  $A_1$ ), merupakan fungsi linear, sehingga

$$M_1 = \int_0^{2068} U(z) \cdot Z \cdot dZ = \int_0^{2068} 0,267 \cdot Z \cdot dZ = 570.929,3$$

$$\text{dan } A_1 = 0,267 \cdot 2068 = 552,156$$

2. Inferensi yang kedua (Gambar 3.6 pada  $A_2$ ), merupakan fungsi naik, sehingga:

$$M_2 = \int_{2068}^{3932} U(z) \cdot Z \cdot dZ = \int_{2068}^{3932} \frac{Z-1000}{5000-1000} \cdot Z \cdot dZ = 3.755.926,2615$$

$$\text{dan } A_2 = (0,267 + 0,733) \frac{3932-2067}{2} = 923$$

3. Inferensi yang ketiga (Gambar 3.6 pada  $A_3$ ), merupakan fungsi linear, sehingga

$$M_3 = \int_{3932}^{5000} U(z) \cdot Z \cdot dZ = \int_{3932}^{5000} 0,733 \cdot Z \cdot dZ = 3.496.181,304$$

$$\text{dan } A_3 = 0,733 \cdot (5000 - 3932) = 782,844$$

maka diperoleh banyaknya rokok yang harus diproduksi pada bulan Januari adalah:

$$Z = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{7.823.036,8655}{2.267} = 3.450,8323$$

### C. Penyelesaian Masalah Menggunakan Metode Sugeno

Mengacu pada kasus di atas. Himpunan *fuzzy* pada variabel permintaan dan persediaan sama seperti penyelesaian pada kasus dengan sistem penyelesaian metode Mamdani. Hanya saja aturan yang digunakan sedikit dimodifikasi, yaitu dengan asumsi bahwa jumlah permintaan selalu lebih tinggi dibanding dengan jumlah persediaan. Dari aturan-aturan yang terbentuk berdasarkan basis aturan pada inferensi *fuzzy*, maka aturan-aturan yang mungkin dan sesuai dengan basis pengetahuan ada 4 aturan, yaitu:

[R1] JIKA permintaan TURUN, dan Persediaan BANYAK, MAKA

(Z<sub>1</sub>) Produksi Barang = Permintaan – Persediaan;

[R2] JIKA Permintaan TURUN, dan Persediaan SEDIKIT, MAKA

(Z<sub>2</sub>) Produksi Barang = Permintaan;

[R3] JIKA Permintaan NAIK, dan Persediaan BANYAK, MAKA

(Z<sub>3</sub>) Produksi Barang = Permintaan;

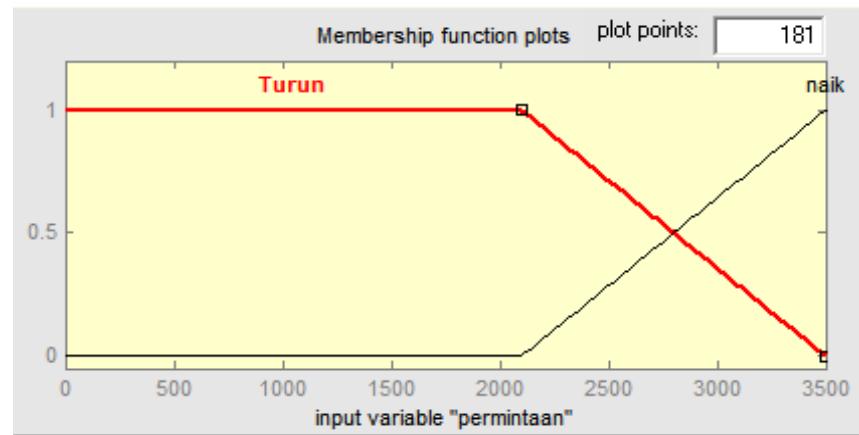
[R4] JIKA Permintaan NAIK, dan Persediaan SEDIKIT, MAKA

(Z<sub>4</sub>) Produksi Barang = 1,25 . Permintaan - Persediaan;

Penyelesaian masalah di atas menggunakan Metode Sugeno, adalah sebagai berikut:

- i. **Langkah 1:** Menentukan variabel yang terkait dalam proses yang akan ditentukan dan fungsi fuzzifikasi yang sesuai. Langkah ini sama dengan langkah pada sub bab sebelumnya, sehingga tidak perlu menulis kembali. Berikut adalah gambar-gambar fungsi keanggotaan masing-masing variabel menggunakan Metode Sugeno:

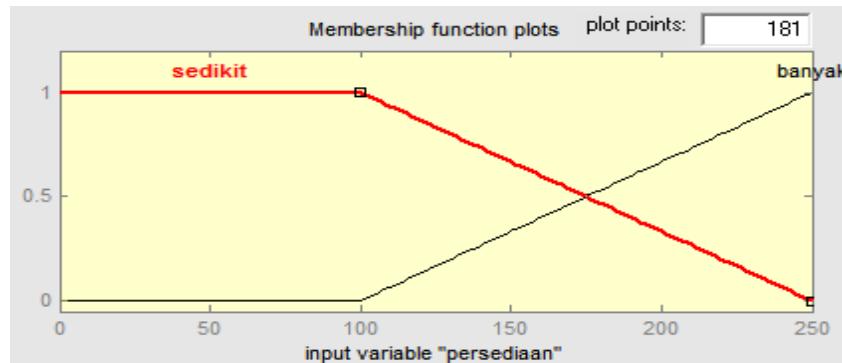
- a). Permintaan ( $x$ ), terdiri atas 2 himpunan *fuzzy*, yaitu TURUN dan NAIK



**Gambar 3.7** Himpunan fuzzy variabel Permintaan: TURUN dan NAIK

untuk lebih jelasnya dapat di lihat pada Lampiran 6 halaman 79.

