ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN DATA HILANG

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains

Disusun oleh:

Atin Auna

NIM. 06305149001

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2010

HALAMAN PERSETUJUAN

SKRIPSI

ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN DATA HILANG

Oleh :

Atin Auna

NIM. 06305149001

Telah disetujui dan disahkan pada tanggal

24 Juni 2010

Untuk dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi

Program Studi Matematika

Jurusan Pendidikan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Menyetujui,

Pembimbing

Mathilda Susanti, M.Si

NIP.196403141989012001

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul "**Analisis Kovarians Pada Rancangan Bujur Sangkar Latin Dengan Data Hilang**" yang disusun oleh:

Nama : Atin Auna

NIM : 06305149001

Program Studi : Matematika

telah dipertahankan di depan Dewan Penguji Skripsi Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam pada tanggal 24 Juni 2010 dan dinyatakan telah memenuhi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains.

DEWAN PENGUJI

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
1. Mathilda Susanti, M.Si NIP. 19640314 198601 2 001	Ketua Penguji	……………...	………
2. Retno Subekti, M.Sc NIP. 19811116 200501 2 002	Sekretaris Penguji	………………	………
3. Elly Arliani, M.Si NIP. 19670816 199203 2 001	Penguji Utama	……………...	………
4. Kismiantini, M.Si NIP. 19790816 200112 2 001	Anggota penguji	……………...	………

Yogyakarta, Juni 2010
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan,

Dr.Ariswan
NIP. 19590914 198803 1 003

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama	:	Atin Auna
Nim	:	0630519001
Program Studi	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Tulisan	:	ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN DATA HILANG

Menyatakan bahwa tulisan ini hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya, tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas/ instansi lain, kecuali pada bagian-bagian tertentu yang telah dinyatakan dalam teks.

Yogyakarta, Juni 2010

Yang Menyatakan,

(Atin Auna)

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

"... Dan mintalah pertolongan Alloh dengan sabar dan sholat. Dan sesungguhnya yang demikian itu sungguh berat kecuali bagi orang-orang yang khusyuk".

(QS. Al-Baqoroh: 45)

"... Karena sesungguhnya setelah kesulitan itu ada kemudahan".

(QS. Al-Insyiroh: 5)

Alhamdulillah, Karya Tulis ini Kupersembahkan kepada :

- ***Kedua Orang tuaku, ibu Oni Kona(almh.) dan bapak Latif Auna yang selalu menyayangi diriku, memberikan semangat, dan selalu mendoakanku.***
- ***Saudara-saudaraku yang selalu mendukung dan mendoakanku***
- ***Teman-teman Bsc 06, Ely, Sari, Selfi, Dewi, Niken,Rahmi, Fitri, Evi yang selalu mensupport diriku agar segera menyelesaikan skripsi ini.***
- ***Teman-teman Bsc Mat n Fisika 06 yang selalu mensupport diriku agar segera menyelesaikan skripsi ini.***
- ***Mas ku Andy Suryowinoto yang selalu mensupport diriku agar segera menyelesaikan skripsi ini.***
- ***Semua orang-orang yang dekat dihati penulis***

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir Skripsi (TAS) dengan judul‘‘ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN DATA HILANG’’. Penulisan skripsi disusun dalam rangka memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. Untuk menyelesaikan penulisan ini, penulis tidak lepas dari bantuan dan peran serta dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi (DIRJEN DIKTI) yang menyelenggarakan Program S1 Basic Science yang bekerja sama dengan Pemda Kabupaten Seruyan dan UNY.
2. Pemerintah Daerah Kabupaten Seruyan, yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk memperoleh Bea Siswa S1 Basic Science
3. Bapak Dr.Ariswan sebagai Dekan FMIPA UNY yang telah memberikan kemudahan pengurusan administrasi demi kelancaran penulisan skripsi.

4. Dr. Hartono sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan bimbingan dan nasehat selama menjalani kuliah
5. Ibu Atmini Dhoruri M.S, sebagai Kaprodi Matematika dan Pembimbing Akademik FMIPA UNY yang telah memberikan bimbingan selama menjalani kuliah.
6. Ibu Mathilda Susanti,M.Si sebagai pembimbing yang telah berkenan memberikan bimbingan, pengarahan dan semangat selama penyusunan skripsi ini.
7. Semua dosen jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan ilmunya kepada penulis.
8. Teman-teman Matematika Basic Science angkatan 2006 yang telah memberikan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini dari berbagai tinjauan masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang sifatnya membangun selalu penulis harapkan. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis maupun bagi pembaca. Amiin ya Rabbal ‘Alamin.

Yogyakarta, Juni 2010

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GRAFIK

ANALISIS KOVARIANS PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN DATA HILANG

Oleh
Atin Auna
NIM. 06305149001

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menjelaskan analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dan menjelaskan penerapan analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang.

Analisis kovarians dilakukan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataannya ada variabel tertentu yang tidak dapat di kendalikan, tetapi sangat mempengaruhi atau berkorelasi dengan variabel respons yang diamati. Variabel yang demikian di sebut dengan variabel pengiring. Variabel pengiring dalam analisis kovarians perlu dipilih dengan hati-hati agar penggunaan variabel pengiring tersebut benar-benar sesuai dengan tujuannya yaitu untuk mengurangi keragaman dalam percobaan. Pada rancangan bujur sangkar latin terdapat satu atau dua data hilang pada RBSL ini, data tersebut masih dapat di analisis. Tentunya, data yang hilang atau dianggap hilang tersebut diduga terlebih dahulu, kemudian dianalisis. Dalam melakukan uji analisis kovarians pada bujur sangkar latin terlebih dahulu melakukan uji asumsi terhadap analisis kovarians yaitu: (1) Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan, (2) Hubungan antara variabel konkomitan dengan variabel respons bersifat linier, (3) Galat berdistribusi normal, (4) Pengaruh *X* terhadap *Y*, dalam hal ini *X* berpengaruh terhadap *Y*. Setelah semua asumsi terpenuhi kemudian dilanjutkan dengan melakukan analisis kovarians.

