PROSES UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH

FULLYFUZZY LINEAR PROGRAMMING

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan

Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Disusun Oleh:

Ekaningsih Haryati

NIM. 06305141042

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2011

PERSETUJUAN

SKRIPSI

PROSES UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH

FULLY FUZZY LINEAR PROGRAMMING

Telah Memenuhi Persyaratan dan Siap untuk Diujikan

Disetujui pada:

Hari / tanggal: Selasa / 25 Januari 2011

Dosen Pembimbing

Himmawati Puji Lestari, M. Si

NIP. 19750110 200012 2 001

PENGESAHAN SKRIPSI

PROSES UNTUK MENYELESAIAN MASALAH

FULLY FUZZY LINEAR PROGRAMMING

Disusun oleh:

EKANINGSIH HARYATI

06305141042

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta pada hari/tanggal: rabu/2 Februari 2011 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Matematika.

Susunan Tim Penguji

Nama	**Jabatan**	**Tanda Tangan**	**Tanggal**
Himmawati P. L, M.Si **NIP. 197501102000122001**	**Ketua Penguji**	....	22-02-2011
Tuharto, M.Si **NIP. 196411091990011001**	**Sekretaris Penguji**	....	18-02-2011
Dr. Agus Maman A. **NIP. 197008281995021001**	**Penguji I**	....	14-02-2011
Emut, M.Si **NIP. 131808333**	**Penguji II**	....	17-02-2011

Yogyakarta, 25 Februari 2011
Fakultas MIPA UNY
Dekan,

Dr. Ariswan
NIP. 131791367

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama	: Ekaningsih Haryati
NIM	: 06305141042
Program Studi	: Matematika
Jurusan	: Pendidikan Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (MIPA)
Judul Skripsi	: Proses untuk Menyelesaikan Masalah *Fully Fuzzy Linear Programming*

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya, skripsi ini tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi lain, kecuali pada bagian-bagian tertentu yang diambil sebagai acuan. Apabila ternyata bukti ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya.

Yogyakarta, Januari 2011

Yang menyatakan,

Ekaningsih Haryati

NIM. 06305141042

MOTTO

Fir'aun bertanya, "Siapa Tuhan seluruh alam itu?" Dia (Musa) menjawab, "Tuhan pencipta langit dan bumi dan apa ada diantara keduanya (itulah Tuhanmu), jika kamu mempercayai-Nya (QS. Asy-Syu'araa, 26: 23-24)

PERSEMBAHAN

Penulis mengucapkan hamdalah atas ridlo Allah SWT dalam proses penulisan skripsi ini dan berdoa semoga Allah senantiasa membimbing hamba-Nya ini untuk berbuat yang terbaik dari waktu ke waktu dalam perjalanan hidupnya. Karya yang sederhana ini ku persembahkan untuk:

- *Bapak dan ibu tercinta, tanpa kasih sayang mereka aku tak bisa sampai pada detik ini. Terima kasih atas jasa Bapak dan Ibu yang tak terbalaskan sampai kapanpun. Adik tersayang dan keluarga besar di Magelang dan Kulon Progo yang selalu mendoakan dan mendukungku.*
- *Uyi, Dewi, Mita, Aul, dan teman-teman matematika angkatan 2006 lainnya yang akan senantiasa terkenang di hati.*
- *Teman-teman perantauan penghuni kos di Samirono CT VI No. 70A yang telah berbagi kebahagiaan dalam hunian yang semakin mahal dengan fasilitas yang seadanya.*
- *Saudara-saudara diperantauan senasib seperjuangan yang tidak dapat disebut penulis satu per satu.*

PENYELESAIAN MASALAH

FULLY FUZZY LINEAR PROGRAMMING

Oleh:

Ekaningsih Haryati

NIM. 0630141042

ABSTRAK

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk membahas proses untuk menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* sehingga diperoleh penyelesaian optimal samar yang diharapkan.

Masalah *fully fuzzy linear programming* merupakan suatu masalah program linear samar dengan variabel-variabel dan koefisien-koefisien yang digunakan adalah bilangan samar serta operasi-operasi aritmatika yang digunakan adalah operasi aritmatika bilangan samar. Parameter *fuzzy* yang digunakan pada masalah *fully fuzzy linear programming* adalah bilangan samar triangular sehingga dalam menyelesaikan masalah tersebut membutuhkan operasi aritmatika dan definisi bilangan samar triangular. Masalah *fully fuzzy linear programming* dapat diubah menjadi program linear dengan menggunakan operasi aritmatika dan definisi-definisi bilangan samar triangular pada kendala utama, fungsi tujuan, dan kendala tidak negatif dan selanjutnya diselesaikan dengan metode simpleks.

Hasil penelitian menunjukkan proses menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* dapat dilakukan dengan mengubah masalah tersebut menjadi program linear sehingga data-data *fuzzy* akan diubah menjadi data tegas yang difokuskan pada fungsi tujuan, kendala utama, dan kendala tidak negatif. Penyelesaian program linear tersebut menhasilkan solusi yaitu variabel-variabel yang mewakili suatu bilangan real positif atau nol. Variabel-variabel tersebut selanjutnya ditempatkan kembali dalam bentuk bilangan samar triangular yang sesuai dan disebut solusi optimal samar. Hasil substitusi solusi optimal samar ke dalam fungsi tujuan masalah *fully fuzzy linear programming* akan mendapatkan penyelesaian optimal samar.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'aalamiin, kalimat terindah tersebut yang selalu dapat melukiskan rasa syukur penyusun kehadirat Allah SWT di setiap waktu khususnya pada saat penyusunan skripsi ini. Kasih sayang, kuasa, dan kehendak-Nya jualah yang membuat tugas ini selesai dengan berbagai pengalaman dan pelajaran atau hikmah yang menyertainya.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan dalam memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. Penyusun dapat menyelesaikan tugas penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penyusun mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Ariswan selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNY, yang telah memberikan izin dan kesempatan kepada penyusun untuk menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Hartono, selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah membantu mahasiswa dalam urusan akademik.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNY yang telah membantu mahasiswa dalam melaksanakan kegiatan-kegiatan akademik.
4. Bapak Tuharto, M.Si selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY dan penguji skripsi yang telah memberikan masukan dan kritikan yang membangun sehingga isi skripsi ini menjadi lebih baik.

5. Ibu Himmawati Puji Lestari, M.Si selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan arahan dan bimbingan serta dukungan moral kepada penyusun, sehingga penyusun mendapatkan banyak hikmah (pelajaran) berharga dalam proses mengerjakan tugas akhir ini.
6. Bapak Dr. Agus Maman A. dan Bapak Emut, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dan kritikan untuk membuat skripsi ini menjadi lebih berbobot.
7. Bapak Muhammad Fauzan, M.Sc, S.T selaku penasihat akademik yang telah memberikan arahan, bimbingan, dan motivasi kepada penyusun.
8. Bapak dan Ibu dosen di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNY yang telah mengajarkan hal-hal yang sangat berharga kepada penyusun.
9. Semua pihak yang telah memberikan dukungan, membantu, dan mendoakan sehingga memperlancar penyelesaian penyusunan skripsi ini.

Semoga setiap detil amalan mereka diterima Allah SWT dan mendapatkan balasan yang lebih baik. Penyusun menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, namun demikian penyusun tetap berharap agar skripsi ini tidak hanya dapat bermanfaat bagi penyusun tetapi juga bagi pembaca pada umumnya. Amin.

Yogyakarta, Januari 2011

Penyusun

Ekaningsih H

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR NOTASI

$\tilde{A}=(a, b, c)$:	bilangan samar triangular *A* yang disusun oleh bilangan *a*, *b*, *c* ϵ bilangan real
$\Re(\tilde{A})$:	*linear ranking function* untuk bilangan samar triangular *A*
$\mu_{\tilde{A}}(x)$:	fungsi keanggotaan bilangan samar *A* yang menyatakan derajat keanggotaan *x* di dalam *A*
$\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1)$:	bilangan samar triangular *A* yang disusun oleh bilangan a_1, b_1, c_1 ϵ bilangan real
$\precsim$:	relasi pertidaksamaan samar ‘kurang dari atau sama dengan’
$\succsim$:	relasi pertidaksamaan samar ‘lebih dari atau sama dengan’
$\oplus$:	operator penjumlahan samar
$\ominus$:	operator pengurangan samar
$\otimes$:	operator perkalian samar
$\tilde{x}_j = (x_j, y_j, z_j)$:	variable samar *x* ke *j*; *j*=1, 2, …
$\tilde{c}_j=(p_j, q_j, r_j)$:	koefisien fungsi tujuan masalah *FFLP* berbentuk bilangan samar triangular

$\tilde{a}_{ij} = (a_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$: koefisien teknis kendala utama masalah *FFLP* pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j* berbentuk bilangan samar triangular

$\tilde{b}_i = (m_i, n_i, v_i)$: suku tetap kendala utama masalah *FFLP* untuk baris ke-*i* berbentuk bilangan samar triangular

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan senantiasa mengalami kemajuan dari waktu ke waktu seiring dengan kebutuhan manusia yang senantiasa bertambah, baik dari kebutuhankualitas, kenyamanan, keoptimalan, dan lain sebagainya.Kebutuhan-kebutuhan yang beraneka ragamtersebut menjadi permasalahan yang terjadidi dunia nyata.

Pengambilan keputusan secara umum berhubungan dengan sebuah himpunan berisi pilihan-pilihan keluaran, sebuah himpunan berisi pilihan-pilihan tindakan yang sesuai dengan pembuat keputusan, sehingga suatu fungsi objektif berusaha menawarkan hasil yang memuaskan.

Menurut George J Klir dan Bo Yuan (1995: 390-391), pengambilan keputusan menjadi salah satu aktivitas paling fundamental dalam kehidupan manusia.Dalam kehidupan sehari-hari, pengambilan keputusan atas suatu masalah tidak bisa dengan jawaban sederhana yaitu “Ya” atau “Tidak”. Sebagai contoh, untuk menyatakan seseorang berbadan “tinggi” adalah bersifat relatif bagi orang satu dengan lainnya. Demikian juga untuk warna “abu-abu” yang merupakan campuran antara warna hitam dan putih (Sri Kusumadewi, 2002: 1).

Masalah pengambilan keputusandapat berupa pernyataan-pernyataan yang masih samar atau tidak pastipada kehidupan sehari-hari, baik pada fungsi tujuan atau fungsi kendala maupun fungsi tujuan dan fungsi kendala. Misalkan terdapat fungsi tujuan seperti: “Melihat kondisi perekonomianyang tidak menentu, laba penjualan bakso bulan depan diusahakan meningkat *X* rupiah, salah satu usaha yang dilakukan adalah dengan cara mengoperasikan warung satu jam lebih awal dan ditutup satu jam kemudian dari rutinitas bulan ini".Selain itu, fungsi kendala yang juga samar, seperti: "Untuk memproduksi meja komputer dan lemari kayu ukuran sedang, persediaan kayu jenis *A* dan *B* masing-masing dibutuhkan 400 unit dan 500 unit, sedangkan pasokan kayu jenis *A* dan *B* yang dimiliki perusahaan masih 500 dan 650 unit." Contoh permasalahan dimana fungsi tujuan dan fungsi kendala samaradalah seperti: "Pada tahun ini keuntungan produksi roti dapat mencapai*Q* rupiah dengan melakukanpenambahan aneka jenis roti yang diproduksi, promo iklan dan tetap menjaga kualitas.Untuk bahan baku pembuatan roti masih terdapat 100 unit dengan kebutuhan bahan baku 250 unit."

Setiap perusahaan atau organisasi memiliki keterbatasan atas sumber dayanya, baik keterbatasan dalam jumlah bahan baku, mesin dan peralatan, ruang, tenaga kerja, jam-kerja, maupun modal. Dengan keterbatasan ini, perusahaan perlu merencanakan strategi yang dapat mengoptimalkan hasil yang ingin dicapai, baik itu berupa keuntungan maksimal atau biaya minimal. Berbagai macam teknik telah ditemukan untuk tujuan itu, salah satu diantaranya program linear (Eddy Herjanto, 2007: 43).

Program linear menurutT. Allahviranloo, dkk (2008: 19), mengandung salah satu asumsi dasar yaitu asumsi kepastian (pendefinisian yang baik dan tegas), dimana setiap parameter data dalam program linear, yang terdiri dari koefisien-koefisien fungsi tujuan, konstanta-konstanta sebelah kanan dan koefisien-koefisien teknis, diketahui secara pasti. Fakta yang muncul adalah hal-hal yang berhubungan dengan ilmu pengetahuan tidak selalu bersifat tegas dalam kehidupan sehari-hari.

Pada tahun 1965, Zadeh memodifikasi teori himpunan dimana setiap anggotanya memiliki derajat keanggotaan yang bernilai kontinu antara 0 sampai 1. Himpunan ini disebut dengan Himpunan Kabur (*Fuzzy Set*) (Sri Kusumadewi, 2002: 1). Himpunan *Fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sehingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan real pada interval [0,1]. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu item dalam semesta pembicaraan tidak hanya berada pada 0 atau 1, namun juga nilai yang terletak diantaranya. Dengan kata lain, nilai kebenaran suatu item tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Sri Kusumadewi, 2002: 17).

MenurutGeorge J. Klir dan Bo Yuan (1995: 410), tidak selalu terpenuhi bahwa kendala-kendala dan fungsi objektif masalah program linear ditetapkan secara tegas (*crisp*). Masalah-masalah yang ditemui di dunia nyata berhubunganerat dengan masalah ketidakpastian (tidak memiliki definisi batas yang jelas), misalnya banyak, tinggi, muda, lebih banyak dari, dan lain-lain. Pada kondisi demikian dibutuhkan program linear samar.Program linear samar (*fuzzy linear programming*) adalah program linear dengankoefisien-koefisien fungsi tujuan (koefisien biaya), konstanta-konstanta sebelah kanan dan koefisien-koefisien teknisdinyatakan dalam bentuk himpunan samar.

Menurut T. Allahviranloo, dkk (2008: 20), metode penyelesaian masalah program linear samar dapat dibagi dalam dua kelompok, yaitu kesamaran parameter keputusan dan kesamaran variabel keputusan. Beberapa waktu kemudian terdapatprogram linear samar dimana koefisiendan variabelyang digunakan adalahdata *fuzzy*. Masalah program linear yang keseluruhan variabel dan koefisien-koefisien yang digunakan berbentuk data*fuzzy*, serta operasi-operasi aritmatik yang digunakan adalahoperasi aritmatik bilangansamardisebut masalah*fully fuzzy linear programming*.

Masalah *FFLP* memiliki keunggulan dari program linear sehingga masalah tersebut perlu dibahas penyelesaiannya. Keunggulan *FFLP*dibandingkan program linear adalah adanya penjelasan tentang koefisien biaya, variabel, maupun koefisien teknis yang tidak bernilai tegas dalam kehidupan nyata yang dapat digambarkan dengan menggunakan bilangan samar. Bilangan samartriangular digunakan dalam tulisan ini karena bilangan samar triangular memiliki satu anggota yang memiliki derajat keanggotaan 1 sehingga proses perhitungan memiliki tingkat ketelitian yang lebih baik dibandingkan bilangan samar trapezoida yang memiliki beberapa anggota yang berderajat keanggotaan 1.

Tulisan inimembahas proses menyelesaikan masalah*fullyfuzzylinear programming*.Pada akhir penyelesaian, himpunan penyelesaian yang diharapkanuntuk masalah *fully fuzzy linear programming*adalah himpunan bilangan samar triangular positif yang dinamakan solusi optimal samardan akan digunakan untuk menghitung penyelesaian optimal samar.

B. Batasan Masalah

Masalahprogram linear samar yang dimaksud dalam tulisan ini adalah *fully fuzzy linear programming*dengan bilangan samar yangdigunakan adalah bilangan samar triangular.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana proses untuk menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* sehingga diperoleh suatu penyelesaian optimal.

D. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah mengetahuiproses menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* sehingga diperoleh penyelesaian optimal masalah tersebut.

E. Manfaat Penelitian

1. Bagi penulis

   Mengetahuiprosesdalam menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* dan memanfaatkan teori yang sudah diberikanketika belajar di FMIPA UNY yaitu metode simpleks.

2. Bagi Jurusan Pendidikan Matematika

   Memperluas khasanah pengetahuan matematika pada topik kajian aplikasi teori himpunan samar pada masalah program linear.

BAB II

DASAR TEORI

Berikut diberikanlandasan teori mengenai operasi elementer, program linear, metode simpleks, konsep himpunan samar, dan program linear samar untuk membahas penyelesaian masalah *fully fuzzy linear programming* pada bab selanjutnya.

A. Operasi Elementer

Operasi elementer dibutuhkan untuk mengetahui langkah-langkah penyelesaian yang terdapat pada metode simpleks.

Definisi 2.1 (Howard Anton, 1995: 5)

Operasi elementer adalah operasi yang dilakukan pada suatu matriks menurut salah satu cara berikut:

1) Mengalikan sebuah baris atau kolom dengan sebuah konstanta yang tidak sama dengan nol.
2) Mempertukarkan dua baris atau kolom.
3) Mengalikan suatu baris atau kolom dengan sebuah konstanta yang tidak nol, kemudian ditambahkan pada baris atau kolom yang lain.

Contoh 2.1

Diberikan contoh penerapan operasi elementer pada sebuah matriks.

Misal terdapat matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array}$$

Operasi elementer tahap 1: baris pertama dikalikan -2 dan dijumlahkan dengan baris kedua. Kemudian baris pertama dikalikan -3 dan dijumlahkan baris ketiga.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{bmatrix}$$

Operasi elementer tahap 2: baris kedua dikalikan $\frac{1}{2}$. Kemudian baris kedua dikalikan -3 dan dijumlahkan baris ketiga.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

Operasi elementer tahap 3: baris ketiga dikali -2, kemudian baris pertama dikurangi baris kedua.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{11}{2} & \frac{35}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Operasi elementer tahap 4: baris ketiga dikali $\frac{-11}{2}$ dan dijumlahkan baris pertama. Baris ketiga dikali $\frac{7}{2}$ dan dijumlahkan baris kedua.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

B. Program Linear

Menurut Mokhtar S. Bazaraa, dkk (1990: 4), program linear adalah suatu masalah optimasi yang bertujuan memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi linear yangmemenuhi kendala-kendala berbentuk persamaan atau pertidaksamaan linear.

1. Pengertian Program Linear

Program linear dengan teknik optimasi linear adalah upaya menyelesaikan suatu masalah, dimana semua fungsi matematika yang digunakan dalam program linear merupakan fungsi linear.

Program linear menurut Johanes Supranto (2009: 76)ialah salah satu teknik dalam riset operasi untuk memecahkan persoalan optimasi dengan menggunakan persamaan dan ketidaksamaan linear dalam rangka untuk mencari pemecahan yang optimum dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan yang ada.

2. Model Matematika Program Linear

Menurut B. Susanta (1994: 6), rumusan program linear secara umum adalah sebagai berikut:

Mencari x_1, x_2, ..., x_j, ...,x_n

yang memaksimumkan (atau meminimumkan)

$f = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

dan memenuhi susunan kendala sebagai berikut:

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n(\leq, =, \geq)b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n(\leq, =, \geq)b_2$

$\vdots$

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n(\leq, =, \geq)b_m$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

Keterangan rumusan masalah program linear diatas menurut B. Susanta (1994: 15) adalah sebagai berikut:

f : fungsi tujuan

x_j : variabel keputusan

a_{ij} : koefisien teknis (koefisien dalam kendala utama)

b_i : suku tetap

c_j : koefisien biaya (koefisien dalam fungsi tujuan)

x_j> 0: kendala tak negatif

Rumusan diatas dapat ditulis sebagai berikut:

Mencari x_j, j = 1, 2, ..., n

memaksimumkan (meminimumkan)

$f = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

dan memenuhi susunan kendala berikut:

$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\geq, =, \leq) b_i$; i = 1, 2, ..., m

$$x_j \geq 0$$

Fungsi tujuan pada rumusan program linear di atas yaitu $f = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$ merupakan tujuan yang akan dicapai atau dioptimalkan. Selanjutnya, persamaan atau pertidaksamaan yang merepresentasikan keterbatasan atau keberadaan kendala yang membatasi pencapaian fungsi tujuan dinamakan fungsi kendala. Untuk m kendala pertama disebut kendala utama atau fungsional dan syarat bahwa nilai variabel keputusan harus lebih dari atau sama dengan ($x_j \geq 0$) dinamakan kendala-kendala tidak negatif.Rumusan program linear di atas menunjukkan bahwa setiap kendala dapat berbentuk kendala pertidaksamaan atau persamaan.

Menurut Tjutju Tarliyah Dimyati & Ahmad Dimyati (2006: 18), variabel keputusan menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat. Fungsi tujuan merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan dimaksimumkan atau diminimumkan.

Menurut B. Susanta(1994: 81-82), terdapat tiga jenis bentuk masalah program linear sebagai berikut:

a) Masalah program linear berbentuk kanonik yaitu masalah program linear yang semua kendala utamanya berbentuk persamaan.

Mencari x_j, j = 1, 2, ..., n

yang memaksimumkan (atau meminimumkan)

$f(x_j) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

dan memenuhi susunan kendala berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, i = 1, \dots, m$$

$x_j \geq 0$

b) Masalah program linear berpola maksimum yaitu masalah program linear yang memaksimumkan fungsi tujuan dengan model sebagai berikut:

Mencari x_j, j = 1, 2, ..., n

yang memaksimumkan

$f(x_j) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

dan memenuhi susunan kendala sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\geq, =, \leq) b_i, i = 1, \dots, m$$

$x_j \geq 0$

Jika relasi setiap kendala utama pada masalah pemrograman linear berpola maksimum adalah kurang dari atau sama dengan ($\leq$), maka disebut model berpola maksimum baku.

c) Masalah program linear berpola minimum yaitu masalah program linear yang meminimumkan fungsi tujuan dengan model sebagai berikut:

Mencari x_j, j = 1, 2, ..., n

yang meminimumkan

$f(x_j) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

dan memenuhi susunan kendala sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\geq, =, \leq) b_i, i = 1, \dots, m$$

$x_j \geq 0$

Jika relasi setiap kendala utama pada masalah pemrograman linear berpola minimum adalah lebih dari atau sama dengan ($\leq$), maka disebut model masalah berpola minimum baku.

Contoh 2.2

Berikut akan diberikan contoh pembuatan model program linear.

Suatu perusahaan rumah tangga memproduksi makanan ringan yang dibuat dari dua bahan pokok, *X* dan *Y*. Harga per kg bahan pokok *X* dan *Y*adalah Rp6.000,00, dan Rp8000,00. Setiap kg bahan pokok mengandung beberapa nutrisi yaitu sebagai berikut (dalam unit/kg):

Bahan Pokok	Nutrisi A	Nutrisi B	Nutrisi C	Nutrisi D
X	6	0	6	5
Y	4	8	8	0

Setiap kilogram cemilan tersebut harus mengandung paling tidak 36 unit nutrisi A, 24 unit nutrisi B, 48 unit nutrisi C, dan 20 unit nutrisi D.

Akan dihitung banyak bahan pokok X dan Y yang harus dibeli untuk memproduksi 200 kg makanan ringan dan meminimalkan biaya produksi.

Penyelesaian: sebelum membuat model program linear, terlebih dahulu dibuat nama-nama variabelsehingga dapat mempermudah dalammemahami soal.

Misal banyak (dalam kg) bahan pokok $X = x$ dan bahan pokok $Y = y$.

b_1= batas minimal kandungan nutrisi A (dalam unit/kg) = 36 unit

b_2= batas minimal kandungan nutrisi B (dalam unit/kg) = 24 unit

b_3= batas minimal kandungan nutrisi C (dalam unit/kg) = 48 unit

b_4= batas minimal kandungan nutrisi D (dalam unit/kg) = 10 unit

Jumlah bahan pokok X dan Y maksimal 200 kg.