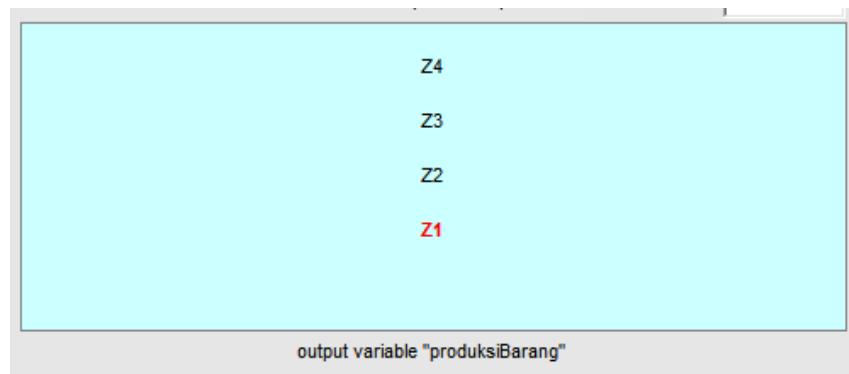
- b). Persediaan ( $y$ ), terdiri atas 2 himpunan *fuzzy*, yaitu SEDIKIT dan BANYAK



**Gambar 3.8** Himpunan *fuzzy* variabel Persediaan: SEDIKIT dan BANYAK

untuk lebih jelasnya dapat di lihat pada Lampiran 7 halaman 80.

- c). Permintaan ( $z$ ), terdiri atas 2 himpunan *fuzzy*, yaitu BERKURANG dan BERTAMBAH



**Gambar 3.9** Himpunan *fuzzy* variabel Produksi Barang: BERKURANG dan BERTAMBAH

untuk lebih jelasnya dapat di lihat pada Lampiran 8 halaman 80.

ii. ***langkah 2*** : aplikasi fungsi implikasi.

Jika diketahui permintaan sebanyak 2400 karton, maka :

$$\mu_{PmtTURUN}(2400) = \frac{3500 - 2400}{1400} = 0,7857$$

$$\mu_{PmtNAIK}(2400) = \frac{2400 - 2100}{1400} = 0,2143$$

dan jika diketahui persediaan sebanyak 180 karton, maka :

$$\mu_{PsdSEDIKIT}(180) = \frac{250 - 180}{150} = 0,4667$$

$$\mu_{PsdBANYAK}(180) = \frac{180 - 100}{150} = 0,5333$$

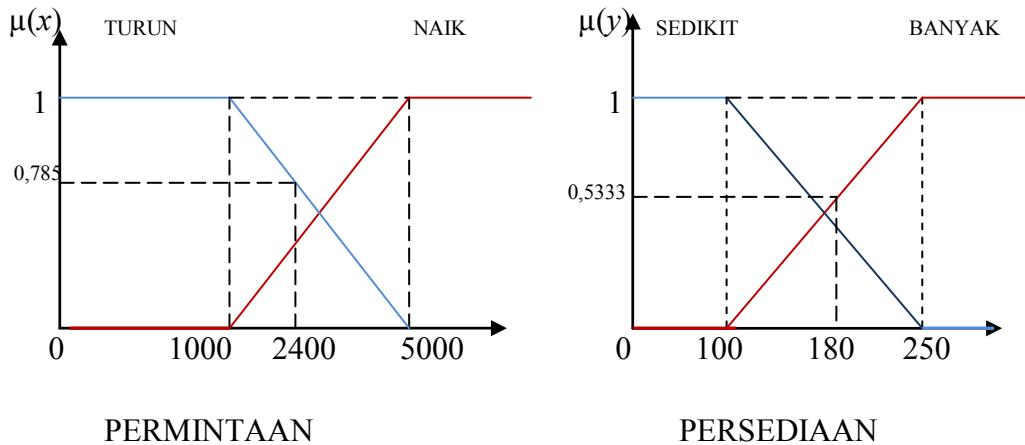
sekarang kita cari  $\alpha$ -predikat dan nilai Z untuk masing-masing aturan :

[R1] JIKA permintaan TURUN, dan Persediaan BANYAK, MAKA

Produksi Barang = Permintaan – Persediaan;

$$\begin{aligned}\alpha\text{- predikat}_1 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}(2400), \mu_{PsdBANYAK}(180)) \\ &= \min(0,7857; 0,5333) = 0,5333\end{aligned}$$

sehingga didapatkan nilai  $Z_1 = 2400 - 180 = 2220$



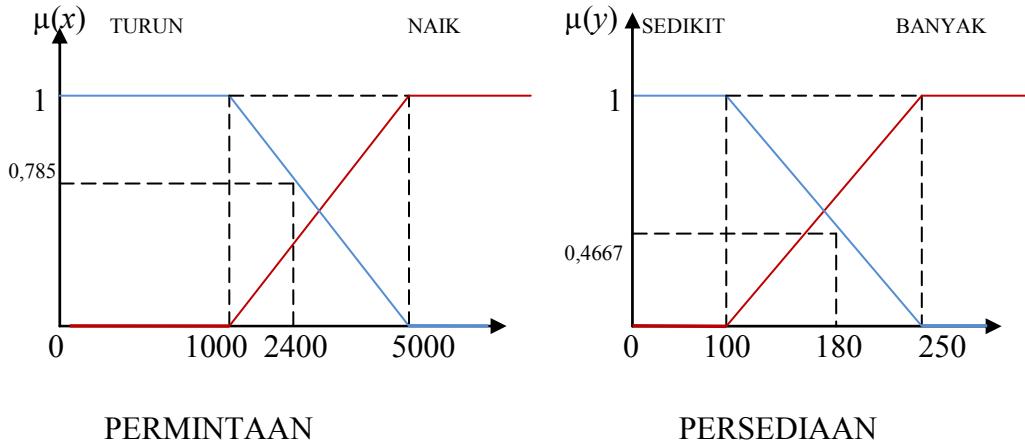
**Gambar 3.10** Aplikasi fungsi implikasi untuk R1