Pengujian analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang sama dengan analisis kovarians pada bujur sangkar latin tanpa data hilang. Perbedaannya hanya terdapat pada pengurangan derajat bebas galat. Penerapan anakova pada RBSL dengan data hilang dilakukan pada percobaan yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi, dengan variabel konkomitannya adalah pemberian insektisida. Hasil uji analisis kovarians adalah tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi. Dilihat dari perbandingan koefisien keragaman data lengkap, satu data hilang, dan dua data hilang dapat disimpulkan bahwa analisis kovarians dapat memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan analisis varians.

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi menuntut berbagai pihak untuk melakukan penelitian terhadap segala aspek kehidupan dan menghasilkan sesuatu yang baru. Penelitian dilakukan karena ingin mendapatkan jawaban atas berbagai macam pertanyaan dan prinsip-prinsip baru, ataupun untuk memecahkan masalah yang ada. Prosedur penelitian sering disebut sebagai metode ilmiah (*scientific method)* yang meliputi: fakta observasi, hipotesis, dan percobaan (Kemas Ali Hanafiah, 2000: 15). Seorang peneliti akan menghasilkan kesimpulan yang dapat dipertanggungjawabkan tergantung pada beberapa hal di antaranya adalah rancangan percobaan yang dibuat sebelum percobaan dilakukan.

Rancangan percobaan merupakan pengaturan pemberian perlakuan kepada unit-unit percobaan dengan maksud agar keragaman respons yang ditimbulkan oleh lingkungan dan keheterogenan percobaan yang digunakan dapat diminimalkan (Gaspersz, 1988:19). Prinsip dasar dalam rancangan percobaan merupakan gagasan dari R.A. Fisher dan F. Yates dari percobaan Rothemsted. Prinsip-prinsip tersebut meliputi :pengacakan (*randomization*), pengulangan (*replication*), dan pengendalian (*local control*). Rancangan percobaan yang dapat di gunakan di antaranya adalah : Rancangan Acak Lengkap (RAL), yaitu rancangan yang paling sederhana karena unit percobaan dan lingkungan bersifat homogen. Jika unit percobaan dan lingkungan tidak cukup homogen, maka dapat mengelompokkan unit percobaan kedalam kelompok-kelompok yang relatif homogen, untuk itu Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dapat digunakan. Jika dalam pengelompokkan yang diinginkan dilakukan dalam dua arah, yaitu baris dan kolom maka Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL) dapat digunakan.

Pada kondisi tertentu kehetorogenan unit percobaan tidak bisa dikendalikan hanya dengan pengelompokan satu kontrol lokal unit-unit percobaan namun memerlukan penanganan yang lebih kompleks. RBSL adalah rancangan yang mampu mengendalikan keragaman unit-unit percobaan dari dua kontrol lokal yaitu yang disebut baris dan kolom. Ada beberapa hal yang perlu di perhatikan dalam menerapkan RBSL meliputi: banyaknya baris dan kolom harus sama dengan banyaknya perlakuan dan perlakuan hanya boleh muncul sekali pada setiap baris dan kolom.

Pada kasus rancangan bujur sangkar latin sering terjadi satu atau lebih data hilang. Data yang hilang terjadi akibat pengamatan yang sah tidak dapat di lakukan pada unit percobaan. Meskipun pengumpulan data dilakukan dengan sangat hati-hati, sejumlah faktor diluar kemampuan peneliti dapat menyebabkan data hilang atau tidak dapat digunakan. Misalnya dalam suatu percobaan dengan objek makhluk hidup ada yang mati sebelum percobaan berakhir, sebuah tabung pecah atau terdapat data hasil percobaan yang hilang. Penyebab umum hilangnya data (Gomez & Gomes, 1995: 279-283), adalah:

1. Perlakuan yang tidak tepat, yang menjadi penyebab umumnya antara lain karena perlakuan yang tidak diberikan, pemberian yang salah kadarnya, dan waktu pemberian yang tidak tepat.

2. Kerusakan unit percobaan, misalnya tanaman percobaan rusak karena hama.

3. Data hasil percobaan yang hilang seperti data yang hilang diantaranya pencatatan hasil panen dan saat pencatatan data.

4. Data tidak logis, yaitu data yang nilainya terlalu ekstrim (berlebihan) untuk dinyatakan dalam batas wajar materi percobaan. Data ini dinyatakan sebagai data hilang jika hanya karena suatu kesalahan seperti kesalahan membaca pengamatan, salinan tidak tepat, atau penggunaan peralatan yang tidak tepat.

Analisis tidak dapat langsung diterapkan jika terdapat satu atau lebih data hilang. Hal inilah yang mendasari diperlukan dugaan terhadap data hilang. Dugaan data hilang dapat dilakukan dengan rumus baku. Setelah dilakukan pendugaan terhadap data hilang kemudian dianalisis dengan analisis kovarians. Analisis kovarians digunakan apabila terjadinya respons yang diduga sebagai efek perlakuan yang diiringi oleh terjadinya variabel lain yang sifatnya berkorelasi dengan respon yang diamati. Analisis kovarians dapat meningkatkan ketepatan penelitian sehingga analisis kovarians memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan analisis varians. Pada skripsi ini penulis hanya membatasi pada analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan satu dan dua data hilang dan model yang digunakan adalah model tetap.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah diatas maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang?
2. Bagaimana penerapan analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang?

C. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan penulisan adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang.
2. Menjelaskan penerapan analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang.

D. Manfaat Penulisan

1. Bagi penulis

   Untuk menambah pengetahuan penulis tentang analisis kovarians pada Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan data hilang.

2. Bagi perpustakaan Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

   Dapat menambah referensi mengenai analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang.

BAB II
KAJIAN TEORI

Pada kajian teori ini akan dibahas beberapa materi yang mendukung pada pembahasan ini meliputi rancangan percobaan, rancangan bujur sangkar latin, dan analisis kovarians. Pada bagian analisis kovarians dijelaskan tentang beberapa manfaat analisis kovarians, asumsi dalam analisis kovarians, kegunaan analisis kovarians, model analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin, dan analisis kovarians kovarians pada rancangan bujur sangkar latin.