Masalah program linear contoh 2.2dapat ditulis sebagai berikut:

Mencari x, y

Min $f(x, y) = 6.000,00\,x + 8.000,00y$

Dengan kendala : $6x + 4y \geq 36$

$0x + 8y \geq 24$

$6x + 8y \geq 48$

$5x + 0y \geq 20$

$x + y \leq 100$

$x \geq 0, y \geq 0$

C. Metode Simpleks

Menurut Eddy Herjanto (2007: 45-46), terdapat beberapa teknik penyelesaian masalah program linear, antara lain metode grafik, dan metode simpleks. Metode grafik adalah metodeyang hanya dapat digunakan untuk permasalahan yang memiliki dua variabel saja, yaitu dalam bentuk grafik dua dimensi.Metodeuntuk menyelesaikan masalah program linear yang memilikilebih dari dua variabeldan kendala adalah metode simpleks.

Definisi-definisi yang berhubungan dengan penyelesaian masalah program linear perlu dipaparkan sebelum membahas metode simpleks.

Definisi 2.2 (Johanes Supranto, 2009: 73)

Penyelesaian (*solution*) ialah nilai-nilai dari variabel x yang memenuhi ketidaksamaan/persamaan.

Definisi 2.3(Johanes Supranto, 2009: 73)

Penyelesaian layak (*feasible solution*) ialah nilai variabel keputusanyang telah memenuhi semua syarat (persamaan dan pertidaksamaan) yang ada. Nilai variabel keputusan yang negatif berarti tidak layak (*infeasible*).

Definisi 2.4 (Johanes Supranto, 2009: 73)

Penyelesaian basis (*basic solution*) ialah penyelesaian yang diperoleh hanya berdasarkan atas banyaknya persamaan yang ada, sedangkan penyelesaian yang lain nilainya nol. Hal tersebut berarti jika m persamaan dan n variabel yang harus dicari nilainya, maka penyelesaian basis akan menghasilkan m variabel x yang nilainya lebih dari atau sama dengan nol ($x \geq 0$) sedangkan sisanya (n-m variabel) bernilai nol (x = 0).

Definisi 2.5 (Johanes Supranto, 2009: 73)

Penyelesaian optimal (*optimal solution*) ialah penyelesaian layak basis yang membuat fungsi tujuan optimal.

Penyelesaian optimal ini yang akan diusahakan oleh metode simpleks dengan langkah-langkah yang spesifik dan berulang.

Menurut Johanes Supranto (2009: 100), metode simpleks merupakan suatu prosedur aljabar iteratif (yang dilakukan secara berulang) yang dimulai dari suatu penyelesaian layak basis awal ke penyelesaian layak basis lainnya sampai diperoleh penyelesaian optimal. Pada setiap langkah metode simpleks akan menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar (lebih kecil) atau sama dari langkah-langkah sebelumnya.

Menurut B. Susanta (1994: 86-87), metode simpleks, pada setiap iterasinya, menggunakan alat bantu berupa tabel simpleks sebagai berikut:

Tabel 1Tabel Simpleks

		c_1	c_2	$\cdots$	c_n		
$\bar{c}_i$	$\bar{x}_i/x_j$	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	b_i	R_i
$\bar{c}_1$	$\bar{x}_1$	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1n}	b_1	R_1
$\bar{c}_2$	$\bar{x}_2$	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2n}	b_2	R_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\bar{c}_m$	$\bar{x}_m$	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mn}	b_m	R_m
	z_j	z_1	z_2	$\cdots$	z_n	Z	
	$z_j - c_j$	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$\cdots$	$z_n - c_n$	Z	

x_j : variabel-variabel keputusan lengkap

a_{ij} : koefisien teknis

b_i : suku tetap (tidak negatif)

c_j : koefisien biaya

$\bar{x}_i$: variabel yang menjadi basis pada tabel yang ditinjau

$\bar{c}_i$: koefisien biaya dari variabel basis$\bar{x}_i$

z_j : $\sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i a_{ij}$ (hasil kali $\bar{c}_i$ dengan kolom dari koefisien teknis)

Z:$\sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i b_i$ (hasil kali $\bar{c}_i$ dengan kolom b_i)

$z_j - c_j$: selisih antara z_j dengan c_j

R_i : $\frac{b_i}{a_{ij}}$, dengan syarat $a_{ij} > 0$.

Bagian Tabel Simpleks yang diarsir merupakan atau diperoleh dari seluruh ruas kiri kendala utama beserta suku tetapnya yaitu sebagai berikut.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

Hal tersebut mengisyaratkan bahwa masalah program linear yang dapat diselesaikan dengan metode simpleks adalah masalah program linear bentuk kanonik dan sudah memiliki variabel basis pada setiap kendala utamanya.

Kehadiran variabel basis pada tabel awal simpleks ditandai dengan adanya suatu variabel yang salah satu unsur kolomnya adalah 1 dan 0 untuk unsur lainnya. Oleh karena itu setiap kendala utama dalam bentuk pertidaksamaan harus diubah terlebih dahulu dalam bentuk persamaan dengan menyisipkan variabel pengetat yaitu variabel *slack* dan variabel *surplus*. Selanjutnya menambahkan variabel *artificial* pada kendala dalam bentuk persamaan yang belum memiliki variabel basis.

Menurut Eddy Herjanto (2007:45), cara mengubah bentuk umum program linear ke bentuk kanonik adalah sebagai berikut:

i. Menambahkan variabel *slack* untuk ketidaksamaan kendala yang berbentuk lebih kecil (<).

ii. Mengurangi dengan variabel *surplus* untuk ketidaksamaan kendala yang berbentuk lebih besar (>).

iii. Mengalikan dengan -1 terhadap nilai suku tetap (b_i) negatif.

Pada kendala berupa pertidaksamaan yang menggunakan relasi 'lebih dari atau sama dengan' (≥) dan kendala berupa persamaandapat memanfaatkan variabel *artificial* atau variabel semu. Variabel semu berbeda dengan variabel *slack* dan variabel *surplus*, dimana variabel semu berfungsi supaya kendala utama dapat memiliki variabel berkoefisien +1 untuk menjadi variabel basis sehingga dapat dimasukkan dalam tabel simpleks.

Bentuk kendala tersebut tidak dapat dimasukkan dalam tabel simpleks karena pada kendala tersebut tidak ada variabel yang dapat menjadi variabel basis. Hal ini disebabkan tidak ada variabel berkoefisien +1. Oleh karena itu perlu ditambahkan variabel dengan koefisien +1, misal q_i.

Variabel q_i inilah yang dinamakan variabel *artificial* atau semu. Hal yang sama berlaku pada kendala berbentuk persamaan sebagai berikut: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j =$

$b_i$menjadi $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + q_i = b_i$, sehingga menjadi sebuah kendala yang memiliki variabel berkoefisien +1 untuk menjadi variabel basis pada tabel awal simpleks.

Variabel berkoefisien +1 yang akan menjadi variabel basis pada tabel simpleks dapat diperoleh dengan menambahkan variabel *slack* ataupun *artificial* pada suatu kendala utama. Namun apabila variabel berkoefisien +1 yang dapat menjadi variabel basis sudah tersedia dalam suatu kendala utama maka tidak perlu dilakukan penambahan kendala tersebut.

Untuk menyesuaikan dengan bentuk kendala yang baru, fungsi sasaran yang semula berbentuk:

$$f = \sum_{j=1}^{p} c_j x_j = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_px_p$$

dilengkapi menjadi:

$$f = \sum_{j=1}^{p} c_j x_j = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_px_p + 0(x_{p+1} + \cdots + x_n)$$

dengan $c_{p+1} = c_{p+2} = ... = c_n = 0$ (B. Susanta, 1994: 81)

Contoh 2.3

Di bawah iniadalah contoh masalah program linearyang akan diubah ke bentuk kanonik.

Mencari *x*, *y*, *z*

Yang memenuhi susunan kendala:

$2x + 3y + 6z < 42$

$0x + 9y + 4z > 56$

$7x + 4y + 3z = 64$

$x, y, z \geq 0$

dan memaksimumkan: $x + 4y + 5z$

Penyelesaian: kendala utamadari masalah program linear diatas harus dijadikan bentuk kanonik.

Kendala pertama yaitu $2x + 3y + 6z < 42$ ditambahkan variabel *slack* di ruas kiri kendala, misal s_1, sehingga diperoleh kendala berbentuk kanonik yaitu $2x + 3y + 6z + s_1 = 42$.Dengan demikian kendala pertama sudah berbentuk kanonik yangsudah memiliki variabel basis.

Kendala kedua yaitu $0x + 9y + 4z > 56$ dikurangkan variabel *surplus* diruas kiri kendala, misal t_1, sehingga diperoleh kendala berbentuk kanonik yaitu $0x + 9y + 4z - t_1 = 56$. Kendala tersebut belum memiliki variabel basis, sehingga perlu ditambahkan variabel *artifisial*, misal q_1 dan diperoleh kendala yaitu $0x + 9y + 4z - t_1 + q_1 = 56$. Kendala kedua sudah berbentuk kanonik yang memiliki variabel basis.

Kendala ketiga $7x + 4y + 3z = 64$ sudah berbentuk kanonik, akan tetapi belum memiliki variabel basis. Kendala ketiga tersebut perlu ditambahkan variabel *artifisial*sehingga kendala tersebut menjadi $7x + 4y + 3z + q_2 = 64$. Dengan demikian kendala ketiga sudah berbentuk kanonik yang memiliki variabel basis.

Bentuk kanonik siap simpleks dari masalah program linear Contoh 2.3dapat ditulis menjadi:

Mencari x, y, z

Yang memenuhi susunan kendala:

$2x + y + 6z + s_1 = 42$

$0x + 9y + 4z - t_1 + q_1 = 56$

$7x + 4y + 3z + q_2 = 64$

$x, y, z \geq 0$

dan memaksimumkan: $x + 4y + 5z + 0\ (s_1 + t_1 + q_1 + q_2)$

Berikut diberikan langkah-langkah penyelesaian model program linear menggunakan metode simpleks menurut B. Susanta(1994: 87-108):

1) Langkah Awal: Membuat Tabel Awal Simpleks

   Langkah pertama metode simpleks adalah mengubah bentuk model masalah program linear yang ada ke bentuk kanonik, kemudian memasukkan masalah tersebut pada tabel awal simpleks yang disusun seperti Tabel Simpleks pada Tabel 1. Variabel*slack* dan *artificial* menjadi variabel basis karena variabel-variabel ini berada dalam matriks identitas dengan koefisien +1. Apabila ada penambahan variabel *slack, surplus,* dan *artificial* pada suatu model maka dibuat fungsi tujuan baru, yaitu fungsi tujuan yang memuat variabel-variabel tersebut. Koefisien biaya variabel *slack* dan *surplus* adalah nol, variabel *artificial* adalah –M untuk kasus memaksimumkan dan +M untuk kasus meminimumkan fungsi tujuan. M mewakili suatu bilangan yang sangat besar.

2) Langkah Kedua: Menguji Keoptimuman Penyelesaian

Langkah kedua ini bertujuan untuk memeriksa penyelesaian yang diperoleh tabel simpleks pada suatu iterasi. Suatu penyelesaian layak basis masalah program linear kasus memaksimumkan fungsi tujuan dikatakan telah optimum apabila $z_j - c_j \geq 0$, sedangkan untuk kasus meminimumkan penyelesaian layak basis telah optimum jika $z_j - c_j \leq 0$, untuk setiap j, dengan j = 1, 2, ..., n. Apabila penyelesaian yang diperoleh tabel pada suatu iterasi telah optimum, maka langkah metode simpleks berhenti. Namun apabila penyelesaian yang diperoleh belum optimum, tabel simpleks perlu diperbaiki untuk memperoleh penyelesaian yang lebih baik yaitu penyelesaian yang lebih mengoptimumkan fungsi tujuan. Memperbaiki tabel simpleks ini merupakan langkah ketiga dari metode simpleks.

3) Langkah Ketiga: Memperbaiki tabel

Tahap ini bertujuan untuk membuat tabel simpleks baru yang menghasilkan penyelesaian yang lebih baik dari tabel sebelumnya.

Hal tersebut dilakukan dengan cara memilih satu variabel non-basis untuk dijadikan variabel basis baru pada tabel simpleks baru yang akan dibuat dan pemilihan satu variabel basis yang keluar dari basiskarena akan digantikan oleh variabel basis baru yang terpilih. Setelah diperoleh tabel baru dilanjutkan menguji keoptimuman penyelesaian. Apabila penyelesaiannya telah optimal maka iterasi dihentikan, tetapi apabila penyelesaiannya belum optimal maka dilanjutkan langkah ketiga; tahap memperbaiki tabel.

Variabel non-basis yang menjadi variabel basis untuk kasus memaksimumkan fungsi tujuan adalah variabel non-basis $x_k$pada kolom ke-k yang memiliki nilai $z_j - c_j$ paling kecil (j = 1, 2, ..., n). Pada kasus minimasi, variabel non-basis x_k dari kolom ke-k yang memiliki nilai $z_j - c_j$ paling besar (j = 1, 2, ..., n). Apabila ada beberapa kolom yang memiliki nilai $z_j - c_j$ yang sama, maka dapat dipilih salah satu diantaranya secara acak. Selanjutnya kolom yang terpilih tersebut dinamakan kolom kunci.

Variabel basis yang harus keluar baik pada kasus memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan adalah sama yaitu variabel $\bar{x}_p$ yang diperoleh dari baris R_i yang terkecil. Nilai R_i diperoleh dari perhitungan berikut: $R_i = \frac{b_i}{a_{ik}}$, dengan a_{ik}> 0. Baris yang terpilih dinamakan sebagai baris kunci. Unsur yang menjadi perpotongan kolom dan baris kunci dinamakan unsur kunci, yang digunakan untuk memperbaiki tabel. Nilai unsur kunci ini harus dibuat sama dengan 1 dan nilai-nilai lainnya pada kolom yang sama harus nol dengan melakukan beberapa kali operasi baris elementer.

Contoh 2.4

Diberikan contoh masalah program linear yang diselesaikan dengan metode simpleks.

Mencarix_1, x_2, x_3

Dengan kendala: $x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 10$

$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Dan memaksimumkan: $f(x_1, x_2, x_3)$= $10x_1 + x_2 + 2x_3$

Penyelesaian Contoh 2.4menggunakan metode simpleks dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Langkah Awal: Membuat Tabel Awal Simpleks

Contoh 2.4 perludiubah ke bentuk kanonik dengan menambah variabel *slack* pada kendala ke-1 dan ke-2 agar masalah dapat dimasukkan dalam tabel simpleks. Bentuk kanonik Contoh 2.4 setelah ditambah variabel *slack*menjadi:

Mencari x_1, x_2, x_3

dengan susunan kendala berikut:

$x_1 + x_2 - 2x_3 + s_1 = 10$

$4x_1 + x_2 + x_3 + s_2 = 20$

$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0$

Dan Max $f(x_1, x_2, x_3)$=$10x_1 + x_2 + 2x_3 + 0s_1 + 0s_2$

Selanjutnya, bentuk kanonik program lineartersebutdimasukkan ke dalam tabel awal simpleks.

Tabel 2Tabel awal simpleks dari Contoh 2.4

	c_j	10	1	2	0	0		
$\bar{c}_i$	$\bar{x}_i$ / x_j	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b_i	R_i
0	s_1	1	1	-2	1	0	10	
0	s_2	4	1	1	0	1	20	
	z_j	0	0	0	0	0	0	
	$z_j - c_j$	-10	-1	-2	0	0	0	

2. Langkah Kedua: Menguji Keoptimuman Penyelesaian

Tabel 3Tabel simpleksuji keoptimalan iterasi ke-1 Contoh 2.4

	c_j	10	1	2	0	0		
$\bar{c}_i$	$\bar{x}_i$ / x_j	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b_i	R_i
0	s_1	1	1	-2	1	0	10	10
0	s_2	4	1	1	0	1	20	5
	z_j	0	0	0	0	0	0	
	$z_j - c_j$	-10	-1	-2	0	0	0	

Terlihat pada tabel bahwa penyelesaian yang diperoleh merupakan penyelesaian layak basis tetapi tidak optimal. Nilai-nilai pada baris $z_j - c_j$masih terdapat nilai negatif, sehingga tabel perlu diperbaiki.

3. Langkah Ketiga: Memperbaiki Tabel

Memperbaiki tabel diawali dengan menentukan variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis yang dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -10 atau dalam hal ini variabel x_1. Selanjutnya menentukan variabel basis yang harus keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 5 atau dalam hal ini variabel s_2. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal inibernilai 4 yang harus dibuat menjadi 1 dan nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus 0 dengan melakukan beberapa kali operasi elementer. Hasil perbaikan ini menghasilkan tabel simpleks pada iterasi ke-2 sebagai berikut:

Iterasi ke-2:

Tabel 4Tabel simpleks iterasi ke-2 dari Contoh 2.4

		c_j	10	1	2	0	0		
	$\bar{c}_i$	$\bar{x}_i$ / x_j	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	b_i	R_i
$b_1 - b_2$	0	s_1	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{-9}{4}$	1	$\frac{-1}{4}$	5	
$b_2 x \frac{1}{4}$	10	x_1	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	5	
		z_j	10	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	50	
		$z_j - c_j$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	50	

Tabel simpleks iterasi kedua sudah optimalsemua nilai $z_j - c_j \geq 0$. Diperoleh penyelesaian layak basis yaitu x_1= 5, x_2 = 0, x_3 = 0, s_1 = 5, s_2= 0 dan $f(x_1, x_2, x_3, s_1, s_2)$= 10.5 + 1.0 + 2.0 + 5.0 + 0.0 = 50.

D. Konsep Himpunan Samar

Terdapat data-data masalah program linear yang berupa data tidak pasti dalam kehidupan nyata. Salah satu konsep matematika yang dapat menggambarkan ketidakpastian adalah konsep himpunan samar. Oleh karena itu perlu dijelaskan beberapa konsep himpunan samar agar data samar yang muncul pada pemrograman linear dapat digambarkan dengan baik sehingga dapat diperoleh penyelesaian optimal sesuai yang diharapkan.

1. Pengertian Himpunan Samar

Himpunan tegas (*crisp*) menurut Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo (2010: 3) mendefinisikan secara tegas untuk setiap elemen anggotanya. Hal itu berarti terdapat batas pembatas yang tegas antara elemen yang menjadi anggota suatu himpunan dengan elemen yang bukan anggota suatu himpunan. Sehingga nilai kebenaran yang dimiliki himpunan tegas ada dua yaitu 1 untuk anggota dan 0 untuk bukan anggota suatu himpunan. Hal tersebut dapat terjadi karena nilai keanggotaan suatu elemen dalam suatu himpunan tegas A, yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, hanya memiliki dua kemungkinan, yaitu:

- satu (1), yang berarti bahwa elemen *x* merupakan anggota himpunan *A*.
- nol (0), yang berarti bahwa elemen *x* bukan merupakan anggota *A*.

Contoh 2.5

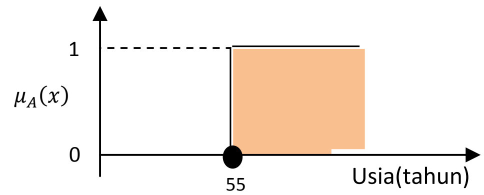
Berikut diberikan contoh himpunan tegas yang menggambarkan usia.

Misalkan himpunan A adalah himpunan 'orang tua' yang didefinisikan menggunakan himpunan tegas yaitu himpunan orang-orang yang berusia lebih dari atau sama dengan 55 tahun.

Dari definisi tersebut, dapat dinyatakan dengan tegas bahwa orang yang berusia 54 tahun tidak termasuk atau bukan merupakan anggota himpunan orang tua. Begitu juga orang yang berusia 54 tahun 11 bulan bukan merupakan anggota himpunan tersebut sehingga tidak dapat dikatakan sebagai orang tua. Hal tersebut berarti bahwa :

- Nilai keanggotaan orang yang berusia 56 tahun pada himpunan A, $\mu_A(x)$ = 1 karena 56 $\in A$.
- Nilai keanggotaan orang yang berusia 54 tahun pada himpunan A, $\mu_A(x)$ = 0 karena 54$\notin A$.

Nilai keanggotaan di atas dapat digambarkan menggunakan grafik sebagai berikut:



Gambar 1Grafik himpunan "orang yang tua" dari Contoh 2.5

Apabila usia 55 tahun disepakati secara umum untuk digunakan sebagai acuan bahwa seseorang dikatakan sudah tua, maka orang yang berusia 54 tahun sudah dapat dikatakan sebagai orang yang tua, karena selisih antara usia 54 dan 55 tahun tidak terpaut jauh.

Hal atau kejadiantersebutmenurut Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo (2010: 5) memperlihatkan bahwapenerapan himpunan tegas untuk mendefinisikan kelompok usia tua sangat kasar. Suatu perubahan kecil dapat mengakibatkan perbedaan kelompok yang sangat signifikan. Oleh karenanya, himpunan samar (*fuzzy set*) digunakan untuk mengatasi hal tersebut.

Menurut George J Klir dan Bo Yuan (1995: 3), teori himpunan samar (*fuzzy set*) pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965, yaitu himpunan yang memiliki batas-batas yang tidak jelas. Keanggotaan pada himpunan samar bukan dinyatakan dengan 'ya' atau 'tidak', melainkan dengan derajat keanggotaan.

Himpunan samar didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.6 (George J Klir & Bo Yuan, 1995: 11)

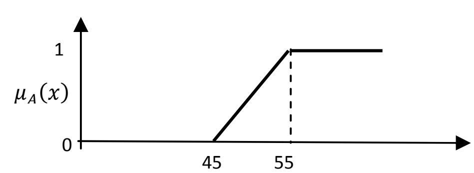
Himpunan samar *A* di dalam semesta pembicaraan *U* didefinisikan sebagai himpunan yang mencirikan suatu fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ yang mengawankan setiap $x \in U$ dengan bilangan real di dalam interval [0, 1], $\mu_A(x) \rightarrow$ [0, 1] dengan nilai $\mu_A(x)$ menyatakan derajat keanggotaan *x* di dalam *A*.

Contoh 2.6

Dalam semesta himpunan real, ℝ, misal *A* adalah himpunan orang-orang yang tua, dengan fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ sebagai berikut:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, \ x \geq 55 \\ \frac{x-45}{10}, 45 < x < 55 \\ 0, x \leq 45 \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan dari himpunan samar *A* dariContoh 2.6 diatas dapat digambarkan dalam grafik berikut:



Gambar 2Grafik fungsi keanggotaan himpunan samar *A* Contoh 2.6

Grafik di atas menunjukkan bahwa usia 55 tahun atau lebih termasuk anggota himpunan orang yang tua dengan derajat keanggotaan 1 yaitu pasti sebagai anggota himpunan orang yang tua. Usia 45 sampai 55 tahun, derajat keangotaan pada himpunan orang yang tua naik monoton dari 0 ke 1. Usia kurang dari 45 tahun sudah tidak dapat dikatakan sebagai orang yang tua. Pada himpunan samar di atas, usia 46 dan 47 tahun tergolong usia yang tua dengan derajat keanggotaan yang berbeda. Perubahan suatu nilai tidak menjadikan perubahan kategori yang mencolok, namun berjalan secara kontinyu, sehingga nilai keanggotaan himpunan samar menjadi tidak terhingga yaitu berada interval antara nol dan satu.

2. Konsep Dasar Himpunan Samar

Beberapa definisi dasar yang dipergunakan dalam himpunan samar diantaranya sebagai berikut:

Definisi 2.7 (Beta Noranita, 2008: 94)

Misal $\mathbb{R}$ adalah himpunan semua bilangan real. Bilangan *fuzzyu* dalam $\mathbb{R}$ didefinisikan sebagai pasangan fungsi $(\underline{u},\overline{u})$ yang memenuhi sifat-sifat berikut:

(a) Fungsi $\underline{u}$ monoton naik, terbatas, dan kontinu kiri pada [0, 1].

(b) Fungsi $\overline{u}$ monoton turun, terbatas, dan kontinu kanan pada [0, 1].

(c) $\underline{u}(r) \leq \overline{u}(r)$ untuk setiap r dalam [0, 1].