[R2] JIKA Permintaan TURUN, dan Persediaan SEDIKIT, MAKA

Produksi Barang = permintaan

$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\
 &= \min(\mu_{PmtTURUN}(2400), \mu_{PsdSEDIKIT}(180)) \\
 &= \min(0,7857 ; 0,4667) = 0,4667
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan nilai  $Z_2 = 2400$



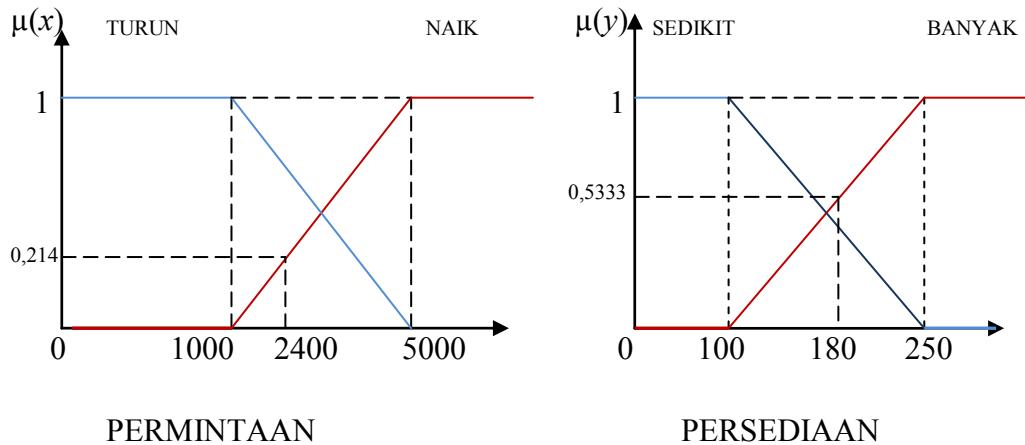
**Gambar 3.11** Aplikasi fungsi implikasi untuk R

[R3] JIKA Permintaan NAIK, dan Persediaan BANYAK, MAKA

Produksi Barang = Permintaan;

$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\
 &= \min(\mu_{PmtNAIK}(2400), \mu_{PsdBANYAK}(180)) \\
 &= \min(0,2143; 0,5333) = 0,2143
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan nilai  $Z_3 = 2400$



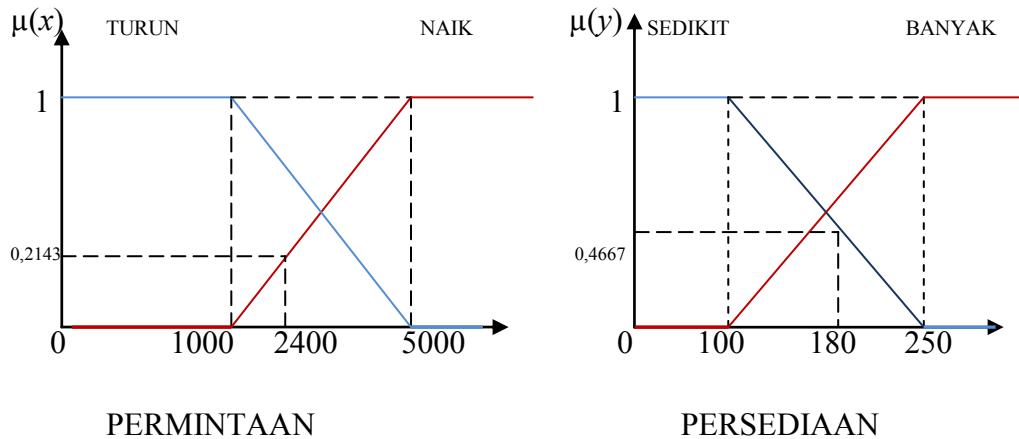
**Gambar 3.12** Aplikasi fungsi implikasi untuk R3

[R4] JIKA Permintaan NAIK, dan Persediaan SEDIKIT, MAKA

Produksi Barang =  $1,25 \cdot$  Permintaan – Persediaan

$$\begin{aligned}
 \alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\
 &= \min(\mu_{PmtNAIK}(2400), \mu_{PsdSEDIKIT}(180)) \\
 &= \min(0,2143 ; 0,4667) = 0,2143
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan  $Z_4 = (1,25 \cdot 2400) - 180 = 2820$



**Gambar 3.13** Aplikasi fungsi implikasi untuk R4

iii. **Langkah 3** : komposisi aturan.

Hasil aplikasi fungsi implikasi tiap aturan, digunakan metode *MIN* untuk melakukan komposisi antara semua aturan. Setelah komposisi antar semua aturan dilakukan maka akan didapatkan *output* memalui langkah defuzzifikasi, untuk mempermudah dapat menggunakan *tools box* pada Matlab yang digambarkan pada Lampiran 9 halaman 78.

iv. **Langkah 4** : defuzzifikasi / penegasan

Setelah defuzzifikasi dilakukan maka akan dihasilkan keluaran berupa produksi barang untuk setiap bulan sesuai data pada **Tabel 3.1** sebagai berikut:

*Output* atau produksi rokok genta Mas untuk bulan Januari tahun 2011

Jumlah permintaan = 3200 karton

Jumlah persediaan = 140 karton

maka aturan-aturan inferensi fuzzynya dapat ditulis sebagai berikut:

[R1] JIKA permintaan TURUN, dan persediaan BANYAK, MAKA produksi Barang BERKURANG.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}(3200), \mu_{PsdBANYAK}(140)) \\ &= \min(0,214 ; 0,267) = 0,214\end{aligned}$$

sehingga didapatkan  $Z_1 = 3200 - 140 = 3060$

[R2] JIKA permintaan TURUN, dan persediaan SEDIKIT, MAKA produksi Barang BERKURANG.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{PmtTURUN} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{PmtTURUN}(3200), \mu_{PsdSEDIKIT}(140)) \\ &= \min(0,214 ; 0,733) = 0,214\end{aligned}$$

sehingga didapatkan  $Z_2 = 3200$

[R3] JIKA permintaan NAIK, dan persediaan BANYAK, MAKA produksi Barang BERTAMBAH.