A. Rancangan Percobaan

Suatu percobaan dilakukan untuk menguji sesuatu yang telah atau diduga dan dirumuskan dalam suatu penelitian ilmiah. Secara umum tujuan diadakannya suatu percobaan adalah untuk memperoleh keterangan tentang bagaimana respons yang akan diberikan oleh suatu objek pada berbagai keadaan tertentu yang diperhatikan. Dalam Suatu percobaan, keadaan tertentu ini sengaja diciptakan melalui pemberian perlakuan atau pengaturan keadaan lingkungan (Gasperz, 1991: 18). Jadi rancangan percobaan merupakan pengaturan pemberian perlakuan kepada unit-unit percobaan dengan maksud agar keragaman respons yang ditimbulkan oleh keadaan lingkungan dan keheterogenan unit percobaan yang digunakan dapat diminimalkan (Gasperz, 1994: 19).

Untuk mendapatkan hasil terbaik, terdapat hal-hal yang harus diperhatikan sebelum melakukan percobaan, yaitu unsur-unsur utama rancangan percobaan. Menurut (Yitnosumarto, 1993: 4) unsur-unsur utama rancangan percobaan adalah sebagai berikut:

1. Pengulangan (*replication)*

   Pengulangan berkenaan dengan frekuensi suatu perlakuan yang diselidiki dalam suatu percobaan. Banyak ulangan suatu perlakuan tergantung pada derajat ketelitian yang diinginkan oleh peneliti terhadap kesimpulan hasil percobaannya. Jika banyaknya ulangan semakin besar, maka rata-rata perlakuan menjadi semakin teliti. Ulangan ini berfungsi untuk menghasilkan suatu estimasi tentang galat dan menghasilkan ukuran pengaruh perlakuan-perlakuan yang lebih tepat terhadap percobaan (Hanafiah, 2003: 10).

2. Pengacakan (*randozamition*)

   Acak (*random*) berbeda dengan sembarang (*haphazard*). Sembarang akan merusak atau melemahkan teknik percobaan, sedangkan acak mengandung pengertian memberikan kesempatan yang sama kepada masing-masing unit percobaan untuk dikenakan perlakuan (Gasperz, 1991: 23). Dengan kata lain acak memberikan peluang yang sama kepada setiap unit percobaan untuk memperoleh suatu perlakuan. Pengacakan perlakuan pada unit-unit percobaan dapat menggunakan tabel bilangan acak, sistem undian secara manual atau dapat juga menggunakan komputer.

3. Pengendalian lokal (*local control*)

   Pengendalian lokal dapat juga disebut dengan pengendalian lingkungan. Pengendalian lingkungan digunakan untuk mengendalikan keragaman yang muncul akibat keheterogenan kondisi lingkungan (Mattjik & Sumertajaya, 2000: 63). Pengendalian lingkungan merupakan upaya pengendalian kondisi lapangan yang heterogen menjadi mendekati homogen.

B. Rancangan Bujur Sangkar Latin

Dalam Rancangan Bujur Sangkar Latin (di singkat RBSL), menyusun perlakuan-perlakuan didalam kelompok ada dua cara, yaitu baris dan kolom. Setiap perlakuan hanya diberikan sekali untuk setiap baris dan kolom. Rancangan bujur sangkar latin dikenal sebagai suatu rancangan yang mampu mengelompokkan unit percobaan berdasarkan dua kriteria untuk setiap baris dan kolom (Gasperz, 1991: 153). Penempatan perlakuan kedalam unit-unit percobaan adalah sedemikian rupa sehingga perlakuan tertentu harus terjadi satu kali dalam baris dan kolom. Hal ini hanya mungkin terjadi jika banyaknya perlakuan sama dengan banyaknya baris dan sama dengan banyaknya kolom. Oleh karena itu, diperlukan suatu pola tertentu agar syarat-syarat terpenuhi. Untuk penyusunan pola tersebut diperlukan huruf latin besar, sehingga rancangan ini disebut dengan Rancangan Bujur Sangkar Latin (*Latin Square Design)* dan disingkat menjadi RBSL atau *LSD*. Cara pencatatan secara umum adalah RBSL $r \times r$ yang artinya RBSL dengan r buah baris dan r buah kolom (Yitnosumarto, 1993: 84).

RBSL akan menjadi suatu rancangan yang sangat tidak efektif bila percobaan tersebut melibatkan perlakuan dalam jumlah besar karena RBSL biasanya di beri ukuran bergantung pada banyaknya perlakuan. Jika dalam suatu percobaan melibatkan r buah perlakuan, maka didapatkan RBSL $r \times r$ yang memerlukan r^2 unit percobaan. Untuk jumlah perlakuan yang lebih kecil dari empat dalam RBSL akan mengakibatkan jumlah *db* galat percobaan menjadi sangat kecil dengan konsekuensinya bahwa kuadrat tengah dari galat percobaan menjadi besar. Dengan demikian, secara umum RBSL hanya digunakan untuk percobaan yang menggunakan empat sampai delapan perlakuan (Clarke, 1980: 122).

C. Pengacakan Perlakuan pada Rancangan Bujur Sangkar Latin

Menurut (Sudjana, 1995: 88) prosedur pengacakan untuk memperoleh sebuah rancangan bujur sangkar latin (dengan r = 4) adalah disusun dimulai baris pertama dengan menuliskan huruf-huruf menurut urutan abjad. Untuk empat perlakuan A, B, C, dan D, maka ditulis dalam urutan A B C D. Selanjutnya kolom pertama juga ditulis seperti pada baris pertama, yaitu A B C D. Baris kedua di mulai dengan B dan diikuti C dan D kemudian diakhiri A; menjadi BCDA. Kolom kedua juga demikian, sama dengan baris kedua, ialah BCDA. Baris ketiga dan kolom ketiga dengan mudah dapat ditulis berbentuk CDBA serta untuk baris dan kolom keempat diperoleh DABC. Secara keseluruhan langkah-langkah ini menghasilkan desain standar untuk Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL) 4 x 4 seperti berikut:

		Kolom			
		1	2	3	4
	1	A	B	C	D
Baris	2	B	C	D	A
	3	C	D	A	B
	4	D	A	B	C

Dari RBSL standar diatas dapat disusun model RBSL lain yaitu dengan jalan menukarkan baris secara acak dan atau juga menukarkan kolom secara acak. misalnya baris 1 dan 2 diikuti kolom 2 dan 4, akhirnya baris 2 dan 3. Hasil pengacakan dapat dituliskan sebagai berikut:

		Kolom			
		1	2	3	4
	1	C	D	B	A
Baris	2	D	B	A	C
	3	B	A	C	D
	4	A	C	D	B

Ciri-ciri rancangan bujur sangkar latin adalah sebagai berikut:

1. Terdapat *r* perlakuan dan banyaknya unit-unit percobaan merupakan kuadrat jumlah perlakuan
2. Terdapat dua variabel kelompok, yaitu variabel kolom dan baris masing-masing *r* tingkat
3. Setiap baris dan kolom dalam rancangan bujur sangkar latin memuat seluruh perlakuan, dengan kata lain setiap tingkat masing-masing variabel kelompok merupakan suatu ulangan (Neter, 1990: 1086).

D. Model Linier Rancangan Bujur Sangkar Latin

Secara umum model linier aditif dari suatu rancangan satu faktor dengan RBSL dapat dituliskan sebagai berikut (Gasperzs, 1991: 157)

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (2.1)$$

dengan:

i = 1,…,r
j = 1,…,r
k = 1,…,r
Y_{ijk} = nilai pengamatan dari perlakuan ke-k, yang dipengaruhi oleh baris ke-i dan kolom ke-j
μ = nilai tengah populasi (rata-rata yang sesungguhnya)
α_i = pengaruh aditif dari baris ke-i
β_j = pengaruh aditif dari kolom ke-j
τ_k = pengaruh aditif dari perlakuan ke-k
ε_{ijk} = pengaruh galat percobaan dari perlakuan ke-k pada baris ke-i dan kolom ke-j

Jika model yang digunakan dalam RBSL adalah model tetap, maka asumsi yang harus dipenuhi adalah :

$$\sum_{i=1}^{r}\alpha_i = \sum_{j=1}^{r}\beta_j = \sum_{k=1}^{r}\tau_k = 0$$

$$\varepsilon_{ijk} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

1. Bentuk hipotesis yang di uji adalah :

   a. Pengaruh perlakuan

      Ho: $\tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_r = 0$ (tidak ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

      Hi: $\exists \tau_k \neq 0, k = 1,2,...,r$ (ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

b. Pengaruh baris

Ho: $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_r = 0$ (tidak ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

Hi: $\exists\alpha_i \neq 0, i = 1,2,..., r$ (ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

c. Pengaruh kolom

Ho: $\beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_r = 0$ (tidak ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

Hi: $\exists\beta_j \neq 0, j = 1,2,..., r$ (ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

Berdasarkan analisis diatas, maka tabel analisis variansi untuk model tetap terlihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1. Anava untuk RBSL model tetap

Sumber variansi	**Db**	**Jumlah kuadrat**	**Kuadrat tengah**	**F $_{\text{hitung}}$**
Baris	r-1	JKB	KTB = $\frac{JKB}{r-1}$	$\frac{KTB}{KTG}$
Kolom	r-1	JKK	KTK = $\frac{JKK}{r-1}$	$\frac{KTK}{KTG}$
Perlakuan	r-1	JKP	KTP = $\frac{JKP}{r-1}$	$\frac{KTP}{KTG}$
Galat	(r-1)(r-2)	JKG	KTG = $\frac{JKG}{(r-1)(r-2)}$	-
Total	r^2-1	JKT	-	-

(Sumber: Sudjana, 2002 : 93)

Keterangan :

JKT = Jumlah Kuadrat Total

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}(Y_{ijk}-\overline{Y})^{2} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}Y_{ijk}{}^{2} - FK \qquad (2.2)$$

JKB = Jumlah Kuadrat Baris

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}(\overline{Y_{i\ldots}}-\overline{Y})^{2} = \sum_{i=1}^{r}\frac{Y_{i\ldots}{}^{2}}{r} - FK \qquad (2.3)$$

JKK = Jumlah Kuadrat Kolom

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}(\overline{Y_{.j.}}-\overline{Y})^{2} = \sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j.}{}^{2}}{r} - FK \qquad (2.4)$$

JKP = Jumlah Kuadrat Perlakuan

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}(Y_{..k}-\overline{Y})^{2} = \sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{..k}{}^{2}}{r} - FK \qquad (2.5)$$

JKG = Jumlah Kuadrat Galat

JKG = JKT-JKB-JKK-JKP (2.6)

FK = Faktor Koreksi

$$\text{FK} = \frac{Y_{\ldots}{}^{2}}{r^{2}} \qquad (2.7)$$

E. Analisis Kovarians (Anakova)

Suatu analisis data dengan cara menggabungkan analisis varians dan analisis regresi disebut dengan analisis kovariansi atau disingkat menjadi ANAKOVA. Analisis kovarians merupakan alat statistika untuk menyelesaikan masalah yang dijumpai dalam banyak bidang penelitian biologi (Schefler, 1987: 198). Analisis kovarians dilakukan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataannya ada variabel tertentu yang tidak dapat dikendalikan, tetapi sangat mempengaruhi atau berkorelasi dengan variabel respons yang diamati. Variabel yang demikian disebut dengan variabel pengiring. Variabel pengiring dalam analisis kovarians perlu dipilih dengan hati-hati agar penggunaan variabel pengiring tersebut benar-benar sesuai dengan tujuannya yaitu untuk mengurangi keragaman dalam percobaan (Gasperz, 1991: 383).

Anakova merupakan suatu teknik yang mengkombinasikan analisis varians dengan analisis regresi yang dapat digunakan untuk perbaikan ketelitian suatu percobaan (Neter dkk, 1997: 136). Anakova dapat digunakan untuk menguji varians-varians dan kovarians-kovarians pada variabel-variabel tertentu. Selain itu anakova juga memerlukan adanya hubungan fungsional tertentu antara varians dan kovarians. Dengan kata lain, anakova berfungsi untuk memurnikan pengaruh variabel respons dari pengaruh variabel konkomitan.