Definisi 2.8 (Amit Kumar, dkk, 2010: 38)

Suatu *ranking function* adalah suatu fungsi $\Re$: $F(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, dimana $F(\mathbb{R})$ adalah suatu himpunan bilangan-bilangan samar yang didefinisikan atas himpunan bilangan-bilangan realdan diberikan dengan rumus $\Re(\tilde{A}) = \frac{a+2b+c}{4}$ untuk suatu bilangan samar triangular $\tilde{A}$=(a, b, c).*Ranking function*($\Re$) memetakan tiap-tiap bilangan samar ke bilangan real.

3. Fungsi Keanggotaan

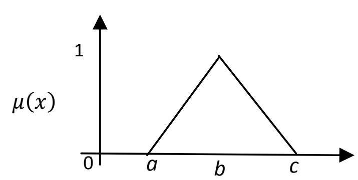
Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi (Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo, 2010: 8).

Setiap himpunan samar dapat dinyatakan oleh suatu fungsi keanggotaan (*membership function*). Fungsi keanggotaan himpunan samar yang biasa dipakai adalah fungsi keanggotaan segitigadan fungsi keanggotaan bentuk trapesium. Fungsi keanggotaan yang akan dijelaskan pada tulisan ini adalah fungsi keanggotaan segitiga.

Definisi 2.9 (Amit Kumar, dkk, 2010: 38)

Suatu bilangan samar $\tilde{A}$ = (a, b, c) disebut bilangan samar triangular jika fungsi keanggotaannya segitiga yang diberikan oleh:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}; a \leq x < b \\ \frac{(c-x)}{(c-b)}; b \leq x < c \\ 0; lainnya \end{cases}$$



Gambar 3Fungsi Keanggotaan Segitiga

Definisi 2.10 (Amit Kumar, dkk, 2010: 38)

Suatu bilangan samar triangular (a, b, c) disebut bilangan samar triangular non-negative jika a≥ 0.

Definisi 2.11 (Amit Kumar, dkk, 2010: 38)

Misal terdapat dua bilangan samar triangular $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1)$ dan $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2)$, maka:

1) $\tilde{A} \precsim \tilde{B}$ jika$a_1 \leq a_2, b_1 - a_1 \leq b_2 - a_2, c_1 - b_1 \leq c_2 - b_2$.

2) $\tilde{A} \succsim \tilde{B}$ jika $a_1 \geq a_2,\ b_1 - a_1 \geq b_2 - a_2, c_1 - b_1 \geq c_2 - b_2$.

3) $\tilde{A} = \tilde{B}$ jika $a_1 = a_2,\ b_1 = b_2, c_1 = c_2$.

4. Operasi-Operasi Aritmatika Bilangan Samar Triangular

Penyelesaian masalah *fully fuzzy linear programming* menggunakan operasi aritmatika bilangan samar triangular. Operasi-operasi aritmatika diantara dua bilangan samar triangulardidefinisikan atas himpunan bilangan-bilangan real.

Definisi 2.12 (Amit Kumar, dkk, 2010: 38)

Misal terdapat dua bilangan samar triangular $\tilde{A} = (a, b, c\ )$ dan $\tilde{B} = (e, f, g)$, dan terdapat $\alpha \in \mathbb{R}$maka

1) $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a, b, c) \oplus (e, f, g) = (a+e, b+f, c+g)$

2) Misal $\tilde{A} = (a, b, c)$ sebarang bilangan samar triangular dan $\tilde{B} = (x, y, z)$ adalah sebuah bilangan samar triangular nonnegatif, maka:

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} \simeq (a, b, c) \otimes (x, y, z)$$

$$\simeq \begin{cases} (ax, by, cz), & a \geq 0 \\ (az, by, cz), & a < 0, c > 0 \\ (az, by, cx), & c < 0 \end{cases}$$

3) $-\alpha\tilde{A} = -\alpha(a, b, c) = (-\alpha c, -\alpha b, -\alpha a)$

Penjumlahan suatu bilangan samar triangular,misal $\tilde{A}$, dengan negasi suatu bilangan samar triangular, misal $(-\tilde{B})$, dapat ditulis menjadi:

$\tilde{A} \oplus (-\tilde{B})$ = $(a, b, c) \oplus(-(e, f, g))$

= $(a, b, c) \oplus(-g, -f, -e)$

= $(a-g, b-f, c-e)$

= $(a, b, c) \ominus (e, f, g)$

= $\tilde{A} \ominus \tilde{B}$

Penjelasan tersebut memperlihatkan adanyaoperasi pengurangan antara dua bilangan samar triangular yang menjadi akibat darioperasi penjumlahan suatu bilangan samartriangular dengan negasi suatu bilangan samar triangular.Oleh karenanya, operasi pengurangan antara dua bilangan samar triangular dapat ditulis menjadi:

4) $\tilde{A} \ominus \tilde{B}$ = $(a, b, c) \ominus (e, f, g)$ = $(a-g, b-f, c-e)$

Contoh 2.7

Contoh berikut menggambarkan operasi-operasi aritmatika yang berlaku pada bilangan-bilangan samar triangular. Misal diberikan bilangan samar $\tilde{A}$ = (2, 5, 9) dan $\tilde{B}$ = (1, 4, 4), maka:

1) $\tilde{A}\oplus\tilde{B}$= (2, 5, 9)$\oplus$(1, 4, 4) = (2+1, 5+4, 9+4) = (3, 9, 13)
2) $-\tilde{A}$ = –(2, 5, 9) = (-9, -5, -2)
3) $\tilde{A}\ominus\tilde{B}$=(2, 5, 9)$\ominus$(1, 4, 4) = (2-4, 5-4, 9-1) = (-2, 1, 8)
4) Misal $\tilde{A}$= (2, 5, 9), $\tilde{B}$ = (1, 4, 4) suatu bilangan samar triangular non-negatif, $\tilde{C}$ = (-2, -1, 0), $\tilde{D}$ = (-6, -5, -4)maka:

   i. $\tilde{A}\otimes\tilde{B}$

   (1, 1, 2) $\otimes$ (1,4,4)

= (1 x 1, 1 x 4, 2 x 4)

= (1, 4, 8)

ii. $\tilde{C} \otimes \tilde{B}$

(-2, -1, 0)$\otimes$(1,4,4)

= (-2 x 4, -1 x 4, 0 x 1)

= (-8, -4, 0)

iii. $\widetilde{D} \otimes \tilde{B}$

(-6, -5, -4)$\otimes$(1,4,4)

= (-6 x 4, -5 x 4, -4 x 1)

= (-24, -20, -4)

E. Program Linear Samar

Program linear menurut Amit Kumar, dkk (2010: 37) merupakan salah satu teknik dalam riset operasi yang paling sering diterapkan.Nilai-nilai parameter model program linear harus terdefinisi dengan baik (tegas), sedangkandalam kehidupan nilai-nilai parameter yang tegas bukan asumsi yang realistis. Oleh karenanya penggunaan parameter masalah program linear direpresentasikan dengan bilangan-bilangan samar.

Menurut George J. Klir dan Bo Yuan (1995: 410),bentuk umum model program linear samar sama dengan bentuk umum model program linear biasa. Model matematika program linear samaryaitu sebagai berikut:

Max $\sum_{j=1}^{n} C_j X_j$

Dengan kendala: $\sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j \lesssim B_i \ (i \ \in \mathrm{N}_m)$

$X_j \gtrsim 0 \; (j \in \mathrm{N}_n)$

denganA_{ij}, B_i, C_j adalah bilangan-bilangan samar dan X_j adalah variabel-variabel yang berupa bilangan samar ($i \in \mathrm{N}_m$, $j \in \mathrm{N}_n$); dengan operasi-operasi penambahan dan perkalian menggunakan operasi-operasi aritmatika *fuzzy*, dan $\lesssim$menunjukkan pengurutan bilangan-bilangan samar.

Menurut T. Allahviranloo, dkk (2008: 19), metode-metode yang digunakan untuk menyelesaikan dapat dikategorikan menjadi dua macam, yaitu metodeberdasarkan kesamaran parameter-parameter keputusan dan metode berdasarkan kesamaran variabel-variabel keputusan.

Menurut T. Allahviranloo, dkk (2008: 20), Buckley dan Feuring memperkenalkan sebuah jenis dari masalah program linear samar yang disebut *fully fuzzified linear programming*. Masalah *FFLP*merupakan hasil generalisasi kesamaran parameter-parameter keputusan dan kesamaran variabel-variabel keputusan, sehingga seluruh parameter-parameter keputusan dan variabel-variabel keputusan adalah bilangan-bilangan samar.

Model*fully fuzzy linear programming* dengan *m* kendala samar dan *n* variabel samar menurut Amit Kumar, dkk (2010: 38)adalah:

Mencari $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$

Max (Min) $\sum_{j=1}^{n} (\tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j)$

Terhadap kendala $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \lesssim, =, \gtrsim \tilde{b}_i$

$\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n \gtrsim 0$

Masalah *fully fuzzy linear programming* memuat beberapa notasi. Notasi $\tilde{c}_j$ mewakili koefisien biaya berupa bilangan samar dan dapat dimisalkan

(p_j, q_j, r_j). Notasi $\tilde{a}_{ij}$mewakili suatu koefisien teknis pada baris *i* dan kolom *j* berupa bilangan samar triangular dan dapat dimisalkan (a_{ij}, c_{ij}, d_{ij}). Notasi $\tilde{x}_j$ adalah variabel samar yang mewakili bilangan samar triangular dan dapat dimisalkan(x_j, y_j, z_j). Notasi $\tilde{b}_i$ mewakili suku tetap kendala utama yang berupa bilangan samar triangular dapat dimisalkan (m_i, n_i, v_i). Oleh karenanya, model *fully fuzzy linear programming* tersebut dapat ditulis menjadi:

Mencari $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$

Yang memaksimumkan (meminimumkan):

$$(p_1, q_1, r_1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (p_2, q_2, r_2) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots \oplus (p_n, q_n, r_n) \otimes (x_n, y_n, z_n)$$

Terhadap kendala:

$$(a_{11}, c_{11}, d_{11}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{12}, c_{12}, d_{12}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots \oplus (a_{1n}, c_{1n}, d_{1n}) \otimes (x_n, y_n, z_n) (\precsim, =, \succsim) (m_1, n_1, v_1)$$

$$(a_{21}, c_{21}, d_{21}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{22}, c_{22}, d_{22}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots \oplus (a_{2n}, c_{2n}, d_{2n}) \otimes (x_n, y_n, z_n) (\precsim, =, \succsim) (m_2, n_2, v_2)$$

$\vdots$

$$(a_{m1}, c_{m1}, d_{m1}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{m2}, c_{m2}, d_{m2}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots \oplus (a_{mn}, c_{mn}, d_{mn}) \otimes (x_n, y_n, z_n) (\precsim, =, \succsim) (m_m, n_m, v_m)$$

$$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n) \succsim 0$$

Model *fully fuzzy linear programming*memiliki tiga unsur utama yaitu variabel keputusan, fungsi objektif, kendala utama. Penjelasan mengenai unsur-unsur dalam model *FFLP* adalah sebagai berikut:

$\tilde{x}_j$: variabel keputusan

$\sum_{j=1}^{n}(\tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j)$: fungsi tujuan

$\tilde{c}_j$: koefisien biaya

$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \precsim, =, \succsim \tilde{b}_i$: kendala utama

$\tilde{a}_{ij}$: koefisien teknis

$\tilde{b}_i$: suku tetap kendala utama

$\tilde{x}_j > 0$: kendala tidak negatif

$i = 1, 2, ..., m$ dan $j = 1, 2, ..., n$

Contoh 2.8

Dibawah ini adalah contoh kejadian dalam kehidupan sehari-hari dan rumusan masalah *fully fuzzy linear programming* yang menggambarkan keadaan tersebut.

Seorang penjual jeruk pontianak di desa SUBUR bermaksud membawa jeruknya ke kota. Banyak jeruk yang akan dijual ke kota kurang lebih 7 kg yang akan dilakukan setelah melakukan dua hari pengamatan terhadap penjualan yang dikerjakannya ke kota. Variabel yang mewakili harga per kg jeruk dimisalkan $\tilde{x}_1$.

Hari pertama penjualan buah jeruk ke kota, penjual mempunyai target dapat menjual kurang lebih 3 kg jeruk dengan kapasitas yang dapat dibawa 6 kg jeruk.

Hari kedua penjual mempunyai target dapat menjual kurang lebih 5 kg jeruk dengan kapasitas yang dibawa adalah 10 kg jeruk.

Masalah tersebut dapat ditulis menjadi:

$\text{Max}\big((6,7,8) \otimes (x_1, y_1, z_1)\big)$

Terhadap kendala:

$(2,3,8) \otimes (x_1, y_1, z_1) \precsim (4,6,24)$

$(1,5,7) \otimes (x_1, y_1, z_1) \precsim (2,10,21)$

$(x_1, y_1, z_1) \succsim 0$

Masalah *fully fuzzy linear programming* dapat diubah menjadi program linear sehingga dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks atau simpleks dua tahap atau *software*komputer dan kemudian diperoleh solusi program linear yang berupa variabel-variabel yang mewakili bilangan real.

Variabel-variabel yang telah diperoleh akan digunakan untuk menghitung solusi optimal dan penyelesaian optimal samar masalah *FFLP*. Proses untuk menghitung solusi optimal dan penyelesaian optimal samar pada bab selanjutnya dilakukan menurut Amit Kumar, dkk (2010: 39). Proses untuk menyelesaikan Contoh 2.8 dapat dilihat dengan lebih lengkap pada bab selanjutnya pada Contoh 3.4.

BAB III

PEMBAHASAN

Masalah *fully fuzzy linear programming*adalah masalah program linear samar yang seluruh koefisien-koefisien dan variabel-variabel yang digunakan adalah bilangan samar, serta menggunakan operasi aritmatika dan definisi-definisi yang berhubungan dengan bilangan samar tersebut.

Bilangan samar triangular dipilih dalam tulisan ini karena operasi aritmatika dan definisi-definisi bilangan samar triangular dapat mengubah masalah *fully fuzzy linear programming*menjadi program linear.

Setiap perhitungan untuk menyelesaikan suatu masalah, salah satunya masalah program linear, disesuaikan dengan penggunaan nilai-nilai dan operasi aritmatika yang digunakan didalamnya. Untuk masalah program linear, nilai-nilai koefisien dan variabel yang digunakan dalam masalah tersebut adalah bilangan-bilangan real, sehingga operasi aritmatika yang digunakan dalam penyelesaian masalah tersebut adalah operasi aritmatika bilangan real. Pada masalah program linear samar yang menggunakan koefisien-koefisien dan variabel berupa bilangan samarmengakibatkan operasi aritmatika yang digunakan dalam menyelesaikan masalah tersebut adalah operasi aritmatika bilangan samar. Khusus untuk masalah *fully fuzzy linear programming*yang menggunakan bilangan samar triangular menyebabkan operasi aritmatika yang dibutuhkan adalah operasi aritmatika bilangan samar triangular.

Proses untuk menyelesaikan masalah *FFLP* dapat dilakukan dengan membawa masalah tersebut menjadi program linear selanjutnya menghitung solusi optimal dan penyelesaian optimal samar masalah *FFLP*.

Solusi optimal samar masalah *fully fuzzy linear programming* dapat diperoleh dengan meletakkan nilai-nilai dari $x_j, y_j,$ dan z_j pada $\tilde{x}_j$=$\left(x_j, y_j, z_j\right)$. Perhitungan penyelesaian optimal samar *FFLP* dapat diperoleh dengan cara memasukkan $\tilde{x}_j$ ke dalam fungsi tujuan *FFLP* yaitu $\sum_{j=1}^{n}(\tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j)$.

A. Proses untuk MengubahMasalah *Fully Fuzzy Linear Programming*Menjadi Program Linear

Proses menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* dapat dilakukan dengan mengubah masalah tersebut menjadi program linear. Proses mengerjakan masalah *fully fuzzy linear programming* menggunakan operasi aritmatika bilangan samartriangular merupakan langkah awal yang dilakukan pada fungsi tujuan dan kendala utama yang telah berbentuk persamaan masalah tersebut. Hasil yang diperoleh dari langkah tersebut masih berupa data-data *fuzzy*. Karena data-data yang diperoleh masih berbentuk data *fuzzy* maka langkah selanjutnya adalah menggunakan definisi-definisi yang berlaku pada bilangan samar triangular untuk mengubahdata-data *fuzzy* menjadidata-data tegas yang menjadi unsur-unsur program linear.

1. Perubahan Kendala UtamaMasalah *Fully Fuzzy Linear ProgrammingMenjadi* KendalaUtamaProgram Linear

Bentuk umum kendala utama masalah *fully fuzzy linear programming*adalah$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j (\precsim, =, \succsim) \tilde{b}_i$, sehingga setiap kendalapada masalah*fully fuzzy linear programming* dapat berbentuk persamaan,$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j = \tilde{b}_i$dan atau berbentuk pertidaksamaan, $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \neq \tilde{b}_i$, $\forall i = 1, 2, ..., m$.

Salah satu hal yang harus dilakukan dalam menyelesaikan masalah *fully fuzzy linear programming* terhadap kendala utama adalah menjadikan kendala-kendala berbentuk pertidaksamaanmenjadi kendala berbentuk persamaan. Hal tersebut dapat dilakukan dengan menambahkan variabel*slack*dan *surplus*sesuai dengan bentuk pertidaksamaan kendala yaitu sebagai berikut:

a) Kendala berbentuk pertidaksamaan: $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \precsim \tilde{b}_i$

Kendala denganrelasi‘kurang dari atau sama dengan’($\precsim$)diubah menjadikendala berbentuk persamaandengan menambahkan variabel *slack*$\tilde{S}_i$ ke ruas kiri kendala.

Penjelasan tersebut dapat ditulis menjadi:$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \oplus \tilde{S}_i = \tilde{b}_i$untuk i= 1, 2, …, m dimana $\tilde{S}_i$ adalah variabel non-negatifdimisalkan (s_i, t_i, u_i).

b) Kendala berbentuk pertidaksamaan:$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \succsim \tilde{b}_i$

Kendala dengan relasi‘lebih dari atau sama dengan’($\succsim$) diubah menjadikendala berbentukpersamaan dengan menambahkan variabel *surplus*$\tilde{S}_i$ ke ruas kanan kendala.

Penjelasan tersebut dapat ditulis menjadi: $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j = \tilde{b}_i \oplus \tilde{S}_i$ untuk$i$ = 1, 2, …, m dengan$\tilde{S}_i$ variabel non-negatif misal (s_i, t_i, u_i). Kendala berbentuk $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j = \tilde{b}_i \oplus \tilde{S}_i$ dapat ditulis menjadi $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \otimes \tilde{x}_j \ominus \tilde{S}_i = \tilde{b}_i$.

Notasi $\tilde{a}_{ij}$, $\tilde{x}_j$, $\tilde{b}_i$ dimisalkan (a_{ij}, c_{ij}, d_{ij}), (x_j, y_j, z_j), (m_i, n_i, v_i). Kendala utama masalah *fully fuzzy linear programming*dapat ditulis menjadi:

$$\sum_{j=1}^{n} (a_{ij}, c_{ij}, d_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j)(\precsim, =, \succsim)(m_i, n_i, v_i)$$

$$\approx (a_{11}, c_{11}, d_{11}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{12}, c_{12}, d_{12}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots \oplus$$
$$(a_{1n}, c_{1n}, d_{1n}) \otimes (x_n, y_n, z_n)(\precsim, =, \succsim)(m_1, n_1, v_1)$$

$$(a_{21}, c_{21}, d_{21}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{22}, c_{22}, d_{22}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots$$
$$\oplus (a_{2n}, c_{2n}, d_{2n}) \otimes (x_n, y_n, z_n)(\precsim, =, \succsim)(m_2, n_2, v_2)$$

$$\vdots$$

$$(a_{m1}, c_{m1}, d_{m1}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{m2}, c_{m2}, d_{m2}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots$$
$$\oplus (a_{mn}, c_{mn}, d_{mn}) \otimes (x_n, y_n, z_n)(\precsim, =, \succsim)(m_m, n_m, v_m)$$

Kendala utama masalah *fully fuzzy linear programming*,$\sum_{j=1}^{n} (a_{ij}, c_{ij}, d_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j)(\precsim, =, \succsim)(m_i, n_i, v_i)$,misalterdiri atas kendala-kendala berbentuk persamaan sehingga kendala utama tersebut dapat ditulis menjadi:

$\sum_{j=1}^{n} (a_{ij}, c_{ij}, d_{ij}) \otimes (x_j, y_j, z_j)$= (m_i, n_i, v_i);i = 1, 2, ..., m

Perhitungan yang dilakukan selanjutnya pada kendala utama yang telah berbentuk persamaan adalah mengerjakannya dengan operasi aritmatika bilangan samar triangular yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$\approx(a_{11}, c_{11}, d_{11}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{12}, c_{12}, d_{12}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \ldots \oplus (a_{1n}, c_{1n}, d_{1n}) \otimes (x_n, y_n, z_n) = (m_1, n_1, v_1)$$

$$(a_{21}, c_{21}, d_{21}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{22}, c_{22}, d_{22}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \ldots \oplus (a_{2n}, c_{2n}, d_{2n}) \otimes (x_n, y_n, z_n) = (m_2, n_2, v_2)$$

$$\vdots$$

$$(a_{m1}, c_{m1}, d_{m1}) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (a_{m2}, c_{m2}, d_{m2}) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \ldots \oplus (a_{mn}, c_{mn}, d_{mn}) \otimes (x_n, y_n, z_n) = (m_m, n_m, v_m)$$

$$\approx(a_{11}x_1, c_{11}y_1, d_{11}z_1) \oplus (a_{12}x_2, c_{12}y_2, d_{12}z_2) \oplus \ldots \oplus (a_{1n}x_n, c_{1n}y_n, d_{1n}z_n) = (m_1, n_1, v_1)$$

$$(a_{21}x_1, c_{21}y_1, d_{21}z_1) \oplus (a_{22}x_2, c_{22}y_2, d_{22}z_2) \oplus \ldots \oplus (a_{2n}x_n, c_{2n}y_n, d_{2n}z_n) = (m_2, n_2, v_2)$$

$$\vdots$$

$$(a_{m1}x_1, c_{m1}y_1, d_{m1}z_1) \oplus (a_{m2}x_2, c_{m2}y_2, d_{m2}z_2) \oplus \ldots \oplus (a_{mn}x_n, c_{mn}y_n, d_{mn}z_n) = (m_m, n_m, v_m)$$

$$\approx(a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n, c_{11}y_1 + \cdots + c_{1n}y_n, d_{11}z_1 + \cdots + d_{1n}z_n) = (m_1, n_1, v_1)$$

$$(a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n, c_{21}y_1 + \cdots + c_{2n}y_n, d_{21}z_1 + \cdots + d_{2n}z_n) = (m_2, n_2, v_2)$$

$\vdots$

$(a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n, c_{m1}y_1 + \cdots + c_{mn}y_n, d_{m1}z_1 + \cdots + d_{mn}z_n)$

$= (m_m, n_m, v_m)$

Hasil perhitungan kendala utama di atas masih berupa data *fuzzy*. Definisi persamaan duabilangan samar triangular akan dijadikan alat untukmembentuk kendala utamaberupa data *fuzzy* menjadi data tegas.Dengan demikian, kendala utama di atas dapat ditulis menjadi:

$a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = m_1$

$c_{11}y_1 + \cdots + c_{1n}y_n = n_1$

$d_{11}z_1 + \cdots + d_{1n}z_n = v_1$

$\vdots$

$a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = m_m$

$c_{m1}y_1 + \cdots + c_{mn}y_n = n_m$

$d_{m1}z_1 + \cdots + d_{mn}z_n = v_m$

Kendala utamatersebutsudah berupa data tegas yang menjadi salah satu unsur program linear yaitu kendala utama program linear.

