

**PERHITUNGAN PREMI TAHUNAN PADA
ASURANSI *JOINT LIFE* DAN PENERAPANNYA**

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains



Oleh:

AYULINA SUGIHAR

07305141033

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2011

PERSETUJUAN

SKRIPSI

**PERHITUNGAN PREMI TAHUNAN PADA
ASURANSI *JOINT LIFE* DAN PENERAPANNYA**

Oleh:

Ayulina Sugihar

NIM. 07305141033

Telah disetujui dan disahkan pada tanggal 13 Juni 2011

untuk dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi

Jurusan Pendidikan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Menyetujui,

Pembimbing



Tuharto, M.Si.

NIP. 196411091990011001

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya :

Nama : Ayulina Sugihar

NIM : 07305141033

Program Studi : Matematika

Fakultas : MIPA

Judul Skripsi : Perhitungan Premi Tahunan pada Asuransi *Joint Life* dan Penerapannya

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang sepengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Apabila ternyata terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 13 Juni 2011

Yang menyatakan,

Ayulina Sugihar

NIM. 07305141033

PENGESAHAN

SKRIPSI

PERHITUNGAN PREMI TAHUNAN PADA ASURANSI *JOINT LIFE* DAN PENERAPANNYA

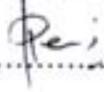
Oleh:

Ayulina Sugihar

NIM. 07305141033

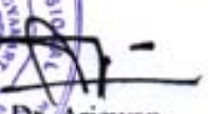
Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi Jurusan Pendidikan
Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri
Yogyakarta pada tanggal 23 Juni 2011 dan dinyatakan telah memenuhi syarat
guna memperoleh gelar Sarjana Sains

SUSUNAN DEWAN PENGUJI

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Tuharto, M.Si. NIP. 196411091990011001	Ketua Penguji		08 Juli 2011
Himmawati Puji Lestari, M.Si. NIP. 197501102000122001	Sekretaris Penguji		07 Juli 2011
Rosita Kusumawati, M.Sc. NIP. 198007072005012001	Penguji Utama		04 Juli 2011
Retno Subekti, M.Sc. NIP. 198111162005012002	Penguji Pendamping		07 Juli 2011

Yogyakarta, Juli 2011

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta


Dr. Ariswan
NIP. 195909141988031003

MOTO

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan) tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhanmu lah engkau berharap.”

(Q.S. Al-Insyirah: 5-8)

“Allah tidak akan mengubah nasib suatu kaum, kalau kaum itu sendiri tidak mau mengubahnya”

(Q.S. Ar-Ra’du: 11)

“...Pintu kebahagiaan terbesar adalah doa kedua orang tua maka berusaha mendapatkan doa itu dengan berbakti kepada mereka agar doa mereka menjadi benteng yang kuat untuk menjagamu dari semua hal yang tidak kita sukai...”

(DR. ‘Aidh Al-Qarni)

“Kepuasan terletak pada usaha, bukan pada hasil. Usaha dengan keras adalah kemenangan yang hakiki.”

(Mahatma Gandhi)

“Impikan apa yang berani Anda impikan, lakukan apa yang berani Anda lakukan, dan jadilah apa yang berani Anda inginkan.”

(Dr. Walter Doyle Staples)

PERSEMBAHAN

Ku persembahkan karya ini untuk :

*Orang tuaku tercinta yang selalu berjuang untuk anak-anaknya,
tak lelah berdoa, dan menyayangiku sepenuh hati...*

*Mb' Nana dan A'ang yang telah memberiku dukungan dan
kekuatan...*

*Seluruh keluarga di Purworejo dan Lasem, terima kasih banyak
untuk doanya...*

*Semua guru dan dosen yang telah membimbingku hingga aku
dewasa dan mampu memberikan yang terbaik...*

*Sahabatku, Fajar, Whilli, Au', Zu, dan Berlin yang telah
menorehkan cerita dan cintanya...*

*Anas, Phupe, Nindut, dan Sinta, terima kasih untuk perjalanan
ini, untuk semangat dan keceriaan kalian...*

*Teman-teman KKN Posko 33 dan masyarakat setempat yang
telah memberikan pengalaman berharga & mendoakan kami...*

*Teman-teman Match Reg '07, semua teman seperjuangan,
kakak2 dan adek2 angkatan yang tidak dapat kusebutkan satu
per satu...*

*"Semoga Allah senantiasa membalas semua kebaikan kalian semua
dengan pahala yang berlipat..."*

PERHITUNGAN PREMI TAHUNAN PADA ASURANSI *JOINT LIFE* DAN PENERAPANNYA

Oleh:
Ayulina Sugihar
07305141033

ABSTRAK

Tugas akhir skripsi ini bertujuan untuk mengetahui langkah-langkah perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung beserta contoh kasus penerapannya. Asuransi *joint life* merupakan suatu jenis asuransi jiwa yang menanggung dua jiwa atau lebih dimana manfaatnya dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dunia. Jenis asuransi *joint life* yang dibahas adalah asuransi *joint life* seumur hidup, berjangka, dan dwiguna.

Penelitian dalam skripsi ini dilakukan dengan metode literatur, yaitu dengan mengumpulkan berbagai sumber materi yang mendukung seperti buku, jurnal, dan beberapa artikel dari internet. Selanjutnya penulis merumuskan suatu masalah dengan mencari hubungan antar unsur yang saling berkaitan, kemudian membentuk suatu langkah dan formula perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung dengan memanfaatkan persamaan dasar perhitungan premi yaitu nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan. Langkah terakhir yaitu melakukan evaluasi terhadap formula yang dihasilkan ke dalam contoh kasus penerapan.

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung berusia x dan y tahun dimulai dengan pembuatan tabel mortalitas gabungan, yaitu menentukan fungsi hidup gabungan dua orang (l_{xy}), peluang hidup gabungan (p_{xy}), peluang mati gabungan (q_{xy}), serta simbol-simbol komutasi gabungan seperti D_{xy} , N_{xy} , C_{xy} , dan M_{xy} . Langkah kedua adalah menghitung nilai tunai anuitas awal atau anuitas akhir, kemudian menentukan premi tunggal gabungan. Dan yang terakhir adalah menentukan premi tahunan asuransi *joint life* yang disesuaikan dengan jenis asuransinya, yaitu asuransi *joint life* seumur hidup, berjangka, ataupun dwiguna. Penerapan kasus asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung terdapat pada produk asuransi JS Prestasi di PT Jiwasraya. Jika dua orang tertanggung berusia x dan y tahun mengasuransikan jiwanya pada asuransi *joint life* berjangka n tahun dengan uang santunan yang akan diterima ketika salah seorang diantaranya meninggal sebelum n tahun sebesar R dan premi dibayarkan setiap awal tahun selama k tahun, maka besarnya premi bersih tahunannya adalah $R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+k:y+k}}$.

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir skripsi ini dengan baik. Skripsi yang berjudul “Perhitungan Premi Tahunan Pada Asuransi *Joint Life* dan Penerapannya” ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat kelulusan guna meraih gelar Sarjana Sains pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Penyelesaian skripsi ini tidak lepas dari adanya bantuan, dukungan, saran, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu perkenankanlah penulis menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Ariswan, sebagai Dekan FMIPA UNY yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Si. sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik.
3. Ibu Atmini Dhoruri, M.S. sebagai Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik.
4. Bapak Tuharto, M.Si. sebagai Dosen Pembimbing yang dengan sabar telah memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis.
5. Ibu Rosita, M.Sc. yang telah memberikan masukan dan saran kepada penulis dalam proses penyusunan skripsi ini.

6. Ibu Sri Andayani, M.Kom, sebagai Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan kepada penulis selama masa studi penulis.
7. Seluruh Dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
8. Semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan sehingga dapat memperlancar proses penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan dan belum sempurna, karena keterbatasan ilmu dan pengetahuan penulis. Untuk itu penulis menerima kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat berguna dan bermanfaat bagi penulis serta pembaca.

Yogyakarta, Juni 2011

Penulis

Ayulina Sugihar

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
HALAMAN MOTO.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR LAMPIRAN	xii
DAFTAR SIMBOL	xiii
BAB I. PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Pembatasan Masalah	5
C. Perumusan Masalah	6
D. Tujuan Penelitian	6
E. Manfaat Penelitian	6
BAB II.LANDASAN TEORI	
A. Barisan dan Deret	7
B. Peluang	11
C. Asuransi Jiwa.....	13

D. Tabel Mortalitas.....	16
E. Tingkat Bunga	20
F. Anuitas	22
G. Premi	37
H. Premi Tahunan.....	42
I. Konsep Bunga dalam Asuransi.....	44
 BAB III. PEMBAHASAN	
A. Pembuatan Tabel Mortalitas Gabungan.....	46
B. Perhitungan Anuitas Hidup Gabungan.....	53
C. Perhitungan Premi Tunggal pada Asuransi <i>Joint Life</i>	61
D. Perhitungan Premi Tahunan pada Asuransi <i>Joint Life</i>	67
E. Contoh Kasus Penerapan	70
 BAB IV. PENUTUP	
A. Kesimpulan	75
B. Saran.....	77
DAFTAR PUSTAKA	79
LAMPIRAN.....	80

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Tabel Mortalitas Indonesia 1999, Jenis Kelamin : Laki-laki

Lampiran 2. Tabel Mortalitas Indonesia 1999, Jenis Kelamin : Perempuan

Lampiran 3. Contoh Polis Asuransi *Joint Life* JS Prestasi PT Asuransi Jiwasraya

DAFTAR SIMBOL

- x : usia atau umur orang pertama
- y : usia atau umur orang kedua
- l_x : banyaknya pemegang polis yang berusia x tahun
- l_y : banyaknya pemegang polis yang berusia y tahun
- l_{xy} : fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun
- d_x : jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x+1$
- d_y : jumlah orang yang meninggal pada usia y sampai $y+1$
- d_{xy} : banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun
- q_x : peluang seseorang yang berusia x yang meninggal sebelum mencapai usia $x+1$ tahun
- q_y : peluang seseorang yang berusia y yang meninggal sebelum mencapai usia $y+1$ tahun
- q_{xy} : peluang paling sedikit satu orang dari dua orang yang berusia x dan y tahun akan meninggal dalam satu tahun
- ${}_nq_{xy}$: peluang salah satu dari dua orang yang berusia x dan y tahun akan meninggal dalam n tahun
- p_x : peluang seseorang berusia x akan hidup dalam satu tahun
- p_y : peluang seseorang berusia y akan hidup dalam satu tahun
- p_{xy} : peluang orang berusia x dan y akan hidup selama satu tahun
- ${}_np_{xy}$: peluang orang berusia x dan y akan hidup selama n tahun
- e_x : harapan hidup ringkas seseorang berusia x tahun

- $\overset{\circ}{e}_x$: harapan hidup lengkap seseorang berusia x tahun
- i : tingkat bunga
- v : faktor diskon, yaitu $v = (1 + i)^{-1}$
- D_{xy} : simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan
- N_{xy} : simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+i:y+i}$ dengan $i=0$ sampai dengan usia tertinggi
- C_{xy} : simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun ditambah 1 dengan banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun
- M_{xy} : simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $C_{x+i:y+i}$ dengan $i=0$ sampai dengan usia tertinggi
- R : santunan
- $\ddot{a}_{xy}$: nilai tunai anuitas hidup gabungan awal seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun
- a_{xy} : nilai tunai anuitas hidup gabungan akhir seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun
- $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$: nilai tunai anuitas hidup gabungan awal berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun
- $a_{xy:\overline{n}|}$: nilai tunai anuitas hidup gabungan akhir berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$A_{xy:\overline{n}|}^1$: premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* endowment murni berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

A_{xy} : premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

$A_{\widehat{xy}:\overline{n}|}^1$: premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$A_{xy:\overline{n}|}$: premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* dwiguna berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

P_{xy} : premi tahunan pada asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

$P_{xy:\overline{n}|}^1$: premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$P_{xy:\overline{n}|}$: premi tahunan pada asuransi *joint life* dwiguna dengan jangka waktu n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

BAB I

PENDAHULUAN

A. LATAR BELAKANG MASALAH

Pasal 1 angka (1) Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 2 Tahun 1992 tentang Usaha Perasuransian menyebutkan bahwa, “Asuransi atau pertanggungan adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, dengan mana pihak penanggung mengikatkan diri kepada tertanggung dengan menerima premi asuransi, untuk memberikan penggantian kepada tertanggung karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin akan diderita tertanggung, yang timbul dari suatu peristiwa tidak pasti, atau untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungkan”.

Berdasarkan definisi tersebut, dapat dikatakan bahwa terdapat empat unsur yang terkandung dalam asuransi, yaitu: a. Pihak tertanggung (insured) yang berjanji untuk membayar uang premi kepada pihak penanggung, sekaligus atau secara berangsur-angsur; b. Pihak penanggung (insure) yang berjanji akan membayar sejumlah uang (santunan) kepada pihak tertanggung, sekaligus atau secara berangsur-angsur apabila terjadi sesuatu yang mengandung unsur tak tertentu; c. Suatu peristiwa (accident) yang tidak diketahui sebelumnya; dan d. Kepentingan (interest) yang mungkin akan mengalami kerugian karena peristiwa yang tak tertentu.

Prof. Mehr dan Cammack menjelaskan bahwa, “Asuransi merupakan suatu alat untuk mengurangi risiko keuangan, dengan cara pengumpulan unit-unit *exposure* (unit-unit yang terkena risiko) dalam jumlah yang memadai, untuk membuat agar kerugian individu dapat diperkirakan. Kemudian kerugian yang dapat diramalkan itu dipikul merata oleh mereka yang tergabung”.

(<http://www.asuransi-mobil.com/asuransi-definisi.htm>)

Pada dasarnya kegiatan perasuransian dibagi dalam dua kelompok utama, yaitu asuransi (jaminan atau pertanggungan) yang berkenaan dengan diri manusia yang dikenal dengan asuransi jiwa, dan yang berkenaan dengan harta milik beserta kepentingan dan tanggung jawab hukumnya yang dikenal dengan asuransi umum atau asuransi kerugian. Asuransi jiwa yang berkembang di Indonesia ada dua macam, yaitu asuransi jiwa tunggal (*single life*) dan asuransi jiwa kumpulan.

Perbedaan antara asuransi jiwa tunggal dengan kumpulan terletak pada jumlah tertanggungnya. Pada asuransi jiwa tunggal, penanggung (perusahaan asuransi) memberikan perlindungan untuk satu orang (tunggal), sedangkan jumlah tertanggung pada asuransi jiwa kumpulan lebih dari satu orang. Salah satu produk asuransi jiwa kumpulan adalah asuransi *joint life*. Asuransi *joint life* merupakan asuransi yang menanggung 2 (dua) jiwa atau lebih dimana manfaatnya dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dunia (Catarya, 2008 :2.6).

Suatu polis asuransi *joint life* menanggung dua jiwa dalam satu polis. Sebagian besar pasangan memilih asuransi *joint life* karena lebih murah daripada membeli dua buah polis asuransi jiwa tunggal/perorangan.

Asuransi *joint life* berguna sebagai pelindung keuangan sepasang suami istri yang berpenghasilan tetap ketika salah seorang diantara keduanya meninggal dunia. Apakah yang akan terjadi terhadap rencana keuangan yang telah disusun ketika pasangan meninggal secara tiba-tiba? Apakah gaji seorang yang lain cukup untuk menutup hutang, hipotek, dan membiayai hidupnya ketika pensiun? Apakah ada rencana lain untuk mengatasi segala kemungkinan yang suatu saat dapat terjadi?

Inilah mengapa asuransi *joint life* dibutuhkan. Sepasang suami istri dapat membeli polis asuransi *joint life* untuk suatu periode waktu, misal 5, 10, 20, atau 30 tahun, tergantung kebutuhan perlindungannya. Jika salah seorang dari keduanya meninggal selama waktu perlindungan, maka pasangannya akan menerima santunan. Santunan tersebut dapat digunakan untuk mengganti kerugian akibat meninggalnya seorang yang menjadi sumber penghasilan dalam keluarga. Hal yang perlu diingat adalah ketika salah seorang dari pasangan tersebut meninggal, maka seorang yang lain ditinggalkan tanpa perlindungan asuransi. Dengan santunan asuransi yang diperoleh, orang tersebut dapat mempertimbangkan untuk membeli polis asuransi yang baru.

(<http://www.nil2million.com/2011/04/joint-term-life-insurance-money-saver-for-couples/>)

Berdasarkan jangka waktu perlindungannya, asuransi *joint life* dibagi menjadi tiga jenis, yaitu Asuransi *Joint Life* Seumur Hidup, Asuransi *Joint*

Life Berjangka, dan Asuransi *Joint Life* Dwiguna. Pada asuransi *joint life* seumur hidup, jangka waktu perlindungannya diberikan selama kedua tertanggung masih hidup atau sampai salah satu tertanggung mencapai usia tertinggi, yang disimbolkan dengan ω (omega). Sedangkan asuransi *joint life* berjangka dan dwiguna memiliki jangka waktu perlindungan selama n tahun (dengan $n < \omega$). Selain itu, pembayaran premi, yaitu biaya yang menjadi kewajiban tertanggung, dan pemberian santunan dari perusahaan asuransi kepada ahli waris juga dilakukan berdasarkan jenis asuransi tersebut. Lama jangka waktu perlindungan asuransi, jangka waktu pembayaran premi, serta besarnya manfaat (santunan) yang akan diterima ahli waris ketika salah satu tertanggung meninggal disepakati pada waktu penandatanganan kontrak polis.

Premi pada asuransi *joint life* dapat dibayarkan setiap tahun dan dapat pula dibayarkan beberapa kali dalam setahun. Premi yang dibayarkan setiap tahun disebut dengan premi tahunan. Besarnya premi tahunan yang dibayarkan tertanggung pada asuransi *joint life* didasarkan pada beberapa faktor, yaitu biaya, peluang meninggal (mortalitas), dan tingkat bunga. Peluang meninggal, dan tingkat bunga tercantum pada tabel mortalitas. Tabel mortalitas yang akan digunakan pada skripsi ini adalah Tabel Mortalitas Indonesia 1999 (TMI '99) karena merupakan tabel yang sesuai dengan tingkat mortalitas penduduk Indonesia. Tabel tersebut dibuat oleh persatuan aktuaris Indonesia pada tahun 1999 dan hingga sekarang masih layak digunakan.

Selain ketiga faktor yaitu biaya, mortalitas, dan tingkat bunga, rangkaian pembayaran (anuitas), dan besarnya santunan yang akan diterima

ketika masa perlindungan berakhir juga mempengaruhi besarnya premi yang harus dibayarkan. Rangkaian pembayaran (anuitas) dibedakan menjadi dua macam, yaitu anuitas diskrit dan anuitas kontinu. Pembayaran pada anuitas diskrit dilakukan dengan jarak waktu yang sama setiap periodenya, sedangkan pada anuitas kontinu pembayaran dapat dilakukan setiap saat. Pemegang polis (tertanggung) pada asuransi *joint life* dapat membayarkan premi mereka dengan menggunakan anuitas diskrit maupun kontinu.

Berdasarkan uraian tersebut maka penulis tertarik untuk mengkaji tentang langkah-langkah yang digunakan untuk memperoleh nilai premi yang dibayarkan tiap tahun oleh pemegang polis asuransi *joint life*, serta menyelesaikan beberapa contoh kasus penerapannya.

B. PEMBATASAN MASALAH

Permasalahan berdasarkan uraian pada latar belakang dibatasi oleh poin-poin sebagai berikut :

1. Premi yang dihitung merupakan premi pada asuransi *joint life* untuk dua orang dengan jenis asuransi seumur hidup, berjangka, dan dwiguna.
2. Premi yang dihitung merupakan premi bersih, yaitu premi yang dihitung tanpa memperhatikan faktor biaya, dan hanya memperhatikan peluang meninggal (mortalitas) dan tingkat bunga saja.
3. Anuitas yang digunakan adalah anuitas diskrit, yaitu terdapat jarak waktu yang sama antara pembayaran pertama dan selanjutnya (pembayaran tidak

dapat dilakukan setiap saat), dimana pembayaran premi dilakukan tiap tahun (premi tahunan).

C. PERUMUSAN MASALAH

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dirumuskan suatu permasalahan, yaitu bagaimanakah perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung dengan jenis asuransi seumur hidup, berjangka, dan dwiguna.

D. TUJUAN PENELITIAN

Berdasarkan perumusan masalah yang telah disebutkan, maka penulisan tugas akhir ini dilaksanakan dengan tujuan untuk mengetahui bagaimana perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung dengan jenis asuransi seumur hidup, berjangka, dan dwiguna.

E. MANFAAT PENELITIAN

Hasil studi ini diharapkan dapat dimanfaatkan sebagai sumber informasi bagi mahasiswa matematika khususnya dalam hal penambahan pengetahuan tentang perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life*.