Analisis kovarians digunakan apabila terjadinya respons yang diduga sebagai efek perlakuan yang diiringi variabel lain yang sifatnya berkorelasi dengan respons, sehingga dalam analisis kovarians disamping memerlukan hasil pengamatan terhadap ciri utama obyek seperti halnya dalam analisis varians, juga memerlukan hasil-hasil pengamatan terhadap satu atau lebih ciri pengiring, selain itu analisis kovarian juga memerlukan adanya hubungan fungsional tertentu (*korelasi*) antara ciri utama dan ciri pengiring (Hanafiah, 2000: 147).

Menurut Gasperz, (1994: 384) asumsi yang diperlukan dalam anakova adalah sebagai berikut:

1. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.
2. Hubungan antara variabel konkomitan dengan variabel respons bersifat linier.
3. Galat berdistribusi normal.
4. Pengaruh X terhadap Y,yaitu X mempengaruhi Y

Dalam bidang penelitian, anakova bermanfaat untuk:

1. Mengontrol galat dan memurnikan rata-rata pengaruh perlakuan
2. Menaksir data hilang atau data yang rusak
3. Meningkatkan keandalan interpretasi dari hasil-hasil percobaan.

F. Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan analisis data yang menjelaskan hubungan fungsional antara variabel bebas X dan variabel tidak bebas Y. Persamaan matematika yang memungkinkan untuk meramalkan nilai-nilai suatu variabel tidak bebas Y dari nilai-nilai satu atau lebih variabel bebas X disebut persamaan regresi (Walpole, 1995: 340).

Regresi linear sederhana terdiri dari satu variabel bebas X dan satu variabel tidak bebas Y. Model regresi linear sederhana (Sembiring, 1995: 38) adalah:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \tag{2.8}$$

dengan Y = variabel tidak bebas

X = variabel bebas yang bersifat tetap

α, β = parameter (koefisien regresi)

ε = galat, $\varepsilon \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Jika taksiran untuk α, β dinyatakan dengan a dan b maka Y dapat ditaksir dengan $\hat{Y}$, maka persamaan regresi linier dugaannya mejadi:

$$\hat{Y} = a + bX \tag{2.9}$$

Regresi linier yang terdiri dari dua variabel bebas atau lebih disebut regresi linier berganda. Model regresi linier berganda dengan dua variabel bebas adalah:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \tag{2.10}$$

dengan: Y = variabel tak bebas

X_i = variabel bebas ke i (i= 1,2) yang bersifat tetap

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parameter (koefisien regresi)

ε = galat, $\varepsilon \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Sedangkan persamaan regresi linier berganda dugaannya adalah:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \tag{2.11}$$

dengan b_0, b_1,b_2 adalah berturut-turut merupakan penduga untuk $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan $\hat{Y}$ adalah nilai dugaan dari *Y* untuk suatu nilai *X* tertentu.

Analisis regresi dapat dikelompokkan menjadi analisis regresi linier dan nonlinier.

1. Regresi Linier

Pola hubungan antara dua variabel dikatakan linier jika besar perubahan nilai *Y* yang diakibatkan oleh perubahan satu satuan nilai-nilai *X* adalah konstan, untuk jangkauan nilai *X* tertentu (Sugiarto, 1992: 2). Model regresi linier umum adalah:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_{p-1} X_{p-1} + \varepsilon \qquad (2.12)$$

dengan $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_{p-1}$ = parameter

Y = variabel tak bebas

$X_1, X_2, \ldots, X_{p-1}$ = variabel bebas

ε = suku galat

2. Regresi nonlinier

Hubungan fungsi diantara dua variabel *X* dan *Y* dikatakan nonlinier jika besar perubahan nilai *Y* yang diakibatkan oleh perubahan *X*, tidak konstan untuk suatu jangkauan nilai-nilai *X* tertentu (Sugiarto, 1992: 2).

Banyak dijumpai bentuk fungsi yang dapat menggambarkan hubungan nonlinier diantara dua variabel. Oleh karena terdapat banyak kurva nonlinier misalnya kurva parabola dan kurva kuadratik yang dapat digunakan untuk menyatakan hubungan dua variabel, maka dalam menganalisa suatu hasil penelitian sebaiknya ditentukan dahulu bentuk kurva yang paling tepat untuk menganalisa data yang dihadapi.

G. Analisis Kovarians Pada Rancangan Bujur Sangkar Latin

Model linier analisis kovarians dalam rancangan bujur sangkar latin adalah sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \gamma(X_{ijk} - \bar{x}\ldots) + \varepsilon_{ijk} \quad (2.13)$$

dengan i = 1,2,3,…,r

j= 1,2,3,…,r

k= 1,2,3,…,r

$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

Y_{ijk} = pengamatan dari perlakuan ke-*k* yang dipengaruhi oleh baris ke-*i* dan kolom ke-*j*

μ = nilai tengah populasi

α_i = pengaruh aditif dari baris ke-*i*

β_j = pengaruh aditif dari kolom ke-*j*

τ_k = pengaruh aditif dari perlakuan ke-*k*

ε_{ijk} = pengaruh galat percobaan perlakuan ke-*k* pada baris ke-*i* kolom ke-*j*

X_{ijk} = observasi ke-*ijk* pada variabel konkomitan

$(X_{ijk} - \bar{x}\ldots)$ = variabel tambahan yang merefleksikan hubungan X dan Y

γ = koefisien regresi yang menunjukan ketergantungan Y_{ijk} pada X_{ijk}

Secara umum, model anakova berkorespondensi dengan anava ditambah dengan $\gamma(X_{ijk} - \overline{X}\ \ldots)$ untuk merefleksikan hubungan antara variabel X dan Y (Neter dkk, 1997: 4).