2. Perubahan Fungsi Tujuan Masalah*Fully Fuzzy Linear Programming*MenjadiFungsi Tujuan Program Linear

Bentuk umum fungsi tujuanpada masalah*fully fuzzy linear programming* yaituMax (Min)$\sum_{j=1}^{n}(\tilde{c}_j \otimes \tilde{x}_j)$. Misal notasi$\tilde{x}_j$ dan $\tilde{c}_j$adalahbilangan samar triangular yang diwakili oleh(x_j, y_j, z_j)dan(p_j, q_j, r_j), makabentuk umum fungsi tujuan*fully fuzzy linear programming* dapat ditulis menjadi:

Max (Min) $\left(\sum_{j=1}^{n}(p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, z_j)\right)$

= Max(Min)$(p_1, q_1, r_1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (p_2, q_2, r_2) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \ldots \oplus$
$(p_n, q_n, r_n) \otimes (x_n, y_n, z_n)$

Fungsi tujuan tersebutselanjutnyadikerjakan menggunakan operasi aritmatika bilangan samar triangular sehingga dapat ditulissebagai berikut:

Max(Min)$(p_1, q_1, r_1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (p_2, q_2, r_2) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \ldots \oplus$
$(p_n, q_n, r_n) \otimes (x_n, y_n, z_n)$

=Max (Min)$(p_1x_1, q_1y_1, r_1z_1) \oplus (p_2x_2, q_2y_2, r_2z_2) \oplus \ldots \oplus (p_nx_n, q_ny_n, r_nz_n)$

=Max (Min)$(p_1x_1 + \cdots + p_nx_n,\ q_1y_1 + \cdots + q_ny_n, r_1z_1 + \cdots + r_nz_n)$

Fungsi tujuan di atas bertujuan memaksimalkan (meminimalkan) data *fuzzy* berupa bilangan samar triangular. Definisi *linear ranking function*untuk fungsi tujuan tersebut dapat mengubah bilangan samar triangular menjadifungsi linearsehingga fungsi tujuan yang diperoleh dapat ditulis sebagai berikut:

Max (Min)$\Re(p_1x_1 + \cdots + p_nx_n,\ q_1y_1 + \cdots + q_ny_n, r_1z_1 + \cdots + r_nz_n)$

=Max(Min)$\frac{1}{4}(p_1x_1 + \cdots + p_nx_n + 2(\ q_1y_1 + \cdots + q_ny_n) + r_1z_1 + \cdots + r_nz_n)$

Fungsi tujuanyang mengoptimalkan fungsi linear di atas merupakanfungsi tujuan program linear.

3. PerubahanKendala Tidak Negatif Masalah*Fully Fuzzy LinearProgramming*Menjadi Kendala Tidak NegatifProgramLinear

Kendala-kendala tidak negatifyang terdapat padamasalah*fully fuzzy linear programming*diwakili olehvariabel keputusan berupa bilangansamar triangular positif. Dengan mengulasdefinisibilangan samar triangular positif,misal diketahui$\tilde{A}$ = (a, b, c), maka $\tilde{A}$ disebut bilangan samar triangular positif jika $a \geq 0$ dan $0 \leq a \leq b < c$ atau $0 \leq a < b \leq c$, dapat dijadikan alat untuk memperoleh variabel tegas dari variabel yang samar.

Kendala tidak negatifyang digunakan dalam masalah*fully fuzzy linear programming*dimisalkan(x_1, y_1, z_1),(x_2, y_2, z_2), ..., (x_n, y_n, z_n).Dengan menggunakan definisi bilangan samar triangular positif, variabel keputusan samar (x_1, y_1, z_1)disebut variabel samar positif jika $y_1 - x_1 \geq 0$, $z_1 - y_1 \geq 0$,variabel (x_2, y_2, z_2) disebut variabel samar positif jika $y_2 - x_2 \geq 0$, $z_2 - y_2 \geq 0$, variabel (x_n, y_n, z_n) disebut variabel samar positif jika $y_n - x_n \geq 0$, $z_n - y_n \geq 0$ yang berupa variabel tegas. Dengan demikian diperoleh variabel-variabelyang mewakili bilangan real yaitu $y_1 - x_1 \geq 0$, $z_1 - y_1 \geq 0$, $y_2 - x_2 \geq 0$, $z_2 - y_2 \geq 0$, ..., $y_n - x_n \geq 0$, $z_n - y_n \geq 0$. Kendala tidak negatif tersebutmerupakan kendala tidak negatif masalah program linear.

Masalah*fully fuzzy linear programming* yang telah dikerjakan denganoperasi aritmatika dan definisi-definisi yang berlaku pada bilangan samar triangular menghasilkanmasalah program linear yaitu sebagai berikut:

Mencari x_1, ..., x_n, y_1, ..., y_n, z_1, ..., z_n

Max (Min) $\frac{1}{4}(p_1x_1 + \cdots + p_nx_n + 2(\,q_1y_1 + \cdots + q_ny_n) + r_1z_1 + \cdots + r_nz_n)$

Terhadap kendala : $a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = m_1$

$c_{11}y_1 + \cdots + c_{1n}y_n = n_1$

$d_{11}z_1 + \cdots + d_{1n}z_n = v_1$

$\vdots$

$$a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = m_m$$

$$c_{m1}y_1 + \cdots + c_{mn}y_n = n_m$$

$$d_{m1}z_1 + \cdots + d_{mn}z_n = v_m$$

$$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0$$

$$y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$$

$$\vdots$$

$$y_n - x_n \geq 0, z_n - y_n \geq 0$$

B. Proses Menghitung Penyelesaian Optimal Masalah *Fully Fuzzy Linear Programming*

Masalah program linear di atas selanjutnya diselesaikan menggunakan metode simpleks.Penyelesaiankendala utama program linear yang telah diperoleh menggunakan metode simpleks menghasilkan solusi yang berupa x_1, x_2, ...,x_n, y_1, y_2, ...,y_n, z_1, z_2, ..., $z_n$dan mewakili suatu nilai bilangan real yang lebih besar atau sama dengan nol.Setelah diperoleh solusi berupa variabel yang mewakili bilangan real, solusi samar dapat diperoleh dengan menempatkan variabel-variabel tersebutke bentuk bilangan samar triangular yang sesuai yaitu (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), ..., (x_n, y_n, z_n)yang dinamakan solusi optimal samar.

Penyelesaian optimal samar masalah *fully fuzzy linear programming* diperoleh dengan cara substitusi solusi optimal samar pada fungsi tujuan masalahtersebut dan menghitungnya dengan operasi aritmatika bilangan samar triangular. Proses menghitung penyelesaian optimal masalah *fflp*dapat ditulis sebagai berikut:

$$(p_1, q_1, r_1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (p_2, q_2, r_2) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus \dots \oplus (p_n, q_n, r_n) \otimes (x_n, y_n, z_n)$$

$= (p_1 x_1, q_1 y_1, r_1 z_1) \oplus (p_2 x_2, q_2 y_2, r_2 z_2) \oplus \dots \oplus (p_n x_n, q_n y_n, r_n z_n)$

$= (p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n, q_1 y_1 + q_2 y_2 + \cdots + q_n y_n, r_1 z_1 + r_2 z_2 + \cdots + r_n z_n)$

Contoh 3.1

Berikut diberikan contoh perhitungan penyelesaian optimal samar dari suatu masalah *fully fuzzy linear programming*.

Diketahui suatu fungsi tujuan masalah *fully fuzzy linear programming*, misal memaksimumkan $f = (2, 3, 4) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (1, 2, 3) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (0, 3, 5) \otimes (x_3, y_3, z_3)$ dan terdapat solusi optimal samar, misal (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)=(1, 1, 2), (0, 1, 3), (2, 3, 4). Penyelesaian optimal samar dapat dihitung dengan cara substitusi solusi optimal samar ke dalam fungsi tujuan yaitu $f = (2, 3, 4) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (1, 2, 3) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (0, 3, 5) \otimes (x_3, y_3, z_3)$

$= (2, 3, 4) \otimes (1, 1, 2) \oplus (1, 2, 3) \otimes (0, 1, 3) \oplus (0, 3, 5) \otimes (2, 3, 4)$

= (2, 3, 8)⊕(0, 2, 9)⊕(0, 9, 20)

= (2+0+0, 3+2+9, 8+9+20)

= (2, 14, 37)

Contoh 3.2

Contoh berikut merupakancontoh masalah *fully fuzzy linear programming*dan proses menyelesaikannya.

Max $\left((1, 2, 3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2, 3, 4) \otimes \tilde{x}_2\right)$

Terhadap kendala:

$(0,1,2) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (1,2,3) \otimes \tilde{x}_2 \lesssim (1,10,27)$

$(1,2,3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,3,4) \otimes \tilde{x}_2 \lesssim (2,11,28)$

$\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \gtrsim 0$

Proses menyelesaikan Contoh 3.2dilakukan dengan mengubah masalah *fully fuzzy linear programming* menjadi program linear yang dikerjakan sebagai berikut:

1. Perubahankendala utama masalah*fully fuzzy linear programming* menjadi kendalautama program linear.

   Kendala utamaContoh 3.2menggunakanrelasi pertidaksamaan samar“kurang dari atau sama dengan” pada setiap kendala. Untuk mengubah kendala yang terdiri atas pertidaksamaan samar yang berelasi “kurang dari atau sama dengan”menjadi bentuk kanoniknya dapatdikerjakan denganmenambah variabel slack $\tilde{S}_i$diruas kiri kendala, sehingga dapat ditulis menjadi:

$(0,1,2) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (1,2,3) \otimes \tilde{x}_2 \oplus (1,1,1) \otimes \tilde{S}_1 = (1,10,27)$

$(1,2,3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,3,4) \otimes \tilde{x}_2 \oplus (1,1,1) \otimes \tilde{S}_2 = (2,11,28)$

Notasi $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{S}_1$, dan $\tilde{S}_2$dimisalkan(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2),(s_1, t_1, u_1) dan (s_2, t_2, u_2), sehingga kendala utama tersebutdapat ditulis menjadi:

$$(0,1,2) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (1,2,3) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (1,1,1) \otimes (s_1, t_1, u_1)$$
$$= (1,10,27)$$

$(1,2,3) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,3,4) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (1,1,1) \otimes (s_2, t_2, u_2) =$
$(2,11,28)$

Kendalautama berbentuk persamaan di atasselanjutnya dikerjakan denganoperasi aritmatika bilangan samar triangular sehingga dapat ditulis menjadi:

$(0x_1 + x_2 + s_1, y_1 + 2y_2 + t_1, 2z_1 + 3z_2 + u_1) = (1, 10, 27)$

$(x_1 + 0x_2 + s_2, 2y_1 + y_2 + t_2, 3z_1 + 2z_2 + u_2) = (2, 11, 28)$

Definisipersamaan dua bilangan samar triangular untuk kendala-kendala di atas dapat mengubah data *fuzzy* tersebut menjadi data berikut:

$$0x_1 + x_2 + s_1 = 1$$

$y_1 + 2y_2 + t_1 = 10$

$2z_1 + 3z_2 + u_1 = 27$

$x_1 + 0x_2 + s_2 = 2$

$2y_1 + y_2 + t_2 = 11$

$3z_1 + 2z_2 + u_2 = 28$

Data tegas yang telah diperoleh di atasmerupakankendala utama program linear Contoh 3.2.

2. Perubahan fungsi tujuan masalah*fully fuzzy linear programming* menjadi fungsi tujuan masalah program linear

   Fungsi tujuan pada Contoh 3.2 adalah Max $\big((1, 2, 3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2, 3, 4) \otimes \tilde{x}_2\big)$.Misal $\tilde{x}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $\tilde{x}_2 = (x_2, y_2, z_2)$, $\tilde{s}_1 = (s_1, t_1, u_1)$, dan $\tilde{s}_2 = (s_2, t_2, u_2)$, maka fungsi tujuan masalah*fully fuzzy linear programming*yang dikerjakan dengan operasi aritmatika bilangan samar triangular dapat ditulismenjadi:

Max$((1, 2, 3) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2, 3, 4) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (0, 0, 0) \otimes (s_1, t_1, u_1)$

$\oplus (0, 0, 0) \otimes (s_2, t_2, u_2))$

$$=\text{Max}\left((1,2,3)\otimes(x_1,y_1,z_1)\oplus(2,3,4)\otimes(x_2,y_2,z_2)\right)$$

$$=\text{Max}\ (x_1+2x_2, 2y_1+3y_2, 3z_1+4z_2)$$

Definisi*linear ranking function* mengubah bilangan samar triangular dalam fungsi tujuan masalah*fully fuzzy linear programming* di atas menjadi fungsi linear yang dapat ditulis sebagai berikut:

Max $\Re(x_1+2x_2, 2y_1+3y_2, 3z_1+4z_2)$

$$=\text{Max}\left(\frac{1}{4}(x_1+2x_2+4y_1+6y_2+3z_1+4z_2)\right)$$

Fungsi linear yang akan dimaksimumkan di atasmerupakan fungsi tujuan program linear.

3. Perubahan kendala tidak negatif*fully fuzzy linear programming* menjadi kendala tidak negatifprogram linear.

Diketahui $\tilde{x}_1$,$\tilde{x}_2$, $\tilde{s}_1$, $\tilde{s}_2$ adalah kendala-kendala tidak negatif yang menjadi variabel-variabel samar triangular non-negatif yang digunakan pada masalah*fully fuzzy linear programming* Contoh 3.2.

Notasi $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{s}_1$, $\tilde{s}_2$dimisalkan(x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2), (s_1,t_1,u_1), (s_2,t_2,u_2), sehinggavariabel-variabel samar masalah*fully fuzzy linear programming*dapat ditulis menjadi:

$$(x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2), (s_1,t_1,u_1), (s_2,t_2,u_2) \gtrsim 0$$

Variabel-variabel samar positif tersebut dapat ditulis menjadivariabel *crisp* dengan definisi bilangan samar triangular positifyang dapat ditulissebagai berikut:

$$y_1-x_1\geq 0, z_1-y_1\geq 0, y_2-x_2\geq 0, z_2-y_2\geq 0$$

$$t_1-s_1\geq 0, u_1-t_1\geq 0, t_2-s_2\geq 0, u_2-t_2\geq 0$$

Pengerjaan masalah*fully fuzzy linear programming* di atas menghasilkan masalah program linearyang dapat ditulis secara lengkap menjadi:

Max $\left(\frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + 4y_1 + 6y_2 + 3z_1 + 4z_2) + 0(s_1 + t_1 + u_1 + s_2 + t_2 + u_2)\right)$

Terhadap kendala:

$0x_1 + x_2 + s_1 = 1$

$y_1 + 2y_2 + t_1 = 10$

$2z_1 + 3z_2 + u_1 = 27$

$x_1 + 0x_2 + s_2 = 2$

$2y_1 + y_2 + t_2 = 11$

$3z_1 + 2z_2 + u_2 = 28$

$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0$

$y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$

$t_1 - s_1 \geq 0, u_1 - t_1 \geq 0$

$$t_2 - s_2 \geq 0, u_2 - t_2 \geq 0$$

Program linear yang diperoleh kemudian diselesaikan dengan metode simpleks. Langkah-langkah penyelesaian Contoh 3.2menggunakanmetode simpleksyaitu:

1. Langkah Awal: Membuat Tabel Awal Simpleks

Iterasi pertama:

Tabel 5 Tabel simpleks iterasi pertama Contoh 3.2

	c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
0	s_1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-
0	t_1	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	10	5
0	u_1	0	0	0	0	2	3	0	0	1	0	0	0	27	-
0	s_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	-
0	t_2	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	11	11
0	u_2	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	0	1	28	-
	z_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	$z_j - c_j$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{2}$	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{-3}{4}$	-1	0	0	0	0	0	0		

2. Langkah Kedua: Menguji Keoptimuman Penyelesaian

Tabel 6 Tabel simpleks uji keoptimalan iterasi pertama Contoh 3.2

	c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
0	s_1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-
0	t_1	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	10	5
0	u_1	0	0	0	0	2	3	0	0	1	0	0	0	27	-
0	s_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	-
0	t_2	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	11	11
0	u_2	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	0	1	28	-
	z_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	$z_j - c_j$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{2}$	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{-3}{4}$	-1	0	0	0	0	0	0		

Terlihat pada tabel bahwa penyelesaian yang diperoleh merupakan penyelesaian layak basis tetapi tidak optimum. Nilai-nilai pada baris $z_j - c_j$ masih terdapat nilai negatif, sehingga tabel perlu diperbaiki.

3. Langkah Ketiga: Memperbaiki Tabel

Memperbaiki tabel diawali dengan menentukan variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis yang dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -$\frac{3}{2}$ atau dalam hal ini adalah variabel y_2. Selanjutnya menentukan variabel basis yang harus keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 5 atau dalam hal ini diwakili variabel t_1. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 2 yang harus dibuat menjadi 1 dan nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus 0 dengan melakukan beberapa kali operasi elementer. Hasil perbaikan ini menghasilkan tabel simpleks pada iterasi ke-2 sebagai berikut:

Iterasi ke-2:

Tabel 7 Tabel simpleks iterasi kedua Contoh 3.2

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		

	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	0	s_1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-
$b_2 x\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	y_2	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	5	-
	0	u_1	0	0	0	0	2	3	0	0	1	0	0	0	27	9
	0	s_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	-
$b_5 - b_2$	0	t_2	0	0	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	1	0	6	-
	0	u_2	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	0	1	28	14
		z_j	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	$\frac{15}{2}$	
		$z_j - c_j$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{-3}{4}$	-1	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	$\frac{15}{2}$	

Tabel simpleks iterasi kedua belum optimal karena masih ada nilai $z_j - c_j \geq 0$.Untuk iterasi ketiga dan seterusnya dituliskan dalam Lampiran 1.

Solusi yang diperoleh dari perhitungan dengan metode simplekstersebut adalah$x_1 = 2,\ \ y_1 = 4,\ \ z_1 = 6,\ \ x_2 = 1,\ \ y_2 = 3,\ \ z_2 = 5$.Dengan demikian diperoleh solusi optimalsamar yaitu$\tilde{x}_1 = (2, 4, 6)$, $\tilde{x}_2 = (1, 3, 5)$ dan penyelesaian optimalsamar masalah*fully fuzzy linear programming*Contoh 3.2adalah

$(1, 2, 3) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2, 3, 4) \otimes (x_2, y_2, z_2)$

$=(1, 2, 3) \otimes (2, 4, 6) \oplus (2, 3, 4) \otimes (1, 3, 5)$

$=(4, 17, 38)$

Jadi penyelesaian optimal samar yang diperoleh dari penyelesaian masalah *fully fuzzy linear programming* Contoh 3.2 adalah (4, 17, 38).Penyelesaian program linear Contoh 3.2 menggunakan *ExcelSolver* dijelaskan selengkapnya dalam Lampiran 4.

Contoh 3.3

Berikut diberikan contoh penyelesaian masalah*fully fuzzy linear programming* yang memiliki kendala dengan bermacam-macam relasi.

Max $\left((1,6,9) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,2,8) \otimes \tilde{x}_2\right)$

Terhadap kendala:

$(0,1,1) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,2,3) \otimes \tilde{x}_2 \gtrsim (4,7,14)$

$(2,2,3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (-1,4,4) \otimes \tilde{x}_2 \lesssim (-4,14,22)$

$(2,3,4) \otimes \tilde{x}_1 \ominus (1,2,3) \otimes \tilde{x}_2 = (-12,-3,6)$

$\tilde{x}_1$,$\tilde{x}_2$$\gtrsim$ 0

Penyelesaian:

1. Perubahan kendala utama masalah*fully fuzzy linear programming* menjadi kendala utamaprogram linear

Contoh 3.3memuat kendala-kendala utama dengan relasisamar“lebih dari atau sama dengan”, “kurang dari atau sama dengan”, dan “sama dengan”. Bentuk persamaanuntuk kendala pertama dan kedua tersebutdapat diperoleh dengan menambahkan variabel *surplus*$\tilde{S}_1$ diruas kanan kendala pertama danvariabel *slack*$\tilde{S}_2$ diruas kiri kendala kedua, sehingga kendala utama tersebut dapat ditulis menjadi:

$(0,1,1) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,2,3) \otimes \tilde{x}_2 = (4,7,14) \oplus (1,1,1) \otimes \tilde{s}_1$

$(2,2,3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (-1,4,4) \otimes \tilde{x}_2 \oplus (1,1,1) \otimes (\tilde{s}_2) = (-4,14,22)$

$(2,3,4) \otimes \tilde{x}_1 \ominus (1,2,3) \otimes \tilde{x}_2 = (-12,-3,6)$

Notasi $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{S}_1$, $\tilde{S}_2$ dimisalkan(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (s_1, t_1, u_1),(s_2, t_2, u_2), sehingga kendala utamadi atas dapat ditulis sebagai berikut:

$(0,1,1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,2,3) \otimes (x_2, y_2, z_2)$

$= (4,7,14) \oplus (1,1,1) \otimes (s_1, t_1, u_1)$

$(1,2,3) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,3,4) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (1,1,1) \otimes (s_2, t_2, u_2)$

$= (2, 11,28)$

$(2,3,4) \otimes (x_1, y_1, z_1) \ominus (1,2,3) \otimes (x_2, y_2, z_2) = (-12, -3, 6)$

Kendala utama di atas selanjutnya dikerjakan dengan operasi aritmatika bilangan samar triangular, sehingga dapat ditulismenjadi:

$(0,1,1) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,2,3) \otimes (x_2, y_2, z_2)$

$= (4,7,14) \oplus (1,1,1) \otimes (s_1, t_1, u_1)$

$(1,2,3) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,3,4) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (1,1,1) \otimes (s_2, t_2, u_2)$

$= (2, 11,28)$

$(2,3,4) \otimes (x_1, y_1, z_1) \ominus (1,2,3) \otimes (x_2, y_2, z_2) = (-12, -3, 6)$

$\approx (0x_1, 1y_1, 1z_1) \oplus (2x_2, 2y_2, 3z_2) = (4,7,14) \oplus (s_1, t_1, u_1)$

$(1x_1, 2y_1, 3z_1) \oplus (2x_2, 3y_2, 4z_2) \oplus (s_2, t_2, u_2) = (2, 11,28)$

$(2x_1, 3y_1, 4z_1) \ominus (1x_2, 2y_2, 3z_2) = (-12, -3, 6)$

$\approx (0x_1 + 2x_2, y_1 + 2y_2, z_1 + 3z_2) = (4 + s_1, 7 + t_1, 14 + u_1)$

$(2x_1 - z_2 + s_2, 2y_1 + 4y_2 + t_2, 3z_1 + 4z_2 + u_2) = (-4, 14, 22)$

$(2x_1 - 3z_2, 3y_1 - 2y_2, 4z_1 - x_2) = (-12, -3, 6)$

Definisipersamaan dua bilangan samar triangularmengubah kendala utamayang masih berupa data *fuzzy*menjadi data tegas sebagai berikut:

$0x_1 + 2x_2 = 4 + s_1$

$y_1 + 2y_2 = 7 + t_1$

$z_1 + 3z_2 = 14 + u_1$

$$2x_1 - z_2 + s_2 = -4$$

$2y_1 + 4y_2 + t_2 = 14$

$$3z_1 + 4z_2 + u_2 = 22$$

$$2x_1 - 3z_2 = -12$$

$$3y_1 - 2y_2 = -3$$

$4z_1 - x_2 = 6$

Data tegasdi atas menjadi kendala utama program linear.

2. Perubahan fungsi tujuan *fully fuzzy linear programming* menjadi fungsi tujuan program linear

Fungsi tujuan masalah*fully fuzzy linear programming* Contoh 3.3 adalah Max $\big((1,6,9) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,2,8) \otimes \tilde{x}_2\big)$

Adanya variabel *slack*dan *surplus* pada kendala membuat fungsi tujuan di atas menjadi:

Max $\Big((1,6,9) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2,2,8) \otimes \tilde{x}_2 \oplus (0,0,0) \otimes \tilde{S}_1 \oplus (0,0,0) \otimes \tilde{S}_2\Big)$

Notasi $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{S}_1$, $\tilde{S}_2$ dimisalkan(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (s_1, t_1, u_1), (s_2, t_2, u_2).Hasil substitusi variabel-variabel tersebut pada fungsi tujuan *fully fuzzy linear programming*Contoh 3.3dapat ditulis sebagai berikut:

Max $\big((1,6,9) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,2,8) \otimes (x_2, y_2, z_2) \oplus (0,0,0) \otimes (s_1, t_1, u_1) \oplus (0,0,0) \otimes (s_2, t_2, u_2)\big)$

=Max $\big((1,6,9) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2,2,8) \otimes (x_2, y_2, z_2)\big)$

=Max $(x_1 + 2x_2, 6y_1 + 2y_2, 9z_1 + 8z_2)$

=Max $\Re(x_1 + 2x_2, 6y_1 + 2y_2, 9z_1 + 8z_2)$

$=\text{Max}\left(\frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + 12y_1 + 4y_2 + 9z_1 + 8z_2)\right)$

Fungsi tujuan di atasmenjadi fungsi tujuan program linear.