BAB II

LANDASAN TEORI

Dalam Bab II ini akan diuraikan beberapa teori yang diperlukan sebelum merumuskan premi tahunan pada asuransi *joint life*, yaitu mengenai Barisan dan Deret, Peluang, Asuransi Jiwa, Tabel Mortalitas, Tingkat Bunga, Anuitas, Premi, Premi Tahunan, dan Konsep Bunga dalam Asuransi.

A. BARISAN DAN DERET

1. Barisan Tak Hingga

Barisan adalah suatu susunan bilangan yang dibentuk menurut suatu urutan tertentu. Bilangan-bilangan yang tersusun tersebut disebut suku. Perubahan di antara suku-suku berurutan ditentukan oleh penambahan bilangan tertentu atau suatu kelipatan bilangan tertentu.

Definisi 2.1 Barisan Tak Hingga (Varberg, 2010: 114)

Barisan tak hingga adalah sebuah fungsi yang daerah asalnya adalah himpunan bilangan asli dan daerah hasilnya berupa himpunan bilangan real.

Suatu barisan $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ dapat dinyatakan sebagai $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, atau cukup sebagai $\{a_n\}$. Barisan dapat dirinci dengan memberikan suku-suku awal yang cukup untuk membentuk suatu pola, seperti pada contoh berikut

$$1, 4, 7, 10, 13, \dots$$

dengan rumus eksplisit untuk suku ke- n , yaitu

$$a_n = 3n - 2, \quad n \geq 1$$

atau dengan rumus rekursi

$$a_n = a_{n-1} + 3, \quad n \geq 2, a_1 = 1$$

Kekonvergenan

Perhatikan keempat barisan berikut:

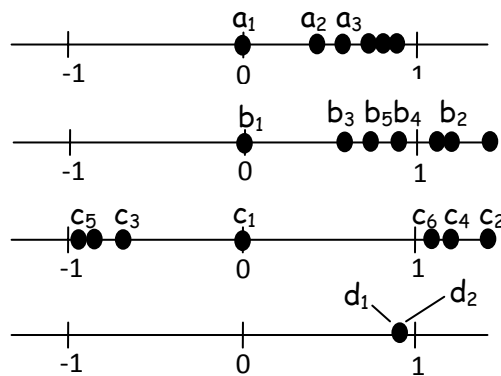
$$(1) a_n = 1 - \frac{1}{n}, \quad n \geq 1: \quad 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$$

$$(2) b_n = 1 + (-1)^n \frac{1}{n}, \quad n \geq 1: \quad 0, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{6}, \frac{6}{7}, \dots$$

$$(3) c_n = (-1)^n + \frac{1}{n}, \quad n \geq 1: \quad 0, \frac{3}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{-4}{5}, \frac{7}{6}, \frac{-6}{7}, \dots$$

$$(4) d_n = 0,999; \quad n \geq 1: \quad 0,999; 0,999; 0,999; 0,999; \dots$$

Masing-masing barisan mempunyai nilai yang menumpuk mendekati 1 (lihat diagram pada Gambar 1). Pada diagram tersebut terlihat bahwa $\{a_n\}$ dan $\{b_n\}$ konvergen ke 1, sedangkan $\{c_n\}$ dan $\{d_n\}$ tidak.



Gambar 1

Agar suatu barisan konvergen ke 1, pertama barisan itu harus bermakna bahwa nilai-nilai barisan itu harus semakin mendekati 1. Akan tetapi, barisan tersebut harus lebih dari hanya mendekati satu; nilai-nilai tersebut harus tetap

berdekatan, yang tidak terpenuhi oleh $\{c_n\}$. Berdekatan artinya adalah dalam sebarang tingkat ketelitian tertentu, yang tidak dipenuhi oleh $\{d_n\}$. Walaupun $\{d_n\}$ tidak konvergen ke 1, tapi dapat dikatakan bahwa barisan $\{d_n\}$ konvergen ke 0,999. Barisan $\{c_n\}$ tidak konvergen sama sekali; barisan ini dikatakan divergen. (Varberg, 2010: 115)

2. Deret Tak Hingga

Dari suatu barisan bilangan yang diketahui selalu dapat dibuat suatu barisan baru dengan menjumlahkan suku-sukunya secara berurutan. Misalnya pada barisan suku-suku $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ dapat dibentuk jumlah parsial sebagai berikut.

Jumlah 1 suku pertama adalah $S_1 = a_1$

Jumlah 2 suku pertama adalah $S_2 = a_1 + a_2$

Jumlah 3 suku pertama adalah $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$

Jumlah 4 suku pertama adalah $S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

Sehingga, jumlah n suku pertama adalah

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

Barisan $\{S_n\}$ yang disebut Barisan Jumlah Parsial. Sedangkan bentuk $\sum_{k=1}^n a_k$ disebut sebagai deret. Jika terdapat suatu bilangan real S sedemikian sehingga $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ maka dapat dikatakan bahwa deret tak hingga $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen dan mempunyai jumlah S . Hal ini dituliskan dengan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$.

Sebaliknya jika $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ divergen maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ juga dikatakan divergen.

Definisi 2.2 Deret Tak Hingga (Varberg, 2010: 126)

Deret tak hingga $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergen dan mempunyai jumlah S , jika barisan jumlah-jumlah parsial $\{S_n\}$ konvergen ke S . Jika $\{S_n\}$ divergen, maka deret divergen. Suatu deret yang divergen tidak memiliki jumlah.

Deret Geometri

Deret yang berbentuk

$$\sum_{k=1}^{\infty} ar^{k-1} = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$

dengan $a \neq 0$ dinamakan deret geometri.

Contoh:

Suatu deret geometri konvergen dengan jumlah $S = \frac{a}{1-r}$ jika $|r| < 1$, tetapi divergen jika $|r| \geq 1$

Bukti:

Andaikan $S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$. Jika $r = 1$, $S_n = na$, yang meningkat tanpa batas, maka $\{S_n\}$ divergen. Jika $r \neq 1$, maka dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_n - rS_n &= (a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}) - (a + ar + ar^2 + \dots + ar^n) \\ &= a - ar^n \end{aligned}$$

sehingga

$$S_n = \frac{a - ar^n}{1 - r} = \frac{a}{1 - r} - \frac{a}{1 - r} r^n$$

Jika $|r| < 1$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$ sehingga

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r}$$

Jika $|r| \geq 1$ atau $r = -1$, barisan $\{r^n\}$ divergen sehingga akibatnya $\{S_n\}$ juga divergen. (Varberg, 2010: 126-127)

Teori tentang deret geometri akan digunakan pada pembahasan yaitu pada perhitungan nilai tunai anuitas.

B. PELUANG

Jika diberikan suatu percobaan dengan ruang sampel S , tujuan utama dari pemodelan peluang adalah untuk menentukan pada masing-masing kejadian A sebuah bilangan riil $P(A)$, disebut peluang A , yang akan memberikan sebuah pengukuran kemungkinan A akan muncul saat percobaan dilakukan.

Definisi 2.3 Peluang (Bain, 1991: 9)

Untuk sebuah percobaan, S menyatakan ruang sampel dan A , A_1 , A_2 , ... merupakan kejadian-kejadian yang mungkin. Suatu himpunan fungsi yang menghubungkan sebuah bilangan riil $P(A)$ dengan masing-masing kejadian A disebut dengan fungsi himpunan peluang, dan $P(A)$ disebut peluang dari A jika sifat-sifat berikut terpenuhi:

$0 \leq P(A)$ untuk setiap A

$$P(S) = 1$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Jika $A_1, A_2, \dots$ adalah kejadian yang saling terpisah satu sama lain

Misalkan dalam sebuah percobaan, suatu kejadian dapat muncul dalam m cara dan gagal muncul dalam n cara, maka peluang munculnya kejadian tersebut adalah

$$p = \frac{m}{m+n} \quad (2.1)$$

dan peluang kejadian tersebut gagal muncul adalah

$$q = \frac{n}{m+n} \quad (2.2)$$

$$\text{dan } p + q = 1 \quad (2.3)$$

Kejadian Saling Bebas

Dua kejadian atau lebih dikatakan saling bebas jika terjadinya salah satu kejadian tidak mempengaruhi terjadinya kejadian yang lainnya.

Definisi 2.4 Kejadian Saling Bebas (Bain, 1991: 27)

Dua kejadian A dan B disebut kejadian saling bebas jika

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Jika tidak, maka A dan B disebut kejadian saling bergantung.

Jika peluang terjadinya kejadian pertama adalah p_x dan peluang terjadinya kejadian kedua adalah p_y maka peluang terjadinya kejadian pertama dan kedua adalah

$$p_{xy} = p_x \cdot p_y \quad (2.4)$$

Kejadian saling bebas akan digunakan pada pembahasan peluang hidup dan meninggal untuk dua orang tertanggung pada asuransi *joint life*.

C. ASURANSI JIWA

Asuransi jiwa merupakan usaha kerja sama dari sejumlah orang yang sepakat memikul kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah seorang anggotanya. Perusahaan yang besar dengan pemegang saham yang banyak akan mudah mengatasi santunan asuransi dari anggota yang meninggal.

Definisi 2.5 Asuransi Jiwa (Prihantoro, 2000 : 1)

Asuransi jiwa adalah perjanjian timbal balik antara tertanggung dengan penanggung (perusahaan asuransi), dimana tertanggung mengikatkan diri selama jalannya pertanggungan dengan cara membayar uang premi kepada penanggung, sebagai akibat langsung dari meninggalnya orang yang jiwanya dipertanggungkan atau telah lampaunya suatu jangka waktu yang diperjanjikan, mengikatkan diri untuk membayar sejumlah uang tertentu kepada orang yang ditunjuk oleh tertanggung sebagai penikmatnya.

Setiap asuransi pada dasarnya merupakan suatu aturan kerja sama dimana para pemegang polis (tertanggung) dari suatu perusahaan asuransi bersama-sama menanggung kerugian finansial yang cukup berat jika dipikul sendiri. Asuransi jiwa utamanya berkaitan dengan kerugian finansial yang diakibatkan oleh kematian. Kematian menimbulkan suatu kerugian finansial karena (a) kematian menimbulkan biaya tak terduga yang cukup besar bagi keluarga yang ditinggalkan, seperti mengurus jenazah, pemakaman, dan warisan, (b) keluarga almarhum kehilangan tulang punggung keluarga.

Alasan nyata seseorang memilih asuransi jiwa adalah adanya kerugian finansial akibat kematian dan fakta bahwa kematian seseorang sulit diprediksi. Walaupun waktu kematian seseorang tidak dapat diprediksi, namun dapat dipastikan bahwa setiap orang akan meninggal. Sebagai contoh, sekumpulan orang yang dipilih secara acak dapat diperkirakan akan meninggal dalam periode waktu tertentu, meskipun tidak dapat dikatakan siapa yang akan meninggal pada periode tersebut.

Struktur asuransi jiwa berdasarkan pada tiga elemen : (a) mortalitas, yaitu peluang kematian seseorang pada periode waktu tertentu; (b) bunga, yaitu suku bunga yang diperoleh dari dana yang diinvestasikan; dan (c) biaya, yaitu biaya pembuatan polis asuransi jiwa (Larson, 1962 : 1).

Terdapat dua jenis asuransi jiwa yang ada di Indonesia. Keduanya dibedakan berdasarkan jumlah tertanggung. Berikut ini akan dijelaskan dua jenis asuransi jiwa berdasarkan jumlah tertanggung :

1. Asuransi Jiwa Tunggal

Jumlah tertanggung pada asuransi jiwa tunggal adalah satu orang. Jangka waktu perlindungan asuransi jiwa bergantung pada jenis asuransi yang dipilih. Jenis asuransi tersebut adalah asuransi jiwa seumur hidup, berjangka, dan dwiguna.

Definisi 2.6 Asuransi Jiwa Tunggal (Futami, 1994 : 57)

Asuransi jiwa tunggal adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan yang berhubungan dengan hidup matinya seseorang yang hanya ditentukan oleh satu orang saja.

Untuk asuransi jiwa seumur hidup, jangka waktu perlindungan asuransinya seumur hidup, artinya tertanggung memperoleh perlindungan asuransi selama seumur hidup dan ketika meninggal ahli warisnya memperoleh uang santunan. Sedangkan pada asuransi jiwa berjangka, jika tertanggung meninggal sebelum jangka waktu tertentu, maka ahli warisnya akan memperoleh santunan, tetapi jika sampai akhir jangka waktu perlindungan asuransi tertanggung masih hidup, maka orang tersebut tidak akan memperoleh apa-apa. Jenis asuransi jiwa tunggal yang selanjutnya adalah asuransi jiwa dwiguna. Pada asuransi jiwa tersebut ahli waris tertanggung akan memperoleh santunan ketika tertanggung meninggal sebelum jangka waktu perlindungan berakhir, dan tertanggung akan memperoleh sejumlah uang (endowmen) ketika dia masih hidup dalam jangka waktu yang telah disepakati.

2. Asuransi Jiwa Kumpulan

Banyaknya tertanggung (pemegang polis) pada asuransi jiwa kumpulan berjumlah lebih dari satu orang. Seperti pada asuransi jiwa tunggal, jangka waktu perlindungan asuransi ini bergantung pada jenis asuransi yang dipilih, seumur hidup, berjangka, atau dwiguna. Namun demikian, peluang meninggalnya tertanggung didasarkan pada peluang gabungan dua orang atau lebih.

Definisi 2.7 Asuransi Jiwa Kumpulan (Futami, 1994 : 57)

Asuransi jiwa kumpulan(gabungan) adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan dimana aturan hidup matinya

seseorang merupakan gabungan dari dua faktor atau lebih, misalnya suami dan istri, atau orang tua dan anak.

Berdasarkan jangka waktu pembayaran preminya, asuransi jiwa kumpulan dibedakan menjadi dua macam, yaitu (Frostig, 2003: 2) :

- a. Asuransi *joint life* : premi dibayarkan sampai kematian pertama dari salah seorang diantara kedua tertanggung dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung (perusahaan asuransi).

Pada bab pembahasan, akan diuraikan lebih jauh tentang asuransi *joint life* dengan dua orang tertanggung.

- b. Asuransi *last survivor* : premi dibayarkan sampai kematian terakhir dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung (perusahaan asuransi).

D. TABEL MORTALITAS

Perusahaan asuransi jiwa mendasarkan semua perhitungan premi, jumlah asuransi, dan sebagainya pada tabel kematian (tabel mortalitas). Tabel mortalitas adalah tabel yang disusun berdasarkan data yang dikumpulkan dari sekelompok orang peserta asuransi dengan kondisi sama yang berisi riwayat kehidupan dari sekelompok orang tersebut.

Tabel mortalitas berisi peluang seseorang yang meninggal menurut umurnya dari kelompok orang yang diasuransikan (pemegang polis asuransi). Salah satu cara membuat tabel mortalitas ialah dengan mengamati sejumlah banyak orang yang lahir pada saat yang bersamaan, kemudian

mencatat berapa banyak dari sejumlah orang tersebut yang meninggal setiap tahun sampai anggota tersebut meninggal seluruhnya (Sembiring, 1986 :2.1-2.2).

Tabel mortalitas terdiri atas lajur-lajur (kolom) yang secara berurutan dari kiri yang menyatakan usia (x); l_x menyatakan jumlah orang yang tepat berusia x ; kemudian d_x yang menyatakan jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x + 1$, $1000q_x$ menyatakan seseorang berusia x yang meninggal sebelum usia $x + 1$ dikalikan 1000 (dikalikan 1000 agar bilangan dalam lajur tidak terlalu banyak angka di belakang koma); p_x menyatakan peluang hidup seseorang berusia x tahun; dan e_x^0 adalah harapan hidup pada usia x .

Selanjutnya, misalkan d_x adalah jumlah orang yang meninggal dari l_x orang sebelum mencapai usia $x + 1$ jadi,

$$l_{x+1} = l_x - d_x \quad (2.5)$$

Menurut Sembiring (1986 : 2.3), bagian terpenting dari suatu tabel mortalitas ialah lajur q_x . Bilangan pada lajur ini ditaksir dari data yang dikumpulkan oleh perusahaan asuransi jiwa.

$$q_x = \frac{(l_x - l_{x+1})}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} \quad (2.6)$$

Hubungan ini menyatakan bahwa peluang seseorang berusia x yang meninggal sebelum hari ulang tahunnya yang ke- $(x + 1)$ sama dengan banyaknya pemegang polis yang meninggal antara usia x dan $x + 1$ atau d_x dibagi dengan jumlah orang yang berusia x tahun l_x . Karena jumlah dari peluang hidup dan matinya seseorang adalah 1, maka :

$$q_x + p_x = 1$$

$$p_x = 1 - q_x \quad (2.7)$$

Pada jenis asuransi berjangka maupun dwiguna, akan dikenal simbol ${}_np_x$ yang berarti peluang seseorang berusia x akan hidup (paling sedikit) n tahun.

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (2.8)$$

Untuk $n=1$,

$${}_1p_x = p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

${}_nq_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan meninggal dalam n tahun, atau sebelum mencapai usia $(n + x)$.

$${}_nq_x = 1 - {}_np_x \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{{}_nd_x}{l_x} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Lajur terakhir, ${}_e\ddot{e}_x$, yaitu harapan hidup pada usia x yang menyatakan rata-rata usia yang akan ditempuh oleh anggota sekelompok pemegang polis asuransi yang berusia x . (Sembiring, 1986 : 2.3)

Dari segi perhitungannya, terdapat dua macam harapan hidup, yang pertama adalah harapan hidup ringkas (*curtate expectation of life*) yang menyatakan rata-rata jumlah tahun yang lengkap yang masih akan dialami oleh seseorang yang sekarang berusia x tahun (dilambangkan oleh e_x). Pandanglah sebanyak l_x orang yang semua tepat berusia x tahun. Sebanyak

l_{x+1} orang diantaranya masih hidup pada hari ulang tahunnya yang ke- $(x + 1)$, l_{x+2} orang diantaranya masih hidup pada hari ulang tahunnya yang ke- $(x + 2)$, dan seterusnya, dan tinggal l_{ω} yang merayakan ulang tahunnya yang terakhir. Jadi jumlah tahun yang dialami oleh l_x orang sampai semuanya meninggal adalah

$$l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{\omega}$$

Dengan ω menyatakan usia tertinggi seseorang.

Hal ini berarti setiap orang dari l_x memperoleh rata-rata tahun sebanyak :

$$e_x = \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{\omega}}{l_x} \quad (2.11)$$

Bila dalam perhitungan e_x tersebut bagian (pecahan) tahun yang dialami seorang anggota l_x ikut diperhitungkan, maka diperoleh harapan hidup lengkap (*complete expectation life*) yang dilambangkan dengan e_x° . Secara tepat didefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} e_x^{\circ} &= \frac{1}{l_x} \int_0^{\omega} l_{x+t} dt \\ &= \int_0^{\omega} \frac{l_{x+t}}{l_x} dt \end{aligned}$$

Berdasarkan rumus (2.4) maka,

$$e_x^{\circ} = \int_0^{\omega} {}_t p_x dt \quad (2.12)$$

Pada Lampiran 1 dan 2 akan ditunjukkan Tabel Mortalitas Indonesia 1999 dengan tingkat bunga 2,5% yang akan digunakan untuk menghitung premi tahunan asuransi *joint life* pada bab pembahasan.

E. TINGKAT BUNGA

Konsep bunga sangat diperlukan dalam perhitungan premi karena dana yang terkumpul akan diinvestasikan untuk jangka waktu yang lama sehingga dana akan berkembang dan diharapkan dapat mencukupi uang pertanggungan yang harus dibayarkan oleh perusahaan kelak. Bunga merupakan sejumlah uang yang dibebankan kepada debitur saat mengembalikan uang yang dipinjam dari seorang investor.

