ANALISIS KOVARIANS PADA
RANCANGAN BUJURSANGKAR *HYPER GRAECO LATIN*

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk memenuhi sebagian persyaratan
guna memperoleh gelar Sarjana Sains

Oleh

Erlina Kurniasih Widyaningrum

NIM. 07305144040

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2011

ANALISIS KOVARIANS PADA
RANCANGAN BUJURSANGKAR *HYPER GRAECO LATIN*

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk memenuhi sebagian persyaratan
guna memperoleh gelar Sarjana Sains

Oleh

Erlina Kurniasih Widyaningrum

NIM. 07305144040

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2011

PERSETUJUAN

ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJURSANGKAR *HYPER GRAECO LATIN*

Oleh
Erlina Kurniasih Widyaningrum
07305144040

SKRIPSI
Telah disetujui pada tanggal
21 Maret 2011
Untuk diujikan di depan Panitia Penguji Skripsi Prodi Matematika
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Pembimbing,

Elly Arliani, M.Si
NIP.196708161992032001

SKRIPSI

ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJURSANGKAR *HYPER GRAECO LATIN*

Disusun oleh :

Erlina Kurniasih Widyaningrum

07305144040

Telah diujikan di depan dewan Penguji Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta pada tanggal 1 April 2011 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains.

Susunan Dewan Penguji

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Elly Arliani, M.Si NIP. 19670816199203 2001	Ketua Penguji		18/4 2011
Kismiantini, M.Si NIP. 19790816200112 2001	Sekretaris Penguji		15/4/2011
Dr. Djamilah Bondan W NIP. 19610303198601 2001	Penguji Utama		13/4 -2011
Mathilda Susanti, M.Si NIP. 19640314198901 2001	Penguji Pendamping		

Yogyakarta, April 2011

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Dekan

Dr. Ariswan

NIP. 19590914198803 1003

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama	: Erlina Kurniasih Widyaningrum
NIM	: 07305144040
Prodi/Jurusan	: Matematika/Pendidikan Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul TAS	: Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang sepengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau pendapat yang ditulis atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi lain kecuali pada bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan saya ini tidak benar, maka sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 21 Maret 2011

Yang menyatakan

Erlina Kurniasih Widyaningrum

07305144040

MOTTO

Jadikanlah orang-orang disekitar kita adalah motivasi kita. Jika mereka BISA maka kita juga PASTI BISA….

Kesuksesan itu hal yang wajib digapai, karena hidup kita bukan semata-mata hanya untuk kita, tetapi teruntuk orang-orang yang kita sayangi dan cintai…

Resep sukses adalah belajar disaat orang lain tidur, bekerja disaat orang lain bermalas-malasan, mempersiapkan disaat orang lain bermain, dan bermimpi disaat orang lain berkeinginan.

(William A Ward)

Orang yang yakin akan pertolongan Allah, maka dengan keyakinannya itulah Allah akan menolongnya. Orang yang yakin doanya akan dikabulkan, maka tidak ada keraguan sama sekali Allah pasti akan mengabulkan doa-doanya. Orang yang yakin Allah akan membebaskannya dari kesempitan dan kesulitan yang sedang di hadapinya, maka Allah pun akan membebaskannya dari segala kesempitan dan kesulitan.

(KH. Abdullah Gymnastiar)

Allah tidak akan membebani kewajiban kepada seseorang, kecuali sesuai dengan kemampuannya.

(Qs. Al Baqarah : 286)

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu pasti ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai (urusan dunia), bersungguh-sungguhlah (dalam beribadah)

(Qs. Al Insyiroh : 6-7)

PERSEMBAHAN

Syukur Alhamdullillahirobbil alamin, skripsi ini penulis persembahkan kepada:

1. ***Ibu Bapak Tercinta, Terkasih, Tersayang***

Terima kasih atas kasih sayang, pengorbanan, dukungan, dan do'a yang selalu ada dalam lima waktu dan tahajudmu...

2. ***Mas Agung Nugroho Dewantoro dan mbak Dwi Lestari***

Terima kasih untuk inspirasinya....Ayo semangat selesaikan studi tahun ini.

3. ***Ridlo***

Terima kasih atas dukungan, do'a dan segala hal yang kau berikan kepadaku. Ayo...Semangat, berjuang demi masa depan!!!

4. ***Ana, Krisna, Wulan, Aisyah, Diyani, & Indah***

Terima kasih untuk motivasi, bantuan, semangat, dan persahabatan kita...Sukses buat kita semua!!!

5. ***Fitri, Novy, & teman-teman KKN 55***

Terima kasih untuk kebersamaan dan persahabatannya...Semangat !!!

6. ***Mbak Mira, Rhevy, & teman-teman kos UD Nana***

Terima kasih untuk motivasi, kebersamaan dan persahabatannya...Semangat & Sukses !!!

7. ***Tata, Erni, Rani, Muthi, Titin, Tuti, Desty, Dina, Wendah, & Teman-teman Matematika Swa 2007***

Terima kasih untuk kebersamaannya... Bersama dengan kalian semua adalah suatu yang tak kan pernah terlupakan.

ANALISIS KOVARIANS PADA
RANCANGAN BUJURSANGKAR *HYPER GRAECO LATIN*

Oleh
Erlina Kurniasih Widyaningrum
07305144040

ABSTRAK

Analisis kovarians merupakan suatu teknik yang mengkombinasikan analisis variansi dengan analisis regresi. Analisis kovarians digunakan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataannya terdapat variabel lain, disebut variabel konkomitan, yang muncul dalam suatu percobaan yang tidak dapat dikendalikan, sehingga dapat mempengaruhi variabel respons. Analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* adalah suatu analisis untuk percobaan yang berdasarkan pada pengendalian empat sumber keragaman yang disebut baris, kolom, huruf Yunani, dan angka dengan mengikutsertakan satu variabel konkomitan dalam model. Tujuan penulisan ini adalah menjelaskan prosedur analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) dan penerapannya.

Prosedur analisis kovarians pada RBHGL meliputi: (1) Pengujian asumsi yang terdiri dari variabel konkomitan (X) tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan, hubungan antara variabel konkomitan (X) dan variabel respons (Y) bersifat linear, galat percobaan berdistribusi normal, dan variabel konkomitan (X) mempengaruhi variabel respons (Y). (2) Pengujian hipotesis yang digunakan untuk menentukan ada tidaknya pengaruh perlakuan terhadap variabel respons dan ada tidaknya pengaruh empat sumber keragaman yang dinyatakan dalam baris, kolom, huruf Yunani dan angka terhadap variabel respons.

Penerapan analisis kovarians pada RBHGL di bidang industri dilakukan untuk mengetahui pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan untuk dipergunakan dalam industri tekstil dengan pengendalian empat sumber keragaman (kadar air dalam serat daun nanas, tingkat kehalusan, tingkat elastisitas (mulur), dan daya serap serat daun nanas) serta diameter serat daun nanas sebagai variabel konkomitan. Penerapan di bidang pertanian, analisis kovarians dilakukan untuk mengetahui pengaruh varietas jagung terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 dengan pengendalian empat sumber keragaman (suhu udara, pH tanah, curah hujan, dan kemiringan lahan percobaan) serta banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan sebagai variabel konkomitan. Hasil analisis penerapan tersebut yang menggunakan analisis kovarians memberikan hasil lebih baik daripada analisis variansi. Ini terlihat dari nilai koefisien keragaman analisis kovarians lebih kecil daripada analisis variansi yang bearti bahwa terjadi peningkatan ketepatan analisis dalam percobaan. Jadi variabel konkomitan tidak dapat diabaikan dalam percobaan.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa yang selalu melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga memberikan kekuatan, kemudahan, kelancaran, dan kesabaran kepada penulis dalam menyelesaikan tugas akhir skripsi dengan judul "Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*" guna memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam.

Penulis dalam menyusun skripsi ini banyak mendapat bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak sehingga untuk kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Ariswan sebagai Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kesempatan penulis dalam menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Hartono sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kemudahan dalam pengurusan administrasi selama penulisan skripsi.
3. Ibu Atmini Dhoruri, MS sebagai Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan kemudahan dalam pengajuan proposal skripsi dan memberikan dukungan untuk kelancaran studi.

4. Ibu Kuswari Hernawati, M.Kom sebagai pembimbing akademik yang telah memberikan informasi dan pengarahan selama penulis menempuh perkuliahan.
5. Ibu Elly Arliani, M.Si sebagai pembimbing skripsi yang telah memberikan waktu bimbingan dengan penuh kesabaran serta memberikan pengarahan, nasehat, dan motivasi dalam menyusun skripsi.
6. Ibu Dr. Djamilah Bondan W, Ibu Mathilda Susanti, M.Si dan Ibu Kismiantini, M.Si sebagai dosen penguji skripsi yang telah memberikan saran dan pengarahan dalam penulisan skripsi.
7. Seluruh dosen Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membatu dalam menyusun dan menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan baik isi dan susunannya. Oleh karena itu, penulis mengaharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak demi perbaikkan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat tidak hanya bagi penulis tetapi juga para pembaca.

Yogyakarta, 21 Maret 2011

Penulis

Erlina Kurniasih Widyaningrum

07305144040

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Kegiatan penelitian merupakan suatu proses belajar yang terarah mengenai suatu masalah dan dilakukan secara berulang (Gaspersz, 1991: 14). Penelitian secara berulang bertujuan untuk meningkatkan ketelitian suatu percobaan sehingga mempunyai kesimpulan yang berlaku untuk persoalan yang akan dibahas. Suatu percobaan sebaiknya dilakukan setelah dibuat rancangan percobaan supaya hasil yang diperoleh sesuai yang diharapkan dalam percobaan tersebut.

Rancangan percobaan bertujuan untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang diperlukan dan berguna dalam suatu penelitian (Sudjana, 1989: 2). Usaha untuk mendapatkan semua informasi yang berguna tersebut, sebaiknya suatu rancangan dibuat sesederhana mungkin. Rancangan yang sederhana akan lebih mudah dilaksanakan, sehingga data yang diperoleh berdasarkan rancangan tersebut akan cepat dianalisis dan juga akan bersifat ekonomis.

Rancangan percobaan merupakan satu kesatuan antara rancangan perlakuan, rancangan lingkungan, dan rancangan pengukuran. Rancangan perlakuan merupakan rancangan yang berkaitan dengan bagaimana perlakuan-perlakuan tersebut dibentuk pada unit-unit percobaan, misalnya rancangan satu faktor, dua faktor atau lebih (Mattjik dan Sumertajaya, 2002: 66).

Sedangkan rancangan lingkungan adalah rancangan yang berdasarkan pada metode penempatan perlakuan-perlakuan secara acak pada unit-unit percobaan. Rancangan lingkungan meliputi Rancangan Acak Lengkap (RAL), Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL), Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL), Rancangan Bujursangkar Graeco Latin (RBGL), dan Rancangan Bujursangkar Hyper Graeco Latin (RBGHL). Rancangan pengukuran merupakan rancangan yang berkaitan dengan bagaimana variabel respons dalam suatu percobaan diambil dari unit-unit percobaan yang diteliti. Misalnya untuk mengetahui ukuran luas permukaan daun dari suatu tanaman dilakukan suatu teknik pengukuran yaitu dengan menggunakan kertas milimeter dimana sketsa daun dipetakan pada kertas milimeter kemudian dihitung jumlah kotak yang tersarang dalam sketas tersebut. Banyaknya kotak yang diperoleh merupakan luas dari daun tersebut dalam satuan mm^2.

Dalam suatu percobaan, variabel respons sering terlihat saling berhubungan dengan variabel lain di luar variabel penelitian yang tidak dapat dikendalikan. Misalnya variabel Y adalah suatu variabel respons yang terjadi akibat pengaruh suatu faktor atau beberapa faktor. Akan tetapi, dalam kenyataannya nilai-nilai variabel Y bisa berubah-ubah oleh karena ada variabel lain, misalnya variabel X. Variabel X ini sering tidak dapat dikendalikan, sehingga tidak dapat diabaikan begitu saja saat dilakukan percobaan. Variabel X yang bersifat demikian disebut variabel konkomitan (Sudjana, 1989 : 341).

Variabel konkomitan merupakan variabel lain yang muncul dalam suatu percobaan yang tidak dapat dikendalikan, sehingga dapat mempengaruhi variabel respons yang sedang diamati dalam penelitian. Adanya variabel konkomitan dalam suatu percobaan akan mempengaruhi tingkat ketelitian hasil percobaan serta analisisnya. Dengan demikian untuk melakukan analisis mengenai variabel respons *Y*, sebagai pengaruh faktor, maka terlebih dahulu memurnikan variabel respons *Y* dari variabel konkomitan *X*. Hal ini dapat dilakukan dengan cara mengoreksi pengaruh *X* terhadap variabel respons *Y*, kemudian melakukan analisis terhadap variabel respons *Y* yang sudah dimurnikan untuk melihat pengaruh faktor yang diselidiki (Sudjana, 1989 : 341). Nilai *Y* yang demikian disebut dengan *Y* terkoreksi. Analisis yang digunakan untuk mengontrol adanya variabel konkomitan dalam suatu percobaan dinamakan analisis kovarians.

Analisis kovarians merupakan kombinasi dari analisis variansi dengan analisis regresi. Analisis kovarians yang paling sederhana digunakan pada Rancangan Acak Lengkap (RAL), karena unit percobaan dan lingkungan bersifat homogen. Jika unit percobaan dan lingkungan tidak cukup homogen, maka rancangan percobaan yang tepat adalah Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL). Jika dalam percobaan terdapat pengendalian dua sumber keragaman baris dan kolom maka rancangan yang tepat digunakan adalah Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL). Jika dalam percobaan terdapat pengendalian tiga sumber keragaman baris, kolom, dan huruf Yunani maka rancangan yang harus digunakan yaitu Rancangan Bujursangkar *Graeco Latin* (RBGL). Analisis kovarians pada RBGL adalah suatu analisis untuk percobaan yang berdasarkan pada pengendalian tiga sumber keragaman yang disebut baris, kolom, dan huruf Yunani dengan mengikutsertakan variabel konkomitan dalam model. Perluasan dari RBGL adalah Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL).

Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* merupakan gabungan dari tiga atau lebih rancangan bujursangkar Latin yang saling ortogonal (Kirk, 1995: 349), yaitu tiga atau lebih bujursangkar Latin yang kongruen dan mempunyai sifat setiap selnya berisi tepat satu simbol pasangan yang mungkin. RBHGL adalah suatu rancangan yang mengendalikan sumber keragaman dengan empat atau lebih kontrol lokal. Sumber keragaman dengan empat kontrol lokal dinyatakan sebagai baris, kolom, huruf Yunani, dan angka dengan syarat banyaknya perlakuan yang dicobakan harus sama dengan banyaknya baris, banyaknya kolom, banyaknya huruf Yunani, dan banyaknya angka yang dicobakan. Tidak ada interaksi antara baris, kolom, huruf Yunani, angka, dan perlakuan (Montgomery, 2003: 154). Sedangkan untuk sumber keragaman dengan lima sisi bertambah satu kontrol lokal yang dinyatakan dengan huruf Ibrani (Kirk, 1995 :349).

Analisis kovarians pada model linier RBHGL dapat berupa model acak dan model tetap dengan asumsi untuk masing-masing model yang berbeda-beda. Model tetap merupakan model dimana perlakuan-perlakuan yang digunakan dalam percobaan berasal dari populasi yang terbatas dan pemilihan perlakuannya ditentukan secara langsung oleh si peneliti. Sedangkan model acak merupakan model dimana perlakuan-perlakuan yang dicobakan merupakan sampel acak dari populasi perlakuan (Sudjana, 1989: 235).

Analisis kovarians pada RBHGL adalah suatu analisis untuk percobaan yang berdasarkan pada pengendalian empat atau lebih sumber keragaman dengan mengikutsertakan variabel konkomitan dalam model.

Analisis kovarians pada RBHGL dapat diterapkan dalam berbagai bidang, misalnya dalam bidang industri, pertanian, dan ilmu-ilmu lainnya. Penerapan analisis kovarians dalam bidang industri yaitu percobaan untuk mengetahui pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan untuk dipergunakan dalam industri tekstil dengan pengendalian melalui empat sumber keragaman yang meliputi kadar air dalam serat daun nanas, tingkat kehalusan, tingkat elastisitas (mulur), dan daya serap serat daun nanas (Gasperzs, 1991 : 385). Frekuensi putaran mesin yang dicobakan sebagai perlakuan, kadar air dalam serat daun nanas dinyatakan baris, tingkat kehalusan dinyatakan kolom, tingkat elastisitas (mulur) dinotasikan melalui huruf Yunani, dan daya serap serat daun nanas dinotasikan melalui angka. Diketahui bahwa kekuatan serat daun nanas tergantung pada diameter serat daun nanas. Dalam hal ini, diameter serat daun nanas dianggap sebagai variabel konkomitan.

B. Pembatasan Masalah

Dalam penulisan ini agar pembahasannya lebih fokus, penulis hanya akan menjelaskan analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* dengan pengendalian empat sumber keragaman, dengan mengikutsertakan satu variabel konkomitan, dan dengan model tetap.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah dan batasan masalah tersebut, dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana prosedur analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*?
2. Bagaimana penerapan analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*?

D. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut maka tujuan penulisan ini adalah:

1. Menjelaskan prosedur analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*.
2. Menjelaskan penerapan analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*.

E. Manfaat Penulisan

1. Bagi Penulis

   Menambah pemahaman dan pengetahuan mengenai prosedur analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* dan penerapannya.

2. Bagi Pembaca

Memberikan informasi tentang prosedur dan penerapan analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*, khususnya bagi peneliti yang memerlukan analisis kovarians untuk meneliti data penelitiannya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Pada bab kajian pustaka ini membahas beberapa materi yang meliputi rancangan percobaan, rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL), rancangan Bujursangkar *Graeco Latin* (RBGL), rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL), analisis regresi, analisis kovarians, distribusi F, galat, dan koefisien keragaman. Materi tersebut akan digunakan sebagai landasan dalam bab selanjutnya.

A. Rancangan Percobaan

Rancangan percobaan adalah langkah-langkah lengkap yang harus diambil sebelum percobaan dilakukan supaya data yang semestinya diperlukan dapat diperoleh sehingga analisis yang dilakukan dapat obyektif dan mempunyai kesimpulan yang berlaku untuk persoalan yang sedang dibahas (Sudjana, 1989: 1). Percobaan tersebut dilakukan dengan tujuan untuk menyelidiki sesuatu yang belum diketahui atau untuk menguji suatu teori atau hipotesis.

Dalam suatu rancangan percobaan harus memenuhi tiga prinsip dasar (Mattjik dan Sumertajaya, 2002: 61-63), yaitu:

1. Pengulangan (*replication*), yaitu pengalokasian suatu perlakuan tertentu terhadap beberapa unit percobaan pada kondisi yang seragam. Pengulangan ini bertujuan untuk menduga ragam dari galat percobaan, menduga galat baku (*standard error*) dari rata-rata perlakuan,

meningkatkan ketepatan percobaan, dan memperluas cakupan penarikan kesimpulan dari suatu percobaan.

2. Pengacakan (*randomization*), yaitu setiap unit percobaan harus memiliki peluang yang sama untuk diberi suatu perlakuan tertentu. Pengacakan perlakuan pada unit-unit percobaan dapat menggunakan tabel bilangan acak, sistem undian secara manual atau menggunakan komputer.
3. Pengendalian lingkungan (*local control*), yaitu usaha untuk mengendalikan keragaman yang muncul akibat keheterogenan kondisi lingkungan. Usaha pengendalian lingkungan ini dapat dilakukan dengan pengelompokan (blocking) satu arah, dua arah maupun multi arah. Pengelompokan dikatakan baik jika keragaman di dalam kelompok lebih kecil dibandingkan dengan keragaman antar kelompok.

Beberapa istilah yang sering digunakan dalam rancangan percobaan (Mattjik dan Sumertajaya, 2002: 64-65), yaitu:

1. Perlakuan (treatment), yaitu suatu prosedur atau metode yang diterapkan pada unit percobaan. Misalnya pemberian dosis pupuk yang berbeda, pemberian jenis pakan yang berbeda, dan lain-lain.
2. Unit percobaan, yaitu unit terkecil dalam suatu percobaan yang diberi suatu perlakuan.
3. Satuan amatan, yaitu anak gugus dari unit percobaan tempat dimana respon perlakuan diukur.