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{PmtNAIK}(3200), \mu_{PsdBANYAK}(140)) \\ &= \min(0,786 ; 0,267) = 0,267\end{aligned}$$

sehingga didapatkan  $Z_3 = 3200$

[R4] JIKA permintaan NAIK, dan persediaan SEDIKIT, MAKA produksi Barang BERTAMBAH.

$$\begin{aligned}
 \text{a- predikat}_4 &= \mu_{PmtNAIK} \cap \mu_{PsdSEDIKIT} \\
 &= \min(\mu_{PmtNAIK}(3200), \mu_{PsdSEDIKIT}(140)) \\
 &= \min(0,786 ; 0,733) = 0,733
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan  $Z_4 = (1,25 \cdot 3200) - 140 = 3860$

Selanjutnya untuk memperoleh nilai kesimpulan dari defuzzifikasi, digunakan metode rata-rata terpusat fuzzifikasi.

$$Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 \alpha_i Z_i}{\sum_{i=1}^4 \alpha_i}$$

maka diperoleh banyaknya rokok yang harus diproduksi pada bulan Januari adalah:

$$\begin{aligned}
 Z_0 &= \frac{\sum_{i=1}^4 \alpha_i Z_i}{\sum_{i=1}^4 \alpha_i} \\
 &= \frac{0,214 \cdot 3060 + 0,214 \cdot 3200 + 0,267 \cdot 3200 + 0,733 \cdot 3860}{0,214 + 0,214 + 0,267 + 0,733} \\
 &= 3.517,80112
 \end{aligned}$$

Setelah dilakukan pengolahan dari **Tabel 3.1** dengan menggunakan metode Mamdani dan metode Sugeno, maka didapatkan *output* berupa produksi barang seperti terlihat pada tabel berikut ini:

**Tabel 3.4** Data produksi rokok Genta Mas bulan Januari tahun 2011 dengan metode Mamdani dan metode Sugeno.

			<b>Produksi Barang</b>	
<b>Bulan</b>	<b>Permintaan</b>	<b>Persediaan</b>	<b>Mamdani</b>	<b>Sugeno</b>
Januari	3.200	140	3.450,8323	3.517,80112

#### D. Analisis Data

Data berikut adalah data dari perusahaan terkait dengan jumlah produksi barang pada bulan Januari tahun 2011 dibandingkan dengan hasil pengolahan data dengan menggunakan metode Mamdani dan metode Sugeno, sehingga akan didapatkan kesimpulan metode mana yang akan sesuai untuk menyelesaikan kasus produksi barang tersebut:

**Tabel 3.5** Data produksi rokok Genta Mas bulan Januari tahun 2011.

			<b>Produksi perusahaan</b>	<b>Produksi Barang</b>	
<b>Bulan</b>	<b>Permintaan</b>	<b>Persediaan</b>		<b>Mamdani</b>	<b>Sugeno</b>
Januari	3.200	140	3.400	3.450,8323	3.517,80112

dari **Tabel 3.5** dapat dilihat dan dibandingkan dari jumlah rokok yang akan diproduksi, sehingga dapat dianalisis dari kedua metode sebagai berikut:

Pada bulan Januari, pada data produksi perusahaan :	3.400
data produksi metode Mamdani:	3.451
data produksi metode Sugeno:	3.518

dari data pada **Tabel 3.5** dapat dilihat bahwa dari kedua metode yang digunakan mendapatkan hasil yang lebih besar dibandingkan dengan data pada perusahaan, sehingga dari kedua metode yang mendekati dengan hasil produksi pada perusahaan rokok Genta Mas adalah proses yang menggunakan metode Mamdani yaitu dengan memproduksi 3.451 karton.

Data berikut adalah data penghitungan pada Tabel 3.1 dengan cara yang sama, yaitu dengan metode Mamdani dan Metode Sugeno.

**Tabel 3.6 Data produksi rokok Genta Mas**

			<b>Produksi perusahaan</b>	<b>Produksi Barang</b>	
<b>Bulan</b>	<b>Permintaan</b>	<b>Persediaan</b>		<b>Mamdani</b>	<b>Sugeno</b>
Januari	2520 karton	250 karton	2550 karton	2623 karton	2675 karton
Februari	2100 karton	174 karton	2200 karton	2418 karton	2342 karton
Maret	2685 karton	233 karton	2750 karton	2811 karton	2879 karton
April	2740 karton	154 karton	2800 karton	2936 karton	2984 karton

Mei	3070 karton	192 karton	3050 karton	3194 karton	3253 karton
Juni	2960 karton	144 karton	3000 karton	3017 karton	3108 karton
Juli	2710 karton	130 karton	2750 karton	2913 karton	2978 karton
Agustus	3140 karton	100 karton	3100 karton	3287 karton	3307 karton
September	3120 karton	131 karton	3100 karton	3106 karton	3211 karton
Oktober	2880 karton	142 karton	2900 karton	2964 karton	3039 karton
November	3500 karton	132 karton	3550 karton	3642 karton	3694 karton
Desember	3045 karton	131 karton	3250 karton	3286 karton	3328 karton
Januari	3200 karton	140 karton	3400 karton	3451 karton	3517karton

## **BAB IV**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **A. Kesimpulan**

Berdasarkan pembahasan mengenai sistem inferensi *Fuzzy* Metode Mamdani dan Metode Sugeno, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Penentuan produksi barang jika hanya menggunakan dua variabel sebagai *input* datanya, yaitu : permintaan dan persediaan. Pada metode Mamdani, untuk mendapatkan hasil diperlukan tahap-tahap : (a). Fuzzifikasi. (b). Aplikasi fungsi implikasi, (c). Komposisi aturan-aturan dengan metode maksimum. (d). Defuzzifikasi dengan metode *centroid*. Sedangkan pada metode Sugeno diperlukan tahap-tahap : (a). Fuzzifikasi. (b). Aplikasi fungsi implikasi. (c). Komposisi aturan-aturan dengan metode maksimum. (d). Defuzzifikasi dengan metode rata-rata terpusat.
  