Tingkat bunga adalah perbandingan antara bunga yang diperoleh dengan pokok yang diinvestasikan. Tingkat bunga disimbolkan dengan i . Misal P adalah pokok yang diinvestasikan, sedangkan k adalah bunga dari P . Maka tingkat bunga dapat dituliskan sebagai berikut :

$$i = \frac{k}{P} \quad (2.13)$$

dengan :

i = tingkat bunga

p = pokok yang diinvestasikan

k = bunga

Terdapat dua jenis bunga investasi yang digunakan oleh perusahaan perbankan di Indonesia. Berikut ini adalah penjelasannya :

1. Bunga Tunggal

Bunga tunggal adalah perhitungan bunga yang dilakukan hanya berdasarkan pada pokok investasi. Misalkan P menyatakan pokok, yaitu besarnya pinjaman atau modal pertama, dan i adalah tingkat bunga

setahun. Hal ini berarti bahwa pada akhir tahun besarnya bunga adalah iP , sehingga besarnya bunga dan pokok pada akhir tahun menjadi $P + iP$. Bila bunga tidak menghasilkan bunga (bunga tunggal) maka banyaknya bunga pada akhir tahun kedua adalah $2iP$, dan pada akhir tahun ke- n menjadi niP , sehingga jumlah pokok dengan bunganya menjadi $P + niP$. Bila jumlah bunganya dengan pokoknya pada akhir tahun ke- n dinyatakan dengan P_n , maka menurut perhitungan bunga tunggal, diperoleh (Sembiring, 1986 : 3.2)

$$\begin{aligned} P_n &= P + niP \\ &= P(1 + ni) \end{aligned} \quad (2.14)$$

2. Bunga Majemuk

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* menggunakan konsep bunga majemuk. Bunga majemuk merupakan bunga yang dibungakan, artinya bunga majemuk dihitung berdasarkan jumlah modal dengan bunga yang lalu. Pada akhir tahun pertama jumlah bunga dan pokoknya adalah $P(1 + i)$ dan jumlah ini merupakan pokok yang baru pada permulaan tahun ke-2, yaitu (Sembiring, 1986 : 3.2-3.3):

$$P_1 = P(1 + i) \quad (2.15)$$

Pada akhir tahun ke-2 besarnya bunga adalah $iP_1 = iP(1 + i)$, jadi pada akhir tahun ke-2, besar bunga dengan pokoknya adalah

$$\begin{aligned} P_1 + iP_1 &= P_1(1 + i) \\ &= P(1 + i)(1 + i) \\ &= P(1 + i)^2 \end{aligned}$$

Jadi pada permulaan tahun ke-3 diperoleh pokok yang baru, yaitu :

$$P_2 = P(1 + i)^2 \quad (2.16)$$

Dengan jalan yang sama diperoleh jumlah pokok dengan bunganya pada akhir tahun ke- n (atau pada permulaan tahun ke- $(n+1)$)

$$P_n = P(1 + i)^n \quad (2.17)$$

Pada rumus (2.13) P_n menyatakan jumlah akhir, sedangkan pokok P menyatakan jumlah awal, dan

$$P = P_n(1 + i)^{-n} \quad (2.18)$$

Bentuk $(1 + i)^{-1}$ akan sering digunakan pada pembahasan selanjutnya, karena itu untuk menghemat penulisan akan disingkat dengan simbol v ,

$v = (1 + i)^{-1}$, dengan demikian

$$P = P_n \cdot v^n \quad (2.19)$$

F. ANUITAS

Anuitas merupakan suatu rangkaian pembayaran. Pembayaran premi oleh tertanggung (orang yang diasuransikan) pada perusahaan asuransi pada umumnya berbentuk anuitas. Pembayaran dapat dilakukan mingguan, bulanan, tahunan, dan jangka waktu lainnya yang berkala.

Definisi 2.8 Anuitas (Veeh, 2003: 50)

Anuitas adalah rangkaian pembayaran tak acak dengan urutan pembayaran sama pada interval yang sama dalam suatu waktu.

Pembayaran anuitas yang dilakukan di awal disebut dengan anuitas awal, sedangkan pembayaran anuitas yang dilakukan di akhir dikenal dengan anuitas akhir. Anuitas terbagi menjadi dua macam, yaitu anuitas tentu (*certain annuity*) dan anuitas hidup (*life annuity*) (Sembiring, 1986 :3.1).

1. Anuitas Tentu (*Certain Annuity*)

Pada dasarnya anuitas tentu merupakan suatu bentuk anuitas yang yang dibayarkan secara berkala dalam jangka waktu tertentu, tanpa memperhatikan peluang hidup dan matinya seseorang atau sering disebut anuitas tanpa syarat.

Definisi 2.9 Anuitas Tentu (Sembiring, 1986 : 3.4)

Anuitas tentu adalah rangkaian pembayaran berkala yang dilakukan selama jangka waktu tertentu.

Menurut waktu pembayarannya, anuitas tentu terdiri dari anuitas awal yaitu anuitas yang dibayarkan di awal periode, dan anuitas akhir yaitu anuitas yang dibayarkan di akhir periode.

a. Anuitas Tentu Akhir

Misalkan pembayaran sebesar Rp 1,00 dengan tingkat bunga i per tahun untuk suatu rangkaian pembayaran dilakukan pada tiap akhir periode selama n tahun, maka nilai tunai dari anuitas tentu akhir yang ditulis dengan simbol $a_{\overline{n}|}$ adalah (Larson, 1951 : 28) :

$$\begin{aligned} a_{\overline{n}|} &= 1 \cdot \frac{1}{1+i} + 1 \cdot \frac{1}{(1+i)^2} + 1 \cdot \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + 1 \cdot \frac{1}{(1+i)^n} \\ &= v + v^2 + v^3 + \cdots + v^n \end{aligned}$$

$$= \frac{(1-v^n)}{i} \quad (2.20)$$

Jika pembayaran sebesar Rp 1,00 dengan tingkat bunga i per tahun untuk suatu rangkaian pembayaran dilakukan pada tiap akhir periode selama n tahun, maka nilai akhir dari anuitas tentu akhir yang disimbolkan dengan $s_{\overline{n}|}$ adalah :

$$\begin{aligned} s_{\overline{n}|} &= (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) + 1 \\ &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ &= \frac{(v^{-n}-1)}{i} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Dari rumus (2.16) dan (2.17) dapat dilihat hubungan keduanya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} s_{\overline{n}|} &= \frac{(v^{-n} - 1)}{i} \\ &= \frac{(1+i)^n(1 - (1+i)^{-n})}{i} \\ &= \frac{(1+i)^n(1 - v^n)}{i} \\ &= (1+i)^n a_{\overline{n}|} \end{aligned} \quad (2.22)$$

b. Anuitas Tentu Awal

Misalkan pembayaran sebesar Rp 1,00 dengan tingkat bunga i per tahun untuk suatu rangkaian pembayaran dilakukan pada tiap awal periode selama n tahun, maka nilai tunai dari anuitas tentu awal yang ditulis dengan simbol $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ adalah (Larson, 1951 : 28) :

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{n}|} &= 1 + 1 \cdot \frac{1}{1+i} + 1 \cdot \frac{1}{(1+i)^2} + 1 \cdot \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + 1 \cdot \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \\
&= 1 + v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1} \\
&= \frac{(1-v^n)}{(1-v)} \\
&= \frac{1-v^n}{iv} \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Jika pembayaran sebesar Rp 1,00 dengan tingkat bunga i per tahun untuk suatu rangkaian pembayaran dilakukan pada tiap awal periode selama n tahun, maka nilai akhir dari anuitas tentu awal yang disimbolkan dengan $\ddot{s}_{\overline{n}|}$ adalah :

$$\begin{aligned}
\ddot{s}_{\overline{n}|} &= (1+i)^n + (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) \\
&= \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} \\
&= \frac{v^{-(n+1)} - v^{-1}}{i} \tag{2.24}
\end{aligned}$$

2. Anuitas Hidup (*Life Annuity*)

Anuitas hidup merupakan anuitas yang terbentuk selama hidup. Sehingga pembayarannya dikaitkan dengan hidup atau matinya seseorang.

Definisi 2.10 Anuitas Hidup (Sembiring, 1968 : 3.12)

Anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan selama seseorang tertentu masih hidup.

Untuk menyederhanakan perhitungan anuitas hidup dan perhitungan lain yang berhubungan dengan premi, maka para ahli aktuaria

membuat simbol komutasi atau simbol perantara, simbol-simbol tersebut antara lain sebagai berikut (Sembiring, 1986 : 3.15-3.16) :

$$D_x = v^x l_x \quad (2.25)$$

$$N_x = \sum_{i=0}^{\infty} D_{x+i} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{\omega} \quad (2.26)$$

$$C_x = v^{x+1} d_x \quad (2.27)$$

$$M_x = \sum_{i=0}^{\infty} C_{x+i} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{\omega} \quad (2.28)$$

dengan :

x = usia

ω = usia tertinggi seseorang

Anuitas hidup terdiri dari dua macam, yaitu anuitas hidup seumur hidup dan anuitas hidup sementara. Anuitas hidup seumur hidup adalah anuitas hidup yang berlaku sepanjang hidup si tertanggung dalam hal ini dua orang (mencapai usia tertinggi, yaitu ω tahun) atau pembayaran akan berhenti jika tertanggung meninggal dunia. Sedangkan anuitas hidup sementara hanya berlaku sampai jangka waktu tertentu.

a. Anuitas Hidup Seumur Hidup

i. Nilai Tunai Anuitas Hidup Awal Seumur Hidup

Jika besar penerimaan anuitas setiap awal periode selama tertanggung masih hidup dengan bunga i per periode adalah 1 rupiah untuk seseorang berusia x tahun, maka diperoleh skema pembayaran berikut

Tahun ke-	1	2	3	4	...	ω
Usia ke-	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	...	$x+\omega-1$
Sebesar	1	1	1	1	...	1
Nilai Tunai ($\ddot{a}_x$)						
1						
$1 \cdot v p_x$						
$1 \cdot v^2 {}_2p_x$						
$1 \cdot v^3 {}_3p_x$						
$\vdots$						
$1 \cdot v^{\omega-1} {}_{\omega-1}p_x$						

Pembayaran berlangsung setiap tahun selama seumur hidup atau mencapai usia tertinggi, yaitu ω tahun. Pembayaran akan terputus bila orang tersebut meninggal atau mencapai usia tahun ke- ω . Oleh karena itu peluang hidup keduanya harus diperhitungkan dalam menilai nilai tunai dari anuitas hidup seumur hidup.

Pembayaran pertama dikerjakan waktu kontrak akan dimulai, tepat pada usia x tahun, jelas orang tersebut masih hidup sehingga bersifat pasti dengan peluang 1, maka nilai harapannya adalah 1.

Pembayaran ke-2 hanya berlangsung bila tertanggung mencapai hari ulang tahun ke-($x+1$) tahun. Besar peluang orang tersebut mencapai hari ulang tahun ke-($x+1$) tahun adalah $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$, sehingga nilai harapannya :

$$\begin{aligned}
 vp_x &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \\
 &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} \\
 &= \frac{D_{x+1}}{D_x}
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

dengan :

$$v = (1 + i)^{-1}$$

i = tingkat bunga

Demikian seterusnya, pembayaran dilakukan sampai dengan tertanggung meninggal dunia.

Jadi, nilai keseluruhan pembayaran di tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup awal untuk asuransi seumur hidup adalah

$$\ddot{a}_x = 1 + 1 \cdot vp_x + 1 \cdot v^2 {}_2p_x + 1 \cdot v^3 {}_3p_x + \dots + 1 \cdot v^\omega {}_\omega p_x$$

Berdasarkan persamaan (2.8), yaitu ${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$, maka

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_x &= 1 \left(1 + v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + v^3 \frac{l_{x+3}}{l_x} + \dots + v^\omega \frac{l_{x+\omega}}{l_x} \right) \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= 1 \left(\frac{v^x l_x + v^{x+1} l_{x+1} + v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \dots + v^{x+\omega} l_{x+\omega}}{v^x l_x} \right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.25), yaitu $v^x l_x = D_x$, maka

$$1. v^2 {}_2p_x$$

$$1. v^3 {}_3p_x$$

$$\vdots$$

$$1. v^{\omega-1} {}_{\omega-1}p_x$$

$$1. v^{\omega} {}_{\omega}p_x$$

Pembayaran berlangsung setiap tahun selama tertanggung masih hidup, pembayaran akan berakhir bila tertanggung meninggal atau berusia $(x+\omega-1)$ tahun, dimana ω adalah usia tertinggi yang dapat dicapai seseorang. Oleh karena itu peluang hidup orang tersebut harus diperhitungkan dalam menilai nilai tunai dari anuitas hidup sementara.

Pembayaran ke-1 hanya berlangsung bila tertanggung mencapai hari ulang tahun ke- $(x+1)$ tahun. Besar peluang kedua tertanggung tersebut mencapai hari ulang tahun ke- $(x+1)$ tahun adalah $p_{xy} = \frac{l_{x+1}}{l_x}$,

sehingga nilai harapannya :

$$\begin{aligned} vp_x &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \\ &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\ &= \frac{v^{1+x} l_{x+1}}{v^x l_x} \\ &= \frac{D_{x+1}}{D_x} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Pembayaran ke-2 hanya berlangsung bila tertanggung mencapai hari ulang tahun ke- $(x+2)$ tahun. Besar peluang tertanggung tersebut

mencapai hari ulang tahun ke- $(x+2)$ tahun adalah ${}_2p_x = \frac{l_{x+2}}{l_x}$, sehingga

nilai harapannya :

$$\begin{aligned}
 v^2 {}_2p_x &= v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} \\
 &= v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= \frac{v^{2+x} l_{x+1}}{v^x l_x} \\
 &= \frac{D_{x+2}}{D_x}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Dan seterusnya, pembayaran dilakukan sampai tertanggung meninggal dunia atau sampai dengan tahun ke- ω .

Jadi, nilai keseluruhan pembayaran di tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup awal untuk asuransi seumur hidup adalah

$$a_x = 1 \cdot v p_x + 1 \cdot v^2 {}_2p_x + 1 \cdot v^3 {}_3p_x + \dots + 1 \cdot v^\omega {}_\omega p_x$$

Berdasarkan persamaan (2.8), yaitu ${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$, maka

$$\begin{aligned}
 a_x &= 1 \left(v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + v^3 \frac{l_{x+3}}{l_x} + \dots + v^\omega \frac{l_{x+\omega}}{l_x} \right) \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= 1 \left(\frac{v^{x+1} l_{x+1} + v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \dots + v^{x+\omega} l_{x+\omega}}{v^x l_x} \right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.25), yaitu $v^x l_x = D_x$, maka

$$\begin{aligned}
 a_x &= 1 \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_\omega}{D_x} \\
 &= 1 \frac{N_{x+1}}{D_x}
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

Jika besar pembayaran (premi) setiap tahun adalah P , maka

$$a_x = P \frac{N_{x+1}}{D_x} \quad (2.35)$$

dengan:

a_x = nilai tunai anuitas hidup akhir seumur hidup untuk seseorang berusia x tahun

P = premi

N_{x+1} = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari D_{x+1+i} dengan $i = 0$ sampai dengan usia tertinggi

D_x = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat usia x dengan banyak pemegang polis yang hidup pada usia x tahun

b. Anuitas Hidup Sementara

i. Nilai Tunai Anuitas Hidup Awal Sementara

Nilai tunai anuitas hidup awal, sesuai dengan namanya, diperhitungkan pada awal setiap jangka waktu penerimaan anuitas. Jika besar penerimaan anuitas setiap awal periode selama n periode dengan bunga i per periode adalah 1 rupiah untuk seseorang berusia x tahun, maka diperoleh skema pembayaran sebagai berikut

Tahun ke-	1	2	3	...	n-1	n
Usia ke-	x	x+1	x+2	...	x+n-2	x+n-1
Sebesar	1	1	1	...	1	1
Nilai Tunai ($\ddot{a}_{x:\overline{n} }$)						
1	←					
$1 \cdot v p_x$	←					
$1 \cdot v^2 {}_2p_x$	←					
⋮						
$1 \cdot v^{n-2} {}_{n-2}p_x$	←					
$1 \cdot v^{n-1} {}_{n-1}p_x$	←					

Pembayaran berlangsung setiap tahun selama $(n - 1)$ tahun, dimana $n < \omega$. Pembayaran akan terputus bila salah tertanggung meninggal sebelum mencapai usia tahun ke- $(n - 1)$. Oleh karena itu peluang hidup orang tersebut harus diperhitungkan dalam menilai nilai tunai dari anuitas hidup berjangka.

Pembayaran ke-1 dikerjakan waktu kontrak akan dimulai, tepat pada usia x tahun, jelas orang tersebut masih hidup sehingga bersifat pasti dengan peluang 1. Maka nilai harapannya adalah 1.

Pembayaran ke-2 hanya berlangsung bila tertanggung mencapai hari ulang tahun ke- $(x+1)$ tahun. Besar peluang tertanggung tersebut mencapai hari ulang tahun ke- $(x+1)$ tahun adalah $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$, sehingga nilai harapannya :

$$\begin{aligned}
 {}_vp_x &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \\
 &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= \frac{v^{1+x} l_{x+1}}{v^x l_x} \\
 &= \frac{D_{x+1}}{D_x}
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Demikian seterusnya, pembayaran ke- n hanya berlangsung bila orang tersebut mencapai hari ulang tahun ke- $(x+n-1)$ tahun.

Besar peluangnya adalah ${}_{n-1}p_x = \frac{l_{x+n-1}}{l_x}$ sehingga nilai harapannya adalah :

$$\begin{aligned}
v^{n-1} {}_{n-1}p_x &= v^{n-1} \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \\
&= v^{n-1} \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
&= \frac{v^{n-1+x} l_{x+n-1}}{v^x l_x} \\
&= \frac{D_{x+n-1}}{D_x} \tag{2.37}
\end{aligned}$$

Jadi, nilai keseluruhan pembayaran di tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup awalnya adalah

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + 1.v p_x + 1.v^2 {}_2p_x + \dots + 1.v^{n-1} {}_{n-1}p_x$$

Berdasarkan persamaan (2.8), maka

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= 1 \left(\frac{l_x}{l_x} + v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + v^3 \frac{l_{x+3}}{l_x} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \right) \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
&= 1 \left(\frac{v^x l_x + v^{x+1} l_{x+1} + v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \dots + v^{x+n-1} l_{x+n-1}}{v^x l_x} \right)
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.25), maka

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= 1 \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x} \\
&= 1 \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \tag{2.38}
\end{aligned}$$

Jika besar pembayaran (premi) setiap tahun adalah P , maka

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \tag{2.39}$$

dengan:

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ = nilai tunai anuitas hidup awalsementara selama n tahun untuk seseorang berusia x tahun

P = premi

N_{x+n} = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari D_{x+n+i} dengan $i = 0$ sampai dengan usia tertinggi

D_x = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat usia x dengan banyak pemegang polis yang hidup pada usia x tahun

ii. Nilai Tunai Anuitas Hidup Akhir

Nilai tunai anuitas hidup akhir diperhitungkan pada akhir setiap jangka waktu penerimaan anuitas. Jadi, jika besar penerimaan anuitas setiap akhir periode selama n periode dengan bunga i per periode adalah A rupiah untuk seseorang berusia x tahun, maka diperoleh skema pembayaran sebagai berikut:

Tahun ke-	2	3	4	...	n	$n+1$
Usia ke-	$x+1$	$x+2$	$x+3$	...	$x+n-1$	$x+n$
Sebesar	1	1	1	...	1	1
Nilai Tunai ($a_{x:\overline{n} }$)						
1 ←						
$1 \cdot v p_x$ ←						
$1 \cdot v^2 {}_2p_x$ ←						
⋮						
$1 \cdot v^{n-1} {}_{n-1}p_x$ ←						
$1 \cdot v^n {}_n p_x$ ←						

Pembayaran berlangsung setiap tahun selama n tahun, dimana $n < \omega$. Pembayaran akan berakhir bila tertanggung telah mencapai usia ke- $(x+n)$ tahun. Oleh karena itu peluang hidup keduanya harus diperhitungkan dalam menilai nilai tunai dari anuitas hidup sementara.

Pembayaran ke-1 hanya berlangsung bila tertanggung mencapai hari ulang tahun ke- $(x+1)$ tahun. Besar peluang tertanggung tersebut mencapai hari ulang tahun ke- $(x+1)$ tahun adalah $p_{xy} = \frac{l_{x+1,y+1}}{l_{xy}}$, sehingga nilai harapannya :

$$\begin{aligned}
 {}_1vp_x &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \\
 &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= \frac{v^{1+x} l_{x+1}}{v^x l_x} \\
 &= \frac{D_{x+1}}{D_x} \tag{2.40}
 \end{aligned}$$

Pembayaran ke-2 hanya berlangsung bila tertanggung mencapai hari ulang tahun ke- $(x+2)$ tahun. Besar peluang orang tersebut mencapai hari ulang tahun ke- $(x+2)$ tahun adalah ${}_2p_x = \frac{l_{x+2}}{l_x}$, sehingga nilai harapannya :

$$\begin{aligned}
 v^2 {}_2p_x &= v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} \\
 &= v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= \frac{v^{2+x} l_{x+2}}{v^x l_x} \\
 &= \frac{D_{x+2}}{D_x} \tag{2.41}
 \end{aligned}$$

demikian seterusnya, pembayaran ke- n hanya berlangsung bila orang tersebut mencapai hari ulang tahun ke- $(x+n)$ tahun.