B. Rancangan Bujur Sangkar Latin

Pada kondisi tertentu keheterogenan unit percobaan tidak bisa dikendalikan hanya dengan pengelompokan satu sisi keragaman unit-unit percobaan. Kondisi seperti ini memerlukan suatu rancangan yang dapat mengendalikan sumber keragaman unit-unit percobaan yang lebih dari satu sisi. Rancangan Bujursangkar Latin merupakan salah satu rancangan yang mampu mengendalikan sumber keragaman unit-unit percobaan yang lebih dari satu sisi.

Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL) adalah suatu rancangan yang mengelompokkan unit-unit percobaan berdasarkan dua kriteria pengelompokkan baris dan kolom (Gaspersz, 1991 : 153). Pada RBSL banyaknya perlakuan yang dicobakan harus sama dengan banyaknya baris dan kolom. Setiap perlakuan hanya muncul sekali pada setiap baris dan kolom (Mattjik & Sumertajaya, 2002 : 92). Tidak ada interaksi antara baris, kolom, dan perlakuan. Jika terdapat interaksi antara sumber variansi maka nilai-f dalam analisis variansi tidak lagi akurat sehingga RBSL tidak lagi cocok untuk digunakan (Walpole & Myers, 1995: 574) dan jika tetap digunakan maka kesimpulan yang diperoleh menjadi bias.

Secara umum model linear aditif untuk rancangan satu faktor dengan RBSL dapat dituliskan sebagai berikut (Mattjik & Sumertajaya, 2002 : 94):

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \varepsilon_{ijk} \tag{2.1}$$

dengan :

i = 1,2,3, …. r

j	=	1,2,3, …. r
k	=	1,2,3, …. r
Y_{ijk}	=	nilai pengamatan pada perlakuan ke-k dalam baris ke-i dan kolom ke-j.
μ	=	rata-rata sesungguhnya
α_i	=	pengaruh aditif dari baris ke-i
β_j	=	pengaruh aditif dari kolom ke-j
τ_k	=	pengaruh aditif dari perlakuan ke-k
ε_{ijk}	=	pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke-k dalam baris ke-i dan kolom ke-j.

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam RBSL (Gaspersz, 1991 : 158) yaitu:

a. Untuk model tetap

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = \sum_{j=1}^{r} \beta_j = \sum_{k=1}^{r} \tau_k = 0 \tag{2.2}$$

dengan $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

b. Untuk model acak

$$\alpha_i \sim N(0, \sigma^2);\ \ \beta_j \sim N(0, \sigma^2);\ \ \tau_k \sim N(0, \sigma^2) \tag{2.3}$$

dengan $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

C. Rancangan Bujursangkar *Graeco Latin*

Keheterogenan unit percobaan ada yang dikendalikan melalui pengelompokan lebih dari satu atau dua sisi keragaman unit percobaan. Suatu rancangan yang mampu mengendalikan komponen keragaman unit-unit percobaan yang terdiri dari tiga sisi adalah Rancangan Bujursangkar *Graeco Latin* (RBGL).

Rancangan Bujursangkar *Graeco Latin* merupakan gabungan dari dua rancangan bujursangkar yang saling ortogonal, yaitu dua bujursangkar Latin yang kongruen dan mempunyai sifat selnya berisi tepat satu simbol pasangan yang mungkin (Winer, 1962: 515). Rancangan bujursangkar yang satu terdiri dari huruf Latin sedangkan rancangan bujursangkar yang lain terdiri dari huruf Yunani (Greek) (Gaspersz, 1991 : 171). Dengan demikian RBGL terdiri dari huruf-huruf Latin dan Yunani. RBGL juga disebut sebagai Rancangan Bujursangkar Ortogonal-Latin (Johnson, 1994 : 427).

RBGL merupakan perluasan dari RBSL dengan pengendalian sumber keragaman unit-unit percobaan bertambah satu yang dinyatakan dengan huruf Yunani, sehingga pada RBGL terdapat pengendalian tiga sumber keragaman yang terdiri dari baris, kolom, dan huruf Yunani. Dengan kata lain, RBGL adalah suatu rancangan yang mampu mengendalikan sumber keragaman unit-unit percobaan berdasarkan tiga kriteria pengelompokkan baris, kolom, dan huruf Yunani.

Syarat-syarat yang berlaku pada RBGL juga seperti pada RBSL yaitu banyaknya perlakuan yang dicobakan harus sama dengan banyaknya baris, banyaknya kolom, dan banyaknya huruf Yunani yang dicobakan. Tidak ada interaksi antara baris, kolom, huruf Yunani dengan perlakuan. Jika suatu percobaan melibatkan p buah perlakuan maka diperoleh RBGL berukuran $p \times p$ yang memerlukan p^2 unit percobaan dengan $p > 3$ (Winer, 1962: 536-537).

Secara umum model linear aditif untuk rancangan satu faktor dengan RBGL dapat dituliskan sebagai berikut (Gaspersz, 1991 : 172):

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \tau_l + \varepsilon_{ijkl} \tag{2.4}$$

dengan :

i	=	1,2,3, …. r
j	=	1,2,3, …. r
k	=	1,2,3, …. r
l	=	1,2,3, …. r
Y_{ijkl}	=	nilai pengamatan pada perlakuan ke-l dalam baris ke-i, kolom ke-j, dan yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k.
μ	=	rata-rata sesungguhnya
α_i	=	pengaruh aditif dari baris ke-i
β_j	=	pengaruh aditif dari kolom ke-j
γ_k	=	pengaruh aditif dari sifat yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k
τ_l	=	pengaruh aditif dari perlakuan ke-l
ε_{ijkl}	=	pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke-l dalam baris ke-i, kolom ke-j, dan yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k.

Asumsi yang harus dipenuhi model tetap dalam RBGL (Gaspersz, 1991 : 172) sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = \sum_{j=1}^{r} \beta_j = \sum_{k=1}^{r} \gamma_k = \sum_{l=1}^{r} \tau_l \, 0 \tag{2.5}$$

dengan $\varepsilon_{ijkl} \sim N(0, \sigma^2)$

D. Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

Suatu kondisi tertentu keheterogenan unit percobaan tidak dapat dikendalikan hanya dengan pengelompokkan melalui satu, dua, atau tiga sisi keragaman unit percobaan. Pada kondisi seperti ini dibutuhkan suatu rancangan yang mampu mengendalikan sumber keragaman unit-unit percobaan lebih dari tiga sisi. Suatu rancangan yang mampu mengendalikan sumber keragaman unit-unit percobaan yang terdiri dari empat sisi adalah Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL).

1. Gambaran Umum Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) merupakan gabungan dari tiga rancangan bujursangkar Latin yang saling ortogonal sehingga mampu mengendalikan empat sumber keragaman yang dinyatakan sebagai baris, kolom, huruf Yunani, dan angka (Kirk, 1995: 349). Gabungan dari tiga bujursangkar Latin yang saling ortogonal yaitu tiga bujursangkar Latin yang kongruen dan mempunyai sifat setiap selnya berisi tepat satu simbol pasangan yang mungkin.

RBHGL merupakan perluasan dari RBGL dengan pengendalian sumber keragaman unit-unit percobaan bertambah satu kontrol lokal yang dinyatakan dengan angka. Secara umum, dapat diperluas dengan menambah $p + 1$ sumber keragaman untuk setiap $p - 1$ bujursangkar Latin saling ortogonal (Montgomery, 2003: 154).RBHGL juga disebut dengan Rancangan Bujursangkar Ortogonal Sempurna (Johnson, 1994: 188).

Seperti RBSL dan RBGL, pada RBHGL juga berlaku syarat bahwa banyaknya perlakuan yang dicobakan harus sama dengan banyaknya baris, kolom, huruf Yunani, dan angka. Tidak ada interaksi antara baris, kolom, huruf Yunani, angka, dan perlakuan (Montgomery, 2003: 154). Jika suatu percobaan yang melibatkan p buah perlakuan maka diperoleh RBHGL berukuran $p \times p$ yang memerlukan p^2 unit percobaan dengan p > 4. Tabulasi data percobaan RBHGL ditunjukkan pada tabel berikut: (Bennit & Franklin, 1995: 534).

Tabel 2.1
Tabulasi Percobaan RBHGL (5 × 5) dengan 4 Kontrol Lokal

Baris	Kolom				
	1	2	3	4	5
1	$A_1\alpha$ Y_{11111}	$B_2\beta$ Y_{12222}	$C_3\gamma$ Y_{13333}	$D_4\delta$ Y_{14444}	$E_5\varepsilon$ Y_{15555}
2	$B_3\delta$ Y_{21432}	$C_4\varepsilon$ Y_{22543}	$D_3\alpha$ Y_{23134}	$E_1\beta$ Y_{24215}	$A_2\gamma$ Y_{25321}
3	$C_5\beta$ Y_{31253}	$D_1\gamma$ Y_{32314}	$E_2\delta$ Y_{33425}	$A_3\varepsilon$ Y_{34531}	$B_4\alpha$ Y_{35142}
4	$D_2\varepsilon$ Y_{41524}	$E_3\alpha$ Y_{42135}	$A_4\beta$ Y_{43241}	$B_5\gamma$ Y_{44352}	$C_1\delta$ Y_{45413}
5	$E_4\gamma$ Y_{51345}	$A_5\delta$ Y_{52451}	$B_1\varepsilon$ Y_{53512}	$C_2\alpha$ Y_{54123}	$D_2\beta$ Y_{55224}

Keterangan:

Y_{43241} = nilai pengamatan pada perlakuan A dalam baris ke-4, kolom ke-3, huruf Yunani β, dan angka ke-4

2. Model Linear RBHGL

Secara umum model linier aditif dari rancangan satu faktor dengan RBHGL dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \tau_m + \varepsilon_{ijklm} \quad (2.6)$$

dengan:

i	=	1,2,3, …. r
j	=	1,2,3, …. r
k	=	1,2,3, …. r
l	=	1,2,3, …. r
m	=	1,2,3, …. r
Y_{ijklm}	=	nilai pengamatan pada perlakuan ke-m dalam baris ke-i, kolom ke-j, yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k, dan angka ke-l.
μ	=	rata-rata sesungguhnya
α_i	=	pengaruh aditif dari baris ke-i
β_j	=	pengaruh aditif dari kolom ke-j
γ_k	=	pengaruh aditif dari sifat yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k
δ_l	=	pengaruh aditif dari angka ke-l
τ_m	=	pengaruh aditif dari perlakuan ke-m
ε_{ijklm}	=	pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke-m dalam baris ke-i, kolom ke-j, huruf Yunani ke-k, dan angka ke-l.

Asumsi model tetap yang harus dipenuhi dalam RBHGL sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = \sum_{j=1}^{r} \beta_j = \sum_{k=1}^{r} \gamma_k = \sum_{l=1}^{r} \delta_l = \sum_{m=1}^{r} \tau_m = 0 \quad (2.7)$$

dengan $\varepsilon_{ijkl} \sim N(0, \sigma^2)$

3. Pengujian Hipotesis pada RBHGL

Bentuk hipotesis yang diuji dari Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) untuk model tetap yaitu:

1. Menentukan Hipotesis

   a. Pengaruh perlakuan

      $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_r = 0$ (perlakuan tidak berpengaruh pada respons yang diamati)

      $H_1: \exists \tau_m \neq 0, m = 1,2, \dots, r$ (paling sedikit ada satu perlakuan yang berpengaruh pada respons yang diamati)

   b. Pengaruh baris

      $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0$ (baris tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      $H_1: \exists \alpha_i \neq 0, i = 1,2, \dots, r$ (paling sedikit ada satu baris yang berpengaruh terhadap respons yang diamati)

   c. Pengaruh kolom

      $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_r = 0$ (kolom tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

      $H_1: \exists \beta_j \neq 0, j = 1,2, \dots, r$ (paling sedikit ada satu kolom yang berpengaruh terhadap respons yang diamati)

   d. Pengaruh huruf Yunani

$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_r = 0$ (sifat yang berkaitan dengan huruf Yunani tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \exists \gamma_k \neq 0, k = 1,2, \dots, r$ (paling sedikit ada satu sifat yang berkaitan dengan huruf Yunani yang berpengaruh terhadap respons yang diamati)

e. Pengaruh angka

$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_r = 0$ (angka tidak berpengaruh terhadap respons yang diamati)

$H_1: \exists \delta_l \neq 0, l = 1,2, \dots, r$ (paling sedikit ada satu angka yang berpengaruh terhadap respons yang diamati)

2. Taraf signifikansi: α
3. Statistik uji:

a. Pengaruh perlakuan

$$F = \frac{KTP}{KTG} \tag{2.8}$$

dengan:
KTP = Kuadrat Tengah Perlakuan
KTG = Kuadrat Tengah Galat

b. Pengaruh baris

$$F = \frac{KTB}{KTG} \tag{2.9}$$

dengan:
KTB = Kuadrat Tengah Baris
KTG = Kuadrat Tengah Galat

c. Pengaruh kolom

$$F = \frac{KTK}{KTG} \tag{2.10}$$

dengan:
KTK = Kuadrat Tengah Kolom
KTG = Kuadrat Tengah Galat

d. Pengaruh huruf Yunani

$$F = \frac{KTY}{KTG} \tag{2.11}$$

dengan:
KTY = Kuadrat Tengah huruf Yunani
KTG = Kuadrat Tengah Galat

e. Pengaruh angka

$$F = \frac{KTA}{KTG} \tag{2.12}$$

dengan:
KTA = Kuadrat Tengah Angka
KTG = Kuadrat Tengah Galat

4. Kriteria keputusan

a. Pengaruh perlakuan

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbP,dbG)}$

dengan:
dbP = derajat bebas perlakuan
dbG = derajat bebas galat

b. Pengaruh baris

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbB,dbG)}$

dengan:
dbB = derajat bebas baris
dbG = derajat bebas galat

c. Pengaruh kolom

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbK,dbG)}$

dengan:
$dbK =$ derajat bebas kolom
$dbG =$ derajat bebas galat

d. Pengaruh huruf Yunani

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbY,dbG)}$

dengan:
$dbY =$ derajat bebas huruf Yunani
$dbG =$ derajat bebas galat

e. Pengaruh angka

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbA,dbG)}$

dengan:
$dbA =$ derajat bebas Angka
$dbG =$ derajat bebas galat

5. Perhitungan

Perhitungan rumus JKT, JKB, JKK, JKY, JKA, dan JKP dapat dilihat pada lampiran 1 halaman 111.

a. Kuadrat Tengah

1. Kuadrat Tengah Galat (KTG)

$$KTG = \frac{JKG}{dbG} \tag{2.22}$$

2. Kuadrat Tengah Perlakuan (KTP)

$$KTP = \frac{JKP}{dbP} \tag{2.23}$$

3. Kuadrat Tengah Baris (KTB)

$$KTB = \frac{JKB}{dbB} \tag{2.24}$$

4. Kuadrat Tengah Kolom (KTK)

$$KTK = \frac{JKK}{dbK} \tag{2.25}$$

5. Kuadrat Tengah huruf Yunani (KTY)

$$KTY = \frac{JKY}{dbY} \tag{2.26}$$

6. Kuadrat Tengah Angka (KTA)

$$KTA = \frac{JKA}{dbA} \tag{2.27}$$

b. F hitung diperoleh dari hasil bagi Kuadrat Tengah dengan Kuadrat Tengah Galat.

Tabel 2.2

Analisis Variansi Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* untuk Model Tetap

Sumber Variansi	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hit}
Baris	$r-1$	JKB	KTB	$\frac{KTB}{KTG}$
Kolom	$r-1$	JKK	KTK	$\frac{KTK}{KTG}$
Huruf Yunani	$r-1$	JKY	KTY	$\frac{KTY}{KTG}$
Angka	$r-1$	JKA	KTA	$\frac{KTA}{KTG}$
Perlakuan	$r-1$	JKP	KTP	$\frac{KTP}{KTG}$
Galat	$(r-1)(r-4)$	JKG	KTG	-
Total	r^2-1	JKT	-	-

7. Kesimpulan

E. Analisis Regresi

Analisis Regresi adalah alat statistik yang memanfaatkan hubungan antara dua atau lebih variabel kuantitatif sehingga salah satu variabel dapat diprediksi dari variabel lainnya (Neter dkk, 1997 : 19). Jadi analisis regresi merupakan analisis data yang menjelaskan hubungan fungsional antara variabel bebas X dan variabel tak bebas Y. Hubungan antara variabel bebas dan respon, yang dicocokan pada data percobaan, ditandai dengan persamaan prediksi disebut dengan persamaan regresi (Walpole & Myers, 1995: 404).

Regresi linear yang paling sederhana terdapat satu variabel bebas, dinamakan X, dan satu variabel tak bebas yang bergantung pada X, yang dinamakan Y (Sembiring, 1995: 37-38). Model regresi linear sederhana yaitu:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \tag{2.28}$$

dengan:
Y = Variabel tak bebas
X = Variabel bebas
α, β = parameter (koefisien regresi)
ε = galat percobaan yang berdistribusi $N(0, \sigma^2)$

Jika taksiran untuk α dan β dinyatakan dengan a dan b maka persamaan regresi linear dugaannya yaitu:

$$\hat{Y} = a + bX \tag{2.29}$$

Regresi linear yang memiliki dua variabel bebas atau lebih disebut regresi linear ganda. Model regresi linear ganda dengan k variabel bebas adalah:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon \tag{2.30}$$

dengan:

Y = Variabel tak bebas

X = Variabel bebas

β_j = parameter (koefisien regresi), $j = 0,1,2,\ldots,k$ dengan $k \geq 2$

ε = galat percobaan yang berdistribusi $N(0, \sigma^2)$

Persamaan regresi linear dugaannya (Sudjana, 2002: 69) yaitu:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_k X_k \tag{2.31}$$

dengan $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_k$ merupakan penduga untuk $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$.

F. Analisis Kovarians

Menurut Neter dkk (1997: 136), analisis kovarians merupakan suatu teknik yang mengkombinasikan analisis variansi dengan analisis regresi yang dapat digunakan untuk perbaikan ketelitian suatu percobaan. Analisis kovarians melibatkan penyelesaian variabel respons observasi untuk pengaruh dari variabel konkomitan. Jika penyelesaian seperti ini tidak dilakukan, maka variabel konkomitan dapat meningkatkan *mean square error* dan membenarkan perbedaan dalam hal respons terhadap perlakuan yang diselidiki (Montgometry, 2003: 604). Dengan kata lain, variabel konkomitan merupakan variabel lain yang muncul dalam suatu percobaan yang tidak dapat dikendalikan, sehingga dapat mempengaruhi variabel respons yang sedang diamati dalam penelitian.

Menurut Gaspersz (1991 : 383), variabel konkomitan dipilih dengan hati-hati supaya penggunaannya sesuai dengan tujuan yaitu mengurangi keragaman percobaan. Variabel konkomitan harus mempunyai hubungan linear dengan variabel respons karena jika variabel konkomitan tidak mempunyai hubungan linear dengan variabel respons, maka analisis kovarians tidak dapat dilakukan.

Menurut Steel (1993, 480), analisis kovarians memiliki beberapa kegunaan yaitu:

1. Mengendalikan galat dan meningkatkan ketepatan percobaan.
2. Menyesuaikan atau mengoreksi rata-rata perlakuan dari variabel tak bebas.
3. Membantu menginterpretasikan data dengan melihat sifat dan pengaruh perlakuan.
4. Menguraikan total kovarians atau jumlah hasil kali menjadi bagian-bagiannya.
5. Menduga nilai yang hilang.

Asumsi-asumsi dalam analisis kovarians (Gasperz, 1991: 384) antara lain:

1. Variabel konkomitan (X) tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.
2. Hubungan antara variabel konkomitan (X) dan variabel respon (Y) bersifat linear.
3. Galat percobaan berdistribusi normal.
4. Variabel konkomitan (X) mempengaruhi variabel respons (Y)

Model analisis kovarians merupakan kombinasi dari model linear yang digunakan dalam analisis variansi dan analisis regresi, dimana model analisis variansi ditambah suatu variabel tambahan sebagai variabel konkomitan. Diberikan model linear RAL satu faktor dengan efek tetap yaitu:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \tag{2.32}$$

dengan:
$i \quad = 1,2, \dots, t$
$j \quad = 1,2, \dots, r$
Y_{ij} = nilai pengamatan pada perlakuan ke-i dan dalam ulangan ke-k
μ = rata-rata sesungguhnya
τ_i = pengaruh perlakuan ke-i
ε_{ij} = galat percobaan yang berdistribusi $N(0, \sigma^2)$

Bentuk umum dari model linear aditif untuk analisis regresi yaitu:

$$Y_{ij} = \mu + \beta\left(X_{ij} - \bar{X}_{..}\right) + \varepsilon_{ij} \tag{2.33}$$

Dari penggabungan model linear aditif untuk analisis regresi dan RAL diperoleh model linear aditif analisis kovarians yaitu:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta\left(X_{ij} - \bar{X}_{..}\right) + \varepsilon_{ij} \tag{2.34}$$

dengan:
$i \quad = 1,2, \dots, t$
$j \quad = 1,2, \dots, r$

G. Distribusi *F*

Distribusi *F* merupakan salah satu distribusi yang mempunyai peranan penting dalam statistika terutama dapat digunakan sebagai kriteria untuk menguji hipotesis yang berkaitan dengan varians dari dua populasi yang sama $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$ dan rata-rata dari beberapa populasi yang sama $(\mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k)$ (Supranto, 2009 : 69). Dengan demikian distribusi *F* sering digunakan sebagai kriteria keputusan dalam pengujian hipotesis.