3. Perubahan kendala tidak negatif*fully fuzzy linear programming* menjadi kendala tidak negatifprogram linear

Kendala tidak negatif masalah *fflp* yaitu$\tilde{x}_1$,$\tilde{x}_2$, $\tilde{s}_1$, $\tilde{s}_2$diwakili oleh bilangan-bilangan *fuzzy* triangular non-negatif. Notasi $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{S}_1$, $\tilde{S}_2$ dimisalkan(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (s_1, t_1, u_1), (s_2, t_2, u_2), maka kendala tidak negatifmasalah *fflp* dapat ditulis menjadi:

(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (s_1, t_1, u_1), $(s_2, t_2, u_2)$$\gtrsim 0$

Definisi bilangan samar triangular positif mendefinisikanvariabel-variabelsamar tidak negatif masalah*fully fuzzy linear programming*sehingga berubah menjadi variabel tegas tidak negatif :

$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0$

$$y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$$

$t_1 - s_1 \geq 0, u_1 - t_1 \geq 0$

$t_2 - s_2 \geq 0, u_2 - t_2 \geq 0$

Kendala tidak negatif di atasadalah kendala tidak negatif program linear.

Persiapan simpleks untuk menghitung kendala utama Contoh 3.3 adalah membuat kendala utama yang telah diperolehke bentuk kanonik dan memberi variabel basis didalamnyayaitu sebagai berikut:

$0x_1 + 2x_2 = 4 + s_1 \dagger\ 0x_1 + 2x_2 - s_1 + q_1 = 4$

$y_1 + 2y_2 = 7 + t_1 \dagger\ y_1 + 2y_2 - t_1 + q_2 = 7$

$z_1 + 3z_2 = 14 + u_1 \dagger\ z_1 + 3z_2 - u_1 + q_3 = 14$

$2x_1 - z_2 + s_2 = -4 \dagger\ -2x_1 + z_2 - s_2 = 4 \dagger\ -2x_1 + z_2 - s_2 + q_4 = 4$

$2y_1 + 4y_2 + t_2 = 14$

$$3z_1 + 4z_2 + u_2 = 22$$

$2x_1 - 3z_2 = -12 \dagger \quad -2x_1 + 3z_2 = 12 \dagger\ -2x_1 + 3z_2 + q_5 = 12$

$3y_1 - 2y_2 = -3 \dagger\ -3y_1 + 2y_2 = 3 \dagger\ -3y_1 + 2y_2 + q_6 = 3$

$4z_1 - x_2 = 6 \dagger\ 4z_1 - x_2 + q_7 = 6$

Hasil program linear yang diperoleh yaitu sebagai berikut:

Max $\left(\frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + 12y_1 + 4y_2 + 9z_1 + 8z_2) + 0(s_1 + t_1 + u_1 + s_2 + t_2 + u_2) - M(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7)\right)$

Yang memenuhi susunan kendala:

$0x_1 + 2x_2 - s_1 + q_1 = 4$

$$y_1 + 2y_2 - t_1 + q_2 = 7$$

$z_1 + 3z_2 - u_1 + q_3 = 14$

$-2x_1 + z_2 - s_2 + q_4 = 4$

$2y_1 + 4y_2 + t_2 = 14$

$$3z_1 + 4z_2 + u_2 = 22$$

$-2x_1 + 3z_2 + q_5 = 12$

$-3y_1 + 2y_2 + q_6 = 3$

$4z_1 - x_2 + q_7 = 6$

$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0$

$y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$

$t_1 - s_1 \geq 0, u_1 - t_1 \geq 0$

$$t_2 - s_2 \geq 0, u_2 - t_2 \geq 0$$

$q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7 \geq 0$

Langkah-langkah penyelesaian masalah program linear Contoh 3.3 menggunakan metode simpleks adalah sebagai berikut:

1) Langkah Awal: Membuat Tabel Awal Simpleks

Tabel 8 Tabel Awal Simpleks Contoh 3.3

	c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	
-M	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	
-M	q_3	0	0	0	0	1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	14	
-M	q_4	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	
0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
0	u_2	0	0	0	0	3	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22	
-M	q_5	-2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	12	
-M	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	
-M	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	
	z_j																					
	$z_j - c_j$																					

2) Langkah Kedua: Menguji Keoptimuman Penyelesaian

Tabel 9 Uji keoptimalan tabel awal simpleks Contoh 3.3

	c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
-M	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	-
-M	q_3	0	0	0	0	1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	14	$\frac{14}{3}$
-M	q_4	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	4
0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	-
0	u_2	0	0	0	0	3	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22	$\frac{22}{4}$
-M	q_5	-2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	12	4
-M	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	-
-M	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	-
	z_j	4M	-M	2M	-4M	-5M	-7M	M	M	M	M	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-50M	
	$z_j - c_j$	4M - $\frac{1}{4}$	-M- $\frac{1}{2}$	2M - 3	-4M -1	-5M - $\frac{9}{4}$	-7M - 2	M	M	M	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Suatu penyelesaian layak basis masalah program linear kasus memaksimumkan fungsi tujuan dikatakan telah optimum apabila $z_j - c_j \geq 0$. Tabel simpleks di atas belum optimal dikarenakan masih ada $z_j - c_j < 0$.

3) Langkah Ketiga: Memperbaiki Tabel

Pemilihan variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis yaitu dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -7M-2 atau dalam hal ini variabel z_2. Selanjutnya menentukan variabel basis yang harus keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 4 atau dalam hal ini dipilih variabel q_4. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini sudah bernilai 1 dan nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0. Hal tersebut dilakukan dengan melakukan beberapa kali operasi elementer.

Iterasi ke-2:

Tabel10 Tabel simpleks iterasi kedua Contoh 3.3

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-M	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	-
	-M	q_3	6	0	0	0	1	0	0	0	-1	3	0	0	0	0	1	-3	0	0	0	2	$\frac{1}{3}$
	2	z_2	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	-
	0	u_2	8	0	0	0	3	0	0	0	0	4	0	1	0	0	0	-4	0	0	0	6	$\frac{3}{4}$
	-M	q_5	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	-3	1	0	0	0	0
	-M	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	-
	-M	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	-
		z_j	-10M-4	-M	2M	-4M	-5M	2	M	M	M	-6M-2	0	0	-M	-M	-M	6M+2	-M	-M	-M	-22M+8	
		$z_j - c_j$	-10M-$\frac{17}{4}$	-M-$\frac{1}{2}$	2M-3	-4M-1	-5M-$\frac{9}{4}$	0	M	M	M	-6M-2	0	0	0	0	0	7M+2	0	0	0		

Tabel simpleks iterasi ke-2 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel simpleks iterasi ke-2 perlu diperbaiki.Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -10M-4,25 atau dalam hal ini variabel x_1. Selanjutnya menentukan variabel basis yang harus keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 0 atau dalam hal ini dipilih variabel q_5. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 4 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.Iterasi ketiga dan seterusnya dituliskan dalam Lampiran 2. Langkah-langkah penyelesaian program linear Contoh 3.3 menggunakan metode simpleks dua tahap dan *software Excel Solver*diberikan selengkapnya dalam Lampiran 3 dan 6.

Hasil yang diperoleh dari perhitungan tersebutdengan metode simpleks tersebut menghasilkan penyelesaian yaitu $x_1 = 0$, $y_1 = 1$, $z_1 = 2$, $x_2 = 2$, $y_2 = 3$, $z_2 = 4$. Solusi optimal samar yang diperoleh adalah$\tilde{x}_1 = (0, 1, 2)$, $\tilde{x}_2 = (2, 3, 4)$sehingga penyelesaian optimal samar*fully fuzzy linear programming* yang diperoleh adalah$(1, 6, 9) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2, 2, 8) \otimes (x_2, y_2, z_2)$

$=(1, 6, 9) \otimes (0, 1, 2) \oplus (2, 2, 8) \otimes (2, 3, 4)$

$=(4, 12, 50)$

Jadi penyelesaian optimal samar masalah*fully fuzzy linear programming* Contoh 3.3 adalah $(4, 12, 50)$.

Contoh 3.4

Berikut diberikan contoh masalah *fully fuzzy linear programming* yang memiliki satu variabel samar dan proses menyelesaikan masalah tersebut.

Mencari$\tilde{x}_1$=(x_1, y_1, z_1)

Yang memenuhi susunan kendala:

$(1, 5, 7) \otimes (x_1, y_1, z_1) \precsim (2, 10, 21)$

$(2, 3, 8) \otimes (x_1, y_1, z_1) \precsim (4, 6, 24)$

$(x_1, y_1, z_1) \gtrsim 0$

Dan memaksimalkan $(6, 7, 8) \otimes (x_1, y_1, z_1)$

Penyelesaian: langkah yang pertama kali dilakukan untuk menyelesaikan masalah di atas adalah mengubah kendala utama ke bentuk persamaan. Kendala berbentuk persamaan tersebut diperoleh dengan menambahkan variabel *slack*, misal (s_i, t_i, u_i), i = 1, 2, sehingga kendala utama masalah *fully fuzzy linear programming*menjadi sebagai berikut:

$(1, 5, 7) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (1, 1, 1) \otimes (s_1, t_1, u_1) = (2, 10, 21)$

$(2, 3, 8) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (1, 1, 1) \otimes (s_2, t_2, u_2) = (4, 6, 24)$

Fungsi tujuan dan kendala utama tersebut selanjutnya dikerjakan dengan operasi aritmatika bilangan samar triangular sehingga masalah program lineardi atasdapat ditulis menjadi:

Mencari (x_1, y_1, z_1), (s_1, t_1, u_1), (s_2, t_2, u_2)

Yang memenuhi susunan kendala:

$(x_1 + s_1, 5y_1 + t_1, 7z_1 + u_1) = (2, 10, 21)$

$(2x_1 + s_2, 3y_1 + t_2, 8z_1 + u_2) = (4, 6, 24)$

(x_1, y_1, z_1), (s_1, t_1, u_1), $(s_2, t_2, u_2) \gtrsim 0$

Dengan tujuan Max $(6, 7, 8) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (0, 0, 0) \otimes (s_1, t_1, u_1) \oplus (0, 0, 0) \otimes (s_2, t_2, u_2)$

$=$Max$(6, 7, 8) \otimes (x_1, y_1, z_1)$

$=$ Max$(6x_1, 7y_1, 8z_1)$

Masalah *FFLP* di atas mempunyai kendala utama yang sudah berbentuk persamaan untuk masing-masing kendala. Perhitungan selanjutnya adalah mengubah masalah *FFLP* tersebut dengan definisibilangan samar triangular. Untuk fungsi tujuan didefinisikan dengan definisi *linear ranking function*, sedangkan untuk kendala utama didefinisikan dengan definisi persamaan dua bilangan samar triangular, serta variabel samar didefinisikan dengan definisi bilangan samar triangular positif.

Kendala utama berupa data *fuzzy* di atas menjadi data tegas sebagai berikut:

$x_1 + s_1 = 2$

$5y_1 + t_1 = 10$

$7z_1 + u_1 = 21$

$2x_1 + s_2 = 4$

$3y_1 + t_2 = 6$

$8z_1 + u_2 = 24$

Fungsi tujuan masalah *FFLP* yang memaksimumkan data *fuzzy* berupa bilangan samar triangular menjadi fungsi tujuan yang memaksimumkan fungsi linear yaitu sebagai berikut:

Max $(6x_1, 7y_1, 8z_1)$

= Max $\Re\ (6x_1, 7y_1, 8z_1)$

= Max $\left(\frac{3}{2}x_1 + \frac{7}{2}y_1 + 2z_1\right)$

Kendala tidak negatifberupa data *fuzzy* menjadi kendala negatif berupa data tegas yang dapat ditulis sebagai berikut:

$y_1 - x_1 \geq 0$, $z_1 - y_1 \geq 0$

$t_1 - s_1 \geq 0$, $u_1 - t_1 \geq 0$

$t_2 - s_2 \geq 0$, $u_2 - t_2 \geq 0$

Pengerjaanmasalah *fully fuzzy linear programming* di atasmenghasilkan program linear yaitu sebagai berikut:

Mencari $x_1, y_1, z_1, s_1, t_1, u_1, s_2, t_2, u_2$

Yang memenuhi susunan kendala:

$x_1 + s_1 = 2$

$5y_1 + t_1 = 10$

$7z_1 + u_1 = 21$

$2x_1 + s_2 = 4$

$3y_1 + t_2 = 6$

$8z_1 + u_2 = 24$

$y_1 - x_1 \geq 0$, $z_1 - y_1 \geq 0$,

$t_1 - s_1 \geq 0$, $u_1 - t_1 \geq 0$,

$t_2 - s_2 \geq 0$, $u_2 - t_2 \geq 0$

Yang memaksimalkan$\left(\frac{3}{2}x_1 + \frac{7}{2}y_1 + 2z_1\right)$

Penyelesaian program linear di atas menggunakan *Excel Solver* dapat dilihat selengkapnya dalamLampiran 7.Solusi yang diperoleh dari perhitungan adalah $x_1 = 2$,$y_1 = 2$, $z_1 = 3$. Solusi samar yang diperoleh berupa bilangan samar triangular yaitu (2, 2, 3), sehingga penyelesaian optimal samar yang diperoleh yaitu (6, 7, 8)⊗(2, 2, 3)

= (12, 14, 24).

Penyelesaian Contoh 3.4 menghasilkan solusi (2, 2, 3) yang mewakili harga per kg jeruk. Misal harga per kg jeruk mewakili puluhan ribu rupiah, maka bilangan samar triangular untuk harga per kg jeruk diwakili oleh (20.000, 20.000, 30.000) yang berarti harga per kg jeruk ada disekitar Rp20.000,00. Penyelesaian optimal samar yang diperoleh $(6, 7, 8) \otimes (20.000, 20.000, 30.000) = (120.000, 140.000, 240.000)$ yang berarti hasil penjualan jeruk ada di sekitar Rp140.000,00.

BAB IV

PENUTUP

A. Kesimpulan

Pembahasan yang dilakukan dalam penyusunan skripsi ini dan disesuaikan dengan rumusan masalah telah menunjukkan hasil sebagai berikut:

a) Koefisien biaya, koefisien teknis, maupun variabel suatu masalah optimasi tidak harus bernilai tegas sehingga koefisien-koefisien dan variabel-variabel tersebut dapat menggunakan bilangan samar, salah satunya bilangan samar triangular.

b) Bilangan samar triangular yang memuat satu anggota yang berderajat keanggotaan 1 sehingga proses perhitungan masalah *FFLP* memiliki tingkat ketelitian yang lebih baik dibandingkan bilangan samar trapezoida yang memuat beberapa anggota yang berderajat keanggotaan 1.

c) Proses untuk menyelesaikan masalah *FFLP* dapat dilakukan dengan mengubah masalah tersebut menjadi program linear. Data-data *fuzzy* yang digunakan dalam masalah *FFLP* dapat diubah menjadi data tegas yang difokuskan pada fungsi tujuan, kendala utama, dan kendala tidak negatif masalah tersebut.

d) Penyelesaian program linear dapat menggunakan metode yang ada, salah satunya metode simpleks, atau *software* aplikasi sehingga dapat diperoleh solusi optimal berupa variabel-variabel keputusan yang mewakili suatu nilai real.

e) Variabel-variabel yang telah diperoleh ditempatkan kembali ke bentuk bilangan samar triangular yang sesuai yang disebut solusi optimal samar masalah *FFLP*. Hasil substitusi solusi optimal samar pada fungsi tujuan masalah *FFLP* disebut penyelesaian optimal samar masalah *FFLP*.

B. Saran

Ruang lingkup skripsi ini adalah masalah *fully fuzzy linear programming* yang menggunakan bilangan samar triangular dan penyelesaiannya. Hal tersebut berdampak pada ruang lingkup aplikasi yang terbatas. Pembaca dapat mengembangkan tulisan ini yaitu dengan membahas penerapan masalah *fully fuzzy linear programming* dalam bidang teknologi, ekonomi, industri, dll, atau pemilihan bilangan samar triangular pada model masalah *fully fuzzy linear programming* untuk mencapai hasil produksi yang optimal.

DAFTAR PUSTAKA

Amit Kumar. et al. 2010. “Fuzzy Optimal Solution of Fully Fuzzy Linear Problems with Inequality Constraints.” *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences 6*. 1. Hlm. 37 – 41.

Bazaraa, Mokhtar S. et al. 1990. *Linear Programming and Network Flows.* New York: John Wiley & Sons.

Beta Noranita. 2008. “Sistem Persamaan Linear Fuzzy.” *Jurnal Matematika Vol. 11*. 2. Hlm. 94-99.

Dimyati, Tjutju Tarliah & Dimyati, Ahmad. 2006. *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan.* Bandung: Sinar Baru Algensindo.

Herjanto, Eddy. 2007. *Manajemen Operasi Edisi Ketiga*. Jakarta: Grasindo.

Klir, George J & Bo, Yuan.1995. *Fuzzy Sets & Fuzzy Logic – Theory & Applications*. New Jersey: Prentice Hall P T R.

Kusumadewi, Sri. 2002. *Analisis & Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Tool Box Matlab.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri & Purnomo, Hari. 2010. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi 2.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Silaban, Pantur & Susila, I. Nyoman. 1995. *Edisi Kelima Aljabar Linear Elementer* (Howard Anton. Terjemahan). Jakarta: Erlangga. Buku asli diterbitkan tahun 1987.

Supranto, Johanes. 2009. *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan.* Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia (UI-Pers).

Susanta, B. 1994. *Program Linear*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi.

T. Allahviranloo. et al. 2008. “Solving Fully Fuzzy Linear Programming Problem by the Ranking Function.” *Applied Mathematical Sciences, Vol. 2.* 1. Hlm 19-32.

Lampiran-Lampiran

Lampiran 1

Penyelesaian program linear Contoh 3.2 menggunakan metode simpleks.

Iterasi di bawah ini adalah iterasi ke-3 dan selanjutnya dalam mencari hasil optimal Contoh 3.2 dengan metode simpleks.

Iterasi ke 3:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	0	s_1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
	$\frac{3}{2}$	y_2	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	5	-
$b_3 x \frac{1}{3}$	1	z_2	0	0	0	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	9	-
	0	s_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	-
	0	t_2	0	0	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	1	0	6	-
$b_6 - 2b_3$	0	u_2	0	0	0	0	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{-2}{3}$	0	0	1	10	-
		z_j	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{33}{2}$	
		$z_j - c_j$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{-1}{12}$	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0		

Iterasi ke-4:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
b_1x1	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-
	$\frac{3}{2}$	y_2	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	5	-
	1	z_2	0	0	0	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	9	-
	0	s_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	2
	0	t_2	0	0	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	1	0	6	-
$b_6 - 2b_3$	0	u_2	0	0	0	0	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{-2}{3}$	0	0	1	10	-
		z_j	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	17	
		$z_j - c_j$	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0		

Iterasi ke-5:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-
	$\frac{3}{2}$	y_2	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	5	10
	1	z_2	0	0	0	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	9	-
b_1x1	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	-
	0	t_2	0	0	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	1	0	6	4
	0	u_2	0	0	0	0	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{-2}{3}$	0	0	1	10	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{35}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	0	0		

Iterasi ke-6:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-
$b_2 - \frac{1}{2}b_5$	$\frac{3}{2}$	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{-1}{3}$	0	3	-
	1	z_2	0	0	0	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	9	$\frac{27}{2}$
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	-
$b_5 x \frac{2}{3}$	1	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	$\frac{2}{3}$	0	4	-
	0	u_2	0	0	0	0	$\frac{5}{3}$	0	0	0	$\frac{-2}{3}$	0	0	1	10	6
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{37}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	0		

Iterasi ke-7:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
	$\frac{3}{2}$	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{-1}{3}$	0	3	
$b_3 - \frac{2}{3}b_6$	1	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{3}{5}$	0	0	$\frac{-2}{5}$	5	
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	
	1	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	$\frac{2}{3}$	0	4	
$b_6 x \frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-2}{5}$	0	0	$\frac{3}{5}$	6	
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{20}$	19	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{20}$		

Lampiran 2

Penyelesaian program linear Contoh 3.3 menggunakan metode simpleks.

Berikut ini adalah langkah-langkah penyelesaian masalah program linear Contoh 3.3 menggunakan metode simpleks yang dimulai dari iterasi ketiga dan berlanjut ke iterasi selanjutnya hingga diperoleh tabel optimal.