Besar peluangnya adalah ${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$ sehingga nilai harapannya adalah :

$$\begin{aligned}
 v^n {}_np_x &= v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} \\
 &= v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= \frac{v^{n+x} l_{x+n}}{v^x l_x} \\
 &= \frac{D_{x+n}}{D_x} \tag{2.42}
 \end{aligned}$$

Jadi, nilai keseluruhan pembayaran di tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup akhirnya adalah

$$a_{x:\overline{n}|} = 1.vp_x + 1.v^2 {}_2p_x + \dots + 1.v^n {}_np_x$$

Berdasarkan persamaan (2.8), maka

$$\begin{aligned}
 a_{x:\overline{n}|} &= 1 \left(v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + v^3 \frac{l_{x+3}}{l_x} + \dots + v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\
 &= 1 \left(\frac{v^{x+1} l_{x+1} + v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \dots + v^{x+n-1} l_{x+n-1}}{v^x l_x} \right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.25), maka

$$\begin{aligned}
 a_{x:\overline{n}|} &= 1 \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n}}{D_x} \\
 &= 1 \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \tag{2.43}
 \end{aligned}$$

Jika besar pembayaran (premi) setiap tahun adalah P , maka

$$a_{x:\overline{n}|} = P \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \tag{2.44}$$

dengan:

$a_{x:\overline{n}|}$ = nilai tunai anuitas hidup akhirsementara selaman n tahun untuk seseorang berusia x tahun

P = premi

N_{x+n+1} = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+n+1+i}$ dengan $i = 0$ sampai dengan usia tertinggi
 D_x = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat usia x dengan banyak pemegang polis yang hidup pada usia x tahun

G. PREMI

Setiap orang yang mengasuransikan jiwanya pada suatu perusahaan asuransi berarti sepakat terhadap suatu kontrak tertulis antara dirinya dan perusahaan. Dalam kontrak diterakan antara lain, besarnya premi yang harus dibayar ke perusahaan dan jadwal pembayarannya, serta besarnya santunan asuransi yang akan dibayarkan perusahaan jika suatu peristiwa terjadi. Kontrak tersebut sering disebut polis asuransi. Dalam polis juga diterakan waktu mulai berlakunya polis tersebut atau tanggal polis dikeluarkan yang biasanya digunakan tanggal yang paling dekat dengan hari ulang tahunnya (Sembiring, 1986 : 4.1).

Definisi 2.11 Premi (AJB Bumiputera 1912, 2007 : 15)

Premi adalah suatu pembayaran, atau satu dari serangkaian pembayaran oleh pemegang polis, untuk membuat satu polis asuransi berlaku dan pemeliharanya agar terus berlaku.

Premi dapat dibayarkan sekaligus yang disebut premi tunggal, dan dapat pula dibayarkan secara berkala, misalnya tiap tahun (premi tahunan), maupun premi pecahan yang dibayarkan setiap semester, tiga bulan sekali (kwartal), maupun setiap bulan. Selanjutnya, untuk mempermudah penjelasan,

premi asuransi *joint life* yang digunakan dalam penelitian ini disimbolkan dengan P .

1. Premi Bersih

Perhitungan premi suatu asuransi pada umumnya didasarkan pada tiga hal, yaitu peluang kematian, tingkat bunga, dan biaya. Namun dalam penelitian ini, besarnya biaya yang dibutuhkan untuk pembuatan polis asuransi diabaikan. Premi tanpa unsur biaya disebut dengan premi bersih.

Definisi 2.12 Premi Bersih (Sembiring, 1968 : 4.1)

Premi bersih (netto) adalah premi yang dihitung tanpa memperhatikan faktor biaya.

Premi bersih yang dibayarkan sekaligus disebut dengan **premi tunggal bersih**. Prinsip dasar asuransi jiwa adalah sekelompok orang mengumpulkan sejumlah uang, dengan kesepakatan apabila dalam tiap tahun berikutnya ada salah satu anggotanya yang meninggal maka kepada anggota yang meninggal tersebut akan diberikan santunan sebesar 1.

Misalkan uang yang dibayarkan setiap anggota, masing-masing sebesar A . Dari prinsip dasar asuransi jiwa tersebut, maka dapat dibentuk diagram sebagai berikut :

Usia	x	$x+1$	$x+2$	...	ω
Pembayaran Santunan	$1.d_x$	$1.d_{x+1}$	$1.d_{x+2}$	...	Akhir pembayaran santunan

Pembayaran pertama sebesar 1 rupiah akan dibayarkan pada akhir tahun pertama atau pada tahun ke- $(x+1)$. Misalkan dana yang terkumpul beserta bunganya setahun dianggap tepat sama dengan seluruh pembayaran santunan 1 rupiah bagi setiap yang meninggal pada tahun pertama. Ada sebanyak d_x dari l_x yang meninggal antara usia x dan $x+1$ tahun, jadi seluruh pembayaran santunan setahun adalah $1 \cdot d_x$ rupiah. Dana yang terkumpul beserta bunganya adalah $Al_x(1 + i)$ rupiah, sehingga

$$\begin{aligned} Al_x(1 + i) &= d_x \\ \Leftrightarrow A &= \frac{1}{(1 + i)} \frac{d_x}{l_x} \\ &= v \frac{d_x}{l_x} \left(\frac{v^x}{v^x} \right) \\ &= \frac{v^{x+1} d_x}{v^x l_x} \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.25) dan (2.27), maka

$$A = \frac{C_x}{D_x} \quad (2.45)$$

Nilai A ini disebut premi tunggal bersih suatu asuransi sebesar 1 rupiah selama setahun.

Model tersebut dapat diperluas untuk asuransi seumur hidup atau sampai usia tertinggi (ω). Misalkan A_x menyatakan nilai tunai santunan atau premi tunggal bersih dari asuransi seumur hidup sebesar Rp 1,- bagi seseorang berusia x tahun. Ini berarti, bila ia meninggal, kepada pewarisnya akan dibayarkan Rp 1,- pada akhir tahun dia meninggal. Maka,

premi tunggal bersih yang harus dibayarkan kepada seorang anggota adalah

$$\begin{aligned}
 A_x l_x &= 1(d_x v + d_{x+1} v^2 + d_{x+2} v^3 + \dots + d_\omega v^\omega) \\
 \Leftrightarrow A_x &= 1 \frac{d_x v^{x+1} + d_{x+1} v^{x+2} + d_{x+2} v^{x+3} + \dots + d_\omega v^\omega}{v^x l_x} \\
 &= 1 \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_\omega}{D_x} \\
 &= 1 \frac{M_x}{D_x}
 \end{aligned}$$

Jika besarnya santunan adalah R , maka premi tunggalnya menjadi

$$A_x = R \frac{M_x}{D_x} \quad (2.46)$$

dengan:

R : santunan

l_x : banyaknya pemegang polis yang berusia x tahun

d_x : jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x+1$

v : $(1 + i)^{-1}$

C_x : simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat usia x ditambah 1 dengan banyaknya orang berusia x yang meninggal dalam satu tahun

M_x : simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari C_{x+i} dengan $i = 0$ sampai dengan usia tertinggi

D_x : simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat usia x dengan banyak pemegang polis yang hidup pada usia x tahun

2. Premi Kotor

Seperti bidang usaha lainnya, perusahaan asuransi jiwa juga memerlukan biaya administrasi, biaya kantor, gaji karyawan, komisi untuk agen, dan biaya operasional lainnya. Besarnya biaya-biaya tersebut merupakan rahasia perusahaan sehingga tidak dapat dihitung sendiri. Biaya

tersebut diperhitungkan dalam penentuan premi sehingga premi bertambah. Premi yang dihitung berdasarkan peluang kematian (mortalitas), tingkat bunga, dan biaya disebut sebagai premi dasar (premi kotor) (Prihantoro, 2000 : 4).

Definisi 2.13 Premi Kotor (Sembiring, 1968 : 8.16)

Premi kotor (bruto) adalah premi bersih (netto) ditambah sejumlah uang tertentu yang dibebankan pada pemegang polis.

Menurut definisi tersebut, dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$P_k = P + B \quad (2.47)$$

dengan :

P_k = Premi kotor

P = Premi bersih

B = Biaya

H. PREMI TAHUNAN

Meskipun beberapa asuransi dijual dengan dasar premi tunggal, prosedur yang lazim dilakukan adalah pemegang polis membayarkan premi mereka pada setiap awal periode, atau pada periode yang lebih pendek yaitu setiap bulan atau beberapa bulan sekali yang sering disebut dengan premi pecahan. Baik premi tahunan maupun pecahan biasanya dibayarkan dengan nilai yang sama dari tahun ke tahun (Larson, 1962 : 58-59).

Definisi 2.14 Premi Tahunan (Sembiring, 1968 : 4.16)

Premi tahunan adalah premi yang dibayarkan pada setiap awal permulaan tahun yang besarnya bisa sama maupun berubah-ubah setiap tahunnya.

Pembayaran premi asuransi jiwa seumur hidup dapat dilakukan tiap permulaan tahun seumur hidup. Pada asuransi berjangka pembayaran preminya dilakukan selama jangka waktu asuransi. Sedangkan untuk asuransi dwiguna pembayaran preminya dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu : selama jangka waktu perlindungan asuransi, terbatas (lebih pendek dari jangka waktu), atau sekaligus (premi tunggal) (Sembiring, 1986 : 4.16-4.17).

Simbol untuk berbagai jenis asuransi dan cara pembayaran preminya adalah sebagai berikut (Sembiring, 1986 : 4.18) :

A_x : Asuransi seumur hidup untuk seseorang berusia x tahun

$A_{x:\overline{n}|}^1$: Asuransi berjangka n tahun untuk seseorang berusia x tahun

$A_{x:\overline{n}|}$: Asuransi dwiguna berjangka n tahun untuk seseorang berusia x tahun

P_x : Premi bersih tahunan untuk A_x

${}_nP_x$: Premi bersih tahunan untuk A_x dengan pembayaran premi maksimum n kali

$P_{x:\overline{n}|}^1$: Premi bersih tahunan untuk $A_{x:\overline{n}|}^1$

$P_{x:\overline{n}|}$: Premi bersih tahunan untuk $A_{x:\overline{n}|}$

Berdasarkan penjabaran teori dalam perhitungan premi tersebut maka dapat dirumuskan persamaan dasar sebagai berikut (Larson, 1962 : 61).

$\text{Nilai tunai premi} = \text{Nilai tunai santunan}$	(2.48)
--	--------

Contoh kasus:

Akan dihitung premi bersih yang dibayarkan setiap awal tahun untuk asuransi seumur hidup dengan santunan Rp 5.000.000,00 bagi seseorang berusia 35 tahun menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia 1999 dengan tingkat bunga 2,5%.

Penyelesaian :

Kasus tersebut menerapkan premi tahunan asuransi tunggal (*single life*) seumur hidup untuk seseorang berusia 35 tahun dengan premi yang dibayarkan di awal tahun dan santunan yang akan diterima sebesar Rp 5.000.000,00, maka:

a. Nilai tunai awal anuitas seumur hidup:

$$\ddot{a}_{35} = 5 \times 10^6 \frac{N_{35}}{D_{35}}$$

Nilai D_{35} dan N_{35} dapat diperoleh dari TMI '99 pada Lampiran 1

$$\ddot{a}_{35} = 5 \times 10^6 \times \frac{1.009.518,0119}{40.471,6287} = 124.719.222,3$$

b. Premi tunggal asuransi seumur hidup:

$$A_{35} = 5 \times 10^6 \frac{M_{35}}{D_{35}}$$

Nilai D_{35} dan M_{35} dapat diperoleh dari TMI '99 pada Lampiran 1

$$A_{35} = 5 \times 10^6 \times \frac{15.939,00620902}{40.471,6287} = 1.969.157,989$$

c. Premi tahunan asuransi seumur hidup:

Menurut persamaan dasar perhitungan premi (persamaan 2.48), diperoleh:

$$P_{35} \cdot \ddot{a}_{35} = 5 \times 10^6 \times A_{35}$$

$$\begin{aligned}
P_{35} &= 5 \times 10^6 \frac{A_{35}}{\ddot{a}_{35}} \\
&= 5 \times 10^6 \times \frac{1.969.157,989}{124.719.222,3} \\
&= 5 \times 10^6 \times 0,015788728 \\
&= 78.943,64452 \\
&= 78.950
\end{aligned}$$

Jadi premi yang harus dibayarkan tiap awal tahun sebesar Rp 78.950,00

I. KONSEP BUNGA DALAM ASURANSI

Konsep bunga dalam asuransi digunakan pada perhitungan nilai tunai anuitas dan premi tunggal asuransi. Sehingga tingkat bunga mempengaruhi besarnya premi yang harus dibayarkan oleh tertanggung. Secara matematis dapat dijelaskan sebagai berikut.

Jika perusahaan asuransi memberikan tingkat bunga i dan $2i$ setiap tahun untuk jenis asuransi seumur hidup bagi seseorang berusia x tahun dan santunan sebesar R , maka faktor diskon (v) untuk tingkat bunga i dan $2i$ adalah:

$$(v)_i = \frac{1}{(1+i)} > (v)_{2i} = \frac{1}{(1+2i)}$$

Jika kedua ruas dipangkatkan t , maka

$$(v^t)_i = \frac{1}{(1+i)^t} > (v^t)_{2i} = \frac{1}{(1+2i)^t}$$

Jadi, faktor diskon pada premi asuransi jiwa dengan bunga i lebih besar dari pada faktor diskon pada premi asuransi jiwa dengan bunga $2i$, sehingganiilai preminya adalah:

$$(P_x)_i = R \frac{(A_x)_i}{(\ddot{a}_x)_i} = R \frac{\sum_{t=0}^{\omega} \frac{1}{(1+i)^t} d_{x+t}}{\sum_{t=0}^{\omega} \frac{1}{(1+i)^t} {}_t p_x}$$

$$(P_x)_{2i} = R \frac{(A_x)_{2i}}{(\ddot{a}_x)_{2i}} = R \frac{\sum_{t=0}^{\omega} \frac{1}{(1+2i)^t} d_{x+t}}{\sum_{t=0}^{\omega} \frac{1}{(1+2i)^t} {}_t p_x}$$

Dari kedua persamaan tersebut dapat dituliskan bahwa:

Semakin kecil tingkat bunga yang digunakan, maka semakin besar nilai tunai anuitas dan premi tunggalnya. Dengan demikian, premi yang dibayarkan akan semakin besar. Atau dengan kata lain, tingkat bunga berbanding terbalik terhadap nilai tunai anuitas, premi tunggal, dan premi tahunan.

BAB III

PEMBAHASAN

Asuransi *joint life* adalah asuransi yang menanggung 2 (dua) jiwa atau lebih dimana manfaatnya (santunan) dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dunia (Catarya, 2008 : 2.6). Dari pengertian tersebut dapat diartikan bahwa pembayaran premi pada asuransi *joint life* berlangsung selama semua tertanggung masih hidup dan berhenti jika salah seorang diantaranya meninggal dunia.

Pada Bab III ini akan diuraikan pembahasan mengenai perhitungan premi tahunan pada asuransi *Joint Life* untuk dua orang dengan jenis asuransi *joint life* seumur hidup, berjangka, dan dwiguna, serta contoh penerapannya. Langkah-langkah perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* adalah Pembuatan Tabel Mortalitas Gabungan (*Joint Life Mortality Table*), Perhitungan Anuitas Hidup Gabungan untuk Dua Orang, dan Perhitungan Premi Tahunan pada Asuransi *Joint Life* untuk Dua Orang. Kemudian akan diberikan contoh kasus yang menerapkan perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life*.

A. PEMBUATAN TABEL MORTALITAS GABUNGAN (*JOINT LIFE MORTALITY TABLE*)

Terdapat beberapa jenis tabel mortalitas yang digunakan oleh perusahaan asuransi di seluruh Indonesia. Salah satunya adalah Tabel Mortalitas Indonesia yang dikeluarkan oleh Persatuan Aktuaris Indonesia pada 1999 atau yang sering disebut dengan TMI 1999. Khusus untuk tabel yang

digunakan untuk menghitung premi pada asuransi jiwa *joint life* disebut Tabel Mortalitas Gabungan (*Joint Life Mortality Table*).

Tabel mortalitas gabungan untuk dua orang terdiri dari lajur-lajur yang secara urut dari kiri menyatakan usia orang pertama (x), banyaknya pemegang polis yang berusia x tahun yang disimbolkan dengan l_x , usia orang kedua (y), banyaknya pemegang polis yang berusia y tahun yang disimbolkan dengan l_y , fungsi hidup gabungan (l_{xy}), banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun (d_{xy}), peluang paling sedikit satu orang dari dua orang yang berusia x dan y tahun akan meninggal dalam satu tahun (q_{xy}), dan peluang orang berusia x dan y akan hidup selama satu tahun (p_{xy}).

Langkah-langkah pembuatan tabel mortalitas gabungan adalah sebagai berikut :

1. Menentukan Peluang Gabungan

Pada Bab II persamaan (2.8) telah dijelaskan peluang seseorang berusia x akan hidup n tahun lagi dinotasikan dengan ${}_np_x$. Simbol ${}_np_x$ (begitu juga ${}_nq_x$) tersebut dinyatakan dalam fungsi hidup tunggal (l_x), dimana (Catarya, 2008 : 2.2) :

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

dengan:

${}_np_x$ = peluang seseorang berusia x akan hidup selama n tahun lagi
 l_{x+n} = jumlah pemegang polis berusia x yang hidup sampai usia $(x+n)$ tahun
 l_x = banyaknya pemegang polis yang berusia x tahun

Terdapat dua orang peserta asuransi *joint life* berusia x dan y tahun dengan asumsi peluang (x) dan (y) akan tetap hidup selama n tahun adalah saling bebas, maka (Catarya, 2008 : 2.2) :

$${}_np_{xy} = {}_np_x \cdot {}_np_y \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y} \\ &= \frac{l_{x+n} \cdot l_{y+n}}{l_x l_y} \\ &= \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

dengan:

- ${}_np_{xy}$ = peluang orang berusia x dan y akan hidup selama n tahun
- ${}_np_x$ = peluang seseorang berusia x akan hidup selama n tahun lagi
- ${}_np_y$ = peluang seseorang berusia y akan hidup selama n tahun lagi
- $l_{x+n:y+n}$ = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y yang hidup sampai n tahun

Dari persamaan $\frac{l_{x+n} \cdot l_{y+n}}{l_x l_y} = \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}}$,

Maka dapat didefinisikan bahwa fungsi hidup $l_{x+n:y+n}$ adalah fungsi perkalian (proporsional) dari fungsi tunggal l_x dan l_y , sehingga:

$$l_{xy} = k l_x l_y \quad (3.3)$$

dengan:

- l_{xy} = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun
- l_x = banyaknya pemegang polis yang berusia x tahun
- l_y = banyaknya pemegang polis yang berusia y tahun
- k = konstanta

Pada fungsi tunggal, terdapat pula peluang meninggal seseorang yang disimbolkan dengan ${}_nq_x$ dan pada rumus (2.9) telah diperoleh bahwa

$${}_np_x + {}_nq_x = 1, \text{ sehingga peluang meninggal dua orang adalah}$$

$${}_nq_{xy} = 1 - {}_np_{xy} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - {}_n p_x \cdot {}_n p_y \\
&= {}_n p_x + {}_n q_x - {}_n p_x \cdot {}_n p_y
\end{aligned} \tag{3.5}$$

atau

$$\begin{aligned}
{}_n q_{xy} &= 1 - \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \\
&= \frac{l_{xy} - l_{x+n:y+n}}{l_{xy}}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

dengan:

- ${}_n q_{xy}$ = peluang salah satu dari dua orang yang berusia x dan y tahun akan meninggal dalam n tahun
 $l_{x+n:y+n}$ = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y yang hidup sampai n tahun

Bila diambil $n = 1$, maka persamaan (3.6) menjadi

$$\begin{aligned}
q_{xy} &= \frac{l_{xy} - l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} \\
&= \frac{d_{xy}}{l_{xy}}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

dimana

$$d_{xy} = l_{xy} - l_{x+1:y+1} \tag{3.8}$$

dengan:

- d_{xy} = banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun
 $l_{x+1:y+1}$ = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun yang masih hidup satu tahun kemudian

Peluang seorang berusia x tahun akan hidup n tahun tetapi akan meninggal 1 tahun kemudian setelah mencapai usia $x+n$ tahun adalah sebagai berikut (Jordan, 1967: 9)

$${}_n | {}_1 q_x = {}_n | q_x = {}_n p_x - {}_{n+1} p_x \tag{3.9}$$

Dengan demikian, bila salah seorang diantara kedua tertanggung meninggal dalam selang waktu $[x+n, x+n+1]$, maka peluangnya adalah

$${}_n|_1q_{xy} = {}_np_{xy} - {}_{n+1}p_{xy} \quad (3.10)$$

$$= {}_np_x \cdot {}_np_y - {}_{n+1}p_x \cdot {}_{n+1}p_y \quad (3.11)$$

Peluang ${}_n|q_{xy}$ dikatakan pula sebagai peluang bahwa status hidup gabungan akan gagal pada tahun ke $(n+1)$, dikarenakan meninggalnya seseorang diantara (x) dan (y) pada selang waktu $[x+n, x+n+1]$.

2. Menentukan Simbol-simbol Komutasi Gabungan

Langkah selanjutnya dalam pembuatan tabel mortalitas gabungan adalah menentukan simbol-simbol komutasi gabungan. Simbol komutasi adalah nilai-nilai yang dibuat oleh seseorang yang berguna untuk memudahkan perhitungan dalam table mortalitas. Simbol komutasi ini biasa digunakan untuk perhitungan nilai asuransi yang lain, misalnya anuitas, premi tahunan, dan sebagainya.