Statistik F didefinisikan sebagai perbandingan dua variabel acak khi-kuadrat yang bebas, masing-masing dibagi dengan derajat kebebasannya (Walpole & Myers, 1995: 257). Misalnya U dan V dua variabel acak bebas masing-masing berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan v_1 dan v_2, sehingga distribusi variabel acaknya adalah

$$F = \frac{U/v_1}{V/v_2} \tag{2.35}$$

Jika S_1^2 dan S_2^2 variansi sampel acak yang bebas berukuran n_1 dan n_2 diambil dari dua populasi normal masing-masing dengan variansi populasi σ_1^2 dan σ_2^2, maka

$$X_1^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{\sigma_1^2}$$

dan

$$X_2^2 = \frac{(n_2 - 1)S_2^2}{\sigma_2^2}$$

menyatakan dua variabel acak yang berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat kebebasan $v_1 = n_1 - 1$ dan $v_2 = n_2 - 1$. Misalnya $X_1^2 = U$ dan $X_2^2 = V$ dengan menggunakan persamaan (2.35) diperoleh

$$F = \frac{X_1^2 / v_1}{X_2^2 / v_2} = \frac{\frac{(n_1-1)S_1^2}{\sigma_1^2} \Big/ (n_1-1)}{\frac{(n_2-1)S_2^2}{\sigma_2^2} \Big/ (n_2-1)} = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \tag{2.36}$$

$F = \frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2}$ berdistribusi-F dengan derajat kebebasan $v_1 = n_1 - 1$ dan $v_2 = n_2 - 1$.

Jika $f_\alpha(v_1, v_2)$ untuk f_α dengan derajat kebebasan v_1 dan v_2 maka $f_{1-\alpha}(v_1, v_2) = \frac{1}{f_\alpha(v_2, v_1)}$.

Pengujian hipotesis pada RBHGL dengan empat sumber keragaman didasarkan pada perbandingan beberapa nilai dugaan yang bebas dari σ^2 yang diperoleh dengan menguraikan Jumlah Kuadrat Total (JKT) menjadi enam bagian yang dituliskan sebagai berikut (Walpole & Myers, 1995:575):

$$JKT = JKB + JKK + JKY + JKA + JKP + JKG$$

Nilai dugaan pertama, kedua, ketiga, dan keempat dari σ^2 didasarkan pada derajat kebebasan $(r-1)$ adalah $s_1^2 = \frac{JKB}{(r-1)}, s_2^2 = \frac{JKK}{(r-1)}, s_3^2 = \frac{JKY}{(r-1)}$, dan $s_4^2 = \frac{JKA}{(r-1)}$. Jika pengaruh sumber keragaman pertama, kedua, ketiga, dan keempat yang dinyatakan dalam baris, kolom, huruf Yunani dan angka sama dengan nol, maka s_1^2, s_2^2, s_3^2, dan s_4^2 merupakan nilai dugaan takbias dari σ^2. Jika pengaruh sumber keragaman pertama, kedua, ketiga, dan keempat yang dinyatakan dalam baris, kolom, huruf Yunani, dan angka tidak semuanya nol, maka $JKB, JKK, JKY,$ dan JKA cenderung mempunyai nilai yang besar sehingga $s_1^2, s_2^2,\ s_3^2$, dan s_4^2 menduga lebih σ^2 (Walpole, 1993: 402).

Nilai dugaan kelima dari σ^2 didasarkan pada derajat kebebasan $(r-1)$ adalah $s_5^2 = \frac{JKP}{(r-1)}$. Jika pengaruh perlakuan sama dengan nol, maka s_5^2 merupakan nilai dugaan takbias dari σ^2. Jika pengaruh perlakuan tidak semuanya nol maka JKP cenderung mempunyai nilai yang besar sehingga s_5^2 menduga lebih σ^2. Nilai dugaan keenam dari σ^2 didasarkan pada derajat kebebasan $(r-1)(r-4)$ dan bersifat bebas dari $s_1^2, s_2^2,\ s_3^2, s_4^2$ dan s_5^2, adalah $s_6^2 = \frac{JKG}{(r-1)(r-4)}$ yang bersifat takbias bagaimanapun keberadaan hipotesis nolnya.

Pengujian hipotesis nol bahwa ada dan tidaknya pengaruh sumber keragaman pertama yang dinyatakan dalam baris dapat dihitung dengan rasio $f_1 = \frac{s_1^2}{s_6^2}$, yang merupakan nilai variabel acak F_1 yang mempunyai sebaran F dengan derajat kebebasan $(r-1)$ dan $(r-1)(r-4)$. Hipotesis nol ditolak pada taraf signifikansi α jika $f_1 > f_\alpha[(r-1), (r-1)(r-4)]$. Pengujian hipotesis nol yang lain dapat dilakukan dengan cara yang sama.

H. Galat ($\boldsymbol{\varepsilon_i}$)

Menurut Neter dkk (1997: 106), residual atau penduga galat adalah nilai antara yang teramati dengan yang diramalkan. Nilainya dinyatakan sebagai berikut:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \tag{2.37}$$

dengan:
Y_i = nilai amatan
$\hat{Y}_i$ = nilai dugaan yang diperoleh dari suatu model

Jika pengamatan yang dilakukan sebanyak *n* maka persamaan regresi linear sederhana dalam lambang matriks dapat ditulis sebagai berikut (Sembiring, 1995: 133):

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Persamaan (2.38) dapat disederhanakan penulisannya menjadi

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.39}$$

Jika $\boldsymbol{b}$ dugaan dari $\boldsymbol{\beta}$ maka dugaan kuadrat terkecil dari (2.39) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{Xb} \tag{2.40}$$

Salah satu sifat dari residual atau penduga galat yaitu rata-rata dari residual $E(e_i) = 0$.

Bukti:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{e} &= \boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{Y}} \\
&= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Xb} \\
E(\boldsymbol{e}) &= E(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Xb}) \\
&= E(\boldsymbol{Y}) - E(\boldsymbol{Xb}) \\
&= \boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{X}E(\boldsymbol{b}) \\
&= \boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{X}E((\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'Y}) \\
&= \boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'}E(\boldsymbol{Y}) \\
&= \boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'X\beta} \\
&= \boldsymbol{X\beta} - \boldsymbol{X\beta} = 0
\end{aligned}$$

Karena $E(e_i) = 0$, maka rata-rata dari galat $E(e_i)$ sama dengan nol sehingga

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n} = 0 \tag{2.41}$$

I. Koefisien Keragaman

Koefisien keragaman merupakan suatu koefisien yang menunjukkan derajat ketelitian suatu kesimpulan yang diperoleh dari suatu percobaan. Koefisein keragaman ini dinyatakan dalam persen (Hanafiah, 2004: 39) yaitu:

$$KK = \frac{\sqrt{KTG}}{\bar{y}} \times 100\% \tag{2.42}$$

dengan:
KK = Koefisien Keragaman
KTG = Kuadrat Tengah Galat
$\bar{y}$ = rata-rata seluruh data percobaan

Pada anakova koefisien keragaman dinyatakan sebagai berikut:

$$KK = \frac{\sqrt{KTGterkoreksi}}{\bar{y}} \times 100\% \tag{2.43}$$

Jika nilai KK semakin kecil maka derajat ketelitian akan semakin tinggi dan keabsahan kesimpulan yang diperoleh dari percobaan tersebut semakin baik.

BAB III

PEMBAHASAN

Analisis kovarians pada rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* dilakukan dengan memurnikan variabel konkomitan dari model linear. Pada bab ini dijelaskan prosedur dan penerapan analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) dengan satu variabel konkomitan, dengan pengendalian empat sumber keragaman, dan dalam model tetap.

A. Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

Analisis kovarians merupakan suatu teknik yang mengkombinasikan analisis variansi dengan analisis regresi yang dapat digunakan untuk perbaikan ketelitian suatu percobaan (Neter dkk, 1997: 136). Analisis kovarians digunakan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataannya terdapat variabel lain yang muncul dalam suatu percobaan yang tidak dapat dikendalikan, sehingga sangat mempengaruhi variabel respons yang sedang diamati. Variabel ini dinamakan dengan variabel konkomitan.

Model analisis kovarians yaitu menggunakan kombinasi analisis variansi dan analisis regresi dimana model linear untuk sebarang rancangannya merupakan model analisis variansi ditambah suatu variabel tambahan untuk menggambarkan adanya variabel konkomitan. Diberikan model analisis variansi untuk Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) yaitu:

$$Y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \tau_m + \varepsilon_{ijklm} \tag{3.1}$$

dengan:

i	=	1,2,3, …. r
j	=	1,2,3, …. r
k	=	1,2,3, …. r
l	=	1,2,3, …. r
m	=	1,2,3, …. r
Y_{ijklm}	=	nilai pengamatan pada perlakuan ke-m dalam baris ke-i, kolom ke-j, yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k, dan angka ke-l.
μ	=	rata-rata sesungguhnya
α_i	=	pengaruh aditif dari baris ke-i
β_j	=	pengaruh aditif dari kolom ke-j
γ_k	=	pengaruh aditif dari sifat yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k
δ_l	=	pengaruh aditif dari angka ke-l
τ_m	=	pengaruh aditif dari perlakuan ke-m
ε_{ijklm}	=	pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke-m dalam baris ke-i, kolom ke-j, yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k, dan angka ke-l.

Model linear aditif untuk analisis regresi yaitu:

$$Y_{ijklm} = \mu + \theta\left(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}\right) + \varepsilon_{ijklm} \tag{3.2}$$

Penggabungan persamaan (3.1) dan (3.2) diperoleh model analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) sebagai berikut:

$$Y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \tau_m + \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) + \varepsilon_{ijklm} \tag{3.3}$$

dengan:

i	=	1,2,3, …. r

j	=	1,2,3, …. r
k	=	1,2,3, …. r
l	=	1,2,3, …. r
m	=	1,2,3, …. r
Y_{ijklm}	=	nilai pengamatan pada perlakuan ke-m dalam baris ke-i, kolom ke-j, yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k, dan angka ke-l.
μ	=	rata-rata sesungguhnya
α_i	=	pengaruh aditif dari baris ke-i
β_j	=	pengaruh aditif dari kolom ke-j
γ_k	=	pengaruh aditif dari sifat yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k
δ_l	=	pengaruh aditif dari angka ke-l
τ_m	=	pengaruh aditif dari perlakuan ke-m
ε_{ijklm}	=	pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke-m dalam baris ke-i, kolom ke-j, yang berkaitan dengan huruf Yunani ke-k, dan angka ke-l.
X_{ijklm}	=	observasi ke-*ijklm* pada variabel konkomitan.
$\left(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}\right)$	=	variabel tambahan yang merefleksikan hubungan X dan Y
θ	=	koefisien regresi yang menunjukkan ketergantungan Y_{ijklm} pada X_{ijklm}.

B. Prosedur Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

Prosedur analisis kovarians yang akan dibahas adalah analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL).

1. Pengujian Asumsi Analisis Kovarians pada RBHGL

Pengujian asumsi pada analisis kovarians yaitu:

a. Variabel konkomitan (X) tidak berkolerasi dengan perlakuan yang dicobakan.

Hipotesis untuk uji tersebut yaitu:

1. H_0 : variabel konkomitan (X) tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

   H_1 : variabel konkomitan (X) berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

2. Taraf signifikansi : α

3. Statistik uji: $F = \frac{JKP_x/_{t-1}}{JKG_x/_{t(r-1)}}$ (3.4)

   dengan:
   JKP_x = Jumlah kuadrat perlakuan untuk variabel X
   JKG_x = Jumlah kuadrat galat untuk variabel X

4. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(t-1,t(r-1))}$

   dengan:
   t = banyaknya perlakuan
   r = banyaknya ulangan

5. Perhitungan

6. Kesimpulan

b. Hubungan antara variabel konkomitan (X) dan variabel respons (Y) bersifat linear. Asumsi tersebut dapat diketahui dari plot X dan Y yaitu jika titik-titik amatan mengikuti arah garis lurus maka menunjukkan kecenderungan bahwa hubungan kedua variabel tersebut bersifat linear.

c. Galat percobaan berdistribusi normal. Asumsi tersebut dapat diselidiki dengan menggunakan grafik peluang normal dari galat. Jika titik-titik amatan mengikuti arah garis diagonal maka galat tersebut berdistribusi normal.

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil atau *Least Square Error Method* yaitu suatu metode yang meminimumkan kuadrat error, sehingga dapat ditentukan penduga dari parameter $\mu, \alpha_i, \beta_j, \gamma_k, \delta_l, \tau_m, \theta$. Dari model linear (3.3) dapat ditulis kembali dalam bentuk sebagai berikut:

$$\varepsilon_{ijklm} = Y_{ijklm} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) \quad (3.5)$$

Setelah dikuadratkan dan dijumlahkan menurut *i,j,k,l,m* kedua ruas persamaan (3.5) tersebut, dengan Q adalah total kuadrat error sehingga diperoleh:

$$Q = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{r} \sum_{m=1}^{r} {\varepsilon_{ijklm}}^2$$

$$Q = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{r} \sum_{m=1}^{r} \big(Y_{ijklm} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big)^2 \quad (3.6)$$

Nilai jumlahan menurut *i,j,k,l,m* sama dengan r^2 karena pada RBHGL memerlukan r^2 unit percobaan. Untuk menentukan penduga parameter $\mu, \alpha_i, \beta_j, \gamma_k, \delta_l, \tau_m, \theta$ yang menghasilkan Q minimum diselesaikan sebagai berikut:

1) Estimasi parameter μ

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu} = -2 \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{r} \sum_{m=1}^{r} \big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k -$$

$\delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k -$

$\hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} -$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \hat{\mu} - r\sum_{i=1}^{r}\hat{\alpha}_i - r\sum_{j=1}^{r}\hat{\beta}_j -$

$r\sum_{k=1}^{r}\hat{\gamma}_k - r\sum_{l=1}^{r}\hat{\delta}_l - r\sum_{m=1}^{r}\hat{\tau}_m -$

$\hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$

diketahui bahwa:

$\sum_{i=1}^{r}\alpha_i = 0, \sum_{j=1}^{r}\beta_j = 0, \sum_{k=1}^{r}\gamma_k = 0, \sum_{l=1}^{r}\delta_l = 0, \sum_{m=1}^{r}\tau_m = 0$

sehingga persamaan tersebut menjadi:

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} -$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \hat{\mu} -$

$\hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm} +$

$\hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \bar{X}_{.....} = 0$

$\Leftrightarrow Y_{.....} - r^2\hat{\mu} - \hat{\theta}X_{.....} + \hat{\theta}r^2\frac{X_{.....}}{r^2} = 0$

$\Leftrightarrow Y_{.....} - r^2\hat{\mu} - \hat{\theta}X_{.....} + \hat{\theta}X_{.....} = 0$

$\Leftrightarrow Y_{.....} - r^2\hat{\mu} = 0$

$\Leftrightarrow \hat{\mu} = \frac{Y_{.....}}{r^2} = \bar{Y}_{.....}$ (3.7)

2) Estimasi parameter α_i

$\frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} = 0$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} = -2\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \beta_j - \gamma_k -$$

$$\delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m -$$

$$\hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} - \sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\mu} -$$

$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\alpha}_i - r\sum_{j=1}^{r}\hat{\beta}_j - r\sum_{k=1}^{r}\hat{\gamma}_k - r\sum_{l=1}^{r}\hat{\delta}_l -$$

$$r\sum_{m=1}^{r}\hat{\tau}_m - \hat{\theta}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{i....} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i - \hat{\theta}X_{i....} + \hat{\theta}r\frac{X_{.....}}{r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{i....} - r\bar{Y}_{.....} - r\hat{\alpha}_i - \hat{\theta}X_{i....} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \frac{Y_{i....} - r\bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}X_{i....} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r}}{r}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\bar{X}_{i....} + \hat{\theta}\bar{X}_{.....}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{i....} - \bar{X}_{.....}) \qquad (3.8)$$

3) Estimasi parameter β_j

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_j} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_j} = -2\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \alpha_i - \hat{\beta}_j - \gamma_k -$$

$$\delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m -$$

$$\hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} - \sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\mu} - r\sum_{i=1}^{r}\hat{\alpha}_i - \sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\beta}_j - r\sum_{k=1}^{r}\hat{\gamma}_k - r\sum_{l=1}^{r}\hat{\delta}_l - r\sum_{m=1}^{r}\hat{\tau}_m - \hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{.j...} - r\hat{\mu} - r\hat{\beta}_j - \hat{\theta}X_{.j...} + \hat{\theta}r\frac{X_{.....}}{r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{.j...} - r\bar{Y}_{.....} - r\hat{\beta}_j - \hat{\theta}X_{.j...} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_j = \frac{Y_{.j...} - r\bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}X_{.j...} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r}}{r}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\bar{X}_{.j...} + \hat{\theta}\bar{X}_{.....}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{.j...} - \bar{X}_{.....}\right) \tag{3.9}$$

4) Estimasi parameter γ_k

$$\frac{\partial Q}{\partial \gamma_k} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \gamma_k} = -2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \hat{\gamma}_k - \delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\mu} - r\sum_{i=1}^{r}\hat{\alpha}_i - r\sum_{j=1}^{r}\hat{\beta}_j - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\gamma}_k - r\sum_{l=1}^{r}\hat{\delta}_l - r\sum_{m=1}^{r}\hat{\tau}_m - \hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{..k..} - r\hat{\mu} - r\hat{\gamma}_k - \hat{\theta}X_{..k..} + \hat{\theta}r\frac{X_{.....}}{r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{..k..} - r\bar{Y}_{.....} - r\hat{\gamma}_k - \hat{\theta}X_{..k..} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \hat{\gamma}_k = \frac{Y_{..k..} - r\bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}X_{..k..} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r}}{r}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\gamma}_k = \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\bar{X}_{..k..} + \hat{\theta}\bar{X}_{.....}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\gamma}_k = \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..k..} - \bar{X}_{.....}) \tag{3.10}$$

5) Estimasi parameter δ_l

$$\frac{\partial Q}{\partial \delta_l} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \delta_l} = -2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \hat{\delta}_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \hat{\mu} - r\sum_{i=1}^{r}\alpha_i - r\sum_{j=1}^{r}\beta_j - r\sum_{k=1}^{r}\gamma_k - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\hat{\delta}_l - r\sum_{m=1}^{r}\hat{\tau}_m - \hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{...l.} - r\hat{\mu} - r\hat{\delta}_l - \hat{\theta}X_{...l.} + \hat{\theta}r\frac{X_{.....}}{r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{...l.} - r\bar{Y}_{.....} - r\hat{\delta}_l - \hat{\theta}X_{...l.} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \hat{\delta}_l = \frac{Y_{...l.} - r\bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}X_{...l.} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r}}{r}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\delta}_l = \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\bar{X}_{...l.} + \hat{\theta}\bar{X}_{.....}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\delta}_l = \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...l.} - \bar{X}_{.....}) \tag{3.11}$$

6) Estimasi parameter τ_m

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_m} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_m} = -2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_l - \hat{\tau}_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m -$

$\hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big) = 0$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r} Y_{ijklm} - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\hat{\mu} -$

$r\sum_{i=1}^{r}\hat{\alpha}_i - r\sum_{j=1}^{r}\hat{\beta}_j - r\sum_{k=1}^{r}\hat{\gamma} - r\sum_{l=1}^{r}\hat{\delta}_l -$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\hat{\tau}_m -$

$\hat{\theta}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$

$\Leftrightarrow Y_{....m} - r\hat{\mu} - r\hat{\tau}_m - \hat{\theta}X_{....m} + \hat{\theta}r\frac{X_{.....}}{r^2} = 0$

$\Leftrightarrow Y_{....m} - r\bar{Y}_{.....} - r\hat{\tau}_m - \hat{\theta}X_{....m} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r} = 0$