2. Penggunaan Metode Mamdani dan Metode Sugeno pada bilangan *Fuzzy*, maka banyaknya barang yang seharusnya diproduksi oleh perusahaan dapat ditentukan jika variabel-variabel inputnya berupa bilangan yang bernilai integer.

3. Setelah dilakukan pengolahan dari **Tabel 3.1** dengan metode Mamdani dan metode Sugeno maka didapatkan *output* berupa produksi barang yaitu:

- a. data produksi metode mamdani: 3.451
- b. data produksi metode Sugeno: 3.518
- c. data produksi pada perusahaan : 3.400

4. Analisis pada data produksi maka dapat disimpulkan bahwa produksi yang mendekati nilai kebenaran adalah produksi yang diperoleh dengan pengolahan data menggunakan metode Mamdani.

## B. Saran

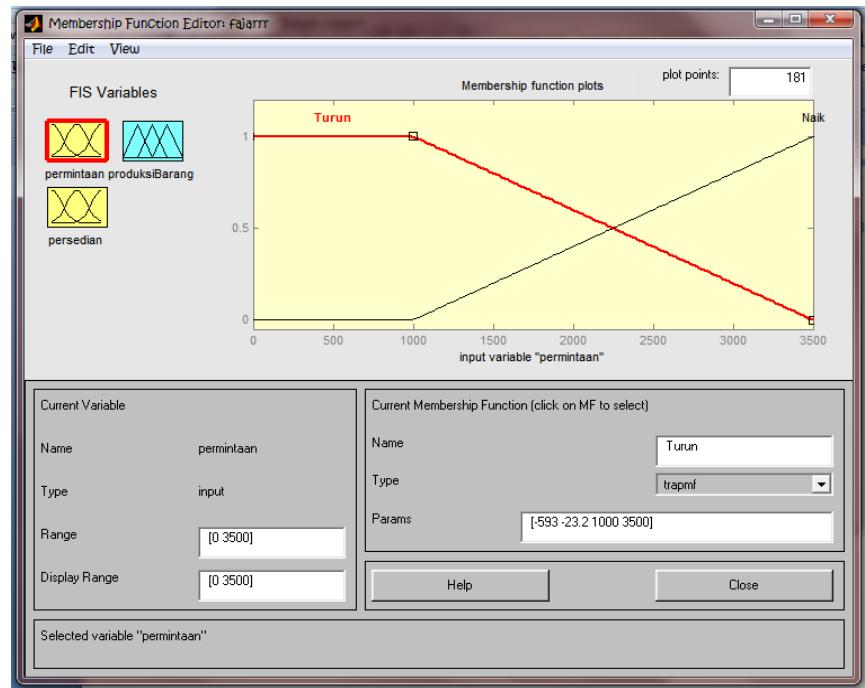
Pada tugas akhir ini, terdapat 2 variabel input, yaitu permintaan barang dan persediaan barang, serta 1 variabel *output*, yaitu jumlah barang yang akan diproduksi. Masing-masing variabel memiliki 2 variabel linguistik, yaitu untuk permintaan, variabel linguistiknya turun ; naik, dan untuk persediaan, variabel linguistiknya sedikit ; banyak. Untuk selanjutnya dapat dikembangkan dengan menggunakan variabel *input* lebih dari 2, dan masing-masing variabel mempunyai lebih dari 2 variabel linguistik.

## DAFTAR PUSTAKA

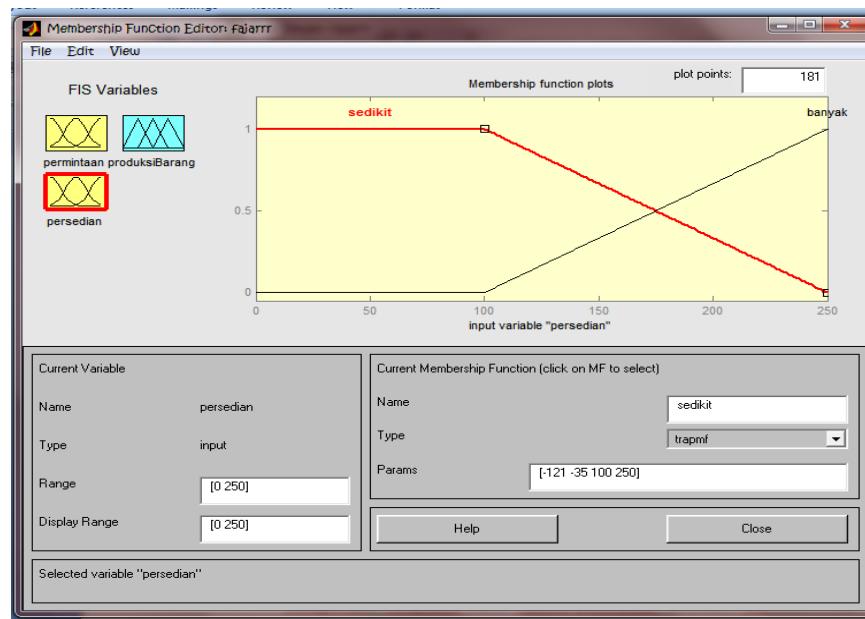
- Frans Susilo SJ. 2003. “*Himpunan dan Logika Kabur Serta Aplikasinya*”. Graha Ilmu. Yogyakarta.
- Harris, J. 2006. “Fuzzy Logic applications in Engineering science”. Springer. Netherlands.
- Hataman Ersyah. 2008. “*Implementasi FIS Menggunakan Metode Sugeno Untuk Memprediksi Jumlah Produksi*”.
- <http://rac.uii.ac.id/index.php/record/view/117179>. Diambil tanggal 13 Oktober 2009.
- Klir, J.R., Sun, C.T., Mizutami ,E. 1997. “*Neuro Fuzzy and Soft Computing*”. Prentice Hall. London.
- Klir, J.R., Yuan, Bo. 1995. “*Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Application*”. Prentice Hall. New Jersey.
- Much Junaidi, Eko Setiawan, Adista Whedi Fajar. 2005. “*Penentuan Jumlah Produksi Dengan Aplikasi Fuzzy – Mamdani*”. <http://eprints.ums.ac.id/198/1/JTI-0402-06-OK.pdf>. Diambil tanggal 25 September 2009.
- Setiaji. 2009 “*Himpunan dan Logika Samar serta Aplikasinya*”. Graha Ilmu. Yoyakarta.
- Sivanandam, S.N., Deepa, S.N., Sumathi, S. 2007. “*Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB*”. Springer. Verlag. Berlin. Heidelberg.
- Sri Kusumadewi, Sri Haryati, Agus Harjoko, Retantyo Wardoyo. 2006. “*Fuzzy Multi-Attribute Decision Making (FUZZY MADM)*”. Graha Ilmu. Yogyakarta.