Simbol-simbol komutasi pada asuransi *joint life* didefinisikan secara analog dengan simbol-simbol komutasi pada asuransi jiwa tunggal, yaitu didefinisikan sebagai berikut (Jordan, 1991: 194)

$$D_{x_1x_2...x_m} = v^{\frac{x_1+x_2+\dots+x_m}{m}} l_{x_1x_2...x_m} \quad (3.12)$$

Secara similar, analog dengan persamaan (2.27), maka

$$C_{x_1x_2...x_m} = v^{\frac{x_1+x_2+\dots+x_m}{m}+1} d_{x_1x_2...x_m} \quad (3.13)$$

Untuk tertanggung sebanyak dua orang yang berusia x dan y tahun, maka:

$$D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy} \quad (3.14)$$

dan

$$C_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy} \quad (3.15)$$

Selain itu, terdapat pula beberapa simbol komutasi gabungan pada tabel

mortalitas gabungan, yaitu (Futami, 1994: 76)

$$\begin{aligned} N_{xy} &= \sum_{i=0} \sum_{j=0} D_{x+i:y+j} \\ &= D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} M_{xy} &= \sum_{i=0} \sum_{j=0} C_{x+i:y+j} \\ &= C_{xy} + C_{x+1:y+1} + C_{x+2:y+2} + \dots \end{aligned} \quad (3.17)$$

dengan:

$v = (1 + i)^{-1}$, dimana i merupakan tingkat bunga tiap tahun

l_{xy} = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun

d_{xy} = banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun

D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

N_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+i:y+i}$ dengan $i = 0$ sampai dengan usia tertinggi

C_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun ditambah 1 dengan banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun

M_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $C_{x+i:y+i}$ dengan $i = 0$ sampai dengan usia tertinggi

Simbol-simbol tersebut akan sering digunakan untuk memudahkan perhitungan anuitas hidup dan premi yang akan dibahas selanjutnya.

Berikut ini akan diberikan contoh perhitungan simbol komutasi untuk dua orang berusia x dan y tahun.

Contoh:

Diketahui dua orang (suami dan istri) peserta asuransi *joint life* (x) dan (y) berusia 30 dan 26 tahun. Jika premi yang akan dibayarkan dihitung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia 1999 dengan tingkat bunga 2,5% per tahun, maka akan ditentukan D_{xy} dan C_{xy}

Penyelesaian:

$$a. \quad D_{xy} = D_{30:26}$$

$$= v^{\frac{1}{2}(30+26)} l_{30:26}$$

Pada TMI '99 nilai $l_{30} = 96742$ dan $l_{26} = 97968$, maka

$$\begin{aligned} D_{30:26} &= \left(\frac{1}{1 + 0,025} \right)^{28} (96742)(97968) \\ &= (0,5)(9.477.620.256) \\ &= 4.738.810.128 \end{aligned}$$

Jadi, nilai D_{xy} untuk dua orang peserta asuransi *joint life* yaitu (x) dan (y) berusia 30 dan 26 tahun dengan menggunakan TMI '99 adalah sebesar 4.738.810.128

$$b. \quad C_{xy} = C_{30:26}$$

$$= v^{\frac{1}{2}(30+26)+1} d_{30:26}$$

$$= \left(\frac{1}{1 + i} \right)^{29} (l_{30:26} - l_{30+1:26+1})$$

Pada TMI '99 nilai $l_{31} = 96609$ dan $l_{27} = 97868$, maka

$$\begin{aligned}
C_{30:26} &= \left(\frac{1}{1 + 0,025} \right)^{29} (9.477.620.256 - 96609 \times 97868) \\
&= (0,489)(22.690.644) \\
&= 11.095.724,92
\end{aligned}$$

Jadi, nilai C_{xy} untuk dua orang peserta asuransi *joint life* yaitu (x) dan (y) berusia 30 dan 26 tahun dengan menggunakan TMI '99 adalah sebesar 11.095.724,92

B. PERHITUNGAN ANUITAS HIDUP GABUNGAN

Seperti telah dijelaskan pada awal bab pembahasan, bahwa asuransi *joint life* menanggung dua jiwa atau lebih. Dengan demikian, perhitungan premi pada asuransi *joint life* berkaitan dengan hidup dan matinya dua orang tertanggung atau lebih, sehingga anuitas yang digunakan adalah anuitas hidup gabungan.

Definisi 3.2 Anuitas Gabungan (Catarya, 2008 : 2.5)

Anuitas gabungan adalah suatu kontrak anuitas yang terdiri dari 2 (dua) tertanggung atau lebih, dimana pembayaran terhenti apabila salah satu tertanggung meninggal dunia.

Terdapat dua jenis anuitas hidup gabungan, yaitu anuitas hidup gabungan seumur hidup dan anuitas hidup gabungan sementara. Penjelasanannya adalah sebagai berikut.

1. Anuitas Hidup Gabungan Seumur Hidup

Anuitas hidup gabungan seumur hidup adalah anuitas hidup yang berlakusepanjang hidup si tertanggung dalam hal ini dua orang (mencapai

usia tertinggi, yaitu ω tahun), pembayaran akan berhenti jika salah satu tertanggung meninggal dunia.

Pada Bab II telah ditunjukkan skema pembayaran nilai tunai anuitas hidup seumur hidup untuk satu orang. Untuk dua orang tertanggung, secara analog dapat dijelaskan skema pembayaran nilai tunai anuitas hidup gabungan seumur hidup sebagai berikut.

a. Nilai Tunai Anuitas Hidup Gabungan Awal Seumur Hidup

Jika besar penerimaan anuitas (premi) setiap awal periode selamat tertanggung masih hidup dengan bunga i per periode adalah 1 rupiah untuk dua orang berusia x dan y tahun, maka skema pembayarannya:

Tahun ke-	1	2	3	4	...	ω
Usia ke-	x	$x+1$	$x+2$	$x+3$	...	$x+\omega-1$
	y	$y+1$	$y+2$	$y+3$	...	$y+\omega-1$
Sebesar	1	1	1	1	...	1
Nilai Tunai ($\ddot{a}_{xy}$)						
1	←					
$1 \cdot v p_{xy}$		←				
$1 \cdot v^2 {}_2p_{xy}$			←			
$1 \cdot v^3 {}_3p_{xy}$				←		
$\vdots$						
$1 \cdot v^{\omega-1} {}_{\omega-1}p_{xy}$						←

Berdasarkan skema tersebut, jika santunan yang akan diterima tertanggung sebesar 1 rupiah maka nilai keseluruhan pembayaran di tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup gabungan awal asuransi seumur hidup adalah (Futami, 1994:73)

$$\ddot{a}_{xy} = 1 + 1.v p_{xy} + 1.v^2 {}_2p_{xy} + \dots + 1.v^{\omega} {}_{\omega}p_{xy}$$

Berdasarkan persamaan (3.2), maka

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy} &= 1 \left(\frac{l_{xy}}{l_{xy}} + v \frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + v^2 \frac{l_{x+2:y+2}}{l_{xy}} + \dots + v^{\omega} \frac{l_{\omega\omega}}{l_{xy}} \right) \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1:y+1} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} l_{x+2:y+2} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+\omega} l_{\omega\omega}}{l_{xy}} \right) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.14), maka

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy} &= 1 \left(\frac{D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + D_{x+3:y+3} + \dots + D_{\omega\omega}}{D_{xy}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{N_{xy}}{D_{xy}} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Jika besarnya pembayaran (premi) adalah P , maka

$$\ddot{a}_{xy} = P \left(\frac{N_{xy}}{D_{xy}} \right) \quad (3.19)$$

dengan :

$\ddot{a}_{xy}$ = nilai tunai anuitas hidup gabungan awal seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

v = $(1 + i)^{-1}$

P = premi

i = tingkat bunga tiap tahun

ω = usia tertinggi yang dicapai tertanggung

${}_t p_{xy}$ = peluang dua orang berusia x dan y akan hidup dalam t tahun

D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

N_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+i:y+i}$ dengan $i=0$ sampai dengan usia tertinggi

Persamaan (3.19) merupakan persamaan nilai tunai anuitas hidup gabungan seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan pembayaran premi sebesar P setiap awal tahun. Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* seumur hidup.

b. Nilai Tunai Anuitas Hidup Gabungan Akhir Seumur Hidup

Nilai tunai anuitas hidup gabungan akhir seumur hidup merupakan nilai tunai suatu anuitas hidup yang diperhitungkan pada setiap akhir periode selama kedua tertanggung masih hidup. Jika penerimaan anuitas setiap akhir periode selama seumur hidup dengan bunga i tiap periode sebesar 1 rupiah untuk dua orang masing-masing berusia x dan y tahun, maka diperoleh skema pembayaran:

Tahun ke-	1	2	3	...	ω
Usia ke-	$x+1$	$x+2$	$x+3$	...	$x+\omega$
	$y+1$	$y+2$	$y+3$	...	$x+\omega$
Sebesar	1	1	1	...	1
Nilai Tunai (a_{xy})					
$1.v p_{xy}$	←				
$1.v^2 {}_2p_{xy}$		←			
$1.v^3 {}_3p_{xy}$			←		
$\vdots$					
$1.v^\omega {}_\omega p_{xy}$					←

Berdasarkan skema tersebut, jika santunan yang akan diterima tertanggung sebesar Rp 1, 00 maka keseluruhan pembayaran di akhir tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup akhir asuransi seumur hidup adalah (Futami, 1994:73)

$$a_{xy} = 1.v p_{xy} + 1.v^2 {}_2p_{xy} + 1.v^3 {}_3p_{xy} + \dots + 1.v^\omega {}_\omega p_{xy}$$

Berdasarkan persamaan (3.2), maka

$$\begin{aligned} a_{xy} &= 1 \left(v \frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + v^2 \frac{l_{x+2:y+2}}{l_{xy}} + v^3 \frac{l_{x+3:y+3}}{l_{xy}} + \dots + v^\omega \frac{l_{\omega\omega}}{l_{xy}} \right) \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1:y+1} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} l_{x+2:y+2} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+3} l_{x+3:y+3} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+\omega} l_{\omega\omega}}{l_{xy}} \right) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.14), maka

$$\begin{aligned} a_{xy} &= 1 \left(\frac{D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + D_{x+3:y+3} + \dots + D_{\omega\omega}}{D_{xy}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{N_{x+1:y+1}}{D_{xy}} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Jika besarnya pembayaran (premi) adalah P , maka

$$a_{xy} = P \frac{N_{x+1:y+1}}{D_{xy}} \quad (3.21)$$

dengan :

a_{xy} = nilai tunai anuitas hidup gabungan akhir seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

v = $(1 + i)^{-1}$

P = premi

i = tingkat bunga tiap tahun

ω = usia tertinggi yang dicapai tertanggung

${}_t p_{xy}$ = peluang dua orang berusia x dan y akan hidup dalam t tahun

D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

$N_{x+1:y+1}$ = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+i:y+i}$ dengan $i = 1$ sampai dengan usia tertinggi

Persamaan (3.21) merupakan persamaan nilai tunai anuitas hidup gabungan seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan pembayaran premi sebesar P setiap akhir tahun. Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* seumur hidup.

Jenis anuitas hidup gabungan yang selanjutnya adalah anuitas hidup gabungan sementara. Penjelasananya adalah sebagai berikut.

2. Anuitas Hidup Gabungan Sementara

Anuitas hidup gabungan sementara adalah anuitas hidup yang berlakuselama jangka waktu tertentu yang telah disepakati oleh kedua tertanggung dan perusahaan asuransi di awal kontrak polis. Pembayaran akan berhenti jika salah satu tertanggung meninggal dunia sebelum jangka waktu yang ditetapkan tersebut.

Analog dengan uraian sebelumnya pada Bab II, nilai tunai anuitas hidup gabungan sementara juga dibagi menjadi dua, yaitu anuitas hidup gabungan awal dan akhir.

a. Nilai Tunai Anuitas Hidup Gabungan AwalSementara

Jika besar penerimaan anuitas setiap awalperiode selama n periode (dimana $n < \omega$) dengan bunga i per periodeadalah 1rupiah untuk dua orang masing-masing berusia x dan y tahun, makadiperoleh skema pembayaran sebagai berikut:

Tahun ke-	1	2	3	...	n
Usia ke-	x	x+1	x+2	...	x+n-1
	y	y+1	y+2	...	y+n-1
Sebesar	1	1	1	...	1
Nilai Tunai ($\ddot{a}_{xy:\overline{n} }$)					
1					
$1.vp_{xy}$					
$1.v^2_2p_{xy}$					
$\vdots$					
$1.v^{n-1}_{n-1}p_{xy}$					

Dengan skema tersebut, jika santunan yang akan diterima bertanggung sebesar Rp 1, 00 maka nilai keseluruhan pembayaran di tahun pertama atau nilai tunai anuitas hidup gabungan awalnya adalah

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 1 + 1.vp_{xy} + 1.v^2_2p_{xy} + \dots + 1.v^{n-1}_{n-1}p_{xy}$$

Berdasarkan persamaan (3.2), maka

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= 1 \left(\frac{l_{xy}}{l_{xy}} + v \frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + v^2 \frac{l_{x+2:y+2}}{l_{xy}} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}} \right) \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1:y+1} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} l_{x+2:y+2} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+n-1} l_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}} \right) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.14), maka

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= 1 \left(\frac{D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots + D_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Jika besarnya pembayaran (premi) adalah P , maka

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = P \left(\frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right) \quad (3.23)$$

dengan :

$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ = nilai tunai anuitas hidup gabungan awal sementara n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$v = (1 + i)^{-1}$

P = premi

i = tingkat bunga tiap tahun

ω = usia tertinggi yang dicapai tertanggung

${}_t p_{xy}$ = peluang dua orang berusia x dan y akan hidup dalam t tahun

D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

$N_{x+n:y+n}$ = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+n:y+n}$ dengan n = jangka waktu pembayaran premi sampai dengan usia tertinggi

Persamaan (3.23) merupakan persamaan nilai tunai anuitas hidup gabungan sementara selama n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan pembayaran premi sebesar P setiap awal tahun. Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* berjangka dan dwiguna.

b. Nilai Tunai Anuitas Hidup Gabungan Akhir Sementara

Nilai tunai anuitas hidup akhir diperhitungkan pada akhir setiap jangka waktu penerimaan anuitas. Jadi, jika besar penerimaan anuitas setiap akhir periode selama n periode dengan bunga i per periode adalah 1 rupiah untuk dua orang berusia x dan y tahun, maka skemanya dapat dituliskan sebagai berikut

Tahun ke-	2	3	4	...	n+1
Usia ke-	x+1	x+2	x+3	...	x+n
	y+1	y+2	y+3	...	y+n
Sebesar	1	1	1	...	1
Nilai Tunai ($a_{x:\overline{n} }$)					
$1.vp_{xy}$					
$1.v^2_2p_{xy}$					
$1.v^3_3p_{xy}$					
$\vdots$					
$1.v^n_n p_{xy}$					

Berdasarkan skema tersebut, jika santunan yang akan diterima tertanggung sebesar Rp 1, 00 maka nilai keseluruhan pembayaran di awal tahun kedua atau nilai tunai anuitas hidup akhirnya adalah

$$a_{xy:\overline{n}|} = 1.vp_{xy} + 1.v^2_2p_{xy} + \dots + 1.v^n_n p_{xy}$$

Berdasarkan persamaan (3.2), maka

$$\begin{aligned}
 a_{xy:\overline{n}|} &= 1 \left(v \frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + v^2 \frac{l_{x+2:y+2}}{l_{xy}} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \right) \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\
 &= 1 \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1:y+1} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} l_{x+2:y+2} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+n} l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.14), maka

$$\begin{aligned}
 a_{xy:\overline{n}|} &= 1 \left(\frac{D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots + D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right) \\
 &= 1 \left(\frac{N_{x+1:y+1} - N_{x+n+1:y+n+1}}{D_{xy}} \right) \tag{3.24}
 \end{aligned}$$

Jika besarnya pembayaran (premi) adalah P , maka

$$a_{xy:\overline{n}|} = P \frac{N_{x+1:y+1} - N_{x+n+1:y+n+1}}{D_{xy}} \quad (3.25)$$

dengan :

$a_{xy:\overline{n}|}$ = nilai tunai anuitas hidup gabungan akhir sementara n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

v = $(1 + i)^{-1}$

P = premi

i = tingkat bunga tiap tahun

ω = usia tertinggi yang dicapai tertanggung

${}_t p_{xy}$ = peluang dua orang berusia x dan y akan hidup dalam t tahun

D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

$N_{x+n+1:y+n+1}$ = simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari $D_{x+n+1:y+n+1}$ dengan n = jangka waktu pembayaran premi sampai dengan usia tertinggi

Persamaan (3.23) merupakan persamaan nilai tunai anuitas hidup gabungan sementara selama n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan pembayaran premi sebesar P setiap awal tahun. Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* berjangka dan dwiguna.

Pembayaran anuitas disesuaikan dengan perjanjian awal saat penandatanganan kontrak polis antara pihak tertanggung dengan perusahaan asuransi. Pembayaran anuitas lebih dikenal dengan premi. Pada pembahasan berikutnya simbol premi tahunan yang dibayarkan akan berbeda-beda tergantung jenis asuransi yang dipilih. Simbol-simbol tersebut adalah :

P_{xy} = Premi tahunan pada asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

$P_{xy:\overline{n}|}^1$ = Premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$P_{xy:\overline{n}|}$ = Premi tahunan pada asuransi *joint life* dwiguna dengan jangka waktu n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

C. PERHITUNGAN PREMI TUNGGAL PADA ASURANSI *JOINT LIFE*

Seperti yang telah dijelaskan pada bab II, premi tahunan dapat dibayarkan sekaligus pada awal kontrak polis, yang disebut dengan Premi Tunggal atau Nilai Tunai Santunan. Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang dilakukan pada waktu kontrak asuransi disetujui, selanjutnya tidak ada pembayaran lagi. Premi tunggal memiliki berbagai jenis, yaitu Premi Tunggal Endowmen Murni (*Pure Endowment*), Premi Tunggal Asuransi Seumur Hidup, Premi Tunggal Asuransi Berjangka, dan Premi Tunggal Asuransi Dwiguna (*Endowment*).

1. Premi Tunggal Endowmen Murni (*Pure Endowment*)

Yang dimaksud dengan endowmen murni adalah suatu kontrak asuransi jiwa dimana pemegang polis, mulai dari saat kontrak sampai dengan jangka waktu tertentu tetap hidup, maka pemegang polis tersebut menerima sejumlah uang pertanggungan.

Menurut Futami (1994 : 73), jika (x) dan (y) hidup selama n tahun, maka premi tunggal endowmen murni yang harus dibayarkan oleh tertanggung dinotasikan dengan $A_{xy:\overline{n}|} \cdot \frac{1}{v^n}$.

Jika sejumlah orang l_{xy} secara bersamaan menutup asuransi ini, maka total preminya adalah $l_{xy}A_{xy:\overline{n}|}$. Karena adanya tingkat bunga sebesar i selama n tahun maka premi tersebut besarnya menjadi $l_{xy}A_{xy:\overline{n}|}(1+i)^n$, n tahun kemudian yang masih bertahan hidup sebanyak $l_{x+n:y+n}$ dan pada saat tersebut setiap orang yang hidup mendapat pembayaran uang pertanggungan sebesar R , maka :

$$\begin{aligned}
 l_{xy}A_{xy:\overline{n}|}(1+i)^n &= Rl_{x+n:y+n} \\
 \Leftrightarrow A_{xy:\overline{n}|} &= R \frac{1}{(1+i)^n} \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \\
 &= R \frac{1}{(1+i)^n} \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \\
 &= Rv^n {}_np_{xy}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

atau

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow A_{xy:\overline{n}|} &= Rv^n \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\
 &= R \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+n} l_{x+n:y+n}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.14), maka

$$A_{xy:\overline{n}|} = R \frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \tag{3.27}$$

dengan :

$A_{xy:\overline{n}|}$ = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* endowmen murni berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

R = santunan
 v = $(1+i)^{-1}$

- i = besar tingkat bunga
 ${}_n p_{xy}$ = peluang/probabilitas (x) dan (y) masih hidup pada tahun ke- n
 n = jangka waktu perlindungan
 l_{xy} = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun
 D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

Persamaan (3.27) merupakan persamaan premi tunggal endowment murni selama n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan santunan sebesar R . Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna.