Sebelum melakukan analisis data dalam analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi. Asumsi-asumsi tersebut adalah sebagai berikut:

a. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

i. Hipotesis untuk uji ini adalah:

H_0: variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

H_1: variabel konkomitan berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

ii. Taraf signifikan : α

iii. Statistik uji : $$F = \frac{JKP_x/(t-1)}{JKG_x/(t(r-1))} \tag{2.14}$$

dengan JKP_x = jumlah kuadrat perlakuan untuk variabel x

JKG_x = jumlah kuadrat galat untuk variabel x

t = banyaknya perlakuan

r = banyaknya ulangan

iv. kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(t-1,t(r-1))}$

b. Hubungan antara variabel konkomitan dengan variabel respon bersifat linier. Asumsi ini dapat diketahui dari plot X dan Y yaitu apabila titik-titik amatan mengikuti pola garis lurus maka terdapat hubungan linier.

c. Galat berdistribusi normal. Asumsi ini dapat diperiksa dengan menggunakan grafik peluang normal dari galat. Apabila titik-titik amatan mengikuti arah garis diagonal maka galat berdistribusi normal. Hal ini dapat dilakukan dengan langkah penduga kuadrat terkecil sebagai berikut (Yitnosumarto, 1993: 117) :

a. $$\hat{\mu}_{\hat{Y}} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{ijk}}{r} = \overline{Y} \qquad (2.15)$$

b. $$\hat{\mu}_{X} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\frac{X_{ijk}}{r} = \overline{X} \qquad (2.16)$$

c. $$\hat{a}_i = \left[\frac{\sum_{i=1}^{r} Y_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_Y\right] - \hat{Y}\left[\frac{\sum_{i=1}^{r} X_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_X\right] \qquad (2.17)$$

d. $$\hat{\beta}_j = \left[\frac{\sum_{j=1}^{r} Y_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_Y\right] - \hat{Y}\left[\frac{\sum_{j=1}^{r} X_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_X\right] \qquad (2.18)$$

e. $$\hat{\tau}_k = \left[\frac{\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_Y\right] - \hat{Y}\left[\frac{\sum_{k=1}^{r} X_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_X\right] \qquad (2.19)$$

f. $$\hat{Y} = \sum\sum\sum \frac{(Y_{ijk} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{..k} + \overline{Y}_{...})(X_{ijk} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{..k} + \overline{X}_{...})}{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}(X_{ijk} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{..k})^2}$$

$$= \frac{JHK_{XY}}{JK_X} \qquad (2.20)$$

g. $$\hat{\varepsilon}_{ijk} = Y_{ijk} - \overline{Y}_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_k - \hat{Y}(X_{ijk} - \overline{X}_{...}) \qquad (2.21)$$

d. Pengaruh *X* terhadap *Y*

Hipotesis untuk uji ini adalah :

H_0: $\gamma = 0$ (*X* tidak mempengaruhi *Y*)

H_1: $\gamma \neq 0$ (*X* mempengaruhi *Y*)

Taraf signifikan : α

Statistik uji : $F = \dfrac{KTregresi}{KTgalatterkoreksi}$ (2.22)

Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha}$ (*db* regresi, *db* galat terkoreksi).

Prosedur dalam melakukan analisis data anakova pada rancangan bujur sangkar latin dengan model tetap yang dilakukan adalah sebagai berikut :

Jika semua asumsi terpenuhi dapat dilanjutkan, maka dengan langkah berikut:

1. Menghitung Jumlah Kuadrat Total (JKT) dari *X*,*Y* dan Jumlah Hasil Kali Total (JHKT) dari *X*,*Y*

$$JKT_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} X_{ijk}^{\;2} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2}$$

(2.23)

$$JKT_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}^{\;2} - \frac{Y_{...}^{\;2}}{r^2} \quad (2.24)$$

$$JHKT_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} X_{ijk} Y_{ijk} - \frac{X_{...} Y_{...}}{r^2} \quad (2.25)$$

2. Menghitung Jumlah Kuadrat Baris (JKB) dari *X*,*Y* dan Jumlah Hasil Kali Baris (JHKB) dari *X*,*Y*

$$JKB_x = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i...}^{\;2}}{r} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (2.26)$$

$$JKB_y = \sum_{i=1}^{r} \frac{Y_{...}^{\;2}}{r} - \frac{Y_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (2.27)$$

$$JHKB_{xy} = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i...}Y_{i...}}{r} - \frac{X_{...}Y_{...}}{r^2} \qquad (2,28)$$

3. Menghitung Jumlah Kuadrat Kolom (JKK) dari *X*,*Y* dan Jumlah Hasil Kali Kolom (JHKK) dari *X*,*Y*

$$JKK_x = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j.}^{\;2}}{r} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (2.29)$$

$$JKK_y = \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j.}^{\;2}}{r} - \frac{Y_{...}}{r^2} \qquad (2.30)$$

$$JHKK_{xy} = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j.}Y_{.j.}}{r} - \frac{X_{...}Y_{...}}{r^2} \qquad (2.31)$$

4. Menghitung Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP) dari *X*,*Y* dan JHKP dari *X*,*Y*

$$JKP_x = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k}^{\;2}}{r} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (2.32)$$

$$JKP_y = \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}^{\;2}}{r} - \frac{Y_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (2.34)$$

$$JHKP_{xy} = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k}Y_{..k}}{r} - \frac{X_{...}Y_{...}}{r^2} \qquad (2.35)$$

5. Menghitung Jumlah Kuadrat Galat (JKG) dari *X,Y* dan JHKG dari *X,Y*

   $JKG_x = JKT_x – JKB_x – JKK_x - JKP_x$

   $JKG_y = JKT_y - JKB_y - JKK_y - JKP_y$

   $JHKG_{xy} = JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKP_{xy}$

6. Menghitung Jumlah Kuadrat Terkoreksi

   JKG Terkoreksi Y (JKG_y terkoreksi) adalah JKGy terkoreksi

   $$= JKGy - \frac{(JHKG_{xy})^2}{JKG_x}$$

   JKG_y terkoreksi (perlakuan + galat) adalah

   $$JK\ (P+G) \text{ terkoreksi} = (JKP_y + JKG_y) - \frac{(JHKP_{xy} + JHKG_{xy})^2}{JKP_x + JKG_x}$$