Iterasi ketiga:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-M	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	-
	-M	q_3	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	0	2	2
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	-
	0	u_2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	0	6	2
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3/4	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
	-M	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	-
	-M	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	$\frac{3}{2}$
		z_j	$\frac{1}{4}$	-M	2M	-4M	-5M	2	M	M	M	1,5M+ $\frac{19}{16}$	0	0	-M	-M	-M	-1,5M- $\frac{19}{16}$	1,5M+ $\frac{17}{16}$	-M	-M	-22M+8	
		$z_j - c_j$	0	-M- $\frac{1}{2}$	2M -3	-4M -1	-5M - $\frac{9}{4}$	0	M	M	M	1,5M+ $\frac{19}{16}$	0	0	0	0	0	-0,5M- $\frac{19}{16}$	2,5M+ $\frac{17}{16}$	0	0		

Tabel simpleks iterasi ke-3 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel tersebut perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -5M-$\frac{9}{4}$ atau dalam hal ini variabel z_1. Selanjutnya variabel basis yang harus keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu $\frac{3}{2}$ atau dalam hal ini dipilih variabel q_7. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 4 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi keempat:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-M	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	$\frac{7}{2}$
	-M	q_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	-
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	$\frac{7}{2}$
	0	u_2	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3/4	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
	-M	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	$\frac{3}{2}$
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{-9}{4}$M - $\frac{9}{16}$	2M	-4M	$\frac{9}{4}$	2	M	M	M	1,5M+ $\frac{19}{16}$	0	0	-M	-M	-M	-$\frac{3}{2}$M - $\frac{19}{16}$	$\frac{3}{2}$M + $\frac{17}{16}$	-M	$\frac{1}{4}$M + $\frac{9}{16}$	-$\frac{29}{2}$M+ $\frac{91}{8}$	
		$z_j - c_j$	0	$\frac{-9}{4}$M - $\frac{17}{16}$	2M -3	-4M -1	0	0	M	M	M	1,5M+ $\frac{19}{16}$	0	0	0	0	0	-$\frac{1}{2}$M - $\frac{19}{16}$	$\frac{5}{2}$M + $\frac{17}{16}$	0	$\frac{5}{4}$M + $\frac{9}{16}$		

Tabel simpleks iterasi ke-4 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel tersebut perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -4M-1 atau dalam hal ini variabel y_2. Selanjutnya variabel basis yang harus keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu $\frac{3}{2}$ atau dalam hal ini dipilih variabel q_6. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 2 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi kelima:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-M	q_2	0	0	4	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	4	1
	-M	q_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	-
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-2	0	8	1
	0	u_2	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3/4	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
	1	y_2	0	0	$\frac{-3}{2}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{-9}{4}M - \frac{9}{16}$	$-4M - \frac{3}{2}$	1	$\frac{9}{4}$	2	M	M	M	$\frac{3}{2}M + \frac{19}{16}$	0	0	-M	-M	-M	$-\frac{3}{2}M - \frac{19}{16}$	$\frac{3}{2}M + \frac{17}{16}$	$M + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}M + \frac{9}{16}$	$-\frac{17}{2}M + \frac{103}{8}$	
		$z_j - c_j$	0	$\frac{-9}{4}M - \frac{17}{16}$	$-4M - \frac{9}{2}$	0	0	0	M	M	M	$\frac{3}{2}M + \frac{19}{16}$	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}M - \frac{19}{16}$	$\frac{5}{2}M + \frac{17}{16}$	$2M + \frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}M + \frac{9}{16}$		

Tabel simpleks iterasi ke-5 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel tersebut perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -4M-$\frac{9}{2}$ atau dalam hal ini variabel y_1. Selanjutnya variabel basis yang keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 1 atau dalam hal ini dipilih variabel q_2. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 4 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi keenam:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-M	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	2
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
	-M	q_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	2
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	-
	0	u_2	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{3}{2}$	2
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3/4	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{-9}{4}$M -$\frac{9}{16}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	M	$\frac{-9}{8}$	M	$\frac{3}{2}$M +$\frac{19}{16}$	0	0	-M	$\frac{9}{8}$	-M	-$\frac{3}{2}$M -$\frac{19}{16}$	$\frac{3}{2}$M +$\frac{17}{16}$	$\frac{-5}{8}$	$\frac{1}{4}$M +$\frac{9}{16}$	-$\frac{9}{2}$M + $\frac{139}{8}$	
		$z_j - c_j$	0	$\frac{-9}{4}$M -$\frac{17}{16}$	0	0	0	0	M	$\frac{-9}{8}$	M	$\frac{3}{2}$M +$\frac{19}{16}$	0	0	0	M +$\frac{9}{8}$	0	-$\frac{1}{2}$M -$\frac{19}{16}$	$\frac{5}{2}$M +$\frac{17}{16}$	M - $\frac{5}{8}$	$\frac{5}{4}$M +$\frac{9}{16}$		

Tabel simpleks iterasi ke-6 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -$\frac{9}{4}$M-$\frac{17}{16}$ atau dalam hal ini variabel x_2. Selanjutnya variabel basis yang keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 2 atau dalam hal ini dipilih variabel q_3. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai $\frac{1}{4}$ dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi ketujuh:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-M	q_1	0	0	0	0	0	0	-1	0	8	12	0	0	1	0	-8	-12	12	0	2	0	0
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	-4	-6	0	0	0	0	4	6	-6	0	-1	2	-
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	8
	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	-
	0	u_2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	$\frac{5}{2}$	0	1	0	0	-3	$\frac{-5}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0	0	0
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0
	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	0	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	M	$\frac{-9}{8}$	-8M-$\frac{17}{4}$	-12M-$\frac{83}{16}$	0	0	-M	$\frac{9}{8}$	8M+$\frac{11}{4}$	12M+$\frac{83}{16}$	-12M-$\frac{83}{16}$	$\frac{-5}{8}$	-2M-$\frac{1}{2}$	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	M	$\frac{-9}{8}$	-8M-$\frac{17}{4}$	-12M-$\frac{83}{16}$	0	0	0	M+$\frac{9}{8}$	9M+$\frac{11}{4}$	13M+$\frac{83}{16}$	-11M-$\frac{83}{16}$	M-$\frac{5}{8}$	-M-$\frac{1}{2}$		

Tabel simpleks iterasi ke-7 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu -12M-$\frac{83}{16}$ atau dalam hal ini variabel s_2. Selanjutnya variabel basis yang keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 0 atau dalam hal ini dipilih variabel q_1. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 12 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi kedelapan:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
b_1 x$\frac{1}{12}$	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{-2}{3}$	-1	1	0	$\frac{1}{6}$	0	-
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
$b_3 + 6b_1$	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	2	-
$b_4 - \frac{1}{2}b_1$	2	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	0	$\frac{-1}{24}$	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	4	-
	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0
$b_6 - \frac{5}{2}b_1$	0	u_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{24}$	0	$\frac{4}{3}$	0	0	1	$\frac{-5}{24}$	0	$\frac{-4}{3}$	0	0	0	$\frac{-5}{12}$	0	-
$b_7 - \frac{3}{4}b_1$	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	$\frac{-1}{16}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{-1}{8}$	0	-
	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
$b_9 + \frac{3}{2}b_1$	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	$-\frac{83}{192}$	$\frac{-9}{8}$	$-\frac{19}{24}$	0	0	0	$\frac{83}{192}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{19}{24}$	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{-5}{8}$	$\frac{35}{96}$	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{83}{192}$	$\frac{-9}{8}$	$-\frac{19}{24}$	0	0	0	M+$\frac{83}{192}$	M+$\frac{9}{8}$	M+$\frac{19}{24}$	M	M$-\frac{1}{8}$	M$-\frac{5}{8}$	M+$\frac{35}{96}$		

Tabel simpleks iterasi ke-8 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu $\frac{-9}{8}$ atau dalam hal ini variabel t_1. Selanjutnya variabel basis yang keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 0 atau dalam hal ini dipilih variabel t_2. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 2 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi kesembilan:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{-2}{3}$	-1	1	0	$\frac{1}{6}$	0	0
$b_2 + \frac{1}{4} b_5$	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	2	-
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	0	$\frac{-1}{24}$	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	4	-
$b_5 \times \frac{1}{2}$	0	t_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-
	0	u_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{24}$	0	$\frac{4}{3}$	0	0	1	$\frac{-5}{24}$	0	$\frac{-4}{3}$	0	0	0	$\frac{-5}{12}$	0	0
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	$\frac{-1}{16}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{-1}{8}$	0	-
$b_8 + \frac{3}{8} b_5$	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{16}$	0	$\frac{-1}{64}$	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	$-\frac{83}{192}$	0	$-\frac{19}{24}$	0	$\frac{9}{16}$	0	$\frac{5}{12}$	0	$\frac{19}{24}$	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{-5}{8}$	$\frac{35}{96}$	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{83}{192}$	0	$-\frac{19}{24}$	0	$\frac{9}{16}$	0	$M + \frac{5}{12}$	M	$M + \frac{19}{24}$	M	$M - \frac{1}{8}$	$M - \frac{5}{8}$	$M + \frac{35}{96}$		

Tabel simpleks iterasi ke-9 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel tersebut perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu $\frac{-19}{24}$ atau dalam hal ini variabel u_1. Selanjutnya variabel basis yang keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 0 atau dalam hal ini dipilih variabel u_2. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai $\frac{4}{3}$ dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi kesepuluh:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
$b_1 - \frac{2}{3} b_6$	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{16}$	0	0	1	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{3}{16}$	0	0	-1	1	0	$\frac{3}{8}$	0	-
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	2	-
$b_4 + \frac{1}{3} b_6$	2	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{3}{32}$	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{-3}{32}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{16}$	4	$\frac{128}{3}$
	0	t_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-
b_6 x $\frac{3}{4}$	0	u_1	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{32}$	0	1	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{-5}{32}$	0	-1	0	0	0	$\frac{-5}{16}$	0	0
$b_7 + \frac{1}{2} b_6$	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{9}{64}$	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{-9}{64}$	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{-9}{32}$	0	0
	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{16}$	0	$\frac{-1}{64}$	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	$-\frac{79}{256}$	0	0	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{32}$	$\frac{75}{256}$	0	0	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{-5}{8}$	$\frac{15}{128}$	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{79}{256}$	0	0	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{32}$	M+ $\frac{75}{256}$	M	M	M	M $-\frac{1}{8}$	M $-\frac{5}{8}$	M + $\frac{15}{128}$		

Tabel simpleks iterasi ke-10 belum optimal, ada $z_j - c_j < 0$ sehingga tabel tersebut perlu diperbaiki. Variabel non-basis yang akan menjadi variabel basis dipilih dari kotak yang memiliki nilai $z_j - c_j$ terkecil, yaitu $\frac{-79}{256}$ atau dalam hal ini variabel s_1. Selanjutnya variabel basis yang keluar yaitu dipilih dari kotak yang memiliki rasio paling kecil, yaitu 0 atau dalam hal ini dipilih variabel u_1. Pemilihan tersebut menghasilkan kotak yang menjadi unsur kunci untuk memperbaiki tabel. Unsur kunci dalam hal ini bernilai 4 dan harus diubah menjadi 1, serta nilai-nilai yang lain dalam kolom yang sama harus menjadi 0.

Iterasi kesebelas:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0	-M	-M	-M	-M	-M	-M	-M		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
$b_1 + \frac{3}{16} b_6$	0	s_2	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{6}{5}$	1	0	$\frac{2}{5}$	0	0	$\frac{-6}{5}$	-1	1	0	0	0	
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	
$b_3 + \frac{1}{2} b_6$	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{16}{5}$	0	0	$\frac{12}{5}$	0	0	$-\frac{16}{5}$	0	0	0	-1	2	
$b_4 - \frac{3}{32} b_6$	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{-3}{5}$	0	0	$\frac{-1}{5}$	0	0	$\frac{3}{5}$	0	0	0	0	4	
	0	t_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	
b_6 x $\frac{32}{5}$	0	s_1	0	0	0	0	0	0	1	0	$\frac{32}{5}$	0	0	$\frac{24}{5}$	-1	0	$-\frac{32}{5}$	0	0	0	-2	0	
$b_7 - \frac{9}{64} b_6$	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{-9}{10}$	0	0	$\frac{-3}{10}$	0	0	$\frac{9}{10}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	
	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{16}$	0	$\frac{-1}{64}$	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	

$b_9 + \frac{1}{8} b_6$	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{4}{5}$	0	0	$\frac{3}{5}$	0	0	$\frac{-4}{5}$	0	0	0	0	2	
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	$\frac{79}{40}$	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{83}{40}$	$\frac{-1}{64}$	0	$-\frac{79}{40}$	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{-5}{8}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{79}{40}$	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{83}{40}$	$M-\frac{1}{64}$	M	$M-\frac{79}{40}$	M	$M-\frac{1}{8}$	$M-\frac{5}{8}$	$M-\frac{1}{2}$		

Tabel simpleks iterasi ke-11 sudah optimal, semua $z_j - c_j$ bernilai lebih besar atau sama dengan nol.

Lampiran 3

Penyelesaian program linear Contoh 3.3 menggunakan metode simpleks dua tahap.

Penyelesaian Tahap I Contoh 3.3 memiliki bentuk kanonik sebagai berikut:

Max $\big((0x_1 + 0x_2 + 0y_1 + 0y_2 + 0z_1 + 0z_2) + 0(s_1 + t_1 + u_1 + s_2 + t_2 + u_2) - (q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7)\big)$

Terhadap kendala :

$0x_1 + 2x_2 - s_1 + q_1 = 4$

$y_1 + 2y_2 - t_1 + q_2 = 7$

$z_1 + 3z_2 - u_1 + q_3 = 14$

$-2x_1 + z_2 - s_2 + q_4 = 4$

$2y_1 + 4y_2 + t_2 = 14$

$3z_1 + 4z_2 + u_2 = 22$

$-2x_1 + 3z_2 + q_5 = 12$

$-3y_1 + 2y_2 + q_6 = 3$

$4z_1 - x_2 + q_7 = 6$

$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0, y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$

$t_1 - s_1 \geq 0, u_1 - t_1 \geq 0, t_2 - s_2 \geq 0, u_2 - t_2 \geq 0$

Langkah-langkah penyelesaian Tahap I Contoh 3.3 menggunakan metode simpleks dua tahap diberikan sebagai berikut:

1. Langkah Awal: Membuat Tabel Awal Simpleks

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	
	-1	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	
	-1	q_3	0	0	0	0	1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	14	
	-1	q_4	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
	0	u_2	0	0	0	0	3	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22	
	-1	q_5	-2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	12	
	-1	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	
	-1	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	
		c_j																					
		$z_j - c_j$																					

2. Langkah Kedua: Menguji Keoptimuman Penyelesaian

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-1	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	-
	-1	q_3	0	0	0	0	1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	14	$\frac{14}{3}$
	-1	q_4	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	4
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	-
	0	u_2	0	0	0	0	3	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	22	$\frac{22}{4}$
	-1	q_5	-2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	12	4
	-1	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	-
	-1	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	-
		z_j	4	-1	2	-4	-5	-7	1	1	1	1	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-50	
		$z_j - c_j$	4	-1	2	-4	-5	-7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Iterasi ke-2:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	
	-1	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	
$b_3 - 3b_4$	-1	q_3	6	0	0	0	1	0	0	0	-1	3	0	0	0	0	1	-3	0	0	0	2	
b_4 x1	0	z_2	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
$b_6 - 4b_4$	0	u_2	8	0	0	0	3	0	0	0	0	4	0	1	0	0	0	-4	0	0	0	6	
$b_7 - 3b_4$	-1	q_5	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	-3	1	0	0	0	
	-1	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	
	-1	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	
		z_j	-10	-1	2	-4	-5	0	1	1	1	-6	0	0	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-22	
		$z_j - c_j$	-10	-1	2	-4	-5	0	1	1	1	-6	0	0	0	0	0	7	0	0	0		

Iterasi ketiga:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-1	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	-
$b_3 - 6b_7$	-1	q_3	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	0	2	2
$b_4 + 2b_7$	0	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	-
$b_6 - 8b_7$	0	u_2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	0	6	2
b_7 x$\frac{1}{4}$	0	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
	-1	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	-
	-1	q_7	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	$\frac{3}{2}$
		z_j	0	-1	2	-4	-5	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	0	0	-1	-1	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{3}{2}$	-1	-1	-22	
		$z_j - c_j$	0	-1	2	-4	-5	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0		

Iterasi keempat:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
	-1	q_2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	$\frac{7}{2}$
$b_3 - b_9$	-1	q_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	-
	0	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	14	$\frac{7}{2}$
$b_6 - 3b_9$	0	u_2	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
	0	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
	-1	q_6	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	$\frac{3}{2}$
$b_9 \times \frac{1}{4}$	0	z_1	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
		z_j	0	$-\frac{9}{4}$	2	-4	0	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	0	0	-1	-1	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{3}{2}$	-1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{29}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	$-\frac{9}{4}$	2	-4	0	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{5}{4}$		

Iterasi kelima:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	-
$b_2 - 2b_8$	-1	q_2	0	0	4	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	4	1
	-1	q_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	-
	0	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
$b_5 - 4b_8$	0	t_2	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-2	0	8	1
	0	u_2	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
	0	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
$b_8 \times \frac{1}{2}$	0	y_2	0	0	$\frac{-3}{2}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	-
	0	z_1	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
		z_j	0	$-\frac{9}{4}$	-4	0	0	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	0	0	-1	-1	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{17}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	$-\frac{9}{4}$	-4	0	0	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{4}$		

Iterasi keenam:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
	-1	q_1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	2
b_2 x$\frac{1}{4}$	0	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
	-1	q_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	2
	0	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	-
$b_5 - 8b_2$	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	-
	0	u_2	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	0	0	0	2	-2	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{3}{2}$	2
	0	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	-
$b_8 - \frac{3}{2}b_2$	0	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
	0	z_1	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	-
		z_j	0	$-\frac{9}{4}$	0	0	0	0	1	0	1	$\frac{3}{2}$	0	0	-1	0	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{-9}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	$-\frac{9}{4}$	0	0	0	0	1	0	1	$\frac{3}{2}$	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{5}{4}$		

Iterasi ketujuh:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
$b_1 - 2b_3$	-1	q_1	0	0	0	0	0	0	-1	0	8	12	0	0	1	0	-8	-12	12	0	2	0	0
	0	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	-
b_3 x4	0	x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	-4	-6	0	0	0	0	4	6	-6	0	-1	2	-
	0	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	8
	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	-
$b_6 - \frac{3}{4}b_3$	0	u_2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	$\frac{5}{2}$	0	1	0	0	-3	$\frac{-5}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0	0	0
	0	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0
	0	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	-
$b_9 + \frac{1}{4}b_3$	0	z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	$\frac{-3}{2}$	0	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{-3}{2}$	0	0	2	-
		z_j	0	0	0	0	0	0	1	0	-8	-12	0	0	-1	0	8	12	-12	0	-2	0	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	1	0	-8	-12	0	0	0	1	9	13	-11	1	-1	0	

Iterasi kedelapan:

		c_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	b_i	R_i
$b_1 \mathrm{x} \frac{1}{12}$	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{-2}{3}$	-1	1	0	$\frac{1}{6}$	0	
	0	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	1	
$b_3 + 6b_1$	0	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	2	
$b_4 - \frac{1}{2}b_1$	0	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	0	$\frac{-1}{24}$	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	4	
	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	
$b_6 - \frac{5}{2}b_1$	0	u_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{24}$	0	$\frac{4}{3}$	0	0	1	$\frac{-5}{24}$	0	$\frac{-4}{3}$	0	0	0	$\frac{-5}{12}$	0	
$b_7 - \frac{3}{4}b_1$	0	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	$\frac{-1}{16}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{-1}{8}$	0	
	0	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	3	
$b_9 + \frac{3}{2}b_1$	0	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	2	
		z_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1		

Tahap I telah optimal dimana nilai fungsi tujuan Tahap I $\bar{f}$ = 0 dan semua variabel artifisial menjadi variabel non-basis, maka penyelesaian layak basis awal untuk soal asli diperoleh. PO dapat diperoleh melalui Tahap II.

Tahap II

Iterasi ke-1:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	0	-
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{4}$	0	0	0	0	1	-
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	2	-
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	0	4	-
	0	t_2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0
	0	u_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{24}$	0	$\frac{4}{3}$	0	0	1	0	-
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	-
	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{-3}{8}$	0	0	0	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	$\frac{-83}{192}$	$\frac{-9}{8}$	$\frac{-19}{24}$	0	0	0	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$\frac{-83}{192}$	$\frac{-9}{8}$	$\frac{-19}{24}$	0	0	0		

Iterasi ke-2:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-1}{12}$	0	$\frac{2}{3}$	1	0	0	0	0
$b_2 + \frac{1}{4}b_5$	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	1	-
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	2	-
	2	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{-1}{3}$	0	0	0	4	-
$\frac{1}{2}$xb_5	0	t_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	-
	0	u_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{24}$	0	$\frac{4}{3}$	0	0	1	0	0
	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	-
$b_8 + \frac{3}{8}b_5$	1	y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{16}$	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	$\frac{-83}{192}$	0	$\frac{-19}{24}$	0	$\frac{9}{16}$	0	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$\frac{-83}{192}$	0	$\frac{-19}{24}$	0	$\frac{9}{16}$	0		

Iterasi ke-3:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
$b_1 - \frac{2}{3}b_6$	0	s_2	0	0	0	0	0	0	$\frac{-9}{48}$	0	0	1	0	$\frac{-1}{2}$	0	-
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	1	-
	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{-1}{2}$	0	0	0	0	0	2	-
$b_4 + \frac{1}{3}b_6$	2	z_2	0	0	0	0	0	1	$\frac{9}{96}$	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{384}{9}$
	0	t_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	-
$\frac{3}{4}$xb_6	0	u_1	0	0	0	0	0	0	$\frac{5}{32}$	0	1	0	0	$\frac{3}{4}$	0	0
$b_7 + \frac{1}{2}b_6$	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{9}{64}$	0	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	0
		y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{16}$	0	3	-
	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	$\frac{-1}{8}$	0	0	0	0	0	2	-
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	$\frac{-79}{256}$	0	0	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{32}$	$\frac{39}{2}$	
		$z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	$\frac{-79}{256}$	0	0	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{32}$		

Iterasi ke-4:

		c_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	0	0	0	0		
	c_i	x_i / x_j	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	s_1	t_1	u_1	s_2	t_2	u_2	b_i	R_i
$b_1 + \frac{9}{48} b_6$	0	s_2	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{6}{5}$	1	0	$\frac{2}{5}$	0	
	3	y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	0	1	
$b_3 + \frac{1}{2} b_6$	$\frac{1}{2}$	x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{16}{5}$	0	0	$\frac{12}{5}$	2	
$b_4 - \frac{9}{96} b_6$	2	z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{-3}{5}$	0	0	$\frac{-1}{5}$	4	
	0	t_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	
$\frac{32}{5}$x b_6	0	s_1	0	0	0	0	0	0	1	0	$\frac{32}{5}$	0	0	$\frac{24}{5}$	0	
$b_7 - \frac{9}{64} b_6$	$\frac{1}{4}$	x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{-9}{10}$	0	0	$\frac{-3}{10}$	0	
		y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{16}$	0	3	
$b_9 + \frac{1}{8} b_6$	$\frac{9}{4}$	z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{4}{5}$	0	0	$\frac{3}{5}$	2	
		z_j	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{9}{4}$	2	0	0	$\frac{79}{40}$	0	$\frac{9}{16}$	$\frac{83}{40}$	$\frac{39}{2}$	

		$z_j - c_j$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\frac{\mathbf{79}}{\mathbf{40}}$	$\mathbf{0}$	$\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{16}}$	$\frac{\mathbf{83}}{\mathbf{40}}$		

Tabel simpleks iterasi ke-4 tahap II metode simpleks dua tahap sudah optimal, semua $z_j - c_j$ bernilai lebih besar atau sama dengan nol sehingga diperoleh penyelesaian layak basis.

Lampiran 4

Tampilan penyelesaian masalah *fully fuzzy linear programming* Contoh 3.2 menggunakan *Excel Solver*.

Diketahui masalah program linear Contoh 3.2 yaitu:

Max $\left(\frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + 4y_1 + 6y_2 + 3z_1 + 4z_2) + 0(s_1 + t_1 + u_1 + s_2 + t_2 + u_2)\right)$

Terhadap kendala :

$0x_1 + x_2 + s_1 = 1$

$y_1 + 2y_2 + t_1 = 10$

$2z_1 + 3z_2 + u_1 = 27$

$x_1 + 0x_2 + s_2 = 2$

$2y_1 + y_2 + t_2 = 11$

$3z_1 + 2z_2 + u_2 = 28$

$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0, y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$

$t_1 - s_1 \geq 0, u_1 - t_1 \geq 0, t_2 - s_2 \geq 0, u_2 - t_2 \geq 0$

Langkah pertama yang dilakukan untuk menyelesaikan program linear menggunakan *Excel Solver* adalah mendefinisikan dan memilih variabel keputusan, kendala, dan fungsi tujuan masalah. Langkah ini dilakukan dengan menuliskan masalah program linear pada *Excel* dan memberikan koefisien nol pada sel variabel. Berikut data-data awal yang dimasukkan pada *Excel*:

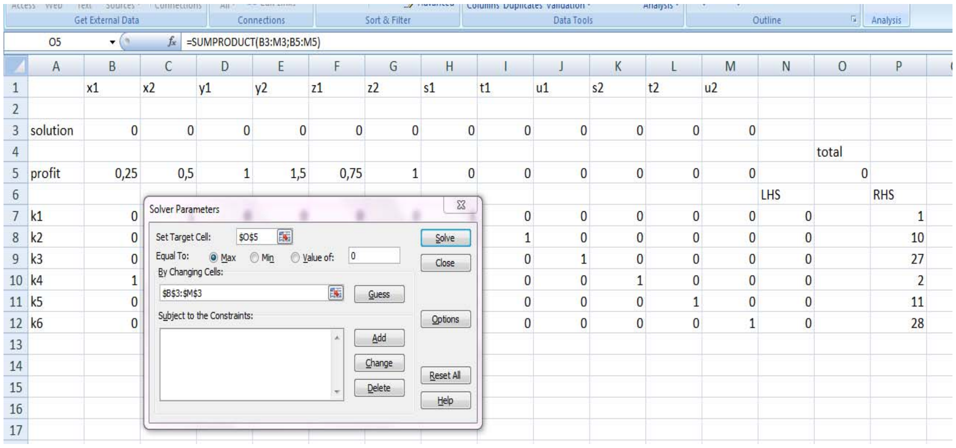
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		x1	x2	y1	y2	z1	z2	s1	t1	u1	s2	t2	u2			
2																
3	solution	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
4															total	
5	profit	0,25	0,5	1	1,5	0,75	1	0	0	0	0	0	0		0	
6														LHS		RHS
7	k1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		1
8	k2	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0		10
9	k3	0	0	0	0	2	3	0	0	1	0	0	0	0		27
10	k4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		2
11	k5	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0		11
12	k6	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	0	1	0		28

Sel dibawah total didefinisikan dengan rumus **=SUMPRODUCT(B3:M3;B5:M5)**. Untuk sel-sel dibawah LHS juga menggunakan rumus **=SUMPRODUCT(B3:M3;B7:M7)**, **=SUMPRODUCT(B3:M3;B8:M8)**, dan seterusnya hingga **=SUMPRODUCT(B3:M3;B12:M12)**.