2. Premi Tunggal Asuransi *Joint Life* Seumur Hidup

Yang dimaksudkan dengan premi tunggal asuransi *joint life* seumur hidup adalah suatu asuransi yang mempunyai jangka waktu perlindungan seumur hidup. Premi tunggal bersihnya disimbolkan dengan A_{xy} . Jika sejumlah orang l_{xy} secara bersamaan menutup asuransi ini, maka total preminya adalah $l_{xy}A_{xy}$. Karena adanya tingkat bunga sebesar i selama seumur hidup maka premi tersebut besarnya menjadi $l_{xy}A_{xy}(1+i)^n$ dengan $n = 1, 2, 3, \dots, \omega$. Ada sebanyak d_{xy} dari l_{xy} yang meninggal antara tahun ke- x sampai $(x+1)$, jadi seluruh penerimaan santunan selama setahun adalah d_{xy} . Sehingga, premi tunggal bersih dari asuransi *joint life* seumur hidup bagi tertanggung berusia x dan y dengan santunan R rupiah adalah:

$$A_{xy} = R \frac{v d_{xy}}{l_{xy}} + R \frac{v^2 d_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \dots + R \frac{v^{\omega} d_{\omega\omega}}{l_{xy}}$$

$$= R \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} d_{x+1:y+1} + \dots + v^{\omega} d_{\omega\omega}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}$$

Berdasarkan persamaan (3.14) dan (3.15), maka

$$\begin{aligned} A_{xy} &= R \frac{C_{xy} + C_{x+1:y+1} + \dots + C_{\omega\omega}}{D_{xy}} \\ &= R \frac{M_{xy}}{D_{xy}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

dengan :

A_{xy} = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

R = santunan

v = $(1 + i)^{-1}$

i = besar tingkat bunga

${}_n p_{xy}$ = peluang/probabilitas (x) dan (y) masih hidup pada tahun ke- n

n = jangka waktu perlindungan

l_{xy} = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun

D_{xy} = simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon (v) pangkat rata-rata usia x dan y tahun dengan fungsi hidup gabungan

Persamaan (3.28) merupakan persamaan premi tunggal seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan santunan sebesar R . Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* seumur hidup.

3. Premi Tunggal Asuransi *Joint Life* Berjangka

Yang dimaksudkan dengan asuransi berjangka adalah suatu asuransi apabila pemegang polis mulai dari disetujuinya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tertentu meninggal, maka akan dibayarkan uang pertanggungan, namun jika sampai dengan jangka waktu tersebut

keduanya masih hidup maka tidak memperoleh apa-apa. Premi tunggal asuransi *joint life* berjangka disimbolkan dengan $A_{\overline{xy:n}|}^1$.

Misalkan ada l_{xy} orang secara bersamaan menutup asuransi ini, maka total preminya adalah $l_{xy}A_{\overline{xy:n}|}^1$. Karena adanya tingkat bunga sebesar i selama n tahun maka premi tersebut besarnya menjadi $l_{xy}A_{\overline{xy:n}|}^1(1+i)^n$. Ada sebanyak d_{xy} dari l_{xy} yang meninggal antara tahun ke- x sampai $(x+1)$, jadi seluruh penerimaan santunan selama setahun adalah d_{xy} . Sehingga, premi tunggal bersih dari asuransi *joint life* berjangka n tahun bagi tertanggung berusia x dan y dengan santunan R rupiah adalah:

$$\begin{aligned} A_{\overline{xy:n}|}^1 &= R \frac{v d_{xy}}{l_{xy}} + R \frac{v^2 d_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \dots + R \frac{v^n d_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}} \\ &= R \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} d_{x+1:y+1} + \dots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+n} d_{x+n-1:y+n-1}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}} \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.14) dan (3.15), maka

$$\begin{aligned} A_{\overline{xy:n}|}^1 &= R \frac{C_{xy} + C_{x+1:y+1} + \dots + C_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}} \\ &= R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \end{aligned} \quad (3.29)$$

dengan :

$A_{\overline{xy:n}|}^1$ = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

v = $(1+i)^{-1}$

i = besar tingkat bunga tiap tahun

d_{xy} = banyaknya orang berusia x dan y tahun yang meninggal dalam satu tahun

l_{xy} = fungsi hidup gabungan dua orang berusia x dan y tahun

Persamaan (3.29) merupakan persamaan premi tunggal berjangka waktu n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan santunan sebesar R . Persamaan ini digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* berjangka.

4. Premi Tunggal Asuransi *Joint Life Dwiguna (Endowment)*

Menurut Futami (1992 : 88), dwiguna (*endowment*) adalah suatu jenis asuransi yang merupakan gabungan dari asuransi *pure endowment* dan asuransi berjangka yang berarti dalam maupun saat berakhirnya masa pertanggungan kepada pemegang polis, baik meninggal maupun bertahan hidup akan dibayarkan uang pertanggungan.

Dengan demikian premi tunggal bersih untuk asuransi *joint life* merupakan penjumlahan antara premi tunggal bersih asuransi *joint life endowment* murni (*pure endowment*) dengan berjangka. Sehingga perhitungan premi tunggal bersih asuransi *joint life dwiguna* berjangka n tahun untuk dua orang, masing-masing berusia x dan y tahun dengan santunan R rupiah adalah:

$$A_{xy:\overline{n}|} = A_{\overline{xy}:\overline{n}|}^1 + A_{xy:\overline{n}|}^1 \quad (3.30)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.27) dan (3.29) ke dalam persamaan (3.30), maka diperoleh:

$$\Leftrightarrow A_{xy:\overline{n}|} = R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \quad (3.31)$$

Jika besar santunan dan endowment berbeda, maka:

$$\Leftrightarrow A_{xy:\overline{n}|} = R_1 \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}} + R_2 \frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

$$= \frac{R_1(M_{xy} - M_{x+n:y+n}) + R_2(D_{x+n:y+n})}{D_{xy}} \quad (3.32)$$

dengan :

$A_{xy:\overline{n}|}$ = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* dwiguna berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

R_1 = santunan yang diberikan jika salah satu diantara keduanya meninggal sebelum jangka waktu n tahun

R_2 = endowmen yang diberikan kepada tertanggung jika keduanya masih hidup sampai $(x+n)$ dan $(y+n)$ tahun

Persamaan (3.31) merupakan persamaan premi tunggal seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun dengan besar santunan dan endowmen yang sama yaitu R . Sedangkan persamaan (3.32) digunakan jika besar santunan dan endowmen berbeda. Kedua persamaan ini dapat digunakan dalam perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna. Perhitungan premi tahunan pada berbagai jenis asuransi *joint life* akan dijelaskan pada sub bab selanjutnya.

D. PERHITUNGAN PREMI TAHUNAN PADA ASURANSI *JOINT LIFE*

Premi tahunan pada asuransi *joint life* merupakan besarnya biaya yang ditanggung oleh peserta asuransi (dalam hal ini dua orang) yang dibayarkan setiap tahun agar memperoleh santunan ketika salah satu diantara kedua orang tersebut meninggal.

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* diturunkan dari persamaan dasar perhitungan premi (2.48), yaitu:

$\text{Nilai tunai premi} = \text{Nilai tunai santunan}$
--

Sehingga, besarnya premi tahunan pada asuransi *joint life* untuk berbagai jenis asuransi dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Seumur Hidup

Premi tahunan suatu asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y dengan santunan sebesar R rupiah adalah

$$P_{xy}\ddot{a}_{xy} = A_{xy} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow P_{xy} &= \frac{A_{xy}}{\ddot{a}_{xy}} \\ &= R \frac{\frac{M_{xy}}{D_{xy}}}{\frac{N_{xy}}{D_{xy}}} \\ &= R \frac{M_{xy}}{N_{xy}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

dengan :

P_{xy} = premi tahunan pada asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

A_{xy} = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun

$\ddot{a}_{xy}$ = nilai tunai anuitas gabungan awal untuk dua orang berusia x dan y tahun

R = santunan

Persamaan (3.34) merupakan persamaan premi tahunan pada asuransi *joint life* dengan masa perlindungan dan lama pembayaran premi seumur hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun dan santunan sebesar R .

2. Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Berjangka

Premi tahunan suatu asuransi *joint life* berjangka waktu n tahun untuk dua orang berusia x dan y dengan santunan sebesar R rupiah adalah

$$P_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{}} = \frac{A_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} &= R \frac{\frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n}}{D_{xy}}}{\frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}}} \\ &= R \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n}}{N_{xy} - N_{x+n,y+n}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

dengan :

$P_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{}}$ = premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$A_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{}}$ = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ = nilai tunai anuitas gabungan awal berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

R = santunan

Persamaan (3.36) merupakan persamaan premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka dengan masa perlindungan dan lama pembayaran premi selama n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun dan santunan sebesar R .

3. Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna

Premi tahunan suatu asuransi *joint life* dwiguna dengan jangka waktu perlindungan selama n tahun untuk dua orang berusia x dan y dengan besar santunan dan endowmen sama, sebesar R rupiah adalah

$$P_{xy:\overline{n}|} = \frac{A_{xy:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} &= R \frac{\frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{D_{xy}}}{\frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}}} \end{aligned}$$

$$= R \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{N_{xy} - N_{x+n,y+n}} \quad (3.38)$$

Jika besar santunan dan endowmen berbeda, maka :

$$P_{xy:\overline{n}|} = \frac{R_1(M_{xy} - M_{x+n,y+n}) + R_2(D_{x+n,y+n})}{N_{xy} - N_{x+n,y+n}} \quad (3.39)$$

dengan :

$P_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{}}$ = premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$A_{xy:\overline{n}|}^1$ = premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ = nilai tunai anuitas gabungan awal berjangka n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun

R_1 = santunan

R_2 = endowmen

Persamaan (3.38) merupakan persamaan premi tahunan pada asuransi *joint life* dwiguna dengan masa perlindungan dan lama pembayaran premi selama n tahun untuk dua orang berusia x dan y tahun dan santunan maupun endowmen sama yaitu sebesar R . Sedangkan persamaan (3.39) digunakan jika besar santunan dan endowmen berbeda.

Selanjutnya akan diberikan beberapa contoh kasus penerapan asuransi *joint life* untuk mempermudah pemahaman formula.

E. CONTOH KASUS PENERAPAN

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* diterapkan dalam contoh kasus sebagai berikut.

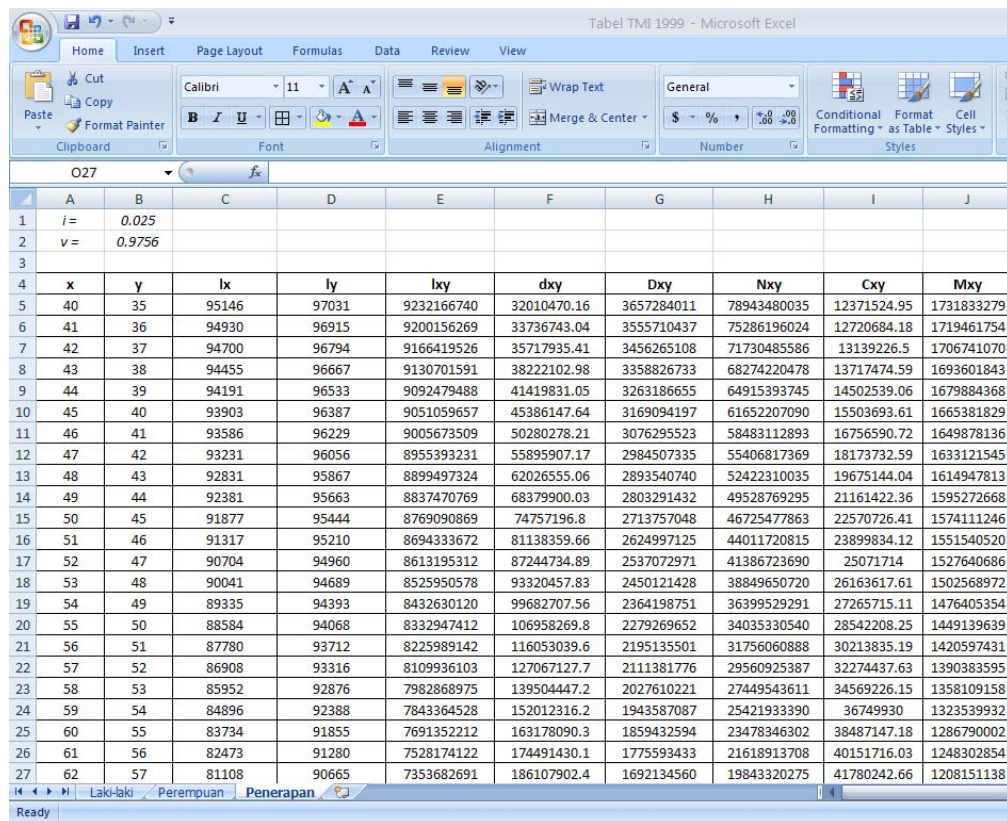
1. Pak Jono, seorang pegawai swasta yang berusia 40 tahun hendak membeli polis asuransi *joint life* bersama istrinya yang berusia 35 tahun. Premi akan dibayarkan setahun sekali setiap awal tahun selama 10 tahun

dengan jangka waktu perlindungan 15 tahun. Jika besar santunan yang akan diterima ahli waris ketika Pak Jono atau istrinya meninggal dunia adalah Rp 10.000.000,00, maka premi bersih tahunan yang harus dibayarkan setiap awal tahun dengan menggunakan TMI '99 dan suku bunga $i=2,5\%$ dapat dihitung dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Berdasarkan data pada kasus tersebut, maka jenis asuransi yang dipilih Pak Jono adalah asuransi *joint life* berjangka 15 tahun.

a. Membuat tabel mortalitas gabungan

Berdasarkan data yang telah diketahui, maka dapat dibuat tabel mortalitas dengan menggunakan *Microsoft Excel* sebagai berikut:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	$i =$	0.025								
2	$v =$	0.9756								
3										
4	x	y	lx	ly	lxy	dxy	Dxy	Nxy	Cxy	Mxy
5	40	35	95146	97031	9232166740	32010470.16	3657284011	78943480035	12371524.95	1731833279
6	41	36	94930	96915	9200156269	33736743.04	3555710437	75286196024	12720684.18	1719461754
7	42	37	94700	96794	9166419526	35717935.41	3456265108	71730485586	13139226.5	1706741070
8	43	38	94455	96667	9130701591	38222102.98	3358826733	68274220478	13717474.59	1693601843
9	44	39	94191	96533	9092479488	41419831.05	3263186655	64915393745	14502539.06	1679884368
10	45	40	93903	96387	9051059657	45386147.64	3169094197	61652207090	15503693.61	1665381829
11	46	41	93586	96229	9005673509	50280278.21	3076295523	58483112893	16756590.72	1649878136
12	47	42	93231	96056	8955393231	55895907.17	2984507335	55406817369	18173732.59	1633121545
13	48	43	92831	95867	8899497324	62026555.06	2893540740	52422310035	19675144.04	1614947813
14	49	44	92381	95663	8837470769	68379900.03	2803291432	49528769295	21161422.36	1595272668
15	50	45	91877	95444	8769090869	74757196.8	2713757048	46725477863	22570726.41	1574111246
16	51	46	91317	95210	8694333672	81138359.66	2624997125	44011720815	23899834.12	1551540520
17	52	47	90704	94960	8613195312	87244734.89	2537072971	41386723690	25071714	1527640686
18	53	48	90041	94689	8525950578	93320457.83	2450121428	38849650720	26163617.61	1502568972
19	54	49	89335	94393	8432630120	99682707.56	2364198751	36399529291	27265715.11	1476405354
20	55	50	88584	94068	8332947412	106958269.8	2279269652	34035330540	28542208.25	1449139639
21	56	51	87780	93712	8225989142	116053039.6	2195135501	31756060888	30213835.19	1420597431
22	57	52	86908	93316	8109936103	127067127.7	2111381776	29560925387	32274437.63	1390383595
23	58	53	85952	92876	7982868975	139504447.2	2027610221	27449543611	34569226.15	1358109158
24	59	54	84896	92388	7843364528	152012316.2	1943587087	25421933390	36749930	1323539932
25	60	55	83734	91855	7691352212	163178090.3	1859432594	23478346302	38487147.18	1286790002
26	61	56	82473	91280	7528174122	174491430.1	1775593433	21618913708	40151716.03	1248302854
27	62	57	81108	90665	7353682691	186107902.4	1692134560	19843320275	41780242.66	1208151138

b. Perhitungan nilai tunai anuitas gabungan awal berjangka 10 tahun untuk dua orang berusia 40 dan 35 tahun, yaitu dapat menggunakan persamaan (3.23) sehingga

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{40,35:\overline{10}|} &= 10^7 \frac{N_{40:35} - N_{40+10:35+10}}{D_{40:35}} \\
&= 10^7 \frac{78943471302 - 46725477936}{3657279899} \\
&= 88092774,57
\end{aligned}$$

Jadi, nilai tunai anuitas gabungan awalnya adalah Rp 88.092.774,57

- c. Perhitungan premi tunggal asuransi *joint life* untuk dua orang berusia 40 dan 35 tahun dengan jangka waktu perlindungan 15 tahun dengan menggunakan persamaan (3.29) sehingga

$$\begin{aligned}
A_{40,35:\overline{15}|}^1 &= 10^7 \frac{M_{40:35} - M_{40+15:35+15}}{D_{40:35}} \\
&= 10^7 \frac{1731829380 - 1449139637}{3657279899} \\
&= 772950,8017
\end{aligned}$$

Jadi, premi tunggalnya adalah Rp 772.950,80

- d. Perhitungan premi bersih yang dibayarkan tertanggung setiap awal tahun pada asuransi *joint life* untuk dua orang berusia 40 dan 35 tahun dengan jangka waktu pembayaran premi 10 tahun dan jangka waktu perlindungan 15 tahun dengan menggunakan persamaan umum perhitungan premi (2.48)

$$P_{40,35:\overline{10}|}^1 \cdot \ddot{a}_{40,35:\overline{10}|} = R \cdot A_{40,35:\overline{15}|}^1$$

Jika santunan (R) yang akan diterima sebesar Rp 10.000.000,00, maka

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow P_{40,35:\overline{10}|}^1 &= 10^7 \frac{A_{40,35:\overline{15}|}^1}{\ddot{a}_{40,35:\overline{10}|}} \\
&= 10^7 \left(\frac{772950,8017}{88092774,57} \right)
\end{aligned}$$

$$= 87742,81494$$

Jadi, besarnya premi bersih yang harus dibayarkan tertanggung setiap awal tahun adalah Rp 87.742,81.

2. Jika pada kasus 1, Pak Jono dan istrinya hanya mampu membayarkan premi bersih sebesar Rp 50.000,00 maka santunan yang akan diterimanya dapat dihitung sebagai berikut

Dengan menggunakan persamaan (3.35)

$$\begin{aligned}
 P_{40,35:\overline{10}|} &= \frac{A_{40,35:\overline{15}|}^1}{\ddot{a}_{40,35:\overline{10}|}} \\
 &= R \frac{\frac{M_{40:35} - M_{40+15:35+15}}{D_{40:35}}}{\frac{N_{40:35} - N_{40+10:35+10}}{D_{40:35}}} \\
 \Leftrightarrow R &= P_{40,35:\overline{10}|} \frac{N_{40:35} - N_{50:45}}{M_{40:35} - M_{55:50}} \\
 &= 5 \times 10^4 \frac{78943471302 - 46725477936}{1731829380 - 1449139637} \\
 &= 5 \times 10^4 \frac{3,22 \times 10^{10}}{282689743} = 5695289,765
 \end{aligned}$$

Jadi santunan yang akan diterima oleh ahli waris ketika Pak Jono atau istrinya meninggal dunia adalah Rp 5.695.289,765

3. (Diambil dari polis PT Asuransi Jiwasraya)

Ibu Siti merupakan seorang ibu yang memiliki tiga orang anak. Beliau mengadakan perjanjian asuransi dengan PT Asuransi Jiwasraya Magelang atas jiwanya dan seorang anaknya yang bernama Herlina. PT Asuransi

Jiwasraya menyediakan sebuah produk asuransi *joint life* yang disebut JS Prestasi, yaitu suatu produk asuransi jiwa yang memberikan santunan beasiswa bagi si anak jika orang tuanya meninggal dunia, atau memberikan uang santunan kepada ahli waris ketika si anak meninggal dunia. Saat melakukan perjanjian, Bu Siti berusia 42 tahun, sedangkan anaknya yang dibeasiswakan berusia 4 tahun. Besar uang asuransi yang akan diterima jika salah seorang diantara ibu dan anak tersebut meninggal sebesar Rp5.000.000,00, dan lama pembayaran preminya adalah 9 tahun. Jika tabel mortalitas yang digunakan adalah TMI '99 dengan tingkat bunga 5%, maka besarnya premi bersih yang dibayarkan setiap awal tahun dapat dihitung dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Membuat tabel mortalitas gabungan

Berdasarkan data yang telah diketahui, maka dapat dibuat tabel mortalitas dengan menggunakan *Microsoft Excel*

- b. Perhitungan nilai tunai anuitas gabungan awal berjangka 9 tahun untuk dua orang berusia 42 dan 4 tahun dapat dicari dengan menggunakan persamaan (3.23), sehingga

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{42:4:\overline{9}|} &= 5 \times 10^6 \frac{N_{42:4} - N_{42+9:4+9}}{D_{42:4}} \\ &= 5 \times 10^6 \times \frac{52136762642 - 29151711048}{3113453762} \\ &= 36912466,59\end{aligned}$$

Jadi, nilai tunai anuitas gabungan awalnya adalah Rp 36.912.466,59

- c. Perhitungan premi tunggal asuransi *joint life* seumur hidup untuk dua orang berusia 42 dan 4 tahun dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan (3.28) sehingga

$$\begin{aligned} A_{42:4} &= 5 \times 10^6 \frac{M_{42:4}}{D_{42:4}} \\ &= 5 \times 10^6 \times \frac{630750778,7}{3113453762} \\ &= 1012943,867 \end{aligned}$$

Jadi, premi tunggalnya adalah Rp 1.012.943,867

- d. Perhitungan premi bersih yang dibayarkan setiap awal tahun pada asuransi *joint life* untuk dua orang berusia 42 dan 4 tahun dengan jangka waktu pembayaran premi 9 tahun dan jangka waktu perlindungan seumur hidup dapat dilakukan dengan menurunkan persamaan umum perhitungan premi (2.48)

$$P_{42,4:\overline{9}|} \cdot \ddot{a}_{42,4:\overline{9}|} = RA_{42:4}$$

Jika santunan (R) yang akan diterima sebesar Rp 5.000.000,00, maka

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow P_{42,4:\overline{9}|} &= 5 \times 10^6 \frac{A_{42:4}}{\ddot{a}_{42,4:\overline{9}|}} \\ &= 5 \times 10^6 \left(\frac{1012943,867}{36912466,59} \right) \\ &= 137208,9108 \end{aligned}$$

Jadi, besarnya premi bersih yang harus dibayarkan tertanggung setiap awal tahun adalah Rp 137.208,91.