$\Leftrightarrow \hat{\tau}_m = \frac{Y_{....m} - r\bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}X_{....m} + \hat{\theta}\frac{X_{.....}}{r}}{r}$

$\Leftrightarrow \hat{\tau}_m = \bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\bar{X}_{....m} + \hat{\theta}\bar{X}_{.....}$

$\Leftrightarrow \hat{\tau}_m = \bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....m} - \bar{X}_{.....})$ (3.12)

7) Estimasi parameter θ

$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$

$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = -2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k -$

$\delta_l - \tau_m - \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k -$

$\hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})\big)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) = 0$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(Y_{ijklm} - \hat{\mu}\big)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\hat{\alpha}_i)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\big(\hat{\beta}_j\big)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\hat{\gamma}_k)(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\hat{\delta}_l)(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\hat{\tau}_m)(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-\hat{\theta}$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})=0$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11), dan (3.12) diperoleh:

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{.....})(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....}-\hat{\theta}\,(\bar{X}_{i....}-\bar{X}_{.....})\right)$

$(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}-\hat{\theta}\,(\bar{X}_{.j...}-\bar{X}_{.....}))$

$(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....}-\hat{\theta}\,(\bar{X}_{..k..}-\bar{X}_{.....}))$

$(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....}-\hat{\theta}\,(\bar{X}_{...l.}-\bar{X}_{.....}))$

$(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....}-\hat{\theta}\,(\bar{X}_{....m}-\bar{X}_{.....}))$

$(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-\hat{\theta}$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})=0$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{.....})(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})-$

$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....})(X_{ijklm}-\bar{X}_{.....})+$

$$\hat{\theta}\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{i....} - \bar{X}_{.....})\,(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) +$$

$$\hat{\theta}\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{X}_{.j...} - \bar{X}_{.....}\right)(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) +$$

$$\hat{\theta}\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{..k..} - \bar{X}_{.....})\,(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})\,(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) +$$

$$\hat{\theta}\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{...l.} - \bar{X}_{.....})\,(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) +$$

$$\hat{\theta}\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{....m} - \bar{X}_{.....})\,(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) -$$

$$\hat{\theta}\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}\right)$$

$$\left(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow JHKT_{xy} - JHKB_{xy} + \hat{\theta}\,JKB_x - JHKK_{xy} + \hat{\theta}JKK_x - JHKY_{xy} +$$

$$\hat{\theta}JKY_x - JHKA_{xy} + \hat{\theta}JKA_x - JHKP_{xy} + \hat{\theta}JKP_x - \hat{\theta}JKT_x = 0$$

$$\Leftrightarrow JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKY_{xy} - JHKA_{xy} -$$

$$JHKP_{xy} + \hat{\theta}(JKB_x + JKK_x + JKY_x + JKA_x + JKP_x -$$

$$JKT_x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \hat{\theta} = \frac{JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKY_{xy} - JHKA_{xy} - JHKP_{xy}}{JKT_x - JKB_x - JKK_x - JKA_x - JKP_x}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\theta} = \frac{JHKG_{xy}}{JKG_x} \tag{3.13}$$

8) $\hat{\varepsilon}_{ijklm} = Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})$(3.14)

d. Variabel konkomitan (*X*) mempengaruhi variabel respons (*Y*)

Hipotesis untuk uji tersebut yaitu:

1. $H_0 : \theta = 0$ (variabel konkomitan (X) tidak mempengaruhi variabel respons (Y))

   $H_1 : \theta \neq 0$ (variabel konkomitan (X) mempengaruhi variabel respons (Y))
2. Taraf signifikansi: α
3. Statistik uji: $F = \frac{KT\ regresi}{KT\ galat\ terkoreksi}$ (3.15)
4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(db\ regresi, db\ galat\ terkoreksi)}$
5. Perhitungan
6. Kesimpulan

Jika asumsi-asumsi tersebut telah dipenuhi maka dapat dilanjutkan ke pengujian hipotesis.

2. Pengujian Hipotesis

a. Menentukan hipotesis:

1. Pengaruh perlakuan

   $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_r = 0$ (tidak ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

   H_1 : minimal ada satu $\tau_m \neq 0$ (ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)
2. Pengaruh baris

   $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0$ (tidak ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

H_1 : minimal ada satu $\alpha_i \neq 0$ (ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

3. Pengaruh kolom

   $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_r = 0$ (tidak ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

   H_1 : minimal ada satu $\beta_j \neq 0$ (ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

4. Pengaruh huruf Yunani

   $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_r = 0$ (tidak ada pengaruh huruf Yunani terhadap respons yang diamati)

   H_1 : minimal ada satu $\gamma_k \neq 0$ (ada pengaruh huruf Yunani terhadap respons yang diamati)

5. Pengaruh angka

   $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_r = 0$ (tidak ada pengaruh angka terhadap respons yang diamati)

   H_1 : minimal ada satu $\delta_l \neq 0$ (ada pengaruh angka terhadap respons yang diamati)

b. Taraf signifikansi: α

c. Statistik uji:

1. Pengaruh perlakuan

   $$F = \frac{KTP\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi} \tag{3.16}$$

   dengan:
   KTP = Kuadrat Tengah Perlakuan
   KTG = Kuadrat Tengah Galat

2. Pengaruh baris

$$F = \frac{KTB\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi} \tag{3.17}$$

dengan:
KTB = Kuadrat Tengah Baris
KTG = Kuadrat Tengah Galat

3. Pengaruh kolom

$$F = \frac{KTK\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi} \tag{3.18}$$

dengan:
KTK = Kuadrat Tengah Kolom
KTG = Kuadrat Tengah Galat

4. Pengaruh huruf Yunani

$$F = \frac{KTY\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi} \tag{3.19}$$

dengan:
KTY = Kuadrat Tengah huruf Yunani
KTG = Kuadrat Tengah Galat

5. Pengaruh angka

$$F = \frac{KTA\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi} \tag{3.20}$$

dengan:
KTA = Kuadrat Tengah Angka
KTG = Kuadrat Tengah Galat

d. Kriteria keputusan:

1. Pengaruh perlakuan

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbP,dbG)}$

dengan:
dbP = derajat bebas perlakuan
dbG = derajat bebas galat

2. Pengaruh baris

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbB,dbG)}$

dengan:
dbB = derajat bebas baris

dbG = derajat bebas galat

3. Pengaruh kolom

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbK,dbG)}$

   dengan:
   dbK = derajat bebas kolom

   dbG = derajat bebas galat

4. Pengaruh huruf Yunani

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbY,dbG)}$

   dengan:
   dbY = derajat bebas huruf Yunani

   dbG = derajat bebas galat

5. Pengaruh angka

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbA,dbG)}$

   dengan:
   dbA = derajat bebas Angka

   dbG = derajat bebas galat

e. Perhitungan:

Dalam kasus analisis kovarians digunakan rumus seperti halnya pada analisis varians yaitu rumus untuk mencari jumlah kuadrat untuk X, Y dan jumlah hasil kali XY. Perhitungan jumlah kuadrat untuk X, Y serta jumlah hasil kali XY sebagai berikut:

1. Jumlah Kuadrat Total (JKT) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Total $(JHKT)$ dari XY

$$JKT_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}{}^2 - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} \tag{3.21}$$

$$JKT_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm}{}^2 - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} \tag{3.22}$$

$$JHKT_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}\right)\left(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{.....}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}\ Y_{ijklm} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} \tag{3.23}$$

2. Jumlah Kuadrat Baris (JKB) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Baris $(JHKB)$ dari XY

$$JKB_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{i....} - \bar{X}_{.....})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{X_{i....}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} \tag{3.24}$$

$$JKB_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i....}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} \tag{3.25}$$

$$JHKB_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{i....} - \bar{X}_{.....})(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{X_{i....}Y_{i....}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} \tag{3.26}$$

3. Jumlah Kuadrat Kolom (JKK) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Kolom $(JHKK)$ dari XY

$$JKK_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{X}_{.j...} - \bar{X}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{X_{.j...}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} \tag{3.27}$$

$$JKK_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} \tag{3.28}$$

$$JHKK_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{.j...} - \bar{X}_{.....})\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{X_{.j...}Y_{.j...}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} \tag{3.29}$$

4. Jumlah Kuadrat Yunani (JKY) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Yunani $(JHKY)$ dari XY

$$JKY_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{..k..} - \bar{X}_{.....})^2$$

$$= \sum_{k=1}^{r}\frac{X_{..k..}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} \qquad (3.30)$$

$$JKY_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{..k..}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} \qquad (3.31)$$

$$JHKY_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{..k..} - \bar{X}_{.....})(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})$$

$$= \sum_{k=1}^{r}\frac{X_{..k..}Y_{..k..}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} \qquad (3.32)$$

5. Jumlah Kuadrat Angka (JKA) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Angka $(JHKA)$ dari XY

$$JKA_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{X}_{...l.} - \bar{X}_{.....})^2$$

$$= \sum_{l=1}^{r}\frac{X_{...l.}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} \qquad (3.33)$$

$$JKA_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{l=1}^{r} \frac{Y_{...l.}{}^{2}}{r} - \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}} \tag{3.34}$$

$$JHKA_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{X}_{...l.} - \bar{X}_{.....})(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})$$

$$= \sum_{l=1}^{r} \frac{X_{...l.}Y_{...l.}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^{2}} \tag{3.35}$$

6. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Perlakuan (JKP) dari XY

$$JKP_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{X}_{....m} - \bar{X}_{.....})^2$$

$$= \sum_{m=1}^{r} \frac{X_{....m}{}^{2}}{r} - \frac{X_{.....}{}^{2}}{r^{2}} \tag{3.36}$$

$$JKP_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{m=1}^{r} \frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}} \tag{3.37}$$

$$JHKP_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})(\bar{X}_{....m} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \sum_{m=1}^{r} \frac{X_{....m}Y_{....m}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^{2}} \tag{3.38}$$

7. Jumlah Kuadrat Galat (JKG) dari X, Y dan Jumlah Hasil Kali Galat $(JHKG)$ dari XY

$$JKG_x = JKT_x - JKB_x - JKK_x - JKY_x - JKA_x - JKP_x \quad (3.39)$$

$$JKG_y = JKT_y - JKB_y - JKK_y - JKY_y - JKA_y - JKP_y \quad (3.40)$$

$$JHKG_{xy} = JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKY_{xy} - JHKA_{xy} - JHKP_{xy} \quad (3.41)$$

8. Jumlah Kuadrat Terkoreksi

Jumlah Kuadrat Galat terkoreksi $Y\left(JKG_y terkoreksi\right)$ adalah

$$JKG_y terkoreksi = JKG_y - \frac{\left(JHKG_{xy}\right)^2}{JKG_x} \quad (3.42)$$

Jumlah Kuadrat (perlakuan+galat) terkoreksi adalah

$$JK(P+G) terkoreksi = \left(JKP_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKP_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKP_x + JKG_x} \quad (3.43)$$

Jumlah Kuadrat Perlakuan terkoreksi $Y\left(JKP_y terkoreksi\right)$ adalah

$$JKP_y terkoreksi = JK(P+G) terkoreksi - JKG_y terkoreksi \quad (3.44)$$

Jumlah Kuadrat (baris+galat) terkoreksi adalah

$$JK(B+G) terkoreksi = \left(JKB_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKB_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKB_x + JKG_x} \quad (3.45)$$

Jumlah Kuadrat Baris terkoreksi $Y\left(JKB_y terkoreksi\right)$ adalah

$$JKB_y terkoreksi = JK(B+G) terkoreksi - JKG_y terkoreksi \quad (3.46)$$

Jumlah Kuadrat (kolom+galat) terkoreksi adalah

$$JK(K+G) terkoreksi = \left(JKK_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKK_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKK_x + JKG_x} \quad (3.47)$$

Jumlah Kuadrat Kolom terkoreksi $Y\left(JKK_y terkoreksi\right)$ adalah

$$JKK_y terkoreksi = JK(K+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi \quad (3.48)$$

Jumlah Kuadrat (huruf Yunani+galat) terkoreksi adalah

$$JK(Y+G)terkoreksi = \left(JKY_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKY_{xy}+JHKG_{xy}\right)^2}{JKY_x+JKG_x} \quad (3.49)$$

Jumlah Kuadrat huruf Yunani terkoreksi Y $\left(JKY_y terkoreksi\right)$ adalah

$$JKY_y terkoreksi = JK(Y+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi \quad (3.50)$$

Jumlah Kuadrat (angka+galat) terkoreksi adalah

$$JK(A+G)terkoreksi = \left(JKA_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKA_{xy}+JHKG_{xy}\right)^2}{JKA_x+JKG_x} \quad (3.51)$$

Jumlah Kuadrat Angka terkoreksi Y $\left(JKA_y terkoreksi\right)$ adalah

$$JKA_y terkoreksi = JK(A+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi \quad (3.52)$$

9. Derajat bebas (db) terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, kolom, huruf Yunani, dan angka

   db galat terkoreksi = $(r-1)(r-4)-1$ (3.53)

   db perlakuan terkoreksi = $(r-1)$ (3.54)

   db baris terkoreksi = $(r-1)$ (3.55)

   db kolom terkoreksi = $(r-1)$ (3.56)

   db huruf Yunani terkoreksi = $(r-1)$ (3.57)

   db angka terkoreksi = $(r-1)$ (3.58)

10. Kuadrat Tengah

$$KTG\ terkoreksi = \frac{JKG_y terkoreksi}{db\ galat\ terkoreksi} \quad (3.59)$$

$$KTP\ terkoreksi = \frac{JKP_y terkoreksi}{db\ perlakuan\ terkoreksi} \quad (3.60)$$

$$KTB\ terkoreksi = \frac{JKB_y terkoreksi}{db\ baris\ terkoreksi} \quad (3.61)$$

$$KTK\ terkoreksi = \frac{JKK_y terkoreksi}{db\ kolom\ terkoreksi} \quad (3.62)$$

$$KTY\ terkoreksi = \frac{JKY_y terkoreksi}{db\ \ huruf\ Yunani\ terkoreksi} \quad (3.63)$$

$$KTA\ terkoreksi = \frac{JKA_y terkoreksi}{db\ \ angka\ terkoreksi} \quad (3.64)$$

11. F hitung diperoleh dari hasil bagi Kuadrat Tengah terkoreksi dengan Kuadrat Tengah Galat terkoreksi.

Tabel 3.1
Tabel Analisis Kovarians pada RBHGL

SV	Sebelum dikoreksi				KT	db	Setelah dikoreksi			
	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}	$Regresi$	$Regresi$	db	JK	KT	F_{hit}
Baris	r-1	JKB_x	JKB_y	$JHKB_{xy}$	-	-	r-1	JKB (kor)	$\frac{JKB(kor)}{dbB}$	$\frac{KTB(kor)}{KTG(kor)}$
Kolom	r-1	JKK_x	JKK_y	$JHKK_{xy}$	-	-	r-1	JKK (kor)	$\frac{JKK(kor)}{dbK}$	$\frac{KTK(kor)}{KTG(kor)}$
H.Yunani	r-1	JKY_x	JKY_y	$JHKY_{xy}$	-	-	r-1	JKY (kor)	$\frac{JKY(kor)}{dbY}$	$\frac{KTY(kor)}{KTG(kor)}$
Angka	r-1	JKA_x	JKA_y	$JHKA_{xy}$				JKA (kor)	$\frac{JKA(kor)}{dbA}$	$\frac{KTA(kor)}{KTG(kor)}$
Perlakuan	r-1	JKP_x	JKP_y	$JHKP_{xy}$	-	-	r-1	JKP (kor)	$\frac{JKP(kor)}{dbP}$	$\frac{KTP(kor)}{KTG(kor)}$
Galat	(r-1) (r-4)	JKG_x	JKG_y	$JHKG_{xy}$	$\frac{{JHKG_{xy}}^2}{JKG_x}$	1	(r-1) (r-4) -1	JKG (kor)	$\frac{JKG(kor)}{dbG}$	-
Total	r^2-1	JKT_x	JKT_y	$JHKT_{xy}$	-	-	r^2-2	-	-	-

f. Kesimpulan

C. Penerapan Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

1. Contoh penerapan analisis kovarians pada RBHGL dalam bidang industri terinspirasi dari soal dalam buku *Metode Perancangan Percobaan* karangan Gasperzs (1991 : 385) yang sudah dimodifikasi agar sesuai dengan RBHGL.

   Suatu percobaan ingin mengetahui pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan untuk dipergunakan dalam industri tekstil. Diketahui bahwa kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan juga tergantung pada diameter serat daun nanas tersebut. Perlakuan ditetapkan terdiri dari lima frekuensi putaran mesin decorticartor yaitu A, B, C, D, E dengan masing-masing perlakuan:

   A : frekuensi putaran mesin ke-1 (2 putaran/detik)

   B : frekuensi putaran mesin ke-2 (3 putaran/detik)

   C : frekuensi putaran mesin ke-3 (4 putaran/detik)

   D : frekuensi putaran mesin ke-4 (5 putaran/detik)

   E : frekuensi putaran mesin ke-5 (6 putaran/detik)

   Percobaan tersebut dilakukan pengendalian melalui empat sumber keragaman yaitu kadar air dalam serat daun nanas, tingkat kehalusan, tingkat elastisitas (mulur), dan daya serap serat daun nanas. Sebagai sumber keragaman baris digunakan kadar air dalam serat daun nanas yang terdiri dari lima kadar air yaitu 50%, 60%, 70%, 80%, dan 90%. Sebagai sumber keragaman kolom digunakan tingkat kehalusan yang terdiri dari lima yaitu (10-15) microns, (16-20) microns, (21-25) microns, (26-30) microns, dan (31-35) microns. Sebagai sumber keragaman huruf Yunani digunakan tingkat elastisitas (mulur) yang terdiri dari (1-2)%, (3-4)%, (5-6)%, (7-8)% dan (9-10)% yang selanjutnya dinotasikan dengan α, β, γ, δ, dan ε. Dan sebagai sumber keragaman angka digunakan daya serap serat daun nanas yang terdiri dari lima daya serap yaitu 9%, 10%, 11%, 12%, dan 13% yang selanjutnya dinotasikan dengan 1, 2, 3, 4, dan 5. Diameter serat daun nanas diukur dalam satuan milimeter (mm) dianggap sebagai variabel konkomitan (X), sedangkan kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan diukur dalam satuan tertentu sebagai variabel respons (Y). Berdasarkan permasalahan tersebut, dapat diselesaikan dengan analisis kovarians menggunakan Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL) dengan empat sumber keragaman, dengan satu variabel konkomitan, dalam model tetap, dan dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$. Data percobaan dapat dilihat pada tabel 3.2 sebagai berikut:

Tabel 3.2
Data Kekuatan Serat Daun Nanas (Y) dan Diameter Serat Daun Nanas(X)

Kadar Air	Tingkat Kehalusan (microns)										Total	
	(10-15)		(16-20)		(21-25)		(26-30)		(31-35)			
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
50%	6	6 $A_1\alpha$	9	11 $B_2\beta$	9	10 $C_3\gamma$	7	7 $D_4\delta$	10	12 $E_5\varepsilon$	41	46
60%	8	7 $B_5\gamma$	6	7 $C_1\delta$	12	11 $D_2\varepsilon$	8	10 $E_3\alpha$	12	14 $A_4\beta$	46	49
70%	11	10 $C_4\varepsilon$	8	9 $D_5\alpha$	8	7 $E_1\beta$	8	8 $A_2\gamma$	10	8 $B_3\delta$	45	42
80%	8	7 $D_3\beta$	11	12 $E_4\gamma$	9	8 $A_5\delta$	11	13 $B_1\varepsilon$	9	8 $C_2\alpha$	48	48
90%	9	10 $E_2\delta$	8	10 $A_3\varepsilon$	6	7 $B_4\alpha$	9	10 $C_5\beta$	12	13 $D_1\gamma$	44	50
Total	42	40	42	49	44	43	43	48	53	55	224	235

Data total tingkat elastisitas (mulur):

	(1-2)% (α)	(3-4)% (β)	(5-6)% (γ)	(7-8)% (δ)	(9-10)% (ε)
X	37	46	48	41	52
Y	40	49	50	40	56

Data total daya serap serat:

	9% (1)	10% (2)	11% (3)	12% (4)	13% (5)
X	43	47	43	47	44
Y	46	48	45	50	46

Data total frekuensi putaran mesin:

	A	B	C	D	E
X	43	44	44	47	46
Y	46	46	45	47	51

Model linear untuk percobaan menggunakan RBHGL dengan mengikutsertakan satu variabel konkomitan (X) adalah:

$$Y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \tau_m + \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) + \varepsilon_{ijklm} \quad (3.64)$$

dengan:

i = 1, 2, 3, 4, 5

j = 1, 2, 3, 4, 5

k = 1, 2, 3, 4, 5

l = 1, 2, 3, 4, 5

m = 1, 2, 3, 4, 5

Y_{ijklm} = nilai pengamatan kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan dengan frekuensi putaran mesin ke-m pada kadar air dalam serat daun nanas ke-i, tingkat kehalusan ke-j, tingkat elastisitas (mulur) ke-k, dan daya serap serat daun nanas ke-l

μ = rata-rata kekuatan serat daun nanas yang sesungguhnya

α_i = pengaruh aditif dari kadar air dalam serat daun nanas ke-i

β_j	=	pengaruh aditif dari tingkat kehalusan ke-j
γ_k	=	pengaruh aditif dari tingkat elastisitas (mulur) ke- k
δ_l	=	pengaruh aditif dari daya serap serat daun nanas ke-l
τ_m	=	pengaruh aditif dari frekuensi putaran mesin ke-m
ε_{ijklm}	=	pengaruh galat percobaan yang timbul pada kadar air dalam serat daun nanas ke-i, tingkat kehalusan ke-j, tingkat elastisitas (mulur) ke-k, dan daya serap serat daun nanas ke-l dari frekuensi putaran mesin ke-m
X_{ijklm}	=	pengamatan diameter serat daun nanas yang dihasilkan dengan frekuensi putaran mesin ke-m pada kadar air dalam serat daun nanas ke-i, tingkat kehalusan ke-j, tingkat elastisitas (mulur) ke-k, dan daya serap serat daun nanas ke-l
$\bar{X}_{.....}$	=	nilai rata-rata diameter serat daun nanas yang diukur
θ	=	koefisien regresi yang menunjukkan hubungan ketergantungan kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan (Y) pada diameter serat daun nanas (X)

1. Tahap pengecekan asumsi

   a. Variabel konkomitan (X) tidak berkolerasi dengan perlakuan yang dicobakan.