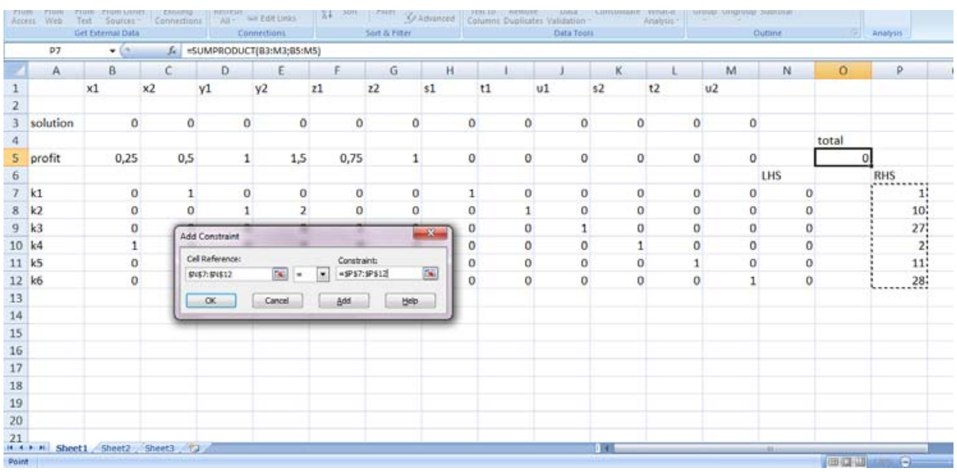
Setelah mendefinisikan variabel fungsi tujuan, kendala, dan keputusan, kemudian mengerjakan langkah berikutnya yaitu memasukkan data variabel fungsi tujuan, kendala, dan keputusan ke dalam *Excel* pada *Target Cell*, *Equal To*, *By Changing Cells*, dan *Subject to Constraints*.

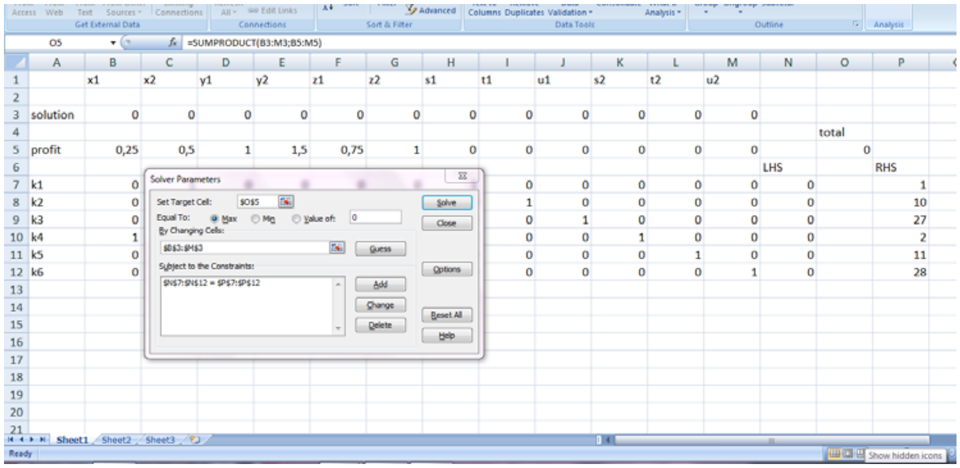
Langkah-langkah menjalankan *Excel Solver* pada penyelesaian Contoh 3.2 diberikan sebagai berikut:

1. Memilih **Data**, kemudian ***Solver*** untuk memunculkan kotak dialog ***Solver Parameters.*** Langkah selanjutnya mengisi ***Target Cell, Equal To,* dan *By Changing Cells*** yaitu sel **O5, Max,** dan sel **B3;M3**.

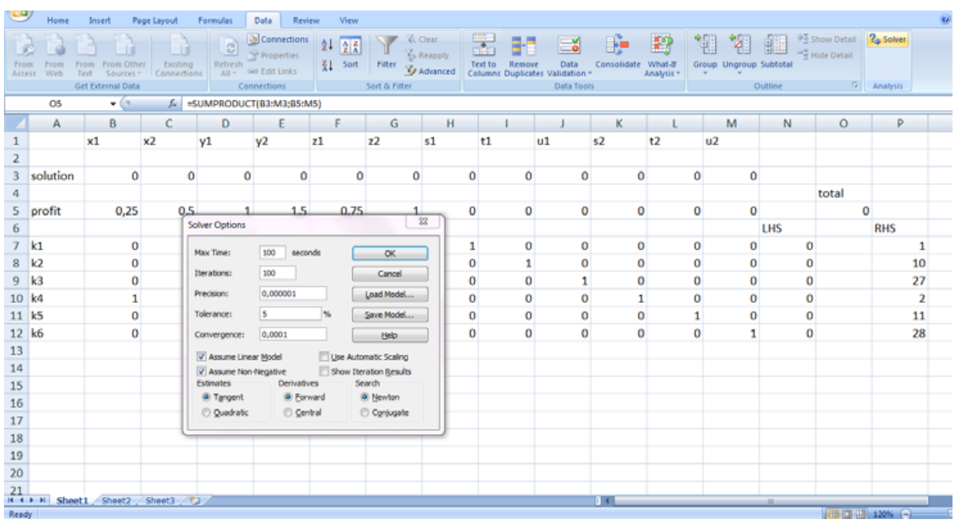


2. Memilih ***Add*** untuk memasukkan kendala**.** Kemudian muncul kotak ***Add Constraint***. Selanjutnya mengklik ***Cell Reference*** yaitu sel-sel di bawah LHS (N7;N12) dan ***Constraint*** yaitu sel-sel di bawah RHS (P7;P12), serta memilih relasi =, kemudian setelah selesai pengisian tersebut tekan **OK**.

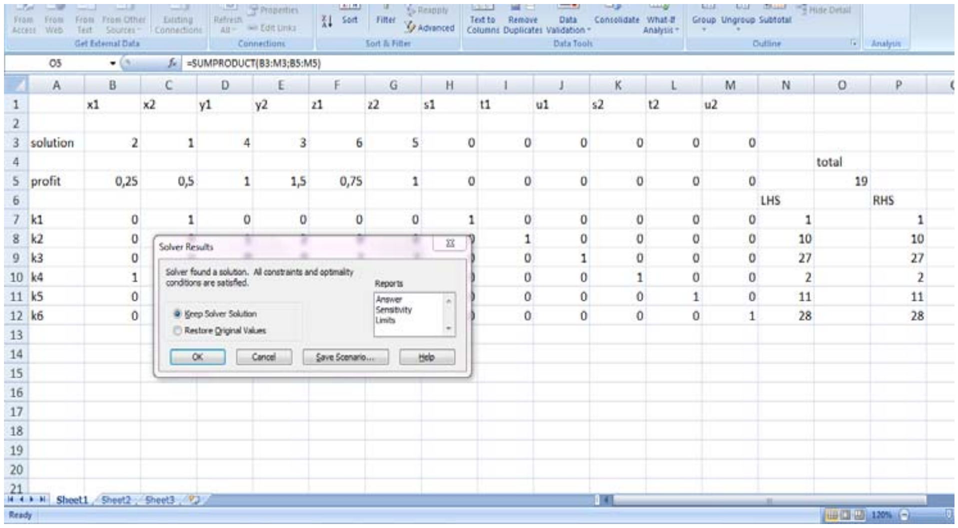




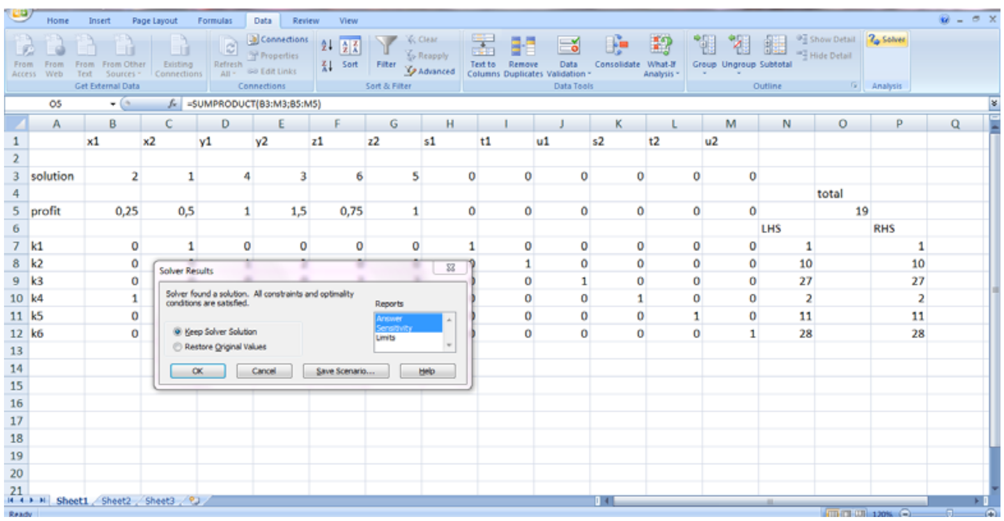
3. Dialog ***Solver Parameters*** kembali muncul. Memilih Options dan muncul kotak dialog ***Solver Options***. Memilih ***Assume Linear Model*** dan ***Assume non-negative.*** Mengklik **OK**.

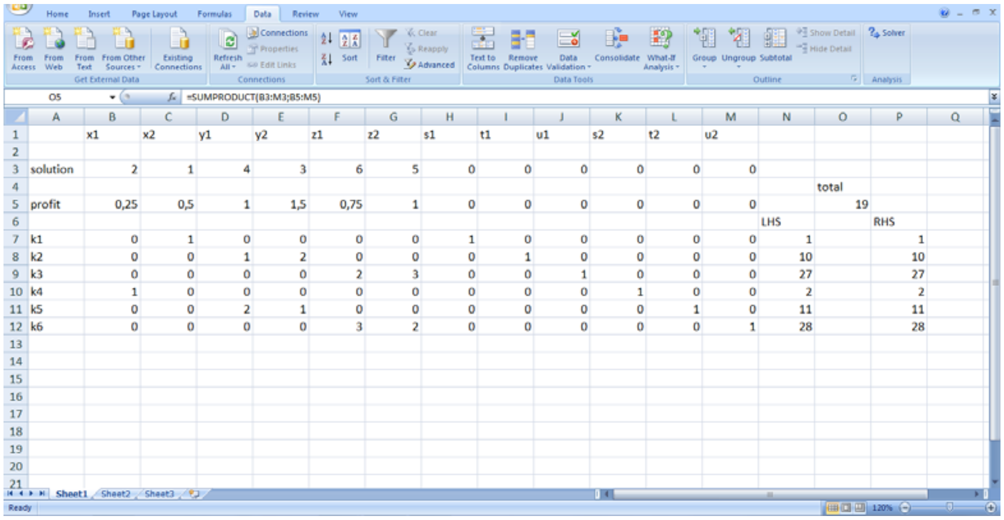


4. Muncul kotak dialog ***Solver Parameters***. Memilih ***Solve***, muncul worksheet yang berisi penyelesaian optimal.



5. Muncul kotak dialog ***Solver Results***. Blok ***Answer*** dan ***Sensitivity*** di kotak Report dan memilih **OK**.




O5 =SUMPRODUCT(B3:M3;B5:M5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		x1	x2	y1	y2	z1	z2	s1	t1	u1	s2	t2	u2			
2																
3	solution	2	1	4	3	6	5	0	0	0	0	0	0			
4															total	
5	profit	0,25	0,5	1	1,5	0,75	1	0	0	0	0	0	0		19	
6														LHS		RHS
7	k1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1		1
8	k2	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	10		10
9	k3	0	0	0	0	2	3	0	0	1	0	0	0	27		27
10	k4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2		2
11	k5	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	11		11
12	k6	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	0	1	28		28

Solusi program linear Contoh 3.2 menggunakan *Excel Solver* adalah $x_1 = 2$, $y_1 = 4$, $z_1 = 6$, $x_2 = 1$, $y_2 = 3$, $z_2 = 5$.

Solusi optimal samar yang diperoleh adalah $\tilde{x}_1 = (2, 4, 6)$, $\tilde{x}_2 = (1, 3, 5)$ dan penyelesaian optimal model *fully fuzzy linear programming* Contoh 3.2 adalah

$(1, 2, 3) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2, 3, 4) \otimes (x_2, y_2, z_2)$

$=(1, 2, 3) \otimes (2, 4, 6) \oplus (2, 3, 4) \otimes (1, 3, 5)$

$=(4, 17, 38)$

Jadi penyelesaian optimal samar yang diperoleh adalah (4, 17, 38). Hasil tersebut sama dengan penyelesaian masalah *fully fuzzy linear programming* Contoh 3.2 menggunakan metode simpleks.

Lampiran 5

Proses Penginstalan *Excel Solver*.

Langkah-langkah yang ditempuh untuk menginstal *Excel Solver* pada *Excel* 2007 adalah sebagai berikut:

1. Klik tombol "***Office***" dipojok atas kiri layar.
2. Pilih ***Excel Option*** di sisi kanan bawah menu.
3. Pilih ***Add-Ins***, ***Solver Add-Ins***, ***Go***, ***Solver Add-In***, dan ***OK***.

Lampiran 6

Penyelesaian Program Linear Contoh 3.3 Menggunakan *Excel Solver*.

Diketahui masalah program linear Contoh 3.3 yaitu sebagai berikut:

Max $\left(\frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + 4y_1 + 6y_2 + 3z_1 + 4z_2) + 0(s_1 + t_1 + u_1 + s_2 + t_2 + u_2)\right)$

Terhadap kendala:

$0x_1 + 2x_2 - s_1 = 4$

$y_1 + 2y_2 - t_1 = 7$

$z_1 + 3z_2 - u_1 = 14$

$-2x_1 + z_2 - s_2 = 4$

$2y_1 + 4y_2 + t_2 = 14$

$3z_1 + 4z_2 + u_2 = 22$

$-2x_1 + 3z_2 = 12$

$-3y_1 + 2y_2 = 3$

$4z_1 - x_2 = 6$

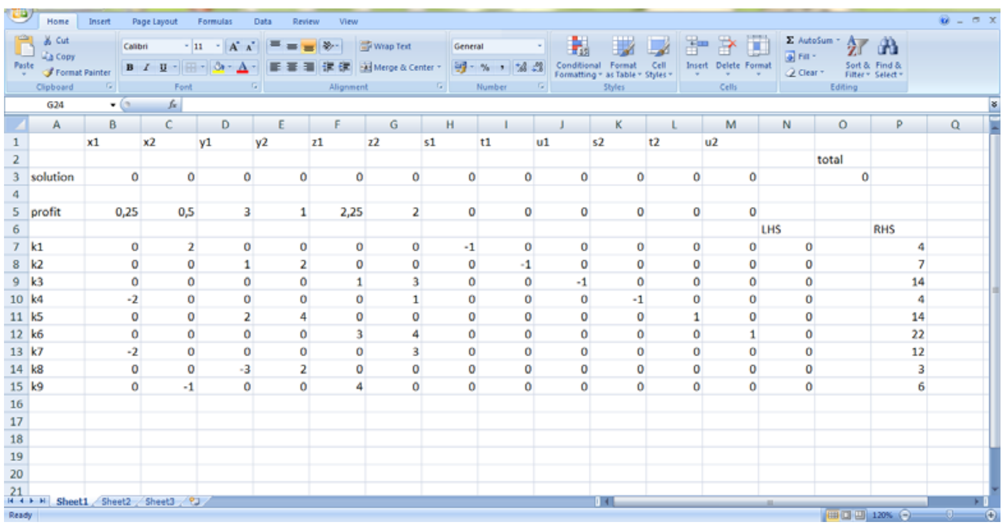
$y_1 - x_1 \geq 0, z_1 - y_1 \geq 0,$

$y_2 - x_2 \geq 0, z_2 - y_2 \geq 0$

$t_1 - s_1 \geq 0, u_1 - t_1 \geq 0,$

$t_2 - s_2 \geq 0, u_2 - t_2 \geq 0$

Setelah masalah *fully fuzzy linear* programming sudak berbentuk program linear, langkah pertama yang dilakukan untuk menggunakan *Excel Solver* adalah mendefinisikan dan memilih variabel keputusan, kendala, dan fungsi tujuan masalah dengan menuliskan rumus yang dibutuhkan. Langkah ini dilakukan dengan menuliskan masalah program linear pada *Excel* dan memberikan koefisien nol pada sel-sel variabel untuk solusi, koefisien biaya pada sel-sel variabel untuk profit, serta pengisian rumus yang dibutuhkan. Berikut data-data awal yang dimasukkan pada *Excel*:



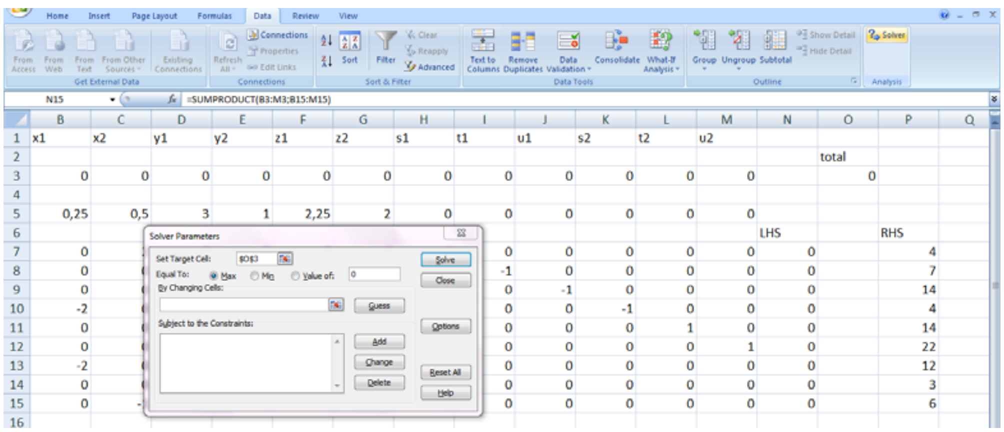
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		x1	x2	y1	y2	z1	z2	s1	t1	u1	s2	t2	u2			
2															total	
3	solution	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	
4																
5	profit	0,25	0,5	3	1	2,25	2	0	0	0	0	0	0			
6														LHS		RHS
7	k1	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0		4
8	k2	0	0	1	2	0	0	0	-1	0	0	0	0	0		7
9	k3	0	0	0	0	1	3	0	0	-1	0	0	0	0		14
10	k4	-2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0		4
11	k5	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0		14
12	k6	0	0	0	0	3	4	0	0	0	0	0	1	0		22
13	k7	-2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0		12
14	k8	0	0	-3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0		3
15	k9	0	-1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0		6

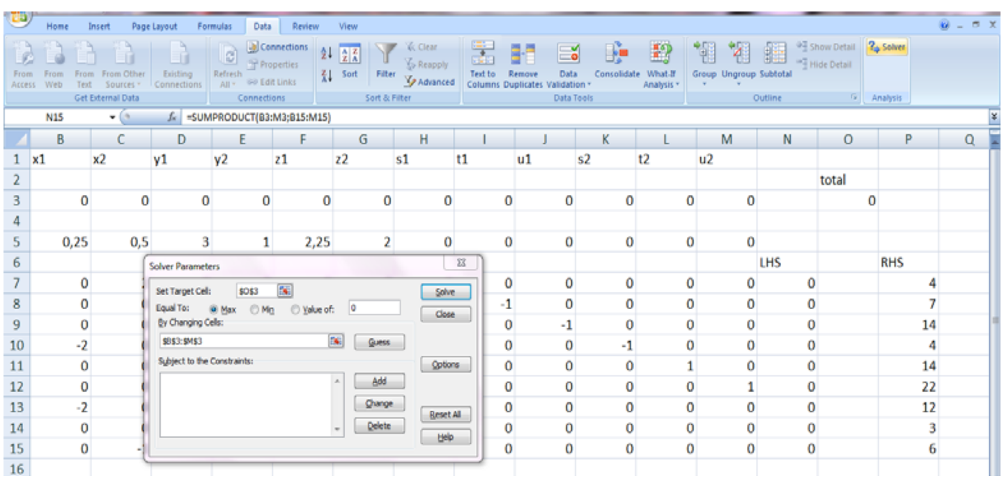
Sel dibawah total didefinisikan dengan rumus **=SUMPRODUCT(B3:M3;B5:M5)**. Untuk sel-sel dibawah LHS juga didefinisikan dengan rumus **=SUMPRODUCT(B3:M3;B7:M7)**, **=SUMPRODUCT(B3:M3;B8:M8)**, dan seterusnya hingga **=SUMPRODUCT(B3:M3;B15:M15)**.

Setelah mendefinisikan variabel fungsi tujuan, kendala, dan keputusan, kemudian mengerjakan langkah berikutnya yaitu memasukkan data variabel fungsi tujuan, kendala, dan keputusan ke dalam *Excel* pada *Target Cell*, *Equal To*, *By Changing Cells*, dan *Subject to Constraints*.

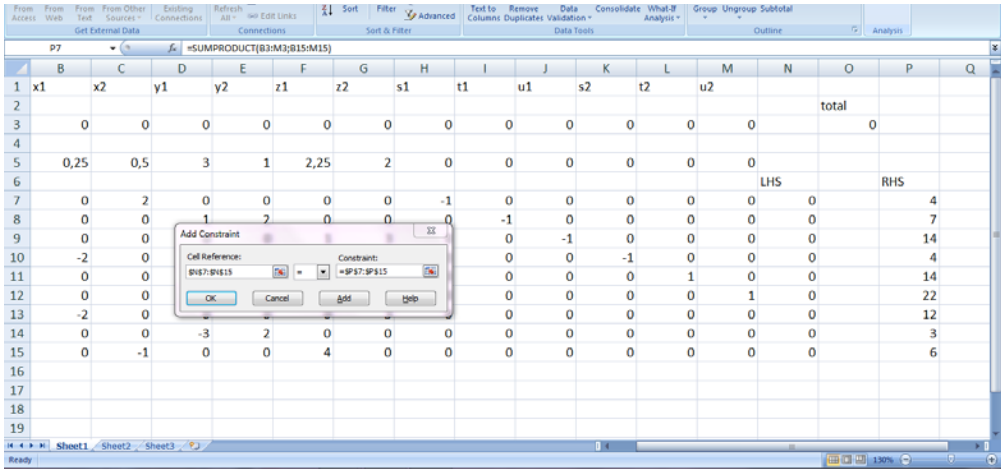
Langkah-langkah menjalankan *Excel Solver* pada penyelesaian Contoh 3.3 diberikan sebagai berikut:

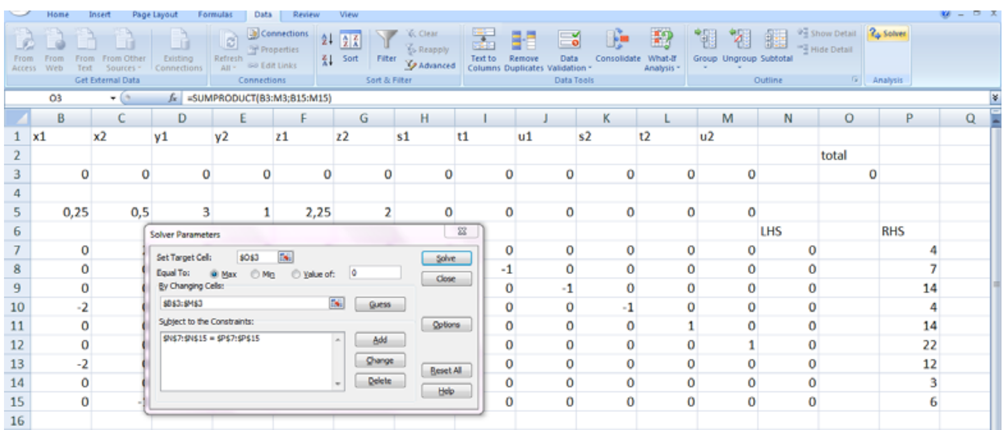
1. Memilih **Data**, kemudian ***Solver*** untuk memunculkan kotak dialog ***Solver Parameters.***



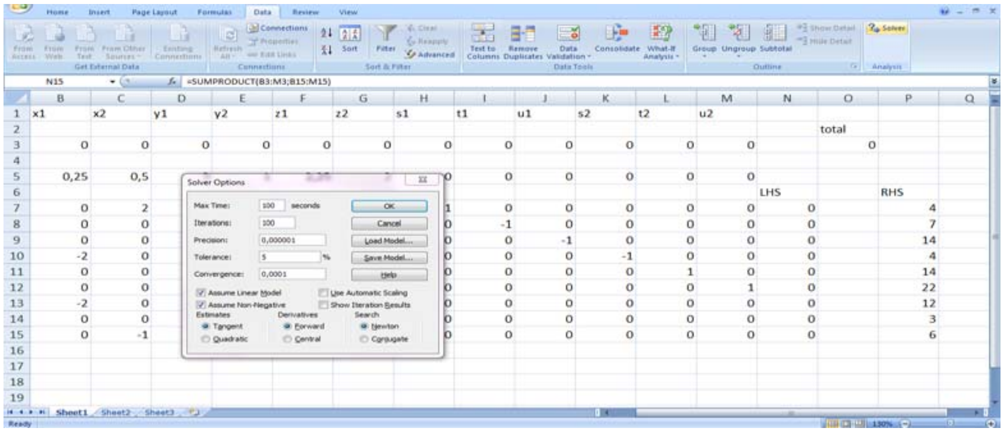


2. Memilih ***Add*** untuk memasukkan kendala**.** Kemudian muncul kotak ***Add Constraint***. Selanjutnya mengklik ***Cell Reference*** dan ***Constraint***, kemudian setelah selesai pengisian tersebut tekan **OK**.