## LAMPIRAN

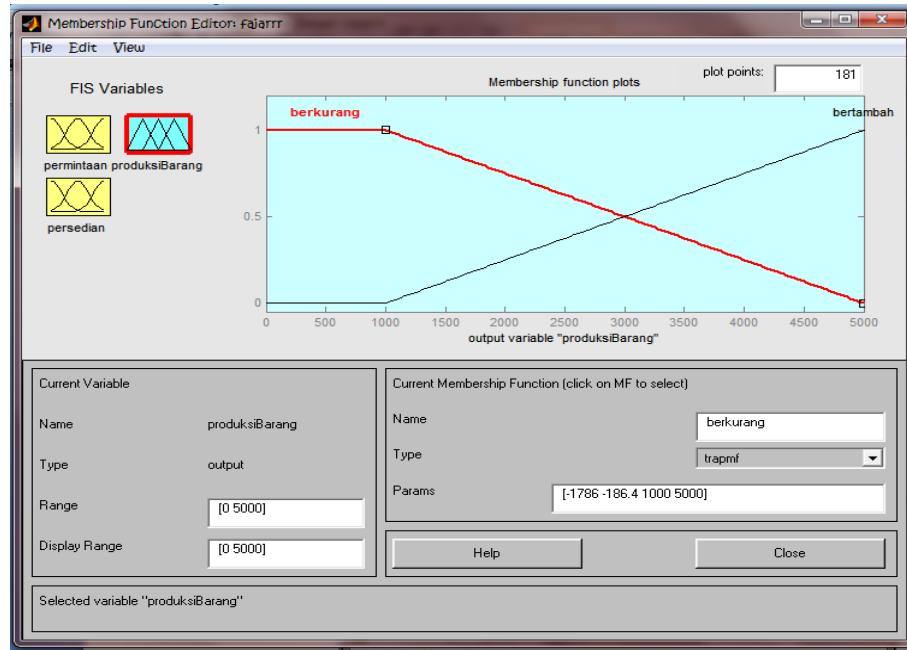
**Lampiran 1.** Variabel permintaan: TURUN dan NAIK Himpunan *fuzzy*.



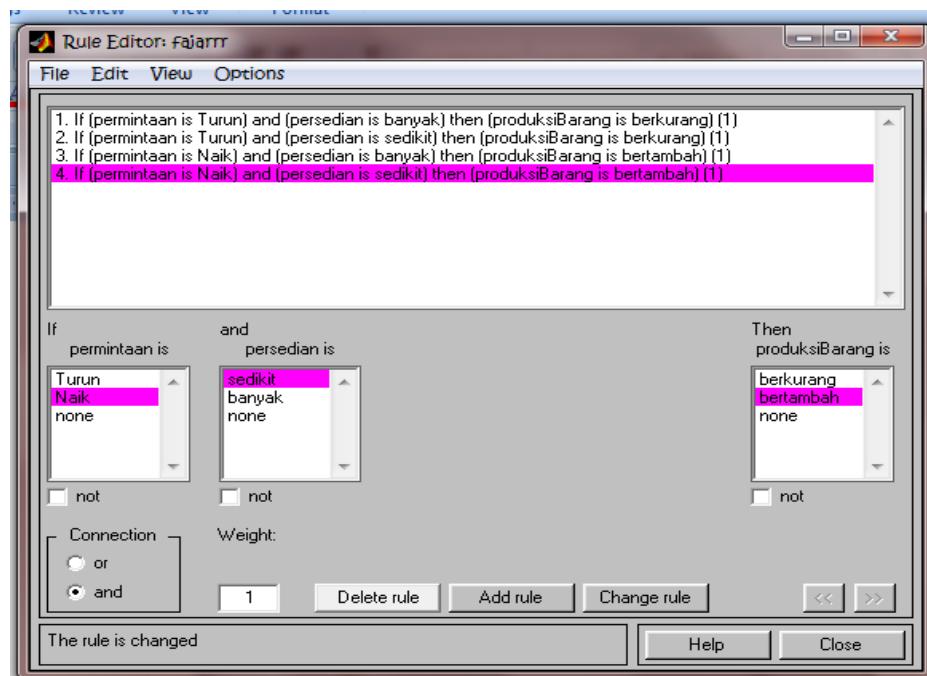
**Lampiran 2.** Himpunan *fuzzy* variabel persediaan: SEDIKIT dan BANYAK.