   Hipotesis untuk uji tersebut yaitu:

   1. H_0 : diameter serat daun nanas tidak berkorelasi dengan frekuensi putaran mesin.

      H_1 : diameter serat daun nanas berkorelasi dengan frekuensi putaran mesin.

   2. Taraf signifikansi : α = 0,05

   3. Statistik uji: $F = \frac{JKP_x/_{t-1}}{JKG_x/_{t(r-1)}}$

      dengan:
      JKP_x = Jumlah kuadrat perlakuan untuk variabel X

JKG_x = Jumlah kuadrat galat untuk variabel X

4. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(t-1,t(r-1))}$

   dengan:
   t = banyaknya perlakuan
   r = banyaknya ulangan

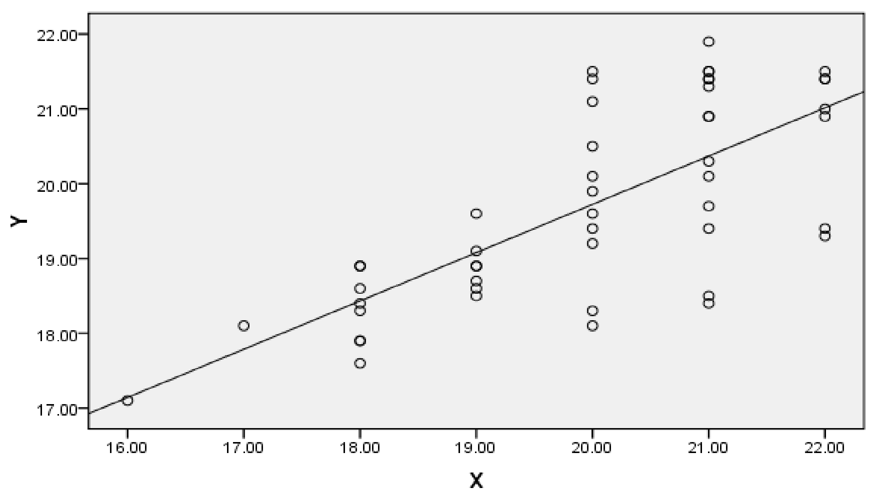
5. Perhitungan: Perhitungan JKP_x dan JKG_x dapat dilihat pada halaman 72-73 dan nilai $F_{0,05(4,20)}$ dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 125.

   $$F = \frac{2{,}16/4}{22{,}96/20} = 0{,}470383275$$

   $$F_{0,05(4,20)} = 2{,}87$$

6. Kesimpulan: karena $F_{hit} < F_{0,05(4,20)}$ yaitu $0{,}470383275 < 2{,}87$ sehingga H_0 diterima. Artinya diameter serat daun nanas tidak berkorelasi dengan frekuensi putaran mesin.

b. Hubungan antara diameter serat dan kekuatan serat bersifat linear.



Dengan menggunakan SPSS *versi 16* diperoleh hasil yang menunjukkan bahwa hubungan antara diameter serat daun nanas (variabel X) dengan kekuatan serat daun nanas (variabel Y) mengikuti arah garis lurus, yang artinya kecenderungan hubungan antara diameter serat daun nanas (variabel X) dengan kekuatan serat daun nanas (variabel Y) bersifat linear.

c. Galat percobaan berdistribusi normal.

Prosedur untuk mencari komponen galat percobaan adalah:

1. $\hat{\mu}_Y = \bar{Y}_{.....} = \frac{Y_{.....}}{r^2} = \frac{235}{5^2} = 9{,}4$

2. $\hat{\mu}_X = \bar{X}_{.....} = \frac{X_{.....}}{r^2} = \frac{224}{5^2} = 8{,}96$

3. $\hat{\theta} = \frac{JHKG_{xy}}{JKG_x} = \frac{27{,}6}{22{,}96} = 1{,}202090592$

4. $\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{i....} - \bar{X}_{.....})$

$\hat{\alpha}_1 = \bar{Y}_{1....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{1....} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{46}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{41}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= 0{,}71358885$

$\hat{\alpha}_2 = \bar{Y}_{2....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{2....} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{49}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{46}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= 0{,}111498258$

$\hat{\alpha}_3 = \bar{Y}_{3....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{3....} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{42}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{45}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -1{,}048083624$

$\hat{\alpha}_4 = \bar{Y}_{4....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{4....} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{48}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{48}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -0{,}569337979$

$\hat{\alpha}_5 = \bar{Y}_{5....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{5....} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{50}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{44}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= 0{,}792334495$

5. $\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{.j...} - \bar{X}_{.....}\right)$

$\hat{\beta}_1 = \bar{Y}_{.1...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.1...} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{40}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{42}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -0{,}726829268$

$\hat{\beta}_2 = \bar{Y}_{.2...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.2...} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{49}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{42}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= 1{,}073170732$

$\hat{\beta}_3 = \bar{Y}_{.3...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.3...} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{43}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{44}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -0{,}607665505$

$\hat{\beta}_4 = \bar{Y}_{.4...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.4...} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{48}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{43}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= 0{,}632752613$

$\hat{\beta}_5 = \bar{Y}_{.5...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.5...} - \bar{X}_{.....})$

$$= \left(\frac{55}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{53}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= -0{,}371428571$$

6. $\hat{\gamma}_k = \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..k..} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\gamma}_\alpha = \bar{Y}_{..\alpha..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\alpha..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{40}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{37}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= 0{,}475261324$$

$$\hat{\gamma}_\beta = \bar{Y}_{..\beta..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{..\beta..} - \bar{X}_{.....}\right)$$

$$= \left(\frac{49}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{46}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= 0{,}111498258$$

$$\hat{\gamma}_\gamma = \bar{Y}_{..\gamma..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{..\gamma..} - \bar{X}_{.....}\right)$$

$$= \left(\frac{50}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{48}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= -0{,}169337979$$

$$\hat{\gamma}_\delta = \bar{Y}_{..\delta..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\delta..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{40}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{41}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= -0{,}48641115$$

$$\hat{\gamma}_\varepsilon = \bar{Y}_{..\varepsilon..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\varepsilon..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{56}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{52}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= 0{,}068989547$$

7. $\hat{\delta}_l = \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...l.} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\delta}_1 = \bar{Y}_{...1.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...1.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{46}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{43}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= 0{,}232752613$$

$$\hat{\delta}_2 = \bar{Y}_{...2.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...2.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{48}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{47}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= -0{,}328919861$$

$$\hat{\delta}_3 = \bar{Y}_{...3.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...3.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{45}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{43}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= 0{,}032752613$$

$$\hat{\delta}_4 = \bar{Y}_{...4.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...4.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{50}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{47}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= 0{,}071080139$$

$$\hat{\delta}_5 = \bar{Y}_{...5.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...5.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{46}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{44}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$$= -0{,}007665505$$

8. $\hat{\tau}_m = \bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....m} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\tau}_A = \bar{Y}_{....A} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....A} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{46}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{43}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$$

$= 0{,}232752613$

$\hat{\tau}_B = \bar{Y}_{....B} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....B} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{46}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{44}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -0{,}007665505$

$\hat{\tau}_C = \bar{Y}_{....C} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....C} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{45}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{44}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -0{,}207665505$

$\hat{\tau}_D = \bar{Y}_{....D} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....D} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{47}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{47}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= -0{,}528919861$

$\hat{\tau}_E = \bar{Y}_{....E} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....E} - \bar{X}_{.....})$

$= \left(\frac{51}{5}\right) - \left(\frac{235}{5^2}\right) - 1{,}202090592\left(\frac{46}{5} - \frac{224}{5^2}\right)$

$= 0{,}511498258$

9. $\hat{\varepsilon}_{ijklm} = Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})$

Galat percobaan untuk baris ke-1, kolom ke-1, huruf Yunani ke-α, angka ke-1, dan perlakuan ke-A yaitu:

$\hat{\varepsilon}_{11A1\alpha} = 6 - 9{,}4 - 0{,}71358885 - (-0{,}726829268) - 0{,}475261324 - 0{,}068989547 - 0{,}232752613 - 1{,}202090592(6 - 8{,}96)$

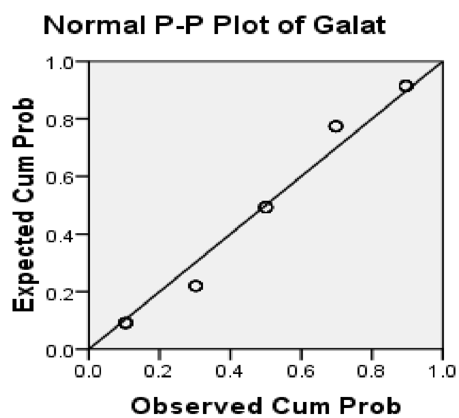
$= -0{,}769337979$

Untuk mencari $\hat{\varepsilon}_{ijklm}$ yang lainnya dapat dikerjakan dengan cara yang sama.

Tabel 3.3
Penduga Galat Percobaan pada Percobaan Frekuensi Putaran Mesin terhadap Kekuatan Serat Daun Nanas

Kadar Air	Tingkat Kehalusan (microns)					Total
	(10-15)	(16-20)	(21-25)	(26-30)	(31-35)	
50%	-0,769	-0,010	0,790	-0,446	0,435	0
60%	-0,446	0,435	-0,769	-0,010	0,790	0
70%	-0,010	0,790	-0,446	0,435	-0,769	0
80%	0,435	-0,769	-0,010	0,790	-0,446	0
90%	0,790	-0,446	0,435	-0,769	-0,010	0
Total	0	0	0	0	0	0

Berdasarkan tabel 3.3 diperoleh grafik normal p-p plot sebagai berikut:



Pada grafik tersebut terlihat bahwa titik-titik mengikuti arah garis diagonal yang artinya galatnya tidak menyimpang terlalu jauh dari suatu sebaran normal sehingga galat percobaan berdistribusi normal.

d. Variabel konkomitan (X) mempengaruhi variabel respons (Y)

Hipotesis untuk uji tersebut yaitu:

1. $H_0 : \theta = 0$ (diameter serat daun nanas tidak mempengaruhi kekuatan serat daun nanas)

   $H_1 : \theta \neq 0$ (diameter serat daun nanas mempengaruhi kekuatan serat daun nanas)

2. Taraf signifikansi: α = 0,05

3. Statistik uji: $F = \frac{KT\ regresi}{KT\ galat\ terkoreksi}$

4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(db\ regresi, db\ galat\ terkoreksi)}$

5. Perhitungan: Perhitungan $JHKG_{xy}$, JKG_x, dan JKG_x terkoreksi dapat dilihat pada halaman 72-73 dan nilai $F_{0,05(1,3)}$ dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 125.

   $$F = \frac{KT\ regresi}{KT\ galat\ terkoreksi}$$

   $$= \frac{{JHKG_{xy}}^2 / JKG_x}{JKG_y Terkoreksi / db}$$

   $$= \frac{27,6^2 / 22,96}{8,022299652 / 3}$$

   $$= 12,40705351$$

   $$F_{0,05(1,3)} = 10,13$$

6. Kesimpulan: karena $F_{hit} > F_{0,05(1,3)}$ yaitu $12,40705351 > 10,13$ sehingga H_0 ditolak. Artinya diameter serat daun nanas mempengaruhi kekuatan serat daun nanas.

Karena asumsi-asumsi tersebut telah terpenuhi sehingga dapat dilanjutkan ke pengujian hipotesis.

2. Pengujian Hipotesis

a. Menetukan hipotesis

1. Pengaruh frekuensi putaran mesin

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$ (tidak ada pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas)

$H_1 : \exists \tau_m \neq 0, m = 1,2,3,4,5$ (ada pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas)

2. Pengaruh kadar air dalam serat daun nanas

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0$ (tidak ada pengaruh kadar air dalam serat daun nanas terhadap kekuatan serat daun nanas)

$H_1 : \exists \alpha_i \neq 0, i = 1,2,3,4,5$ (ada pengaruh kadar air dalam serat daun nanas terhadap kekuatan serat daun nanas)

3. Pengaruh tingkat kehalusan

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$ (tidak ada pengaruh tingkat kehalusan terhadap kekuatan serat daun nanas)

$H_1 : \exists \beta_j \neq 0, j = 1,2,3,4,5$ (ada pengaruh tingkat kehalusan terhadap kekuatan serat daun nanas)

4. Pengaruh tingkat elastisitas (mulur)

   $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = 0$ (tidak ada pengaruh tingkat elastisitas (mulur) terhadap kekuatan serat daun nanas)

   $H_1 : \exists \gamma_k \neq 0, k = 1,2,3,4,5$ (ada pengaruh tingkat elastisitas (mulur) terhadap kekuatan serat daun nanas)

5. Pengaruh daya serap serat daun nanas

   $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_5 = 0$ (tidak ada pengaruh daya serap serat daun nanas terhadap kekuatan serat daun nanas)

   $H_1 : \exists \delta_l \neq 0, l = 1,2,3,4,5$ (ada pengaruh daya serap serat daun nanas terhadap kekuatan serat daun nanas)

b. Taraf signifikansi: $\alpha = 0,05$

c. Statistik uji:

   1. Pengaruh frekuensi putaran mesin sebagai perlakuan

$F = \frac{KTP\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

dengan:

KTP = Kuadrat Tengah Perlakuan
KTG = Kuadrat Tengah Galat

2. Pengaruh kadar air dalam serat daun nanas dinyatakan dalam baris

   $F = \frac{KTB\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

   dengan:
   KTB = Kuadrat Tengah Baris
   KTG = Kuadrat Tengah Galat

3. Pengaruh tingkat kehalusan dinyatakan dalam kolom

   $F = \frac{KTK\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

   dengan:
   KTK = Kuadrat Tengah Kolom
   KTG = Kuadrat Tengah Galat

4. Pengaruh tingkat elastisitas (mulur) dinotasikan dalam huruf Yunani

   $F = \frac{KTY\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$
   dengan:
   KTY = Kuadrat Tengah huruf Yunani
   KTG = Kuadrat Tengah Galat

5. Pengaruh daya serap serat daun nanas dinotasikan dalam angka

   $F = \frac{KTA\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

   dengan:
   KTA = Kuadrat Tengah Angka
   KTG = Kuadrat Tengah Galat

d. Kriteria keputusan:

1. Pengaruh frekuensi putaran mesin sebagai perlakuan

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbP,dbG)}$

dengan:
dbP = derajat bebas perlakuan

dbG = derajat bebas galat

2. Pengaruh kadar air dalam serat daun nanas dinyatakan dalam baris

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbB,dbG)}$

   dengan:
   dbB = derajat bebas baris

   dbG = derajat bebas galat

3. Pengaruh tingkat kehalusan dinyatakan dalam kolom

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbK,dbG)}$

   dengan:
   dbK = derajat bebas kolom

   dbG = derajat bebas galat

4. Pengaruh tingkat elastisitas (mulur) dinotasikan dalam huruf Yunani

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbY,dbG)}$

   dengan:
   dbY = derajat bebas huruf Yunani

   dbG = derajat bebas galat

5. Pengaruh daya serap serat daun nanas dinotasikan dalam angka

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbA,dbG)}$

   dengan:
   dbA = derajat bebas Angka

   dbG = derajat bebas galat

e. Perhitungan:

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm} = 6 + 9 + \cdots + 12 = 224$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} = 6 + 11 + \cdots + 13 = 235$$

$$\frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{224^2}{5^2} = 2007{,}04$$

$$\frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{235^2}{5^2} = 2209$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}{}^2 = 6^2 + 9^2 + \cdots + 12^2 = 2086$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm}{}^2 = 6^2 + 11^2 + \cdots + 13^2 = 2331$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}\ Y_{ijklm} = (6 \times 6) + (9 \times 11) + \cdots + (12 \times 13) = 2187$$

$$\frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} = \frac{224 \times 235}{5^2} = 2105{,}6$$

JKT dan *JHKT* untuk variabel X dan Y

$$JKT_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}{}^2 - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = 2086 - 2007{,}04 = 78{,}96$$

$$JKT_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm}{}^2 - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = 2331 - 2209 = 122$$

$$JHKT_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}\ Y_{ijklm} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} = 2187 - 2105{,}6 = 81{,}4$$

JK dan *JHK* untuk variabel baris

$$JKB_x = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i....}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{41^2 + 46^2 + \cdots + 44^2}{5} - 2007{,}04 = 5{,}36$$

$$JKB_y = \sum_{i=1}^{r} \frac{Y_{i....}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{46^2 + 49^2 + \cdots + 50^2}{5} - 2209 = 8$$

$$JHKB_{xy} = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i....}Y_{i....}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(41 \times 46) + (46 \times 49) + \cdots + (44 \times 50)}{5} - 2105{,}6 = 1{,}2$$

JK dan *JHK* untuk variabel kolom

$$JKK_x = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j...}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{42^2 + 42^2 + \cdots + 53^2}{5} - 2007{,}04 = 17{,}36$$

$$JKK_y = \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{40^2 + 49^2 + \cdots + 55^2}{5} - 2209 = 26{,}8$$

$$JHKK_{xy} = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j...}Y_{.j...}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(42 \times 40) + (42 \times 49) + \cdots + (53 \times 55)}{5} - 2105{,}6 = 16{,}2$$

JK dan *JHK* untuk variabel huruf Yunani

$$JKY_x = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k..}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{37^2 + 46^2 + \cdots + 51^2}{5} - 2007{,}04 = 27{,}76$$

$$JKY_y = \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{40^2 + 49^2 + \cdots + 56^2}{5} - 2209 = 38{,}4$$

$$JHKY_{xy} = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k..}Y_{..k..}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(37 \times 40) + (46 \times 49) + \cdots + (51 \times 56)}{5} - 2105{,}6 = 31{,}6$$

JK dan *JHK* untuk variabel angka

$$JKA_x = \sum_{l=1}^{r} \frac{X_{...l.}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{43^2 + 47^2 + \cdots + 44^2}{5} - 2007{,}04 = 3{,}36$$

$$JKA_y = \sum_{l=1}^{r} \frac{Y_{...l.}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{46^2 + 48^2 + \cdots + 46^2}{5} - 2209 = 3{,}2$$

$$JHKA_{xy} = \sum_{l=1}^{r} \frac{X_{...l.}Y_{...l.}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(43 \times 46) + (47 \times 48) + \cdots + (44 \times 46)}{5} - 2105{,}6 = 3$$

JK dan *JHK* untuk variabel perlakuan

$$JKP_x = \sum_{m=1}^{r} \frac{X_{....m}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{43^2 + 44^2 + \cdots + 46^2}{5} - 2007{,}04 = 2{,}16$$

$$JKP_y = \sum_{m=1}^{r} \frac{Y_{....m}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{46^2 + 46^2 + \cdots + 51^2}{5} - 2209 = 4{,}4$$

$$JHKP_{xy} = \sum_{m=1}^{r} \frac{X_{....m}Y_{....m}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(43 \times 46) + (44 \times 46) + \cdots + (46 \times 51)}{5} - 2105{,}6 = 1{,}8$$