BAB IV

PENUTUP

A. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari skripsi ini adalah :

Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* dengan dua orang tertanggung dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Pembuatan tabel mortalitas gabungan

Tabel mortalitas gabungan untuk dua orang tertanggung terdiri dari lajur-lajur yang berisi usia orang pertama (x), usia orang kedua (y), banyaknya pemegang polis yang berusia x tahun (l_x), banyaknya pemegang polis yang berusia y tahun (l_y), fungsi hidup gabungan (l_{xy}), banyaknya pemegang polis yang meninggal pada rentan usia x dan y sampai dengan usia $x+1$ dan $y+1$ tahun, peluang meninggal keduanya (q_{xy}), peluang hidup keduanya (p_{xy}), serta beberapa simbol komutasi seperti D_{xy} , N_{xy} , C_{xy} , dan M_{xy} .

2. Perhitungan nilai tunai anuitas hidup awal/akhir

Nilai tunai anuitas hidup untuk dua orang berusia x dan y tahun, dengan pembayaran premi sebesar P rupiah

- Nilai tunai anuitas hidup awal seumur hidup :

$$\ddot{a}_{xy} = P \left(\frac{N_{xy}}{D_{xy}} \right)$$

- Nilai tunai anuitas hidup akhir seumur hidup :

$$a_{xy} = P \left(\frac{N_{x+1:y+1}}{D_{xy}} \right)$$

- Nilai tunai anuitas hidup awal sementara k tahun:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{k}|} = P \left(\frac{N_{xy} - N_{x+k:y+k}}{D_{xy}} \right)$$

- Nilai tunai anuitas hidup akhir sementara k tahun:

$$a_{xy:\overline{k}|} = P \left(\frac{N_{x+1:y+1} - N_{x+k+1:y+k+1}}{D_{xy}} \right)$$

3. Perhitungan premi tunggal anuitas hidup awal untuk dua orang

Premi tunggal anuitas hidup awal untuk dua orang berusia x dan y tahun, dengan pembayaran santunan sebesar R

- Premi tunggal endowment murni :

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = R \frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

- Premi tunggal asuransi *joint life* seumur hidup :

$$A_{xy} = R \frac{M_{xy}}{D_{xy}}$$

- Premi tunggal asuransi *joint life* berjangka n tahun :

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

- Premi tunggal asuransi *joint life* dengan selang waktu n tahun :

$$A_{xy:\overline{n}|} = R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

4. Perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life*, yaitu dengan memanfaatkan persamaan dasar perhitungan premi:

$$\text{Nilaitunaipremi} = \text{Nilaitunaisantunan}$$

maka diperoleh rumus premi tahunan asuransi *joint life* untuk dua orang tertanggung berusia x dan y tahun dengan santunan sebesar R pada berbagai jenis asuransi sebagai berikut:

- Premi tahunan pada asuransi *joint life* seumur hidup :

$$P_{xy} = R \frac{M_{xy}}{N_{xy}}$$

- Premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka, dengan jangka waktu pembayaran premi selama k tahun dan jangka waktu perlindungan asuransi n tahun :

$$P_{xy:\overline{k}|} = R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+k:y+k}}$$

- Premi tahunan pada asuransi *joint life* dwiguna, dengan jangka waktu pembayaran premi selama k tahun dan jangka waktu perlindungan asuransi n tahun :

$$P_{xy:\overline{k}|} = R \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+k:y+k}}$$

B. SARAN

Berdasarkan kesimpulan yang telah diambil, penulis memberikan saran kepada pembaca, agar selalu memperhatikan usia kedua tertanggung ketika membuat tabel mortalitas. Hal ini dikarenakan pada satu kasus dengan kasus yang lain yang menerapkan perhitungan premi pada asuransi

joint life, dengan usia tertanggung yang berbeda, maka tabel mortalitas yang digunakan juga akan berbeda.

Selain itu, karena keterbatasan penulis maka perhitungan yang dilakukan pada skripsi ini hanya menggunakan perhitungan manual dengan bantuan program *Microsoft Excel*. Penulis menyarankan kepada pembaca untuk dapat membuat program dengan metode numerik guna mempermudah dan mempercepat proses perhitungan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bain, Lee J. dan Max Engelhardt.(1991). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. California: Duxbury Press.
- Bowers, Newton L. et al. (1997).*Actuarial Mathematics*.The Society of Actuaries.
- Catarya, Indra. (2008). *Asuransi II*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Frostiq, Estherdan B. Levikson. (2003). *The Impact of Statistical Dependence on Multiple Life Insurance Programs*. Departement of Statistics, University of Haifa.
- Futami, Takashi. (1992). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. (terjemahan Gatot Herliyanto). Jakarta : Rekaprint Utama.
- _____. (1994). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. (terjemahan Gatot Herliyanto). Jakarta : Rekaprint Utama.
- Jordan, Chester Wallace.(1991). *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies*.Massachusetts: The Society of Actuaries.
- Larson, R.E. dan E.A.Gaumnitz.(1962).*Life Insurance Mathematics*. New York: John Wiley and Sons Inc.
- Prihantoro, M. Wahyu. (2000). *Aneka Produk Asuransi dan Karakteristiknya*. Yogyakarta : Kanisius.
- Sembiring, R.K. (1986). *Buku Materi Pokok Asuransi I*. Jakarta: Karunika, Universitas Terbuka.
- Undang-Undang Republik Indonesia Tahun 1992 tentang Usaha Perasuransian. (1992). Jakarta: Armas Duta Jaya.
- Varberg, Dale and Edwin J. Purcell. 2010. *Kalkulus*. Jilid 2. (terjemahan I Nyoman Susila, dkk.). Tangerang: Binarupa Aksara Publisher.
- Veeh, Jerry Alan. (2003). *Lecture Notes on Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries.

LAMPIRAN

Lampiran I

TABEL MORTALITAS INDONESIA (TMI) 1999

JENIS KELAMIN : LAKI-LAKI

i = 0.025
v = 0.9756

x	lx	dx	qx	1000qx	px	Dx	Nx	Cx	Mx
0	100000	321	0.00321	3.21	0.99679	100,000.0000	3,346,615.3326	313.17073171	18465.14267584
1	99679	82	0.0008226	0.8226407	0.9991774	97,247.8049	3,246,615.3326	78.04878049	18151.97194413
2	99597	75	0.000753	0.7530347	0.999247	94,797.8584	3,149,367.5277	69.64495582	18073.92316364
3	99522	75	0.0007536	0.7536022	0.9992464	92,416.0706	3,054,569.6693	67.94629836	18004.27820783
4	99447	73	0.0007341	0.7340593	0.9992659	90,094.0738	2,952,153.5987	64.52136300	17936.33190947
5	99374	68	0.0006843	0.6842836	0.9993157	87,832.1360	2,872,039.5250	58.63618689	17871.81054647
6	99305	66	0.0006646	0.6646124	0.9993354	85,631.2526	2,784,227.3890	55.52350552	17813.17433958
7	99240	61	0.0006147	0.6146715	0.9993853	83,487.1619	2,698,596.1364	50.06554082	17757.65085407
8	99179	58	0.0005848	0.5848012	0.9994152	81,400.8241	2,615,108.9745	46.44224498	17707.58531325
9	99121	56	0.000565	0.5649661	0.999435	79,368.9959	2,533,708.1503	43.74711050	17661.14306827
10	99065	56	0.0005653	0.5652854	0.9994347	77,389.4197	2,454,339.1544	42.68010780	17617.39595777
11	99009	58	0.0005858	0.5858053	0.9994142	75,459.1927	2,376,949.7347	43.12624133	17574.1584997
12	98951	65	0.0006569	0.6568908	0.9993431	73,575.5984	2,301,490.5420	47.15232442	17531.58960864
13	98885	75	0.0007584	0.7584451	0.9992416	71,733.9193	2,227,914.9436	53.0753968	17484.43728422
14	98811	87	0.0008805	0.8804668	0.9991195	69,931.2319	2,156,181.0243	60.07050344	17431.35774454
15	98724	100	0.0010129	1.0129249	0.9989871	68,165.5216	2,086,249.7924	67.36249335	17371.28724109
16	98624	115	0.001166	1.1660448	0.9988334	66,435.5854	2,018,084.2708	75.57743156	17303.92474774
17	98509	126	0.0012791	1.2790709	0.9987209	64,739.6279	1,951,648.6853	80.78690458	17228.34731618

x	lx	dx	qx	1000qx	px	Dx	Nx	Cx	Mx
18	98383	135	0.0013722	1.3721883	0.9986278	63,079.8257	1,886,909.0574	84.44624172	17147.56041160
19	98248	140	0.001425	1.4249654	0.998575	61,456.8471	1,823,829.2318	85.43793200	17063.11416988
20	98108	143	0.0014576	1.4575774	0.9985424	59,872.4617	1,762,372.3847	85.14023886	16977.67623788
21	97965	144	0.0014699	1.4699127	0.9985301	58,327.0175	1,702,499.9230	83.64451233	16892.53599903
22	97821	142	0.0014516	1.451631	0.9985484	56,820.7628	1,644,172.9056	80.47100780	16808.89148669
23	97679	140	0.0014333	1.4332661	0.9985667	55,354.4195	1,587,352.1428	77.40254959	16728.42047889
24	97539	135	0.0013841	1.3840618	0.9986159	53,926.9092	1,531,997.7233	72.81772958	16651.01792930
25	97404	134	0.0013757	1.3757135	0.9986243	52,538.8010	1,478,070.8141	70.51545267	16578.20019973
26	97270	132	0.001357	1.3570474	0.998643	51,186.8514	1,425,532.0131	67.76876412	16507.68474706
27	97138	131	0.0013486	1.3485968	0.9986514	49,870.6228	1,374,345.1618	65.61498965	16439.91598293
28	97007	132	0.0013607	1.3607265	0.9986393	48,588.6512	1,324,474.5390	64.50328530	16374.30099328
29	96875	133	0.0013729	1.3729032	0.9986271	47,339.0588	1,275,885.8878	63.40677713	16309.79770798
30	96742	133	0.0013748	1.3747907	0.9986252	46,121.0408	1,228,546.8290	61.86027037	16246.39093085
31	96609	134	0.001387	1.3870343	0.998613	44,934.2771	1,182,425.7881	60.80525384	16184.53066048
32	96475	137	0.0014201	1.420057	0.9985799	43,777.5139	1,137,491.5110	60.65030780	16123.72540664
33	96338	141	0.0014636	1.4635969	0.9985364	42,649.1194	1,093,713.9971	60.89865337	16063.07509884
34	96197	150	0.0015593	1.5593002	0.9984407	41,547.9983	1,051,064.8777	63.20565996	16002.17644547
35	96047	157	0.0016346	1.6346164	0.9983654	40,471.4268	1,009,516.8794	64.54171456	15938.97078551
36	95890	168	0.001752	1.7520075	0.998248	39,419.7771	969,045.4526	67.37926392	15874.42907096
37	95722	180	0.0018804	1.8804455	0.9981196	38,390.9399	929,625.6755	70.43128632	15807.04980704
38	95542	192	0.0020096	2.0095874	0.9979904	37,384.1442	891,234.7356	73.29434674	15736.61852072
39	95350	204	0.0021395	2.1394861	0.9978605	36,399.0415	853,850.5914	75.97584723	15663.32417397
40	95146	216	0.0022702	2.2701953	0.9977298	35,435.2841	817,451.5499	78.48294119	15587.34832674
41	94930	230	0.0024228	2.4228379	0.9975772	34,492.5260	782,016.2658	81.53151072	15508.86538555
42	94700	245	0.0025871	2.5871172	0.9974129	33,569.7133	747,523.7399	84.73052015	15427.33387483
43	94455	264	0.002795	2.7949817	0.997205	32,666.2093	713,954.0265	89.07459361	15342.60335467

x	lx	dx	qx	1000qx	px	Dx	Nx	Cx	Mx
44	94191	288	0.0030576	3.057617	0.9969424	31,780.3979	681,287.8172	94.80222823	15253.52876106
45	93903	317	0.0033758	3.375824	0.9966242	30,910.4640	649,507.4193	101.80320579	15158.72653283
46	93586	355	0.0037933	3.7933024	0.9962067	30,054.7471	618,596.9553	111.22609235	15056.92332703
47	93231	400	0.0042904	4.2904184	0.9957096	29,210.4784	588,542.2082	122.26846291	14945.65723468
48	92831	450	0.0048475	4.8475186	0.9951525	28,375.7592	559,331.7299	134.19709343	14823.42877178
49	92381	504	0.0054557	5.4556673	0.9945443	27,549.4704	530,955.9707	146.63487283	14689.23167834
50	91877	560	0.0060951	6.0951054	0.9939049	26,730.8972	503,406.5003	158.95379168	14542.55680552
51	91317	613	0.0067129	6.7128753	0.9932371	25,919.9703	476,675.6030	169.75378798	14383.64301384
52	90704	663	0.0073095	7.3094902	0.9926905	25,118.0222	450,755.6327	179.12188983	14213.88927586
53	90041	706	0.0078409	7.8408725	0.9921591	24,326.2656	425,637.6105	186.08697233	14034.76733602
54	89335	751	0.0084066	8.4065556	0.9915934	23,546.8551	401,311.3449	193.12003900	13848.68036369
55	88584	804	0.0090761	9.0761311	0.9909239	22,779.4215	377,764.4899	201.70635751	13655.56032469
56	87780	872	0.0099339	9.9339257	0.9900561	22,022.1195	354,985.0684	213.43034068	13453.85396718
57	86908	956	0.0110001	11.000138	0.9889999	21,271.5643	332,962.9489	228.28306745	13240.42362650
58	85952	1056	0.0122859	12.285927	0.9877141	20,524.4626	311,691.3846	246.01175551	13012.14055905
59	84896	1162	0.0136873	13.687335	0.9863127	19,777.8542	291,166.9221	264.10352911	12766.12880353
60	83734	1261	0.0150596	15.059593	0.9849404	19,031.3639	271,389.0679	279.61424811	12502.02527442
61	82473	1365	0.0165509	16.550871	0.9834491	18,287.5701	252,357.7039	295.29289466	12222.41102632
62	81108	1475	0.0181856	18.185629	0.9818144	17,546.2389	234,070.1339	311.30672357	11927.11813166
63	79633	1592	0.0199917	19.991712	0.9800083	16,806.9751	216,523.8950	327.80507907	11615.81140809
64	78041	1714	0.0219628	21.962814	0.9780372	16,069.2438	199,716.9198	344.31787323	11288.00632902
65	76327	1844	0.0241592	24.15921	0.9758408	15,332.9932	183,647.6760	361.39804664	10943.68845579
66	74483	1976	0.0265295	26.529544	0.9734705	14,597.6197	168,314.6828	377.82262322	10582.25040915
67	72507	2113	0.029142	29.142014	0.970858	13,863.7576	153,717.0631	394.16372216	10204.46778593
68	70394	2255	0.032034	32.03393	0.967566	13,131.4534	139,853.3056	410.39289577	9810.30406377
69	68139	2397	0.0351781	35.178052	0.9648219	12,400.7812	126,721.8522	425.59592068	9399.91116800

x	lx	dx	qx	1000qx	px	Dx	Nx	Cx	Mx
70	65742	2540	0.0386359	38.63588	0.9613641	11,672.7272	114,321.0710	439.98642145	8974.31524732
71	63202	2681	0.0424195	42.419544	0.9575805	10,948.0401	102,643.3438	453.08377027	8534.32882587
72	60521	2818	0.0465624	46.56235	0.9534376	10,227.9309	91,700.3037	464.62097857	8081.24505560
73	57703	2950	0.0511239	51.123858	0.9488761	9,513.8482	81,472.3728	474.52159005	7616.62407703
74	54753	3071	0.0560883	56.088251	0.9439117	8,807.2816	71,958.5246	481.93660291	7142.10248698
75	51682	3181	0.0615495	61.549476	0.9384505	8,110.5332	63,151.2430	487.02347971	6660.16588407
76	48501	3273	0.0674831	67.483145	0.9325169	7,425.6919	55,040.7098	488.88686610	6173.14240436
77	45228	3347	0.0740028	74.00283	0.9259972	6,755.6906	47,615.0179	487.74655633	5684.25553826
78	41881	3397	0.0811108	81.110766	0.9188892	6,103.1711	40,859.3274	482.95890804	5196.50898192
79	38484	3420	0.0888681	88.868101	0.9111319	5,471.3543	34,756.1563	474.36962758	4713.55007388
80	35064	3413	0.0973363	97.336299	0.9026637	4,863.5370	29,284.8020	461.85238595	4239.18044630
81	31651	3372	0.1065369	106.53692	0.8934631	4,283.0618	24,421.2650	445.17483236	3777.32806035
82	28279	3297	0.1165883	116.58828	0.8834117	3,733.4220	20,138.2032	424.65683600	3332.15322800
83	24982	3185	0.1274918	127.49179	0.8725082	3,217.7061	16,404.7812	400.22548886	2907.49639199
84	21797	3037	0.1393311	139.3311	0.8606689	2,739.0000	13,187.0750	372.31988656	2507.27090314
85	18760	2855	0.1521855	152.1855	0.8478145	2,299.8752	10,448.0750	341.47089189	2134.95101658
86	15905	2642	0.1661113	166.11129	0.8338887	1,902.3098	8,148.1998	308.28793178	1793.48012469
87	13263	2403	0.1811807	181.18073	0.8188193	1,547.6241	6,245.8900	273.56064329	1485.19219291
88	10860	2143	0.1973297	197.32965	0.8026703	1,236.3165	4,698.2659	238.01161498	1211.63154962
89	8717	1873	0.2148675	214.8675	0.7851325	968.1508	3,461.9494	202.95039089	973.61993464
90	6344	1600	0.2337814	233.78141	0.7662186	741.5870	2,493.7986	169.14074221	770.66954375
91	5244	1331	0.2538139	253.81388	0.7461861	554.3588	1,752.2115	137.27215115	601.52880154
92	3913	1078	0.2754919	275.49195	0.7245081	403.5657	1,197.8528	108.46741232	464.25665039
93	2335	846	0.2984127	298.4127	0.7015873	285.2552	794.2871	83.04753661	355.78923807
94	1389	643	0.323278	323.27803	0.676722	195.2502	509.0319	61.58057797	272.74165146
95	1346	470	0.3491828	349.18276	0.6508172	128.9074	313.7817	43.91438250	211.16107349

x	lx	dx	qx	1000qx	px	Dx	Nx	Cx	Mx
96	876	329	0.3755708	375.57078	0.6244292	81.8489	184.8743	29.99031000	167.24665095
97	547	222	0.4058501	405.85009	0.5941499	49.8623	103.0254	19.74304639	137.25638095
98	325	141	0.4338462	433.84615	0.5661538	28.9031	53.1630	12.23366092	117.51333460
99	184	86	0.4673913	467.3913	0.5326087	15.9645	24.2599	7.27967368	105.27967368
100	98	98	1	1000	0	8.2954	8.2954	98.00000000	98.00000000