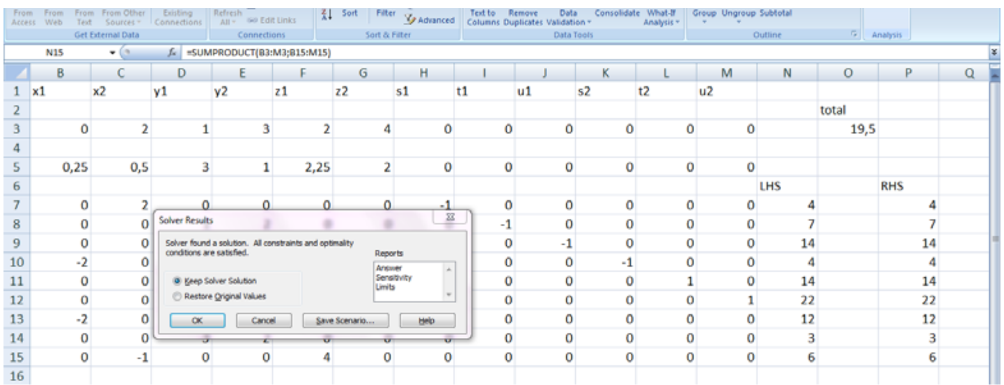




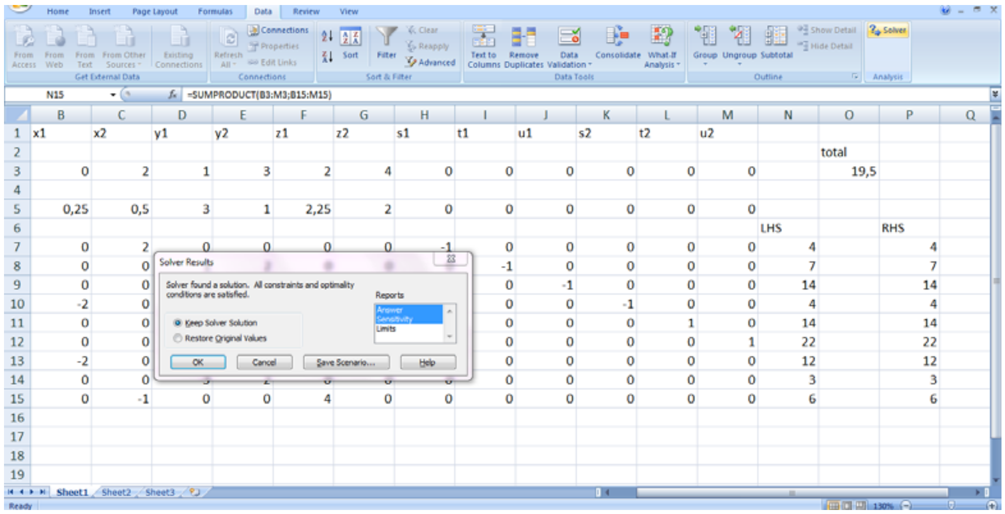
3. Dialog ***Solver Parameters*** kembali muncul. Memilih Options dan muncul kotak dialog ***Solver Options***. Memilih ***Assume Linear Model*** dan ***Assume non-negative.*** Mengklik **OK**.

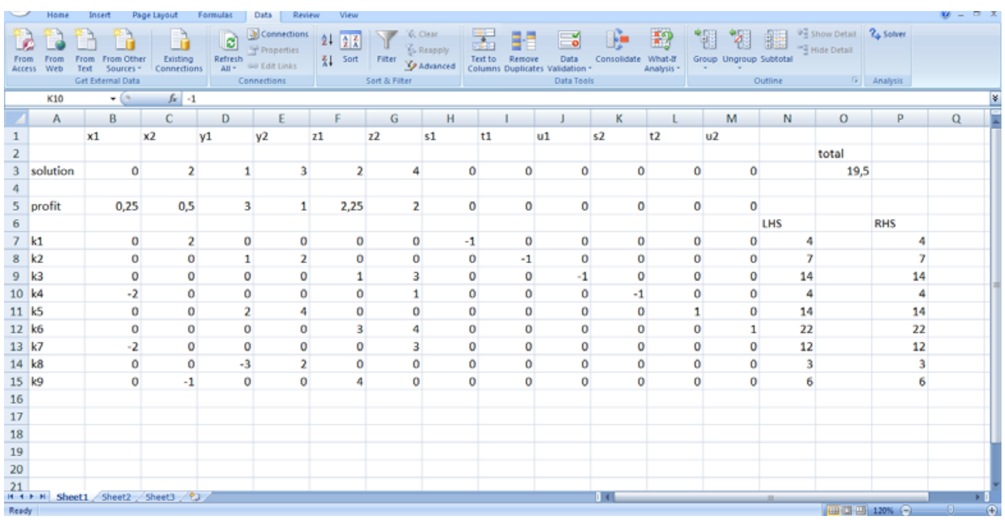


4. Muncul kotak dialog ***Solver Parameters***. Memilih ***Solve***, muncul worksheet yang berisi penyelesaian optimal.



5. Muncul kotak dialog ***Solver Results***. Blok ***Answer*** dan ***Sensitivity*** di kotak ***Report*** dan memilih **OK**.





Solusi program linear Contoh 3.3 menggunakan *Excel Solver* adalah $x_1 = 0$, $y_1 = 1$, $z_1 = 2$, $x_2 = 2$, $y_2 = 3$, $z_2 = 4$.

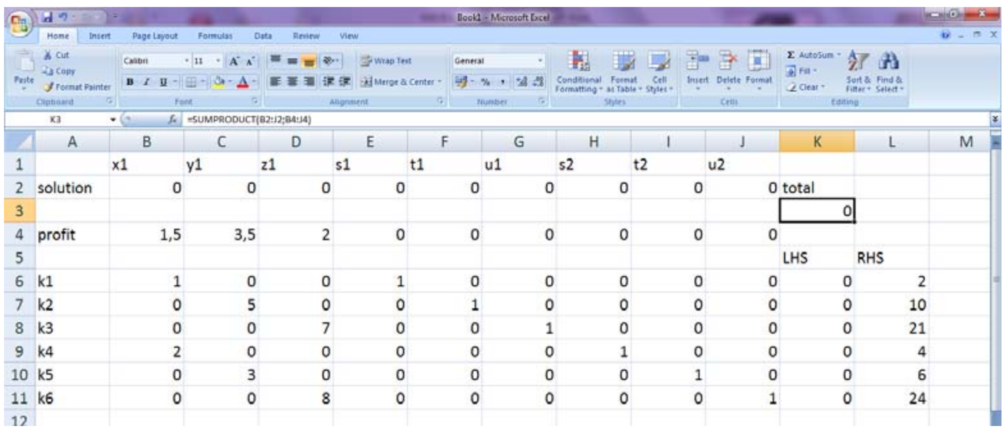
Solusi optimal samar yang diperoleh adalah $\tilde{x}_1 = (0, 1, 2)$, $\tilde{x}_2 = (2, 3, 4)$ dan penyelesaian optimal *fully fuzzy linear programming* adalah $(1, 6, 9) \otimes (x_1, y_1, z_1) \oplus (2, 2, 8) \otimes (x_2, y_2, z_2)$

$= (1, 6, 9) \otimes (0, 1, 2) \oplus (2, 2, 8) \otimes (2, 3, 4)$

$= (4, 12, 50)$

Lampiran 7

Setelah diperoleh program linear, langkah pertama yang dilakukan untuk menggunakan *Excel Solver* adalah mendefinisikan dan memilih variabel keputusan, kendala, dan fungsi tujuan masalah dengan menuliskan rumus yang dibutuhkan. Langkah ini dilakukan dengan menuliskan masalah program linear pada *Excel* dan memberikan koefisien nol pada sel variabel, serta pengisian rumus yang dibutuhkan. Berikut data-data awal yang dimasukkan pada *Excel*:



K3 =SUMPRODUCT(B2:J2;B4:J4)

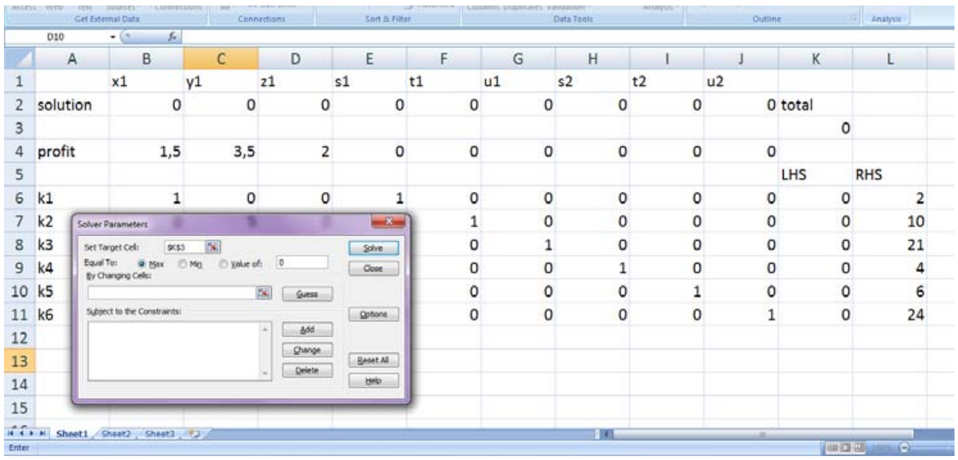
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		x1	y1	z1	s1	t1	u1	s2	t2	u2			
2	solution	0	0	0	0	0	0	0	0	0	total		
3											0		
4	profit	1,5	3,5	2	0	0	0	0	0	0			
5											LHS	RHS	
6	k1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	
7	k2	0	5	0	0	1	0	0	0	0	0	10	
8	k3	0	0	7	0	0	1	0	0	0	0	21	
9	k4	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	
10	k5	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	6	
11	k6	0	0	8	0	0	0	0	0	1	0	24	
12													

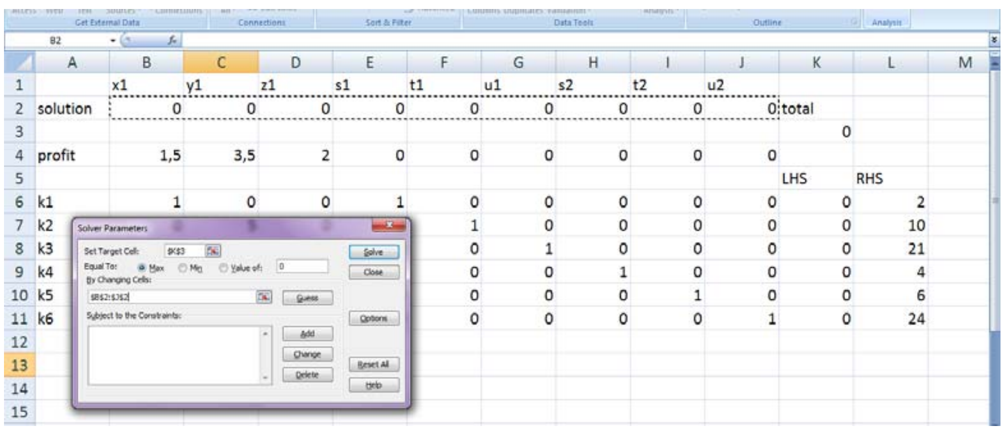
Sel dibawah total didefinisikan dengan rumus **=SUMPRODUCT(B4:J4;B2:J2)**. Untuk sel-sel dibawah LHS juga didefinisikan dengan rumus **=SUMPRODUCT(B2:J2;B6:J6)**, **=SUMPRODUCT(B2:J2;B7:J7)**, dan seterusnya hingga **=SUMPRODUCT(B2:J2;B11:J11)**.

Setelah mendefinisikan variabel fungsi tujuan, kendala, dan keputusan, kemudian mengerjakan langkah berikutnya yaitu memasukkan data variabel fungsi tujuan, kendala, dan keputusan ke dalam *Excel* pada *Target Cell*, *Equal To*, *By Changing Cells*, dan *Subject to Constraints*.

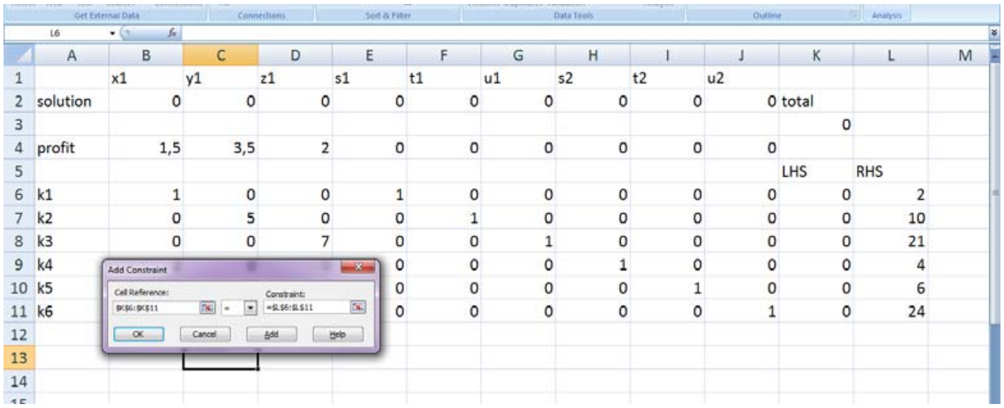
Langkah-langkah menjalankan *Excel Solver* pada penyelesaian Contoh 3.4 diberikan sebagai berikut:

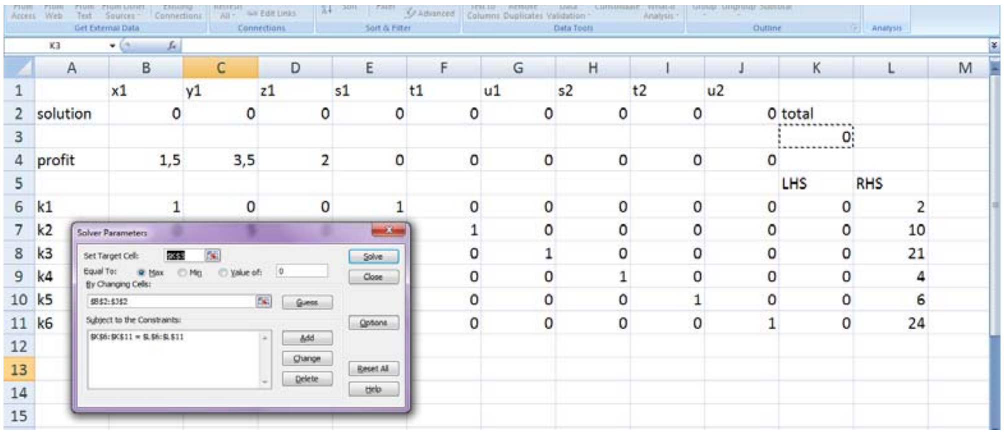
1. Memilih **Data**, kemudian ***Solver*** untuk memunculkan kotak dialog ***Solver Parameters.***



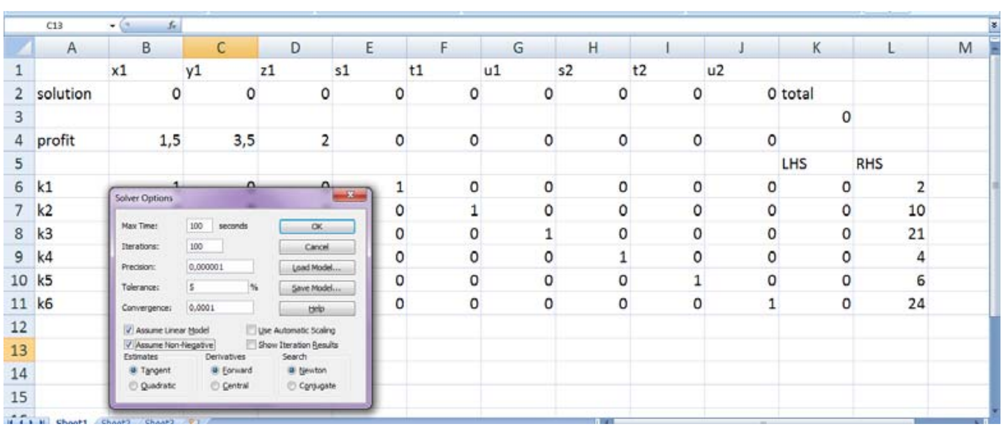


2. Memilih ***Add*** untuk memasukkan kendala**.** Kemudian muncul kotak ***Add Constraint***. Selanjutnya mengklik ***Cell Reference*** dan ***Constraint***, kemudian setelah selesai pengisian tersebut tekan **OK**.

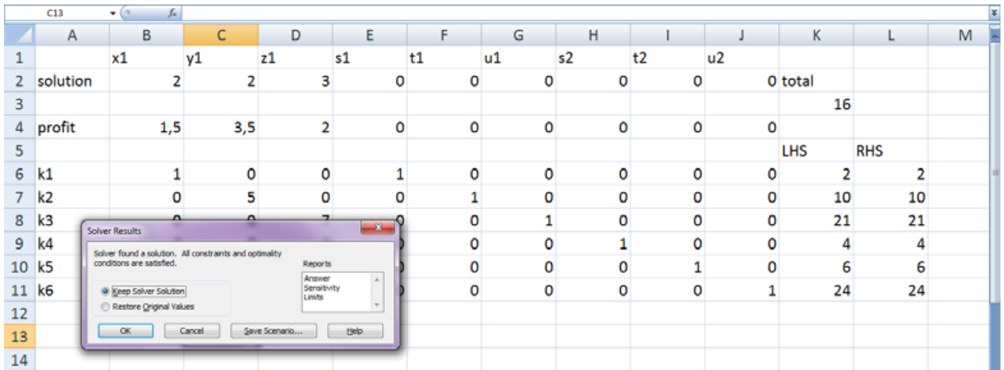




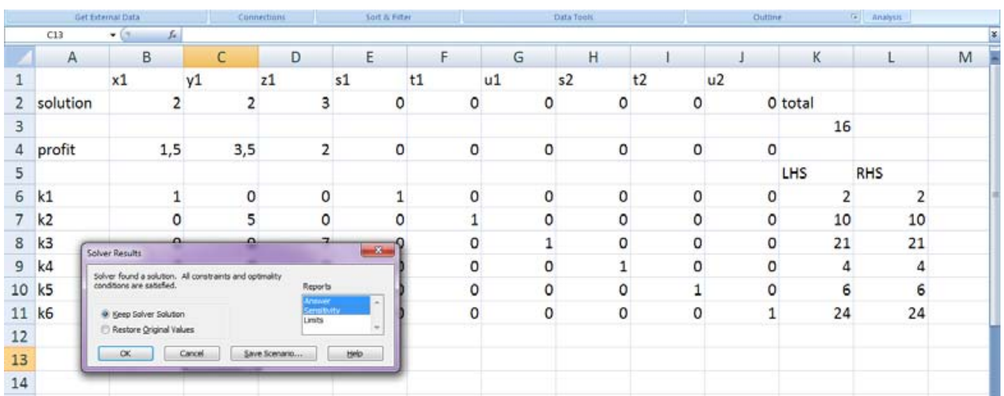
3. Dialog ***Solver Parameters*** kembali muncul. Memilih Options dan muncul kotak dialog ***Solver Options***. Memilih ***Assume Linear Model*** dan ***Assume non-negative*****.** Mengklik **OK**.

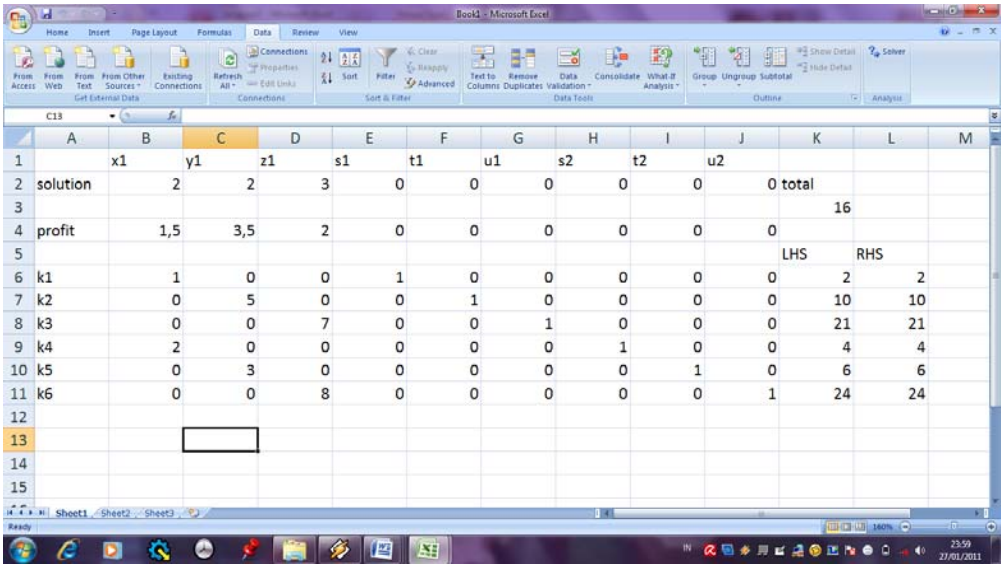


4. Muncul kotak dialog ***Solver Parameters***. Memilih ***Solve***, muncul worksheet yang berisi penyelesaian optimal.



5. Muncul kotak dialog ***Solver Results***. Blok ***Answer*** dan ***Sensitivity*** di kotak ***Report*** dan memilih **OK**.





	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		x1	y1	z1	s1	t1	u1	s2	t2	u2			
2	solution	2	2	3	0	0	0	0	0	0	total		
3											16		
4	profit	1,5	3,5	2	0	0	0	0	0	0			
5											LHS	RHS	
6	k1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2	2	
7	k2	0	5	0	0	1	0	0	0	0	10	10	
8	k3	0	0	7	0	0	1	0	0	0	21	21	
9	k4	2	0	0	0	0	0	1	0	0	4	4	
10	k5	0	3	0	0	0	0	0	1	0	6	6	
11	k6	0	0	8	0	0	0	0	0	1	24	24	

Solusi yang diperoleh dari perhitungan menggunakan *Excel Solver* adalah $x_1 = 2, y_1 = 2,\ z_1 = 3$. Solusi samar yang diperoleh berupa bilangan samar triangular yaitu (2, 2, 3), sehingga penyelesaian optimal samar yang diperoleh yaitu (6, 7, 8)⊗(2, 2, 3)

= (12, 14, 24).