JK dan *JHK* galat untuk variabel *X* dan *Y*

$$JKG_x = JKT_x - JKB_x - JKK_x - JKY_x - JKA_x - JKP_x$$

$$= 78{,}96 - 5{,}36 - 17{,}36 - 27{,}76 - 3{,}36 - 2{,}16 = 22{,}96$$

$$JKG_y = JKT_y - JKB_y - JKK_y - JKY_y - JKA_y - JKP_y$$

$$= 122 - 8 - 26{,}8 - 38{,}4 - 3{,}2 - 4{,}4 = 41{,}2$$

$$JHKG_{xy} = JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKY_{xy} - JHKA_{xy} - JHKP_{xy}$$

$$= 81{,}4 - 1{,}2 - 16{,}2 - 31{,}6 - 3 - 1{,}8 = 27{,}6$$

$$JKG_y terkoreksi = JKG_y - \frac{\left(JHKG_{xy}\right)^2}{JKG_x} = 41{,}2 - \frac{27{,}6^2}{22{,}96} = 8{,}022299652$$

$$JK(P + G) terkoreksi = \left(JKP_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKP_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKP_x + JKG_x}$$

$$= (4{,}4 + 41{,}2) - \frac{(1{,}8 + 27{,}6)^2}{2{,}16 + 22{,}96} = 11{,}19076433$$

$$JKP_y terkoreksi = JK(P + G) terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 11{,}19076433 - 8{,}022299652 = 3{,}168464678$$

$$JK(B + G) terkoreksi = \left(JKB_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKB_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKB_x + JKG_x}$$

$$= (8 + 41{,}2) - \frac{(1{,}2 + 27{,}6)^2}{5{,}36 + 22{,}96} = 19{,}91186441$$

$$JKB_y terkoreksi = JK(B + G) terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 19{,}91186441 - 8{,}022299652 = 11{,}88956476$$

$$JK(K + G) terkoreksi = \left(JKK_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKK_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKK_x + JKG_x}$$

$$= (17{,}36 + 41{,}2) - \frac{(16{,}2 + 27{,}6)^2}{26{,}8 + 22{,}96} = 20{,}41964286$$

$$JKK_y terkoreksi = JK(K + G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 20{,}41964286 - 8{,}022299652 = 12{,}39734321$$

$$JK(Y + G)terkoreksi = \left(JKY_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKY_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKY_x + JKG_x}$$

$$= (38{,}4 + 41{,}2) - \frac{(31{,}6 + 27{,}6)^2}{27{,}76 + 22{,}96} = 10{,}5022082$$

$$JKY_y terkoreksi = JK(Y + G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 10{,}5022082 - 8{,}022299652 = 2{,}479908548$$

$$JK(A + G)terkoreksi = \left(JKA_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKA_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKA_x + JKG_x}$$

$$= (3{,}2 + 41{,}2) - \frac{(3 + 27{,}6)^2}{3{,}36 + 22{,}96} = 8{,}824012158$$

$$JKA_y terkoreksi = JK(A + G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 8{,}824012158 - 8{,}022299652 = 0{,}801712506$$

$$KTG\ terkoreksi = \frac{JKG_y terkoreksi}{(r-1)(r-4)-1} = \frac{8{,}022299652}{3} = 2{,}674099884$$

$$KTP\ terkoreksi = \frac{JKP_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{3{,}168464678}{4} = 0{,}792116169$$

$$KTB\ terkoreksi = \frac{JKB_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{11{,}88956476}{4} = 2{,}97239119$$

$$KTK\ terkoreksi = \frac{JKK_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{12{,}39734321}{4} = 3{,}099335803$$

$$KTY\ terkoreksi = \frac{JKY_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{2{,}479908548}{4} = 0{,}619977137$$

$$KTA\ terkoreksi = \frac{JKA_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{0{,}801712506}{4} = 0{,}200428127$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh frekuensi putaran mesin sebagai perlakuan:

$$F = \frac{KTP(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}792116169}{2{,}674099884} = 0{,}296217869$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh kadar air dalam serat daun nanas dinyatakan dalam baris:

$$F = \frac{KTB(kor)}{KTG(kor)} = \frac{2{,}97239119}{2{,}674099884} = 1{,}111548304$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh tingkat kehalusan dinyatakan dalam kolom:

$$F = \frac{KTK(kor)}{KTG(kor)} = \frac{3{,}099335803}{2{,}674099884} = 1{,}159020209$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh tingkat elastisitas (mulur) dinotasikan dalam huruf Yunani:

$$F = \frac{KTY(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}619977137}{2{,}674099884} = 0{,}231845168$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh daya serap serat daun nanas dinotasikan dalam angka:

$$F = \frac{KTA(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}200428127}{2{,}674099884} = 0{,}074951623$$

Tabel 3.4
Tabel Analisis Kovarians pada Frekuensi Putaran Mesin terhadap Kekuatan Serat Daun Nanas

SV	Sebelum dikoreksi				KT	db	Setelah dikoreksi			F_{hit}
	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}	$Regresi$	$Regresi$	db	JK	KT	
Baris	4	5,36	8	1,2	-	-	4	11,8896	2,9724	1,1115
Kolom	4	17,36	26,8	16,2	-	-	4	12,3973	3,0993	1,1590
H. Yunani	4	27,76	38,4	31,6	-	-	4	2,4799	0,6200	0,2318
Angka	4	3,36	3,2	3	-	-	4	0,8017	0,2004	0,0750
Perlakuan	4	2,16	4,4	1,8	-	-	4	3.1685	0,7921	0,2962
Galat	4	22,96	41,2	27,6	33,178	1	3	8,0223	2,6741	-
Total	24	78,96	122	81,4	-	-	23	-	-	-

f. Kesimpulan

1. Pengaruh frekuensi putaran mesin sebagai perlakuan

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(4,3)}$ yaitu 0,2962 < 9,12 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas.

2. Pengaruh kadar air dalam serat daun nanas dinyatakan dalam baris

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(4,3)}$ yaitu 1,1115 < 9,12 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh kadar air dalam serat daun nanas terhadap kekuatan serat daun nanas.

3. Pengaruh tingkat kehalusan dinyatakan dalam kolom

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(4,3)}$ yaitu 1,1590 < 9,12 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh tingkat kehalusan terhadap kekuatan serat daun nanas.

4. Pengaruh tingkat elastisitas (mulur) dinotasikan dalam huruf Yunani

Karena $F_{hit} < F_{0,05(4,3)}$ yaitu 0,2318 < 9,12 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh tingkat elastisitas (mulur) terhadap kekuatan serat daun nanas.

5. Pengaruh daya serap serat daun nanas dinotasikan dalam angka

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(4,3)}$ yaitu 0,0750 < 9,12 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh daya serap serat daun nanas terhadap kekuatan serat daun nanas.

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis variansi (sebelum dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan analisis kovarians (setelah dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan menghitung koefisien keragaman:

$$KK_{sebelum\ dikoreksi} = \frac{\sqrt{KTG}}{\bar{y}} \times 100\% = \frac{\sqrt{\frac{41,2}{4}}}{9,4} \times 100\% = 34,14214157\%$$

$$KK_{setelah\ dikoreksi} = \frac{\sqrt{KTGterkoreksi}}{\bar{y}} \times 100\% = \frac{\sqrt{\frac{8,022299652}{3}}}{9,4} \times 100\% = 17,39646305\%$$

Dari perhitungan tersebut, koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil daripada koefisien keragaman sebelum dikoreksi. Hal ini menunjukkan bahwa terjadi peningkatan ketepatan penelitian sebesar 16,74567852%, sehingga pada kasus ini diameter serat daun nanas tidak dapat diabaikan dalam percobaan. Dalam hal ini, analisis kovarians jelas lebih tepat dibandingkan dengan analisis variansi.

2. Contoh penerapan analisis kovarians pada RBHGL dalam bidang pertanian diambil dari contoh soal pada buku Gaspersz (1991 : 530) yang belum dianalisis lebih lanjut dan telah dimodifikasi oleh penulis agar sesuai dengan RBHGL.

   Suatu percobaan ingin mengetahui pengaruh varietas jagung terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2. Diketahui bahwa hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 juga tergantung pada banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan. Perlakuan ditetapkan terdiri dari tujuh dosis pupuk yaitu A, B, C, D, E, F, dan G dengan masing-masing perlakuan:

   A : varietas jagung ke-1

   B : varietas jagung ke-2

   C : varietas jagung ke-3

   D : varietas jagung ke-4

   E : varietas jagung ke-5

   F : varietas jagung ke-6

   G : varietas jagung ke-7

   Percobaan tersebut dilakukan pengendalian melalui empat sumber keragaman yaitu suhu udara, pH tanah, curah hujan, dan kemiringan lahan percobaan. Sebagai sumber keragaman baris digunakan tujuh suhu udara yang terdiri dari $(20\text{-}21)^0$C, $(22\text{-}23)^0$C, $(24\text{-}25)^0$C, $(26\text{-}27)^0$C, $(28\text{-}29)^0$C,

$(30\text{-}31)^0$C, dan $(32\text{-}33)^0$C. Sebagai sumber keragaman kolom digunakan pH tanah yang ditetapkan terdiri dari tujuh yaitu (5-5,2); (5,3-5,5); (5,6-5,8); (5,9-6,1,); (6,2-6,4); (6,5-6,7); dan (6,8-7). Sebagai sumber keragaman huruf Yunani digunakan tujuh curah hujan yang terdiri dari (450-470) mm (α), (471-491) mm (β), (492-512) mm (γ), (513-533) mm (δ), (534-554) mm (ε), (555-575) mm (θ), dan (576-596) mm (τ). Dan sebagai sumber keragaman angka digunakan tujuh kemiringan lahan percobaan yang berbeda yaitu kemiringan 0^0, 7^0, 14^0, 21^0, 28^0, 35^0, dan 42^0 yang selanjutnya dinotasikan dengan 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7. Banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan sebagai variabel konkomitan (X), sedangkan hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 sebagai variabel respons (Y). Berdasarkan permasalahan tersebut, dapat diselesaikan dengan analisis kovarians menggunakan RBHGL dengan empat sumber keragaman, dengan satu variabel konkomitan, dalam model tetap, dan dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$. Data percobaan dapat dilihat pada tabel 3.5.

Tabel 3.5
Data Percobaan Hasil Produksi Jagung dalam Satuan Kg/25 m^2 (Y) dan Banyaknya Tongkol Jagung yang Dihasilkan dalam Petak Percobaan dalam Satuan Puluhan Tongkol Jagung (X)

Suhu Udara (^{0}C)	pH Tanah														Total	
	5-5,2		5,3-5,5		5,6-5,8		5,9-6,1		6,2-6,4		6,5-6,7		6,8-7			
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
20-21	22	19,4	18	18,6	18	18,4	21	21,3	20	21,4	21	18,5	20	18,1	140	135,7
		$D_1\varepsilon$		$G_7\alpha$		$B_4\gamma$		$E_3\theta$		$F_5\omega$		$C_6\delta$		$A_2\beta$		
22-23	18	17,9	20	18,3	22	21,4	18	18,9	21	21,5	18	18,3	21	19,4	138	135,7
		$F_7\beta$		$B_6\varepsilon$		$D_3\omega$		$G_2\gamma$		$A_4\delta$		$E_5\alpha$		$C_1\theta$		
24-25	21	21,4	21	20,3	19	19,6	19	18,9	21	20,9	19	18,5	18	17,6	145	137,2
		$B_2\alpha$		$E_1\delta$		$G_5\theta$		$C_4\beta$		$D_6\gamma$		$A_7\omega$		$F_3\varepsilon$		
26-27	19	18,9	22	21,5	20	19,2	21	20,9	19	18,6	22	21,4	22	21	141	141,5
		$C_5\gamma$		$F_4\theta$		$A_1\alpha$		$D_7\delta$		$E_2\varepsilon$		$B_3\beta$		$G_6\omega$		
28-29	20	19,4	19	18,7	21	20,1	21	19,7	20	21,1	20	19,6	20	20,5	141	139,1
		$E_4\omega$		$A_3\gamma$		$C_7\varepsilon$		$F_6\alpha$		$G_1\beta$		$D_2\theta$		$B_5\delta$		
30-31	22	20,9	20	19,9	20	21,5	18	18,9	22	19,3	21	21,4	16	17,1	139	139
		$G_3\delta$		$C_2\omega$		$E_6\beta$		$A_5\varepsilon$		$B_7\theta$		$F_1\gamma$		$D_4\alpha$		
32-33	17	18,1	21	18,4	19	19,1	18	17,9	20	20,1	21	21,9	21	21,5	137	137
		$A_6\theta$		$D_5\beta$		$F_2\delta$		$B_1\omega$		$C_3\alpha$		$G_4\varepsilon$		$E_7\gamma$		
Total	139	136	141	135,7	139	139,3	136	136,5	143	142,9	142	139,6	138	135,2	978	965,2

Data total curah hujan:

	(450-470) mm (α)	(471-491) mm (β)	(492-512) mm (γ)	(513-533) mm (δ)	(534-554) mm (ε)	(555-575) mm (θ)	(576-596) mm (ω)
X	134	140	137	145	139	142	141
Y	134,4	137,3	138,7	141,7	134,8	138,8	139,5

Data total kemiringan lahan percobaan:

	0^0 (1)	7^0 (2)	14^0 (3)	21^0 (4)	28^0 (5)	35^0 (6)	42^0 (7)
X	143	137	144	137	135	142	140
Y	138,7	135,6	141,4	138,7	136	138	136,8

Data total varietas jagung:

	A	B	C	D	E	F	G
X	134	141	141	143	140	139	140
Y	133	137,2	135,8	137,7	140,9	138,6	142

Model linear untuk percobaan menggunakan RBHGL dengan mengikutsertakan satu variabel konkomitan (X) adalah:

$$Y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \tau_m + \theta(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....}) + \varepsilon_{ijklm}$$

dengan:

i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

l = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

m = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Y_{ijklm} = hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 dari varietas jagung ke-m pada suhu udara ke-i, pH tanah ke-j, curah hujan ke-k, dan kemiringan lahan percobaan ke-l

μ = rata-rata hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2

α_i = pengaruh aditif dari suhu udara ke-i

β_j	=	pengaruh aditif dari pH tanah ke-j
γ_k	=	pengaruh aditif dari curah hujan ke- k
δ_l	=	pengaruh aditif dari kemiringan lahan percobaan ke-l
τ_m	=	pengaruh aditif dari varietas jagung ke-m
ε_{ijklm}	=	pengaruh galat percobaan yang timbul dari varietas jagung ke-m pada suhu udara ke-i, pH tanah ke-j, curah hujan ke-k, dan kemiringan lahan percobaan ke-l
X_{ijklm}	=	banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan dari varietas jagung ke-m pada suhu udara ke-i, pH tanah ke-j, curah hujan ke-k, dan kemiringan lahan percobaan ke-l
$\bar{X}_{.....}$	=	nilai rata-rata banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan
θ	=	koefisien regresi yang menunjukkan hubungan ketergantungan hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 (Y) pada banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan (X)

1. Tahap pengecekan asumsi

    a. Variabel konkomitan (X) tidak berkolerasi dengan perlakuan yang dicobakan.

    Hipotesis untuk uji tersebut yaitu:

    1. H_0: banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan tidak berkolerasi dengan varietas jagung.

        H_1: banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan berkolerasi dengan varietas jagung.

    2. Taraf signifikansi : $\alpha = 0{,}05$

    3. Statistik uji: $F = \frac{JKP_x/_{t-1}}{JKG_x/_{t(r-1)}}$

        dengan:
        JKP_x = Jumlah kuadrat perlakuan untuk variabel X

JKG_x = Jumlah kuadrat galat untuk variabel X

4. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(t-1,t(r-1))}$

   dengan:
   t = banyaknya perlakuan
   r = banyaknya ulangan

5. Perhitungan: Perhitungan untuk JKP_x dan JKG_x dapat dilihat pada halaman 99-100 dan nilai $F_{0,05(6,40)}$dan $F_{0,05(6,60)}$ dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 125.

   $$F = \frac{6{,}7755129/_6}{66{,}8979485/_{42}} = 0{,}708969278$$

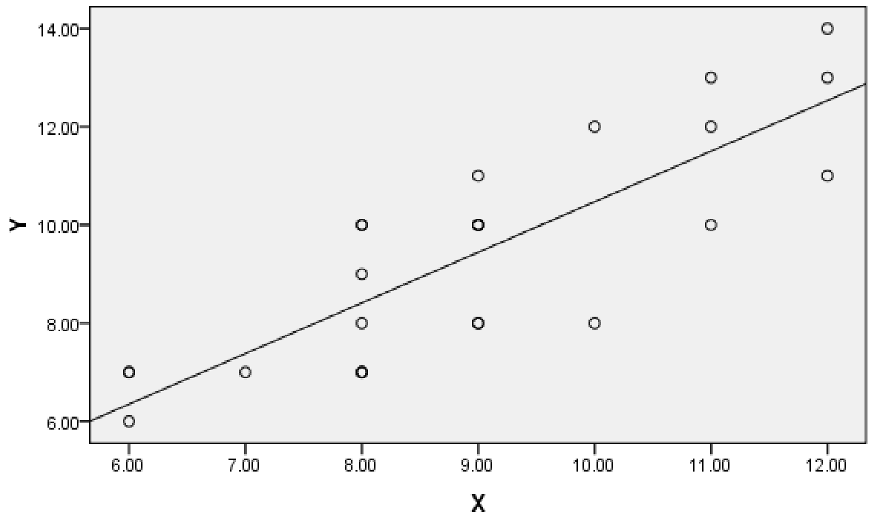
   $$F_{0,05(6,40)} = 2{,}34$$

   $$F_{0,05(6,42)} = 2{,}34 - \frac{2}{20}(2{,}34 - 2{,}25) = 2{,}331$$

   $$F_{0,05(6,60)} = 2{,}25$$

6. Kesimpulan: karena $F_{hit} < F_{0,05(6,42)}$ yaitu $0{,}708969278 < 2{,}331$ sehingga H_0 diterima. Artinya banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan tidak berkolerasi dengan varietas jagung.

b. Hubungan antara banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan dan hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 bersifat linear.