Sumber: Persatuan Aktuaries Indonesia, 1999

TABEL MORTALITAS INDONESIA (TMI) 1999

JENIS KELAMIN : PEREMPUAN

$i = 0.025$
 $v = 0.9756$

y	ly	dy	qx	1000qx	py	Dy	Ny	Cy	My
0	100000	240	0.0024	2.4	0.9976	100,000.0000	3,424,678.3593	234.14634146	16612.52652006
1	99760	72	0.0007217	0.7217322	0.9992783	97,326.8293	3,324,678.3593	68.53063653	16378.38017860
2	99688	67	0.0006721	0.6720969	0.9993279	94,884.4735	3,227,351.5300	62.21616053	16309.84954207
3	99621	64	0.0006424	0.6424348	0.9993576	92,508.0019	3,132,467.0565	57.98084127	16247.63338154
4	99557	64	0.0006428	0.6428478	0.9993572	90,193.7283	3,039,959.0546	56.56667441	16189.65254027
5	99493	63	0.0006332	0.6332104	0.9993668	87,937.3146	2,949,765.3262	54.32470256	16133.08586587
6	99430	60	0.0006034	0.6034396	0.9993966	85,738.1774	2,861,828.0116	50.47591411	16078.76116331
7	99370	60	0.0006038	0.603804	0.9993962	83,596.5264	2,776,089.8342	49.24479425	16028.28524921
8	99310	58	0.000584	0.5840298	0.999416	81,508.3419	2,692,493.3078	46.44224498	15979.04045496
9	99252	56	0.0005642	0.5642204	0.9994358	79,473.8914	2,610,984.9658	43.74711050	15932.59820998
10	99196	56	0.0005645	0.5645389	0.9994355	77,491.7567	2,531,511.0745	42.68010780	15888.85109948
11	99140	56	0.0005649	0.5648578	0.9994351	75,559.0337	2,454,019.3178	41.63912956	15846.17099168
12	99084	60	0.0006055	0.6055468	0.9993945	73,674.4913	2,378,460.2841	43.52522254	15804.53186211
13	99024	61	0.000616	0.6160123	0.999384	71,834.0273	2,304,785.7928	43.17135894	15761.00663958
14	98963	65	0.0006568	0.6568111	0.9993432	70,038.8065	2,232,951.7655	44.88026119	15717.83528063
15	98898	70	0.0007078	0.7078	0.9992922	68,285.6626	2,162,912.9591	47.15374535	15672.95501944
16	98828	74	0.0007488	0.7487757	0.9992512	66,573.0049	2,094,627.2964	48.63243422	15625.80127409
17	98754	78	0.0007898	0.7898414	0.9992102	64,900.6407	2,028,054.2915	50.01094093	15577.16883987
18	98676	80	0.0008107	0.8107341	0.9991893	63,267.6873	1,963,153.6508	50.04221731	15527.15789894

Y	Iy	dy	qy	1000qy	py	Dy	Ny	Cy	My
19	98596	84	0.000852	0.8519615	0.999148	61,674.5307	1,899,885.9636	51.26275920	15477.11568163
20	98512	85	0.0008628	0.852839	0.9991372	60,119.0111	1,838,211.4328	50.60783429	15425.85292243
21	98427	88	0.0008941	0.8540636	0.9991059	58,602.0859	1,778,092.4217	51.11609037	15375.24508814
22	98339	88	0.0008949	0.8548637	0.9991051	57,121.6507	1,719,490.3358	49.869335635	15324.12899727
23	98251	91	0.0009262	0.9261992	0.9990738	55,678.5703	1,662,368.6851	50.31165723	15274.25964032
24	98160	94	0.0009576	0.9576202	0.9990424	54,270.2448	1,606,690.1147	50.70271541	15223.94798309
25	98066	98	0.0009993	0.999327	0.9990007	52,895.8775	1,552,419.8700	51.57100270	15173.24526768
26	97968	100	0.0010207	1.0207415	0.9989793	51,554.1632	1,499,523.9924	51.33997232	15121.67426499
27	97868	102	0.0010422	1.0422201	0.9989578	50,245.4046	1,447,969.8292	51.08953393	15070.33429216
28	97766	101	0.0010331	1.033079	0.9989669	48,968.8174	1,397,724.4246	49.35478648	15019.24475824
29	97665	102	0.0010444	1.0443864	0.9989556	47,725.1012	1,348,755.6072	48.62775339	14969.88997175
30	97563	101	0.0010352	1.0352285	0.9989648	45,512.4466	1,301,030.5060	46.97659630	14921.26221786
31	97462	104	0.0010671	1.0670826	0.9989329	45,331.0201	1,254,518.0594	47.19213731	14874.28562157
32	97358	106	0.0010888	1.0887652	0.9989112	44,178.1933	1,209,187.0394	46.92651552	14827.09348426
33	97252	109	0.0011208	1.1207996	0.9988792	43,053.7499	1,165,008.8461	47.07768239	14780.16696874
34	97143	112	0.0011529	1.1529395	0.9988471	41,956.5807	1,121,955.0962	47.19355943	14733.08928635
35	97031	116	0.0011955	1.1954942	0.9988045	40,886.0559	1,079,998.5154	47.68687190	14685.89572691
36	96915	121	0.0012485	1.2485167	0.9987515	39,841.1482	1,039,112.4595	48.52911270	14638.20885501
37	96794	127	0.0013121	1.3120648	0.9986879	38,820.8838	999,271.3113	49.69318535	14589.67974231
38	96667	134	0.0013862	1.3862021	0.9986138	37,824.3398	960,450.4275	51.15334616	14539.98555696
39	96533	146	0.0015124	1.5124362	0.9984876	35,850.6415	922,626.0878	54.37487106	14488.83321079
40	96387	158	0.0016392	1.6392252	0.9983608	35,897.4705	885,775.4463	57.40881809	14434.45833973
41	96229	173	0.0017978	1.7977948	0.9982022	34,964.5136	849,877.9757	61.32587545	14377.04952164
42	96056	189	0.0019676	1.9676022	0.9980324	34,050.3948	814,913.4621	65.36354412	14315.72364618
43	95867	204	0.0021279	2.1279481	0.9978721	33,154.5338	780,863.0673	68.83036779	14250.36010206
44	95663	219	0.0022893	2.2892863	0.9977107	32,277.0562	747,708.5335	72.08919439	14181.52973427
45	95444	234	0.0024517	2.4516994	0.9975483	31,417.7218	715,431.4773	75.14810775	14109.44053989

Y	Iy	dy	qy	1000qy	py	Dy	Ny	Cy	My
46	95210	250	0.0026258	2.6257746	0.9973742	30,576.2878	684,013.7555	78.32823405	14034.29243214
47	94960	271	0.0028538	2.8538332	0.9971462	29,752.1964	653,437.4678	82.83688362	13955.96419805
48	94689	296	0.003126	3.1260231	0.996874	28,943.6962	623,635.2713	88.27186590	13873.12731447
49	94393	325	0.0034431	3.4430519	0.9965569	28,149.4805	594,741.5751	94.55621760	13784.85544857
50	94068	356	0.0037845	3.7844963	0.9962155	27,368.3516	566,592.0946	101.04919614	13690.29923097
51	93712	396	0.0042257	4.2257128	0.9957743	26,599.7817	539,223.7430	109.66150088	13589.25003483
52	93316	440	0.0047152	4.7151614	0.9952848	25,841.3450	512,623.9613	118.87425570	13479.58853395
53	92876	488	0.0052543	5.2543176	0.9947457	25,092.1940	486,732.6163	128.62668909	13360.71427826
54	92388	533	0.0057691	5.7691475	0.9942309	24,351.5626	461,630.4223	137.06122608	13232.08758916
55	91855	575	0.0062599	6.2598661	0.9937401	23,620.5608	437,338.8597	144.25516862	13095.02636308
56	91280	615	0.0067375	6.737511	0.9932625	22,900.1944	413,718.2989	150.52213247	12950.77119446
57	90665	658	0.0072575	7.2574864	0.9927425	22,191.1260	390,818.1044	157.12370124	12800.24406195
58	90007	707	0.0078549	7.8549446	0.9921451	21,492.7553	368,626.9785	164.70673404	12643.12036075
59	89300	772	0.008645	8.6450168	0.991355	20,803.8350	347,134.2232	175.46292984	12478.41362671
60	88528	853	0.0096354	9.6353656	0.9903646	20,120.9615	326,330.3882	189.14429313	12302.95069687
61	87675	947	0.0108013	10.801255	0.9891987	19,441.0620	306,202.4267	204.86620604	12113.80640374
62	86728	1030	0.0118762	11.876211	0.9881238	18,762.0236	286,758.3647	217.38706799	11908.94019771
63	85698	1120	0.0130691	13.06915	0.9869309	18,087.0262	268,006.3411	230.61663854	11691.55312972
64	84578	1217	0.0143891	14.389085	0.9856109	17,415.2625	249,919.3150	244.47774313	11460.93649118
65	83361	1321	0.0158467	15.846739	0.9841533	16,746.0223	232,504.0524	258.89740760	11216.45874805
66	82040	1431	0.0174427	17.442711	0.9825573	16,078.6853	215,758.0301	273.61547259	10957.56134046
67	80609	1547	0.0191914	19.191405	0.9808086	15,412.9068	199,679.3448	288.58082262	10683.94586787
68	79062	1672	0.021148	21.14795	0.978852	14,748.4014	184,256.4380	304.29131784	10395.36504525
69	77390	1801	0.0232717	23.271741	0.9767283	14,084.3930	169,518.0366	319.77398963	10091.07372742
70	75589	1938	0.0256387	25.638651	0.9743613	13,421.0972	155,433.6436	335.70617511	9771.29973779
71	73651	2079	0.0282277	28.227723	0.9717723	12,758.0172	142,012.5463	351.34694457	9435.59356268
72	71572	2226	0.0311015	31.101548	0.9688985	12,095.5284	129,254.4991	367.01430032	9084.24661811

Y	Iy	dy	qy	1000qy	py	Dy	Ny	Cy	My
73	69346	2373	0.0342197	34.21971	0.9657803	11,433.5012	117,158.9707	381.70838413	8717.23231779
74	66973	2524	0.0376868	37.686829	0.9623132	10,772.9269	105,725.4695	396.09507839	8335.52393366
75	64449	2674	0.0414902	41.490171	0.9585098	10,114.0775	94,952.5426	409.39980659	7939.42885527
76	61775	2821	0.0456657	45.665722	0.9543343	9,457.9929	84,838.4651	421.37178407	7530.02904868
77	58954	2962	0.0502426	50.242562	0.9497574	8,805.9384	75,380.4722	431.64185834	7108.65726461
78	55992	3096	0.0552936	55.293613	0.9447064	8,159.5175	66,574.5338	440.16508075	6677.01540627
79	52896	3218	0.0608364	60.836358	0.9391636	7,520.3398	58,415.0163	446.35130455	6236.85032552
80	49678	3323	0.0668908	66.890777	0.9331092	6,890.5656	50,894.6764	449.67344814	5790.49902097
81	46355	3410	0.0735627	73.562722	0.9264373	6,272.8296	44,004.1108	450.19163059	5340.82557283
82	42945	3472	0.0808476	80.847596	0.9191524	5,669.6421	37,731.2812	447.19700777	4890.63394225
83	39473	3507	0.0888455	88.84554	0.9111545	5,084.1611	32,061.6391	440.68784597	4443.43693448
84	35966	3509	0.0975644	97.564366	0.9024356	4,519.4694	26,977.4780	430.18455118	4002.74908851
85	32457	3476	0.1070955	107.09554	0.8929045	3,979.0539	22,458.0086	415.74529604	3572.56453733
86	28981	3406	0.1175253	117.52528	0.8824747	3,466.2585	18,478.9548	397.43705361	3156.81924129
87	25575	3296	0.1288759	128.87586	0.8711241	2,984.2785	15,012.6963	375.22092397	2759.38218768
88	22279	3147	0.1412541	141.2541	0.8587459	2,536.2703	12,028.4178	349.52055639	2384.16126371
89	19132	2959	0.1546623	154.66235	0.8453377	2,124.8895	9,492.1475	320.62477663	2034.64070732
90	16173	2738	0.1692945	169.2945	0.8307055	1,752.4382	7,367.2580	289.44209511	1714.01593069
91	13435	2487	0.1851135	185.11351	0.8148865	1,420.2537	5,614.8198	256.49574749	1424.57383557
92	10948	2214	0.2022287	202.22872	0.7977713	1,129.1176	4,194.5661	222.77073365	1168.07808808
93	8734	1928	0.2207465	220.74651	0.7792535	878.8074	3,065.4485	189.26211227	945.30735444
94	6806	1637	0.2405231	240.52307	0.7594769	668.1110	2,186.6411	156.77668140	756.04524217
95	5169	1354	0.2619462	261.94622	0.7380538	495.0389	1,518.5302	126.51079554	599.26856077
96	3815	1087	0.2849279	284.92792	0.7150721	356.4540	1,023.4913	99.08652575	472.75776523
97	2728	844	0.3093842	309.38416	0.6906158	248.6735	667.0373	75.05914935	373.67123948
98	1884	632	0.3354565	335.45648	0.6645435	167.5491	418.3639	54.83456524	298.61209013
99	1252	454	0.3626198	362.61981	0.6373802	108.6280	250.8148	38.42990525	243.77752489

y	ly	dy	qy	1000qy	py	Dy	Ny	Cy	My
100	798	313	0.3922306	392.23058	0.6077694	67.5486	142.1868	25.84841591	205.34761964
101	485	205	0.4226804	422.68041	0.5773196	40.0527	74.6382	16.51655969	179.49920373
102	280	127	0.4535714	453.57143	0.5464286	22.5592	34.5855	9.98264405	162.98264405
103	153	153	1	1000	0	12.0263	12.0263	153.000000000	153.000000000

Sumber: Persatuan Aktuaris Indonesia, 1999

**PT ASURANSI JIWasRAYA (PERSERO)
BERKEDUDUKAN DI JAKARTA
(SELANJUTNYA DISEBUT PERUSAHAAN)**

NOMOR POLIS
PB-001655119

BERDASARKAN SURAT PERMINTAAN ASURANSI JIWA NOMOR PB/05/015, 17-MAY-10 DARI

NAMA : SITI SULISTYOWATI

ALAMAT : DSN. PERMITAN RT.06 RW.02
BONDOWOSO MERTOYUDAN MAGELANG
Telp.

(SELANJUTNYA DISEBUT PEMEGANG POLIS)

DENGAN INI PERUSAHAAN DAN PEMEGANG POLIS MENGADAKAN PERJANJIAN ASURANSI ATAS JIWA :

NAMA : SITI SULISTYOWATI

UMUR : 42 TAHUN

(SELANJUTNYA DISEBUT TERTANGGUNG)

MENURUT KETENTUAN-KETENTUAN SEBAGAI BERIKUT :

1. **MACAM POLIS** : POLIS RUPIAH TANPA INDEX
2. **MACAM ASURANSI** : JS PRESTASI
3. **UANG ASURANSI** : 5,000,000.00
4. **MASA ASURANSI** : 01-MAY-10 SAMPAI 01-MAY-24
5. **PREMI** :
 - a) BESARNYA : 2,017,440.00 DIBAYAR SECARA TAHUNAN SELAMA 5 TAHUN DAN 1,921,950.00 UNTUK 4 TAHUN BERIKUTNYA
 - b) LAMA PEMBAYARAN : 9 TAHUN

6. PENERIMA FAEDAH MENURUT URUTAN :

1. TERTANGGUNG, SITI SULISTYOWATI,
2. ANAK YG DIBEASISWAKAN TERTANGGUNG, HERLINA HERA PRADIAN,
3. ANAK TERTANGGUNG, HEKFIKY AJI P,
4. ANAK TERTANGGUNG, ZALSAFIRA RAHMADANI,

PERJANJIAN ASURANSI INI BERLAKU SESUAI DENGAN SYARAT-SYARAT UMUM POLIS ASURANSI JIWA PERORANGAN DAN KETENTUAN-KETENTUAN LAIN YANG TERCANTUM DALAM RUANG CATATAN DAN ATAU LAMPIRAN-LAMPIRAN POLIS YANG MENJADI BAGIAN MUTLAK YANG TIDAK DAPAT DIPISAHKAN DARI POLIS INI

JAKARTA,

**PT ASURANSI JIWasRAYA (PERSERO)
DIREKSI**

INDRA CATARYA SITUMEANG, M.Sc, FSAI
DIREKTUR

KETENTUAN-KETENTUAN KHUSUS

I. KETENTUAN PEMBAYARAN UANG ASURANSI DAN PREMI :

PEMBAYARAN SECARA BERTAHAP PADA :

- TGL 01/05/2013, SEBESAR Rp 1,157,625.00####
- TGL 01/05/2016, SEBESAR Rp 2,010,143.46####
- TGL 01/05/2019, SEBESAR Rp 3,878,320.54####

DISAMPING ITU DIJAMIN PULA PEMBAYARAN BEASISWA TIAP AKHIR BULAN MULAI

- 05/2019 SAMPAI 05/2024 SEBESAR 0.02 X UANG ASURANSI SEBESAR Rp 5,000,000.00#### X (1 + 5%) PANGKAT (MASA PEMBAYARAN PREMI) ATAU BEASISWA DIBAYAR SEKALIGUS PADA 01/05/2019 SEBESAR Rp 5,000,000.00#### X (1 + 5%) PANGKAT (MASA PEMBAYARAN PREMI) BAIK PADA SAAT ITU TER-TANGGUNG MASIH HIDUP ATAU TELAH MENINGGAL DUNIA.

JIKA TERTANGGUNG MENINGGAL DUNIA SEBELUM TGL 01/05/2019 DIBAYARKAN UANG ASURANSI SEBESAR Rp 5,000,000.00#### X (1 + 5%) PANGKAT (USIA POLIS). JIKA TERTANGGUNG MENINGGAL DUNIA SEKETIKA ATAU 90 X 24 JAM SEBAGAI AKIBAT KECELAKAAN SEBELUM TGL 01/05/2019 DIBAYARKAN UANG ASURANSI SEBESAR 200 % X Rp 5,000,000.00#### X (1 + 5%) PANGKAT (USIA POLIS). USIA POLIS DINYATAKAN DALAM TAHUN DENGAN PEMBULATAN KE BAWAH JIKA ANAK YANG DIBEASISWAKAN MENINGGAL DUNIA SEBELUM TGL 01/05/2019 DIBAYARKAN SELURUH PREMI STANDAR YANG TELAH DISETOR.

PREMI STANDAR ADALAH BESAR PREMI TANPA WAIVER PREMIUM, PERSONAL ACCIDENT DAN EXTRA PREMI. PREMI GRATIS PADA SETIAP JATUH TEMPO PEMBAYARAN TAHAPAN SELAMA 1 (SATU) TAHUN.

PREMI TERHUTANG SAMPAI TGL 01/05/2019 ATAU SAMPAI SAAT TERTANGGUNG ATAU ANAK YANG DIBEASISWAKAN MENINGGAL DUNIA SEBELUMNYA.

II. MENYIMPANG DARI SYARAT-SYARAT UMUM POLIS ASURANSI JIWA PERORANGAN MAKA:

1. PASAL 4 AYAT 4, MASA KELONGGARAN PEMBAYARAN PREMI INI ADALAH 3 (TIGA) BULAN KALENDER TERHITUNG MULAI JATUH WAKTU PEMBAYARAN DAN SELAMA MASA KELONGGARAN ITU JAMINAN ASURANSI TETAP BERLAKU. UNTUK PREMI YANG TERTUNGGAK PADA MASA KELONGGARAN INI, DIKENAKAN BUNGA YANG BESARNYA MENURUT KETENTUAN PERUSAHAAN.
2. PASAL 7 DAN 8, PELAKSANAAN PENEBUSAN DAN PINJAMAN DAPAT DILAKUKAN 1 (SATU) TAHUN SETELAH POLIS BERLAKU.

III. WAIVER PREMIUM.

PEMEGANG POLIS DIBEBAHKAN DARI PEMBAYARAN PREMI LANJUTAN YANG AKAN JATUH TEMPO DIBEBAHKAN JIKA :

1. TERTANGGUNG MENINGGAL DUNIA DALAM MASA PEMBAYARAN PREMI.
2. TERTANGGUNG MENGALAMI CACAT TETAP DALAM MASA PEMBAYARAN PREMI. KETENTUAN SELENGKAPEYANG YANG MENGATUR TENTANG SANTUNAN CACAT TETAP DIATUR DALAM SYARAT-SYARAT UMUM JAMINAN TAMBAHAN WAIVER PREMIUM.
3. ANAK YANG DIBEASISWAKAN MENINGGAL DUNIA.

IV. NILAI TEBUS : JS PRESTASI

AKHIR		AKHIR	
TH KE	NILAI TEBUS	TH KE	NILAI TEBUS
00	0.00	05	6,383,700.00
01	1,289,800.00	06	6,712,650.00
02	3,170,900.00	07	7,092,800.00
03	4,062,050.00	08	9,498,400.00
04	4,245,050.00	09	7,756,650.00

CLOSE