

OPERATOR LINIER TERBATAS PADA RUANG HILBERT

Oleh
Dwi Lita Vebriana
NIM. 013114715

ABSTRAK

Skripsi ini bertujuan untuk mengetahui syarat-syarat apa saja yang harus dipenuhi agar suatu ruang vektor disebut ruang *Hilbert*, mengkaji mengenai operator linier terbatas, dan mengetahui sifat-sifat yang berkaitan dengan operator linier pada ruang *Hilbert*.

Konsep ruang *Hilbert* meliputi ruang vektor, ruang bernorma, ruang metrik dan ruang *pre-Hilbert*. Ruang *Hilbert* adalah ruang *pre-Hilbert* yang lengkap. Lengkap di sini berarti bahwa setiap barisan *Cauchy*-nya konvergen. Ruang *pre-Hilbert* atau ruang *inner product* merupakan ruang vektor yang dilengkapi dengan suatu *inner product*. Ruang bernorma merupakan ruang vektor yang dilengkapi dengan suatu norma. Sedangkan ruang metrik adalah ruang vektor yang dilengkapi dengan suatu metrik d .

Setiap ruang bernorma merupakan ruang metrik, namun tidak setiap ruang metrik merupakan ruang bernorma. Setiap ruang *pre-Hilbert* merupakan ruang bernorma dan ruang metrik. Sehingga sifat-sifat yang berlaku di ruang bernorma dan ruang metrik juga berlaku pula di ruang *pre-Hilbert*. Suatu pemetaan terhadap ruang vektor V ke dalam ruang vektor V itu sendiri disebut operator. Operator linier T dari ruang bernorma X ke ruang bernorma X dikatakan terbatas jika ada bilangan riil positif M sehingga $\|Tx\| \leq M\|x\|$ untuk semua $x \in X$. Sifat-sifat yang berkaitan dengan operator linier terbatas pada ruang *Hilbert* yaitu, operator linier T kontinu jika dan hanya jika T terbatas; operator linier T adalah kontinu jika operator T kontinu di suatu titik (*single point*).