Dengan menggunakan SPSS *versi 16* diperoleh hasil yang menunjukkan bahwa hubungan antara banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan (variabel *X*) dengan hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 (variabel *Y*) mengikuti arah garis lurus, yang artinya kecenderungan hubungan antara banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan (variabel *X*) dengan hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 (variabel *Y*) bersifat linear.

c. Galat percobaan berdistribusi normal

Prosedur untuk mencari komponen galat percobaan adalah:

1. $\hat{\mu}_Y = \bar{Y}_{.....} = \frac{Y_{.....}}{r^2} = \frac{965,2}{7^2} = 19,69795918$
2. $\hat{\mu}_X = \bar{X}_{.....} = \frac{X_{.....}}{r^2} = \frac{978}{7^2} = 19,95918367$
3. $\hat{\theta} = \frac{JHKG_{xy}}{JKG_x} = \frac{46,3734628}{66,8979485} = 0,693197083$
4. $\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{i....} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\alpha}_1 = \bar{Y}_{1....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{1....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{135,7}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{140}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0,340538687$$

$$\hat{\alpha}_2 = \bar{Y}_{2....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{2....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{135,7}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{138}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0,142482164$$

$$\hat{\alpha}_3 = \bar{Y}_{3....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{3....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{137,2}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{138}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,07180355$$

$$\hat{\alpha}_4 = \bar{Y}_{4....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{4....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{141,5}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{145}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0,007108566$$

$$\hat{\alpha}_5 = \bar{Y}_{5....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{5....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{141}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{139,1}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,046147337$$

$$\hat{\alpha}_6 = \bar{Y}_{6....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{6....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{139}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{139}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,229918146$$

$$\hat{\alpha}_7 = \bar{Y}_{7....} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{7....} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{137}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{137}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,142260383$$

5. $\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{.j\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots}\right)$

$\hat{\beta}_1 = \bar{Y}_{.1\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.1\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots})$

$= \left(\frac{136}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{139}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$

$= -0,198653283$

$\hat{\beta}_2 = \bar{Y}_{.2\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.2\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots})$

$= \left(\frac{135,7}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{141}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$

$= -0,439566948$

$\hat{\beta}_3 = \bar{Y}_{.3\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.3\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots})$

$= \left(\frac{139,3}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{139}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$

$= 0,272775289$

$\hat{\beta}_4 = \bar{Y}_{.4\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.4\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots})$

$= \left(\frac{136,5}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{136}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$

$= 0,169860073$

$\hat{\beta}_5 = \bar{Y}_{.5\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.5\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots})$

$= \left(\frac{142,9}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{143}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$

$= 0,390947957$

$\hat{\beta}_6 = \bar{Y}_{.6\ldots} - \bar{Y}_{\ldots\ldots} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.6\ldots} - \bar{X}_{\ldots\ldots})$

$$= \left(\frac{139{,}6}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{142}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}018547647$$

$$\hat{\beta}_7 = \bar{Y}_{.7...} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{.7...} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{135{,}2}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{138}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}213910736$$

6. $\hat{\gamma}_k = \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..k..} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\gamma}_\alpha = \bar{Y}_{..\alpha..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\alpha..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{134{,}4}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{134}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}067916596$$

$$\hat{\gamma}_\beta = \bar{Y}_{..\beta..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{..\beta..} - \bar{X}_{.....}\right)$$

$$= \left(\frac{137{,}3}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{140}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}111967258$$

$$\hat{\gamma}_\gamma = \bar{Y}_{..\gamma..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}\left(\bar{X}_{..\gamma..} - \bar{X}_{.....}\right)$$

$$= \left(\frac{138{,}7}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{137}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}385117526$$

$$\hat{\gamma}_\delta = \bar{Y}_{..\delta..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\delta..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{141{,}5}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{145}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}021462863$$

$$\hat{\gamma}_{\varepsilon} = \bar{Y}_{..\varepsilon..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\varepsilon..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{134{,}8}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{139}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}370081854$$

$$\hat{\gamma}_{\theta} = \bar{Y}_{..\theta..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\theta..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{138{,}8}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{142}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}095738067$$

$$\hat{\gamma}_{\omega} = \bar{Y}_{..\omega..} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{..\omega..} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{139{,}5}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{141}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}103290194$$

7. $\hat{\delta}_l = \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...l.} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\delta}_1 = \bar{Y}_{...1.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...1.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{138{,}7}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{143}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}209052043$$

$$\hat{\delta}_2 = \bar{Y}_{...2.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...2.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{135{,}6}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{137}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}057739617$$

$$\hat{\delta}_3 = \bar{Y}_{...3.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...3.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{141{,}4}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{144}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}077633982$$

$$\hat{\delta}_4 = \bar{Y}_{...4.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...4.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{138{,}7}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{137}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}385117526$$

$$\hat{\delta}_5 = \bar{Y}_{...5.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...5.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{136}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{135}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0{,}197459763$$

$$\hat{\delta}_6 = \bar{Y}_{...6.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...6.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{138}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{142}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}210023781$$

$$\hat{\delta}_7 = \bar{Y}_{...7.} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{...7.} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{136{,}8}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{140}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}18339583$$

8. $\hat{\tau}_m = \bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....m} - \bar{X}_{.....})$

$$\hat{\tau}_A = \bar{Y}_{....A} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....A} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{133}{7}\right) - \left(\frac{965{,}2}{7^2}\right) - 0{,}693197083\left(\frac{134}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0{,}132083404$$

$$\hat{\tau}_B = \bar{Y}_{....B} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....B} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{137,2}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{141}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0,225281234$$

$$\hat{\tau}_C = \bar{Y}_{....C} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....C} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{135,8}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{141}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0,425281234$$

$$\hat{\tau}_D = \bar{Y}_{....D} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....D} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{137,7}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{143}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= -0,351909186$$

$$\hat{\tau}_E = \bar{Y}_{....E} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....E} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{140,9}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{140}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,402318456$$

$$\hat{\tau}_F = \bar{Y}_{....F} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....F} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{138,6}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{139}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,172775289$$

$$\hat{\tau}_G = \bar{Y}_{....G} - \bar{Y}_{.....} - \hat{\theta}(\bar{X}_{....G} - \bar{X}_{.....})$$

$$= \left(\frac{142}{7}\right) - \left(\frac{965,2}{7^2}\right) - 0,693197083\left(\frac{140}{7} - \frac{978}{7^2}\right)$$

$$= 0,559461313$$

9. $\hat{\varepsilon}_{ijklm} = Y_{ijklm} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_l - \hat{\tau}_m - \hat{\theta}(X_{ijklm} - \bar{X}_{.....})$

Galat percobaan untuk baris ke-1, kolom ke-1, huruf Yunani ke-ε, angka ke-1, dan perlakuan ke-D yaitu:

$$\hat{\varepsilon}_{11D1\varepsilon} = 19{,}4 - 19{,}69795918 — 0{,}340538687 — 0{,}198653283 - (-0{,}370081854)$$

$$— 0{,}209052043 — 0{,}351909186 \; - 0{,}693197083(22 - 19{,}95918367)$$

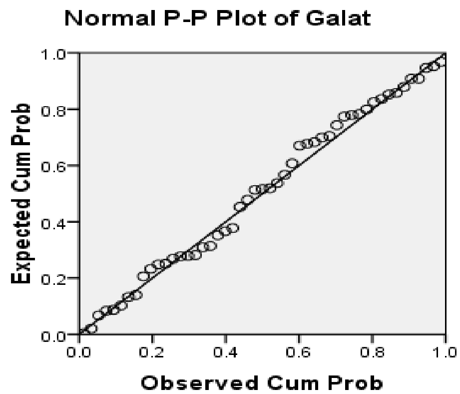
$$= -0{,}242412053$$

Untuk mencari $\hat{\varepsilon}_{ijklm}$ yang lainnya dapat dikerjakan dengan cara yang sama.

Tabel 3.6
Penduga Galat Percobaan pada Percobaan Varietas Jagung terhadap Hasil Produksi Jagung dalam Satuan Kg/25 m^2

Suhu udara	pH Tanah							Total
	5-10	15-20	25-30	35-40	45-50	55-60	65-70	
1	-0,2424	0,5962	-0,4170	0,6670	1,1498	-0,9836	-0,7700	0
2	0,0239	-0,0388	0,3280	-0,3541	0,5576	-0,5836	0,0670	0
3	1,3225	0,0336	-0,4388	-0,2226	0,1946	-0,4112	-0,4781	0
4	-0,0846	0,3719	-0,5187	0,8316	-0,7914	0,5355	-0,3443	0
5	-1,0645	-0,2703	0,3404	-0,9661	0,6982	0,3144	0,9479	0
6	-0,9025	0,7631	1,1907	0,4651	-1,9291	0,3833	0,0294	0
7	0,9476	-1,4557	-0,4846	-0,4209	0,1203	0,7452	0,5481	0
Total	0	0	0	0	0	0	0	0

Berdasarkan tabel 3.6 diperoleh grafik normal p-p plot sebagai berikut:



Pada grafik tersebut terlihat bahwa titik-titik mengikuti arah garis diagonal yang artinya galatnya tidak menyimpang terlalu jauh dari suatu sebaran normal sehingga galat percobaan berdistribusi normal.

d. Variabel konkomitan (*X*) mempengaruhi variabel respons (*Y*)

Hipotesis untuk uji tersebut yaitu:

1. $H_0 : \theta = 0$ (banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan tidak mempengaruhi hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2)

   $H_1 : \theta \neq 0$ (banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan mempengaruhi hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2)
2. Taraf signifikansi: $\alpha = 0{,}05$
3. Statistik uji: $F = \frac{KT\ regresi}{KT\ galat\ terkoreksi}$
4. Kriteria keputusan:

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(db\ regresi, db\ galat\ terkoreksi)}$

5. Perhitungan: Perhitungan $JHKG_{xy}$, JKG_x, dan JKG_y terkoreksi dapat dilihat pada halaman 101 dan nilai $F_{0,05(1,17)}$ dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 126.

$$F = \frac{KT\ regresi}{KT\ galat\ terkoreksi}$$

$$= \frac{{JHKG_{xy}}^2 / JKG_x}{JKG_y terkoreksi / db}$$

$$= \frac{46,3734628^2 / 66,8979485}{24,31199383 / 17}$$

$$= 22,47784117$$

$$F_{0,05(1,17)} = 4,45$$

6. Kesimpulan: karena $F_{hit} > F_{0,05(1,17)}$ yaitu $22,47784117 > 4,45$ sehingga H_0 ditolak. Artinya banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan mempengaruhi hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2.

Karena asumsi-asumsi tersebut telah terpenuhi sehingga dapat dilanjutkan ke pengujian hipotesis.

2. Pengujian Hipotesis

a. Menetukan hipotesis

1. Pengaruh varietas jagung

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_7 = 0$ (tidak ada pengaruh varietas jagung terhadap hasil produksi jagung)

$H_1 : \exists\tau_m \neq 0, m = 1,2, \dots ,7$ (ada pengaruh varietas jagung terhadap hasil produksi jagung)

2. Pengaruh suhu udara

   $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_7 = 0$ (tidak ada pengaruh suhu udara terhadap hasil produksi jagung)

   $H_1 : \exists\alpha_i \neq 0, i = 1,2, \dots ,7$ (ada pengaruh suhu udara terhadap hasil produksi jagung)

3. Pengaruh pH tanah

   $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_7 = 0$ (tidak ada pengaruh pH tanah terhadap hasil produksi jagung)

   $H_1 : \exists\, \beta_j \neq 0, j = 1,2, \dots ,7$ (ada pengaruh pH tanah terhadap hasil produksi jagung)

4. Pengaruh curah hujan

   $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_7 = 0$ (tidak ada pengaruh curah hujan terhadap hasil produksi jagung)

   $H_1 : \exists\gamma_k \neq 0, k = 1,2, \dots ,7$ (ada pengaruh curah hujan terhadap hasil produksi jagung)

5. Pengaruh kemiringan lahan percobaan

   $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_7 = 0$ (tidak ada pengaruh kemiringan lahan percobaan terhadap hasil produksi jagung)

$H_1 : \exists\delta_l \neq 0, l = 1,2, \dots ,7$ (ada pengaruh kemiringan lahan percobaan terhadap hasil produksi jagung)

b. Taraf signifikansi: α = 0,05

c. Statistik uji:

1. Pengaruh varietas jagung sebagai perlakuan

$F = \frac{KTP\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

dengan:

KTP = Kuadrat Tengah Perlakuan
KTG = Kuadrat Tengah Galat

2. Pengaruh suhu udara dinyatakan dalam baris

$F = \frac{KTB\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

dengan:
KTB = Kuadrat Tengah Baris
KTG = Kuadrat Tengah Galat

3. Pengaruh pH tanah dinyatakan dalam kolom

$F = \frac{KTK\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

dengan:
KTK = Kuadrat Tengah Kolom
KTG = Kuadrat Tengah Galat

4. Pengaruh curah hujan dinotasikan dalam huruf Yunani

$F = \frac{KTY\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

dengan:
KTY = Kuadrat Tengah huruf Yunani
KTG = Kuadrat Tengah Galat

5. Pengaruh kemiringan lahan percobaan dinotasikan dalam angka

$F = \frac{KTA\ terkoreksi}{KTG\ terkoreksi}$

dengan:
KTA = Kuadrat Tengah Angka
KTG = Kuadrat Tengah Galat

d. Kriteria keputusan:

1. Pengaruh varietas jagung sebagai perlakuan

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbP,dbG)}$

   dengan:
   dbP = derajat bebas perlakuan
   dbG = derajat bebas galat

2. Pengaruh suhu udara dinyatakan dalam baris

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbB,dbG)}$

   dengan:
   dbB = derajat bebas baris
   dbG = derajat bebas galat

3. Pengaruh pH tanah dinyatakan dalam kolom

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbK,dbG)}$

   dengan:
   dbK = derajat bebas kolom
   dbG = derajat bebas galat

4. Pengaruh curah hujan dinotasikan dalam huruf Yunani

   H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbY,dbG)}$

   dengan:
   dbY = derajat bebas huruf Yunani
   dbG = derajat bebas galat

5. Pengaruh kemiringan lahan percobaan dinotasikan dalam angka

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(dbA,dbG)}$

dengan:
dbA = derajat bebas Angka

dbG = derajat bebas galat

e. Perhitungan:

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm} = 22 + 18 + \cdots + 21 = 978$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm} = 19,4 + 18,6 + \cdots + 21,5 = 965,2$$

$$\frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{978^2}{7^2} = 19520,08163$$

$$\frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{965,2^2}{7^2} = 19012,4702$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}{}^2 = 22^2 + 18^2 + \cdots + 21^2 = 19626$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm}{}^2 = 19,4^2 + 18,6^2 + \cdots + 21,5^2 = 19096,6$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}\ Y_{ijklm} = (22 \times 19,4) + \cdots + (21 \times 21,5) = 19333$$

$$\frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} = \frac{978 \times 965,2}{7^2} = 19264,60408$$

JKT dan *JHKT* untuk variabel X dan Y

$$JKT_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}{}^2 - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = 19626 - 19520,08163 = 105,91837$$

$$JKT_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm}{}^2 - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = 19096{,}6 - 19012{,}4702 = 84{,}1298$$

$$JHKT_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} X_{ijklm}\ Y_{ijklm} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2} = 19333 - 19264{,}60408 = 68{,}39592$$

JK dan *JHK* untuk variabel baris

$$JKB_x = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i....}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{140^2 + 138^2 + \cdots + 137^2}{7} - 19520{,}08163 = 6{,}2040843$$

$$JKB_y = \sum_{i=1}^{r} \frac{Y_{i....}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{135{,}7^2 + 135{,}7^2 + \cdots + 137^2}{7} - 19012{,}4702 = 3{,}7983714$$

$$JHKB_{xy} = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i....}Y_{i....}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(140 \times 135{,}7) + \cdots + (137 \times 137)}{7} - 19264{,}60408 = 3{,}79592$$

JK dan *JHK* untuk variabel kolom

$$JKK_x = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j...}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{139^2 + 141^2 + \cdots + 138^2}{7} - 19520{,}08163 = 5{,}0612271$$

$$JKK_y = \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{136^2 + 135{,}7^2 + \cdots + 135{,}2^2}{7} - 19012{,}4702 = 6{,}7926571$$

$$JHKK_{xy} = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j...}Y_{.j...}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(139 \times 136) + \cdots + (138 \times 135{,}2)}{7} - 19264{,}60408 = 3{,}9530629$$

JK dan *JHK* untuk variabel huruf Yunani

$$JKY_x = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k..}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{134^2 + 140^2 + \cdots + 141^2}{7} - 19520{,}08163 = 10{,}7755129$$

$$JKY_y = \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{134{,}4^2 + 137{,}3^2 + \cdots + 139{,}5^2}{7} - 19012{,}4702 = 5{,}8098$$

$$JHKY_{xy} = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k..}Y_{..k..}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(134 \times 134{,}4) + \cdots + (141 \times 139{,}5)}{7} - 19264{,}60408 = 6{,}29592$$

JK dan *JHK* untuk variabel angka

$$JKA_x = \sum_{l=1}^{r} \frac{X_{...l.}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{143^2 + 137^2 + \cdots + 140^2}{7} - 19520{,}08163 = 10{,}2040843$$

$$JKA_y = \sum_{l=1}^{r} \frac{Y_{...l.}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{138{,}7^2 + 135{,}6^2 + \cdots + 136{,}8^2}{7} - 19012{,}4702 = 3{,}3783714$$

$$JHKA_{xy} = \sum_{l=1}^{r} \frac{X_{...l.}Y_{...l.}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(143 \times 138{,}7) + \cdots + (140 \times 136{,}8)}{7} - 19264{,}60408 = 4{,}3673486$$

JK dan *JHK* untuk variabel perlakuan

$$JKP_x = \sum_{m=1}^{r} \frac{X_{....m}{}^2}{r} - \frac{X_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{134^2 + 141^2 + \cdots + 140^2}{7} - 19520{,}08163 = 6{,}7755129$$

$$JKP_y = \sum_{m=1}^{r} \frac{Y_{....m}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} = \frac{133^2 + 137{,}2^2 + \cdots + 142^2}{7} - 19012{,}4702 = 7{,}8926571$$

$$JHKP_{xy} = \sum_{m=1}^{r} \frac{X_{....m}Y_{....m}}{r} - \frac{X_{.....}Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \frac{(134 \times 133) + \cdots + (140 \times 142)}{7} - 19264{,}60408 = 3{,}6102057$$

JK dan *JHK* galat untuk variabel *X* dan *Y*

$$JKG_x = JKT_x - JKB_x - JKK_x - JKY_x - JKA_x - JKP_x$$

$$= 105{,}91837 - 6{,}2040843 - 5{,}0612271 - 10{,}7755129 - 10{,}2040843 - 6{,}7755129$$

$$= 66{,}8979485$$

$$JKG_y = JKT_y - JKB_y - JKK_y - JKY_y - JKA_y - JKP_y$$

$$= 84{,}1298 - 3{,}7983714 - 6{,}7926571 - 5{,}8098 - 3{,}3783714 - 7{,}8926571$$

$$= 56{,}457943$$

$$JHKG_{xy} = JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKY_{xy} - JHKA_{xy} - JHKP_{xy}$$

$$= 68{,}39592 - 3{,}79592 - 3{,}9530629 - 6{,}29592 - 4{,}3673486 - 3{,}6102057$$

$$= 46{,}3734628$$

$$JKG_y terkoreksi = JKG_y - \frac{\left(JHKG_{xy}\right)^2}{JKG_x} = 56{,}457943 - \frac{46{,}3734628^2}{66{,}8979485} = 24{,}31199383$$

$$JK(P+G) terkoreksi = \left(JKP_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKP_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKP_x + JKG_x}$$

$$= (7{,}8926571 + 56{,}457943) - \frac{(3{,}6102057 + 46{,}3734628)^2}{6{,}7755129 + 66{,}8979485}$$

$$= 30{,}43925129$$

$$JKP_y terkoreksi = JK(P+G) terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 30,43925129 - 24,31199383 = 6,12725746$$

$$JK(B+G)terkoreksi = \left(JKB_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKB_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKB_x + JKG_x}$$

$$= (3,7983714 + 56,457943) - \frac{(3,79592 + 46,3734628)^2}{6,2040843 + 66,8979485}$$

$$= 25,82544827$$

$$JKB_y terkoreksi = JK(B+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 25,82544827 - 24,31199383 = 1,51345444$$

$$JK(K+G)terkoreksi = \left(JKK_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKK_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKK_x + JKG_x}$$

$$= (6,7926571 + 56,457943) - \frac{(3,9530629 + 46,3734628)^2}{5,0612271 + 66,8979485}$$

$$= 28,05344137$$

$$JKK_y terkoreksi = JK(K+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 28,05344137 - 24,31199383 = 3,74144754$$

$$JK(Y+G)terkoreksi = \left(JKY_y + JKG_y\right) - \frac{\left(JHKY_{xy} + JHKG_{xy}\right)^2}{JKY_x + JKG_x}$$

$$= (5,8098 + 56,457943) - \frac{(6,29592 + 46,3734628)^2}{10,7755129 + 66,8979485}$$

$$= 26,55331582$$

$$JKY_y terkoreksi = JK(Y+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 26{,}55331582 - 24{,}31199383 = 2{,}24132199$$

$$JK(A+G)terkoreksi = (JKA_y + JKG_y) - \frac{(JHKA_{xy} + JHKG_{xy})^2}{JKA_x + JKG_x}$$

$$= (3{,}3783714 + 56{,}457943) - \frac{(4{,}3673486 + 46{,}3734628)^2}{10{,}2040843 + 66{,}8979485}$$

$$= 26{,}44381948$$

$$JKA_y terkoreksi = JK(A+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$

$$= 26{,}44381948 - 24{,}31199383 = 2{,}13182565$$

$$KTG\ terkoreksi = \frac{JKG_y terkoreksi}{(r-1)(r-4)-1} = \frac{24{,}31199383}{17} = 1{,}430117284$$

$$KTP\ terkoreksi = \frac{JKP_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{6{,}12725746}{6} = 1{,}021209577$$

$$KTB\ terkoreksi = \frac{JKB_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{1{,}51345444}{6} = 0{,}252242406$$

$$KTK\ terkoreksi = \frac{JKK_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{3{,}74144754}{6} = 0{,}62357459$$

$$KTY\ terkoreksi = \frac{JKY_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{2{,}24132199}{6} = 0{,}373553665$$

$$KTA\ terkoreksi = \frac{JKA_y terkoreksi}{(r-1)} = \frac{2{,}13182565}{6} = 0{,}355304275$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh varietas jagung sebagai perlakuan:

$$F = \frac{KTP(kor)}{KTG(kor)} = \frac{1{,}021209577}{1{,}430117284} = 0{,}714074005$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh suhu udara dinyatakan dalam baris:

$$F = \frac{KTB(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}252242406}{1{,}430117284} = 0{,}176378824$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh pH tanah dinyatakan dalam kolom:

$$F = \frac{KTK(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}62357459}{1{,}430117284} = 0{,}436030385$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh curah hujan dinotasikan dalam huruf Yunani:

$$F = \frac{KTY(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}373553665}{1{,}430117284} = 0{,}261204916$$

Nilai F_{hit} untuk pengaruh kemiringan lahan percobaan dinotasikan dalam angka :

$$F = \frac{KTA(kor)}{KTG(kor)} = \frac{0{,}355304275}{1{,}430117284} = 0{,}248444151$$

Tabel 3.7
Tabel Analisis Kovarians pada Varietas Jagung terhadap Hasil Produksi Jagung dalam Satuan Kg/25 m^2

SV	Sebelum dikoreksi				KT	db	Setelah dikoreksi			F_{hit}
	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}	$Regresi$	$Regresi$	db	JK	KT	
Baris	6	6,2041	3,7984	3,7959	-	-	6	1,5135	0,2522	0,1764
Kolom	6	5,0612	6,7926	3,9531	-	-	6	3,7414	0,6236	0,4360
H.Yunani	6	10,7755	5,8098	6,2959	-	-	6	2,2413	0,3736	0,2612
Angka	6	10,2041	3,3784	4,3673	-	-	6	2,1318	0,3553	0,2484
Perlakuan	6	6,7755	7,8927	3,6102	-	-	6	6,1273	1,0212	0,7141
Galat	18	66,8979	56,4579	46,3735	32,1460	1	17	24,3120	1,4301	-
Total	48	105,9183	84,1298	68,3959	-	-	47	-	-	-

f. Kesimpulan

1. Pengaruh varietas jagung sebagai perlakuan

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(6;17)}$ yaitu $0{,}7141 < 2{,}70$ sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh varietas jagung terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2.