   Jumlah Kuadrat Perlakuan terkoreksi *Y* (JKP_y terkoreksi) adalah

   JKP_y terkoreksi = $JK\ (P + G)$ terkoreksi – $JKGy$ Terkoreksi

   Jumlah Kuadrat (Baris + Galat) terkoreksi adalah

   $$JK\ (B+G) \text{ terkoreksi} = (JKBy + JKGy) - \frac{(JHKB_{xy} - JHKG_{xy})^2}{JKB_X + JKG_x}$$

   Jumlah Kuadrat (Kolom + Galat) terkoreksi

   $$JK(K+G) \text{ terkoreksi} = (JKKY+JKGY) - \frac{(JHKK_{xy} - JHKG_{xy})^2}{JKK_X + JKG_x}$$

   Jumlah Kuadrat Baris terkoreksi y (JKBy terkoreksi) adalah :

   JKB_y terkoreksi = $JK\ (B+G)$ terkoreksi – JKG_y terkoreksi

JKK terkoreksi dari Y (JKK_y terkoreksi) adalah :

JKK_y terkoreksi = $JK\ (K + G)$ terkoreksi – JKG_y terkoreksi

7. Menghitung *db* terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, dan kolom.

   db galat terkoreksi = (r-1) (r-2) -1

   db perlakuan terkoreksi = r-1

   db baris terkoreksi = r-1

   db kolom terkoreksi = r-1

8. Menghitung KT

   KTG terkoreksi = $\dfrac{JKG_y terkoreksi}{dbgalatterkoreksi}$

   KTP terkoreksi = $\dfrac{JKP_y terkoreksi}{dbperlakuanterkoreksi}$

   KTB terkoreksi = $\dfrac{JKB_y terkoreksi}{dbbaristerkoreksi}$

   KTK terkoreksi = $\dfrac{JKK_y terkoreksi}{dbkolomterkoreksi}$

9. Melakukan uji hipotesis

   a. Pengaruh perlakuan

      Hipotesis untuk uji ini adalah

      H_0: $\tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_r = 0$ (tidak ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

      H_1: minimal ada satu $\tau_k \neq 0, k = 1,2,...,r$ (ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

Taraf signifikansi : α

Statistik uji : $F = \dfrac{KTPterkoreksi}{KTGterkoreksi}$

Kriteria keputusan : H_0 di tolak jika $F_{hit} > F_{\alpha}$ (*db*P,*db*G)

b. Pengaruh baris

H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_r = 0$ (tidak ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

H_1 : minimal ada satu $\alpha_i \neq 0, i = 1,2,...,r$ (ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

Taraf signifikansi : α = 0,05

Statistik uji : $F = \dfrac{KTBterkoreksi}{KTGterkoreksi}$

Kriteria keputusan : H_0 di tolak jika $F_{hit} > F_{\alpha}$ (*db*B,*db*G)

c. Kolom

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_r = 0$ (tidak ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

H_1: minimal ada satu $\beta_j \neq 0, j = 1,2,...,r$ (ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

Taraf signifikansi : α

Satistik uji : $F = \dfrac{KTKterkoreksi}{KTGterkoreksi}$

Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha}\,(\,db\text{K}, db\text{G})$

Tabel 2.2 Anakova pada RBSL

SV	Sebelum dikoreksi				KT regresi	db regresi	Setelah dikoreksi			
	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}			Db	JK	KT	F_{hit}
Total	r^2-1	JKT_x	JKT_y	$JHKT_{xy}$	-	-	r^2-1	-	-	-
Baris	r-1	JKB_x	JKB_y	$JHKB_{xy}$	-	-	r-1	JKB (koreksi)	$\frac{JKB\ terkoreksi}{db}$	$\frac{KTBterkoreksi)}{KTG(trkoreksi)}$
Kolom	r-1	JKK_x	JKK_y	$JHKK_{xy}$	-	-	r-1	JKK (koreksi)	$\frac{JKK\ terkoreksi}{db}$	$\frac{KTB(terkoreksi)}{KTG(trkoreksi)}$
Perlakuan	r-1	JKP_x	JKP_y	$JHKP_{xy}$	-	-	r-1	JKP' (koreksi)	$\frac{JKP'\ terkoreksi}{db}$	$\frac{KTB(terkoreksi)}{KTG(trkoreksi)}$
Galat	(r-1)(r-2)	JKG_x	JKG_y	$JHKG_{xy}$	$\frac{JHKGxy^2}{JKG_x}$	1	(r-1)(r-2)-1	JKG (koreksi)	$\frac{JKGterkoreksi}{db}$	-

I. Koefisien Keragaman

Koefisien Keragaman merupakan suatu koefisien yang menunjukan ketepatan dari suatu kesimpulan atau hasil yang diperoleh dari suatu percobaan. Koefisien Keragaman (KK) ini biasanya dinyatakan dalam bentuk persen (Hanafiah, 2003: 32) yaitu :

$$KK = \sqrt{\frac{KTG}{\bar{Y}}} \times 100\% \qquad (2.36)$$

dengan $\bar{Y}$ = rataan umum

Dalam Anakova Koefisien Keragaman dinyatakan sebagai berikut :

$$KK = \sqrt{\frac{KTGterkoreksi}{\bar{Y}}} \times 100\% \qquad (2.37)$$

Koefisien Keragaman menunjukan derajat ketepatan dari suatu percobaan. Secara umum dapat dikatakan jika nilai Koefisien Keragaman semakin kecil berarti derajat ketepatan akan semakin tinggi dan keabsahan kesimpulan yang diperoleh dari percobaan tersebut semakin baik.

J. Distribusi F

Jika S_1^2 dan S_2^2 adalah variansi dari sampel acak bebas dengan ukuran n_1 dan n_2 yang berasal dari populasi normal dengan σ_1^2 dan σ_2^2 adalah variansi populasi maka:

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_1^2} \qquad (2.38)$$

Merupakan nilai bagi variabel acak yang mempunyai distribusi F dengan derajat bebas $\upsilon_1 = n_1 - 1$ dan $\upsilon_2 = n_2 - 1$ (Walpole, 1995: 273).