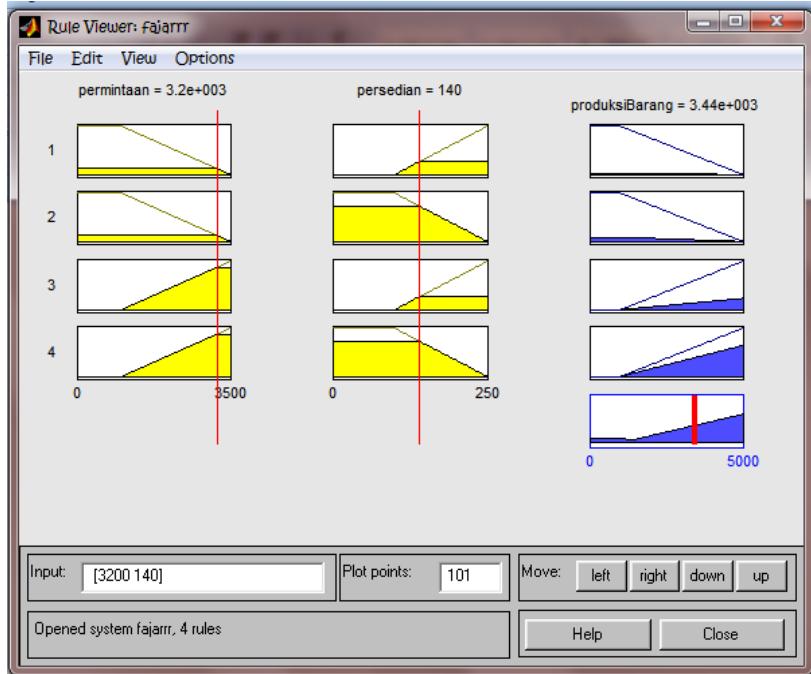
**Lampiran 3.** Himpunan fuzzy variabel Produksi Barang: BERKURANG dan BERTAMBAH.



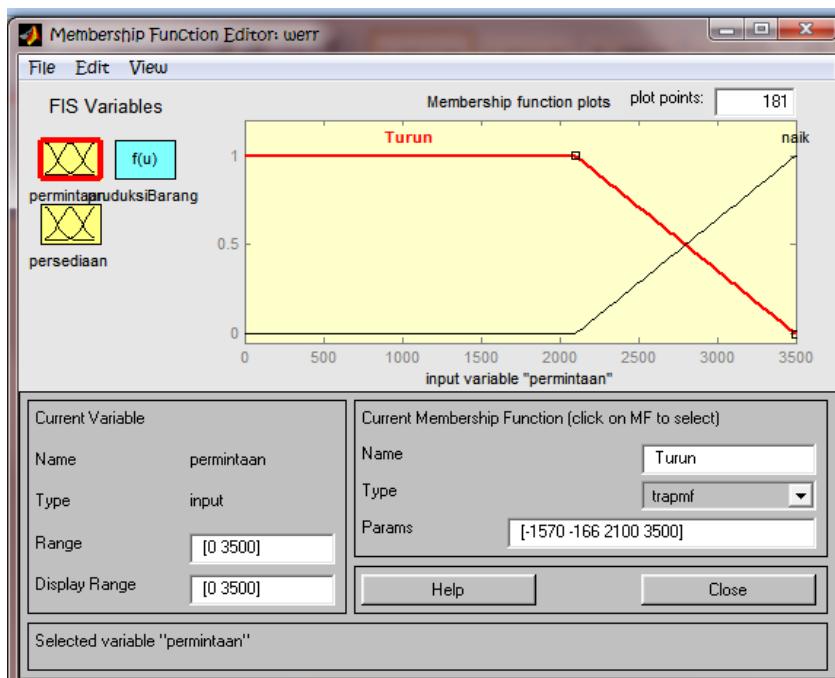
**Lampiran 4.** Aplikasi fungsi implikasi untuk keempat aturan.



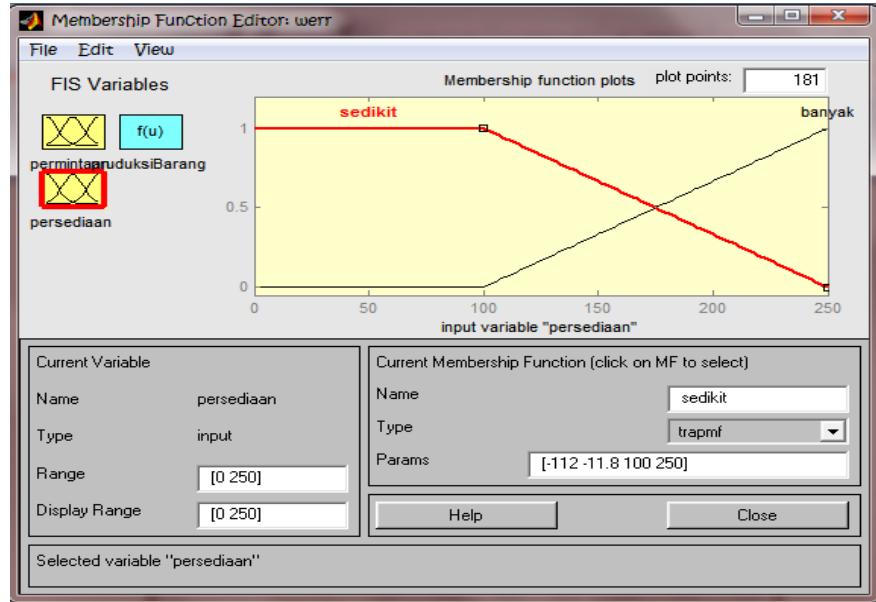
**Lampiran 5.** Daerah hasil komposisi untuk data bulan Januari.