2. Pengaruh suhu udara dinyatakan dalam baris

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(6;17)}$ yaitu 0,1764 < 2,70 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh suhu udara terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2.

3. Pengaruh pH tanah dinyatakan dalam kolom

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(6;17)}$ yaitu 0,4360 < 2,70 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh pH tanah terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2.

4. Pengaruh curah hujan dinotasikan dalam huruf Yunani

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(6;17)}$ yaitu 0,2612 < 2,70 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh curah hujan terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2.

5. Pengaruh kemiringan lahan percobaan dinotasikan dalam angka

   Karena $F_{hit} < F_{0,05(6;17)}$ yaitu 0,2484 < 2,70 sehingga H_0 diterima. Artinya tidak ada pengaruh kemiringan lahan percobaan terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2.

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis variansi (sebelum dilakukan koreksi terhadap *JK* dan *JHK*) dengan analisis kovarians (setelah dilakukan koreksi terhadap *JK* dan *JHK*) dengan menghitung koefisien keragaman:

$$KK_{sebelum\ dikoreksi} = \frac{\sqrt{KTG}}{\bar{y}} \times 100\% = \frac{\sqrt{\frac{56,457943}{18}}}{19,6980} \times 100\% = 8,990920133\%$$

$$KK_{setelah\ dikoreksi} = \frac{\sqrt{KTGterkoreksi}}{\bar{y}} \times 100\% = \frac{\sqrt{\frac{1,430117284}{17}}}{19,6980} \times 100\% = 1,472445516\%$$

Dari perhitungan tersebut, koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil daripada koefisien keragaman sebelum dikoreksi. Hal ini menunjukkan bahwa terjadi peningkatan ketepatan penelitian sebesar 7,518474617%, sehingga pada kasus ini banyaknya tongkol jagung dalam petak percobaan tidak dapat diabaikan dalam percobaan. Dalam hal ini, analisis kovarians jelas lebih tepat dibandingkan dengan analisis variansi.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin*

   Analisis kovarians pada Rancangan Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* untuk model tetap terdiri dari dua tahap yaitu:

   a. Pengujian Asumsi

   Pengujian asumsi terdiri dari empat hal sebagai berikut:

   1. Variabel konkomitan (X) tidak berkolerasi dengan perlakuan yang dicobakan.
   2. Hubungan antara variabel konkomitan (X) dan variabel respons (Y) bersifat linear.
   3. Galat percobaan berdistribusi normal.
   4. Variabel konkomitan (X) mempengaruhi variabel respons (Y).

   b. Pengujian Hipotesis

   Pengujian hipotesis dilakukan untuk mengetahui ada tidaknya pengaruh perlakuan dan pengaruh pengendalian empat sumber keragaman yang disebut baris, kolom, huruf Yunani, dan angka terhadap variabel respons. Langkah-langkah yang dilakukan dalam pengujian hipotesis yaitu menentukan hipotesis, taraf signifikansi, statistik uji, kriteria keputusan, perhitungan, dan pengambilan kesimpulan.

2. Penerapan Analisis Kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* (RBHGL)

   a. Penerapan analisis kovarians pada RBHGL dalam bidang industri bertujuan untuk mengetahui pengaruh frekuensi putaran mesin terhadap kekuatan serat daun nanas yang dihasilkan untuk dipergunakan dalam industri tekstil dengan pengendalia empat sumber keragaman yang meliputi kadar air dalam serat daun nanas, tingkat kehalusan, tingkat elastisitas (mulur), dan daya serap serat daun nanas. Variabel konkomitannya yaitu diameter serat daun nanas diukur dalam satuan milimeter (mm). Hasil pengujian hipotesis menunjukkan bahwa frekuensi putaran mesin, kadar air dalam serat daun nanas, tingkat kehalusan, tingkat elastisitas (mulur), dan daya serap serat daun nanas tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap kekuatan serat daun nanas. Tetapi hasil pengujian menggunakan analisis kovarians memberikan hasil analisis yang lebih baik dibandingkan dengan menggunakan analisis variansi. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai koefisien keragaman dari analisis variansi sebesar 34,142% lebih besar daripada nilai koefisien keragaman analisis kovarians yaitu sebesar 17,396% yang artinya terjadi peningkatan ketepatan penelitian sebesar 16,746%. Jadi diameter serat daun nanas tidak dapat diabaikan dalam percobaan tersebut.

b. Penerapan analisis kovarians pada RBHGL dalam bidang pertanian bertujuan untuk mengetahui pengaruh varietas jagung terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2 dengan pengendalian empat sumber keragaman yang terdiri dari suhu udara, pH tanah, curah hujan, dan kemiringan lahan percobaan. Variabel konkomitannya yaitu banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan. Hasil pengujian hipotesis menunjukkan bahwa varietas jagung, suhu udara, pH tanah, curah hujan, dan kemiringan lahan percobaan tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap hasil produksi jagung dalam satuan kg/25 m^2. Tetapi hasil pengujian menggunakan analisis kovarians memberikan hasil analisis yang lebih baik dibandingkan dengan menggunakan analisis variansi. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai koefisien keragaman dari analisis variansi sebesar 8,991% lebih besar daripada nilai koefisien keragaman analisis kovarians yaitu sebesar 1,472% yang artinya terjadi peningkatan ketepatan penelitian sebesar 7,519%. Jadi banyaknya tongkol jagung yang dihasilkan dalam petak percobaan tidak dapat diabaikan dalam percobaan ini.

B. Saran

Analisis kovarians yang digunakan pada skripsi ini adalah analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* dengan pengendalian melalui empat sumber keragaman, dengan satu variabel konkomitan dan dalam model tetap. Pembaca yang tertarik untuk melanjutkan permasalahan selanjutnya dapat menggunakan analisis kovarians pada Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* dengan pengendalian sumber keragaman lebih dari empat kontrol lokal dalam model tetap atau model acak.

DAFTAR PUSTAKA

Bennett, C.A & Franklin, N.L. (1986). *Statistical Analysis in Chemistry and the Chemical Industry*. *New York*: John Wiley & Sons. Inc.

Gaspersz, V. 1991. *Metode Perancangan Percobaan*. Bandung: CV Armico.

Hanafiah, K.A. 2004. *Rancangan Percobaan Teori & Aplikasi*. Jakarta : PT Raja Grafindo Persada.

Johnson,L.N. 1994.*Statistic and Experimental Design in Engineering and The Physical Science*. New York: John Willy and Son,Inc.

Kirk, R.E.1995. *Experiment Design, Procedure for The Behavioral Science.* Belmont: Wadsworth Publised Company, Inc.

Mattjik, A.A. & Sumertajaya, M. 2002. *Perancangan Percobaan Dengan Aplikasi SAS dan MINITAB Jilid I*. Bogor: IPB Press.

Montgomery, D.C. 2003. *Design and Analysis of Experiments.* New York: John Wiley&Sons,Inc

Neter,J & Wasserman,W.1997, *Applied Linier Statistical Models: Regression, Analysis of Variance, and experimental Designs*. Illions : Richard D.Ir.Win.

Sembiring, R.K.1995. *Analisis Regresi Edisi Kedua.* Bandung : ITB.

Steel, R.G. D & Torrie, J.H. 1993. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik Edisi Kedua Terjemahan Bambang Sumantri*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Sudjana. 2002. *Desain dan Analisis Eksperimen Edisi Ketiga*. Bandung : Tarsito.

______. 2002. *Teknik Analisis Regresi dan Korelasi Bagi Para Peneliti*. Bandung: Tarsito.

Supranto. 2009. *Statistik Teori dan Aplikasi Edisi Ketujuh*. Jakarta: Erlangga.

Walpole, R.E. 1993. *Pengantar Statistika Edisi ke-3 Terjemahan Bambang Sumantri*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Walpole, R.E. & Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuan Edisi ke-4 Terjemahan R.K Sembiring*. Bandung: ITB.

Winer, B.J. 1962. *Statistical Principles in Experimental Design*. New York: McGraw-Hill,Inc.

LAMPIRAN

Lampiran 1:

Faktor Koreksi (FK)

$$FK = \frac{Y_{....}{}^{2}}{r^2} \tag{2.13}$$

Penjabaran rumus JK diperoleh ide dari skripsi Rancangan Bujursangkar *Hyper Graeco Latin* oleh Wigati Ritmamurti.

Jumlah kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left[\begin{array}{c} (\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) + \\ (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + \\ (\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \\ \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) \end{array}\right]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left[\begin{array}{c} \Big((\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) + \\ (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})\Big)^2 + \\ 2\Big((\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) + \\ (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})\Big) \\ \Big((\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \\ \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})\Big) + \\ \Big((\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \\ \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})\Big)^2 \end{array}\right]$$

$$
= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\begin{bmatrix}
\Big((\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \big(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\big) + \\
(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})\Big)^{2} + 2\big((\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \\
\big(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\big) + (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})\Big) \\
(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})^{2} + \\
2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})\big((\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})) + 2\big(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\big) \\
\Big((\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \\
\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})\big) + \\
2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})\big((\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})) + 2(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) \\
\Big((\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \\
\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})\big) + \\
(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})^{2} + 2(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \\
\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})^{2}
\end{bmatrix}
$$

$$
= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left[\begin{array}{c}
\left((\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)\right)^{2} + \\
2\left((\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) + \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)\right) \\
(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})^{2} + \\
2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + \\
2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + \\
2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + \\
(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})^{2} + 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) \\
(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + 2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) \\
(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + 2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + 2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) \\
(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + 2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + 2(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) \\
(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + 2(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})^{2} + \\
2(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \\
\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + \\
(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\
\bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})^{2}
\end{array}\right]
$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left[\begin{array}{c} (\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})^2 + 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) \\ \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) + \left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)^2 + \\ 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) + \\ 2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) + \\ (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})^2 + 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....}) \\ (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + 2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) \\ (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + 2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) \\ (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....}) + (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})^2 + \\ 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + \\ 2(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \\ \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + \\ 2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + \\ 2\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \\ \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + \\ 2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + \\ 2(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \\ \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + \\ 2(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) + \\ 2(\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \\ \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + \\ (\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})^2 + 2(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....}) \\ (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \\ \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}) + (Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} \\ - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....})^2 \end{array}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})^2 + 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right) +$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)^2 + 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}) +$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}\right)(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})^2+$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....})\,(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})+2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}\right)(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})+$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})\,(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})^2+$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})+2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....})$$

$$(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})+2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}\right)(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})+$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}\right)(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})+$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})+2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})$$

$$(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})+2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})+$$

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})+$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})^2+2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-$$

$$\bar{Y}_{..k..}\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})^2$$

$$=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....})^2+0+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}\right)^2+0+0+$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})^2+0+0+0+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})^2+0+0+$$

$$0+0+0+0+0+0+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})^2+0+$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})^2$$

$$=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.....})^2+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{.....}\right)^2+$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{.....})^2+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{.....})^2+$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m}-\bar{Y}_{.....})^2+$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{i....}-\bar{Y}_{.j...}-\bar{Y}_{..k..}-\bar{Y}_{...l.}-\bar{Y}_{....m}+4\bar{Y}_{.....})^2$$

$$JKT = JKB + JKK + JKY + JKA + JKP + JKG \tag{2.14}$$

a. Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(Y_{ijklm}-\bar{Y}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left({Y_{ijklm}}^2-2Y_{ijklm}\bar{Y}_{.....}+{\bar{Y}_{.....}}^2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}{Y_{ijklm}}^2-2\left(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}Y_{ijklm}\right)\bar{Y}_{.....}+r^2{\bar{Y}_{.....}}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}{Y_{ijklm}}^2-2Y_{.....}\frac{Y_{.....}}{r^2}+r^2\frac{Y_{.....}}{r^2}\frac{Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}{Y_{ijklm}}^2-2\frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}+\frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}{Y_{ijklm}}^2-\frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}{Y_{ijklm}}^2-FK$$

Jadi diperoleh:

$$JKT = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} Y_{ijklm}{}^{2} - FK \tag{2.15}$$

b. Jumlah Kuadrat Baris (JKB)

$$JKB = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \left(\bar{Y}_{i....}{}^{2} - 2\bar{Y}_{i....}\bar{Y}_{.....} + \bar{Y}_{.....}{}^{2}\right)$$

$$= r\sum_{i=1}^{r} \bar{Y}_{i....}{}^{2} - 2r\left(\sum_{i=1}^{r} \bar{Y}_{i....}\right)\bar{Y}_{.....} + r^2\bar{Y}_{.....}{}^{2}$$

$$= r\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{Y_{i....}}{r}\right)^2 - 2r\left(\sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i....}}{r}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + r^2\,\frac{Y_{.....}}{r^2}\frac{Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i....}{}^{2}}{r} - 2\left(\sum_{i=1}^{r} Y_{i....}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i....}{}^{2}}{r} - 2\,Y_{.....}\,\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i....}{}^{2}}{r} - 2\,\frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i....}{}^{2}}{r} - \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

Jadi diperoleh:

$$JKB = \sum_{i=1}^{r} \frac{Y_{i....}{}^2}{r} - FK \tag{2.16}$$

c. Jumlah Kuadrat Kolom (JKK)

$$JKK = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{.....}\right)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j...}{}^2 - 2\bar{Y}_{.j...}\bar{Y}_{.....} + \bar{Y}_{.....}{}^2\right)$$

$$= r\sum_{j=1}^{r}\bar{Y}_{.j...}{}^2 - 2r\left(\sum_{j=1}^{r}\bar{Y}_{.j...}\right)\bar{Y}_{.....} + r^2\bar{Y}_{.....}{}^2$$

$$= r\sum_{j=1}^{r}\left(\frac{Y_{.j...}}{r}\right)^2 - 2r\left(\sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j...}}{r}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + r^2\frac{Y_{.....}}{r^2}\frac{Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - 2\left(\sum_{j=1}^{r}Y_{.j...}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - 2Y_{.....}\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - 2\frac{Y_{.....}{}^2}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - FK$$

Jadi diperoleh:

$$JKK = \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j...}{}^2}{r} - FK \tag{2.17}$$

d. Jumlah Kuadrat Yunani (JKY)

$$JKY = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \left(\bar{Y}_{..k..}{}^2 - 2\bar{Y}_{..k..}\bar{Y}_{.....} + \bar{Y}_{.....}{}^2\right)$$

$$= r\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{..k..}{}^2 - 2r\left(\sum_{k=1}^{r} \bar{Y}_{..k..}\right)\bar{Y}_{.....} + r^2\bar{Y}_{.....}{}^2$$

$$= r\sum_{k=1}^{r} \left(\frac{Y_{..k..}}{r}\right)^2 - 2r\left(\sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}}{r}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + r^2\,\frac{Y_{.....}}{r^2}\frac{Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^2}{r} - 2\left(\sum_{k=1}^{r} Y_{..k..}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^{2}}{r} - 2Y_{.....} \frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^{2}}{r} - 2\frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^{2}}{r} - \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^2}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^{2}}{r} - FK$$

Jadi diperoleh:

$$JKY = \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k..}{}^{2}}{r} - FK \tag{2.18}$$

e. Jumlah Kuadrat Angka (JKA)

$$JKA = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} (\bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r} \left(\bar{Y}_{...l.}{}^{2} - 2\bar{Y}_{...l.}\bar{Y}_{.....} + \bar{Y}_{.....}{}^{2}\right)$$

$$= r\sum_{l=1}^{r} \bar{Y}_{...l.}{}^{2} - 2r\left(\sum_{l=1}^{r} \bar{Y}_{...l.}\right)\bar{Y}_{.....} + r^2\bar{Y}_{.....}{}^{2}$$

$$= r\sum_{l=1}^{r}\left(\frac{Y_{...l.}}{r}\right)^2 - 2r\left(\sum_{l=1}^{r}\frac{Y_{...l.}}{r}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + r^2\,\frac{Y_{.....}}{r^2}\frac{Y_{.....}}{r^2}$$

$$= \sum_{l=1}^{r}\frac{{Y_{...l.}}^2}{r} - 2\left(\sum_{l=1}^{r}Y_{...l.}\right)\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{l=1}^{r}\frac{{Y_{...l.}}^2}{r} - 2\,Y_{.....}\,\frac{Y_{.....}}{r^2} + \frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{l=1}^{r}\frac{{Y_{...l.}}^2}{r} - 2\,\frac{{Y_{.....}}^2}{r^2} + \frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{l=1}^{r}\frac{{Y_{...l.}}^2}{r} - \frac{{Y_{.....}}^2}{r^2}$$

$$= \sum_{l=1}^{r}\frac{{Y_{...l.}}^2}{r} - FK$$

Jadi diperoleh:

$$JKA = \sum_{l=1}^{r}\frac{{Y_{...l.}}^2}{r} - FK \tag{2.19}$$

f. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}(\bar{Y}_{....m} - \bar{Y}_{.....})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(\bar{Y}_{....m}{}^{2} - 2\bar{Y}_{....m}\bar{Y}_{.....} + \bar{Y}_{.....}{}^{2}\right)$$

$$= r\sum_{m=1}^{r}\bar{Y}_{....m}{}^{2} - 2r\left(\sum_{m=1}^{r}\bar{Y}_{....m}\right)\bar{Y}_{.....} + r^{2}\bar{Y}_{.....}{}^{2}$$

$$= r\sum_{m=1}^{r}\left(\frac{Y_{....m}}{r}\right)^{2} - 2r\left(\sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}}{r}\right)\frac{Y_{.....}}{r^{2}} + r^{2}\frac{Y_{.....}}{r^{2}}\frac{Y_{.....}}{r^{2}}$$

$$= \sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - 2\left(\sum_{m=1}^{r}Y_{....m}\right)\frac{Y_{.....}}{r^{2}} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}}$$

$$= \sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - 2Y_{.....}\frac{Y_{.....}}{r^{2}} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}}$$

$$= \sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - 2\frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}} + \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}}$$

$$= \sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - \frac{Y_{.....}{}^{2}}{r^{2}}$$

$$= \sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - FK$$

Jadi diperoleh:

$$JKP = \sum_{m=1}^{r}\frac{Y_{....m}{}^{2}}{r} - FK \qquad (2.20)$$

g. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\left(Y_{ijklm} - \bar{Y}_{i....} - \bar{Y}_{.j...} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...l.} - \bar{Y}_{....m} + 4\bar{Y}_{.....}\right)^2$$

$$JKG = JKT - JKB - JKK - JKY - JKA - JKP \tag{2.21}$$

Lampiran 2:

Daftar Nilai Kritis Sebaran F pada Taraf Kritis 5%

v_2	v_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	1.07	3.02
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
13	4.63	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88

Lanjutan lampiran 2

v_2	v_1									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	241.9	243.9	245.9	148.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.00	2.02	1.97	1.92
19	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	1.91	1.83	1.75	1.56	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00