INTEGRAL RIEMANN-STIELTJES DAN SIFAT-SIFATNYA

Oleh
Choirul Munib
Nim.023114003

ABSTRAK

Skripsi ini bertujuan untuk mendeskripsikan pendefinisian integral Riemann-Stieltjes dan mengetahui sifat-sifat integral Riemann-Stieltjes.

Integral Riemann-Stieltjes berbentuk $\int_a^b f d\alpha$ dengan f dan α berturut-turut dinamakan integran dan integrator. Integral Riemann-Stieltjes merupakan perluasan dari integral Riemann dengan mengganti panjang interval $\Delta x = x_i - x_{i-1}$ pada interval bagian dengan $\Delta\alpha = \alpha_i - \alpha_{i-1}$ dengan α adalah fungsi yang diketahui. Pendefinisian integral Riemann-Stieltjes adalah sebagai berikut:

Fungsi f dikatakan terintegral Riemann-Stieltjes terhadap α pada $[a, b]$ jika dan hanya jika ada bilangan real I sedemikian hingga untuk setiap $\varepsilon > 0$ ada partisi P_ε dari $[a, b]$ sehingga untuk setiap partisi P pada $[a, b]$ dengan $P \supseteq P_\varepsilon$ dan untuk setiap pemilihan $t_i \in [x_{i-1}, x_i]$ dengan $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ berlaku

$$\left| \sum_{i=1}^{n} f(t_i)\Delta\alpha_i - I \right| < \varepsilon .$$

Jika bilangan I ada, maka bilangan I adalah tunggal dan didefinisikan sebagai integral Riemann-Stieltjes fungsi f terhadap α pada $[a, b]$ dan ditulis

$$I = \int_a^b f d\alpha .$$

Integral Riemann-Stieltjes dapat direduksi menjadi integral Riemann, ketika fungsi α mempunyai turunan dan terbatas pada interval terbuka (a, b). Integral Riemann-Stieltjes dapat dinyatakan sebagai suatu jumlahan berhingga apabila integratornya merupakan fungsi tangga. Bila integratornya berupa fungsi monoton naik, maka sifat integral Riemann-Stieltjes hampir sama seperti pada integral Riemann. Bila integratornya berupa fungsi bervariasi terbatas, maka integral Riemann-Stieltjes mempunyai sifat yang lebih halus, yaitu bila $f \in R(\alpha)$ pada interval $[a, b]$, maka $f \in R(\alpha)$ pada setiap subinterval $[c, d]$ dari $[a, b]$. Misalkan α fungsi monoton naik pada $[a, b]$, dan $f_n \in R(\alpha)$ pada $[a, b]$, untuk $n = 1, 2, 3, \ldots$ serta $f_n \to f$ seragam pada $[a, b]$, maka $f \in R(\alpha)$ pada $[a, b]$, dan $\int_a^b f d\alpha = \lim_{n\to\infty} \int_a^b f_n d\alpha$.