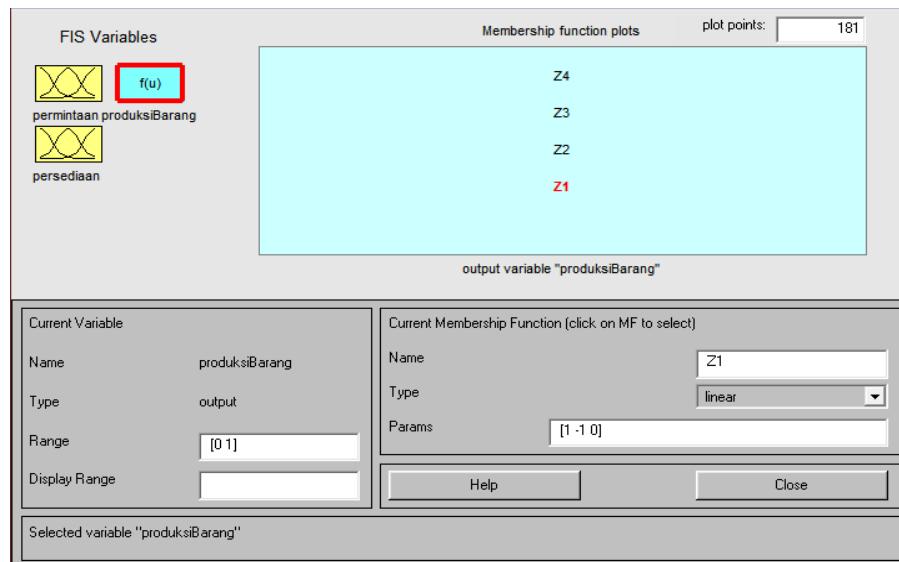
**Lampiran 6.** Himpunan fuzzy variabel Permintaan: TURUN dan NAIK.



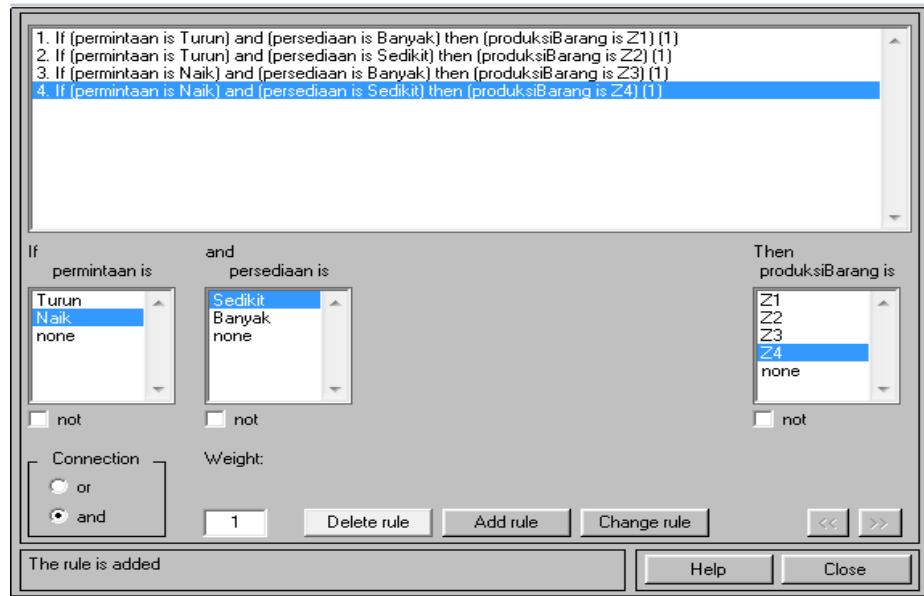
**Lampiran 7.** Himpunan fuzzy variabel Persediaan: SEDIKIT dan BANYAK.



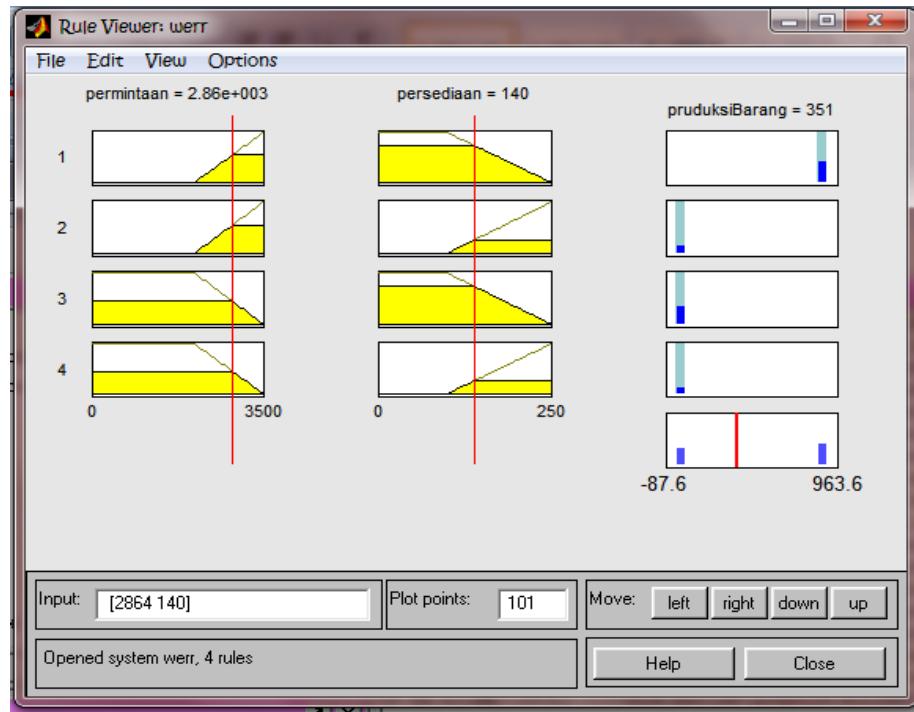
**Lampiran 8.** Himpunan fuzzy variabel Produksi Barang: BERKURANG dan BERTAMBAH.



**Lampiran 9.** Aplikasi fungsi implikasi untuk keempat aturan.



**Lampiran 12.** Daerah hasil komposisi untuk data bulan Januari.





**Foto 1.** Perusahaan rokok Genta Mas.



**Foto 2.** Pengrajaan atau pembuatan rokok masih secara manual.



**Foto 3 dan 4.** Pembelian bahan baku terutama tembakau.



**Foto 5 dan 6.** Alat pencampuran tembakau dengan bahan-bahan yang lainnya.

## **LAMPIRAN**

Surat Permohonan Ijin Penelitian

Surat Ijin Penelitian

Data Penelitian

DATA ROKOK GENTA MAS  
TAHUN 2010