Jika F_α dengan derajat bebas pembilang υ_1 dan derajat bebas penyebut υ_2 dilambangkan dengan $F_{\alpha(\upsilon_1,\upsilon_2)}$ maka:

$$F_{1-\alpha(\upsilon_1,\upsilon_2)} = \frac{1}{F_{\alpha(\upsilon_2,\upsilon_1)}} \qquad (2.39)$$

K. Sisaan

Sisaan (Neter,dkk., 1997: 106) didefinisikan nilai antara yang teramati dengan yang diramalkan sebagai berikut:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \tag{2.40}$$

dengan: $Y_i =$ nilai amatan

$\hat{Y}_i =$ nilai dugaan

BAB III
PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas pendugaan satu data hilang dan dua data hilang dengan rumus baku. Setelah dilakukan pendugaan terhadap data hilang kemudian hasil pendugaannya di analisis dengan analisis kovarians.

A. Analisis Kovarians pada Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan Data Hilang

Pada rancangan bujur sangkar latin sering terjadi adanya data yang dihasilkan dalam percobaan diragukan karena ada faktor tertentu yang mengakibatkannya. Dalam hal ini data tersebut tidak dapat dipergunakan untuk analisis, sehingga data tersebut dianggap data hilang (Gasperz, 1991: 167). Jika terdapat satu atau dua data hilang pada RBSL ini, data tersebut masih dapat di analisis. Tentunya, data yang hilang atau dianggap hilang tersebut diduga terlebih dahulu, kemudian dianalisis.

Jika terdapat satu data hilang pada rancangan bujur sangkar latin maka data yang hilang tersebut diganti oleh nilai dugaan yang menyebabkan jumlah kuadrat galat menjadi minimum. Dugaan parameter tersebut diperoleh dengan metode kuadrat terkecil dengan langkah awal dimisalkan data yang hilang adalah data yang terdapat pada perlakuan D kelompok ke-2 (Y_{12}). Dengan penggunaan metode kuadrat terkecil maka penduga data yang hilang untuk baris ke-*i* lajur ke-*j* dan perlakuan ke-*k* (Yitnosumarto, 1993: 92) adalah:

$$Y_{ij(k)} = \frac{r(R_i + C_j + T_k) - 2G}{(r-1)(r-2)} \tag{3.1}$$

dengan:

Y_{ijk} = data yang diduga pada baris ke-*i* lajur ke-*j* dan perlakuan ke-*k*,

R_i = total pada baris ke-*i* dimana terdapat data yang hilang atau dianggap hilang

C_j = total lajur ke-*j* di mana terdapat data hilang

$T_{(k)}$= total perlakuan ke-*k* di mana terdapat data yang hilang

G = total seluruhnya (tidak termasuk data yang hilang)

R = banyaknya perlakuan

Jumlah kuadrat perlakuan akan terbias keatas, oleh karena itu perlu dikoreksi dengan menghitung besar bias, yaitu:

$$\text{bias} = \frac{\{G - R_i - C_j - (r-1)T_k\}}{\{(r-1)(r-2)\}^2} \tag{3.2}$$

Nilai dugaan yang telah diperoleh dimasukkan kedalam tabel pengamatan dan lakukan analisis kovarians dengan mengurangkan derajat kebebasan galat dengan satu, dimana satu adalah banyaknya data yang hilang.

Jika terdapat dua data hilang maka nilai pengamatan diusahakan tinggal satu saja yaitu dengan cara menduga dahulu nilai pengamatan yang hilang lainnya berdasarkan rata-rata nilai pada baris, kolom, dan perlakuan yang mengandung nilai pengamatan yang hilang. Apabila tehnik pendugaan data hilang tidak dapat digunakan, maka harus digunakan cara iterasi.

Langkah-langkah untuk menduga dua data yang hilang adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Tentukan nilai awal untuk semua data yang hilang. Nilai yang paling umum digunakan untuk setiap pengamatan yang hilang adalah rata-rata rataan menggunakan rumus (Sugandi&Sugiarto, 1994: 97) sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \frac{\overline{Y}_i + \overline{Y}_j + \overline{Y}_k}{3} \tag{3.3}$$

dengan:

Y = nilai dugaan

$\overline{Y}_i$ = rata-rata baris yang mengandung nilai yang hilang

$\overline{Y}_j$ = rata-rata kolom yang mengandung nilai yang hilang

$\overline{Y}_k$ = rata-rata perlakuan yang mengandung nilai yang hilang

Langkah 2. Masukkan semua nilai awal yang ditentukan dalam langkah satu kedalam tabel pengamatan dan dugalah data pengamatan yang hilang, kemudian lakukan pendugaan terhadap data hilang dengan menggunakan rumus data hilang yaitu :

$$Y_{ij(k)} = \frac{r(R_i + C_j + T_k) - 2G}{(r-1)(r-2)}$$

Langkah 3. Masukkan nilai pendugaan yang diperoleh dalam langkah 2. Ambil nilai awal dan dianggap sebagai data hilang, kemudian diduga dengan rumus baku.

Langkah 4. Seperti langkah ke 3, masukkan nilai tersebut kedalam tabel. Ambil salah satu nilai dan nyatakan sebagai data hilang, kemudian data tersebut diduga dengan rumus baku.

Langkah 5. Gunakan hasil dugaan dari siklus iterasi terakhir bersama seluruh nilai tabel pengamatan dan lakukan perhitungan analisis kovarians.

Kemudian JKP_y terkoreksi dikurangi dengan biasnya yaitu :

$$bias = \frac{[Y'... - Y_{i1..} - Y'._{j1}. - (r-1)Y'.._{k}]^2 + [Y'... - Y_{i2..} - Y'._{j2}. - (r-1)Y'.._{k2}]^2}{[(r-1)(r-2)]^2} \quad (3.4)$$

Setelah dilakukan pendugaan terhadap data yang hilang, kemudian hasil data hilang tersebut dianalisis dengan menggunakan analisis kovarians. Analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin data hilang sama dengan prosedur pengujian analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin tanpa data hilang yaitu menghitung FK, JKT, JKB, JKK, JKP, dan JKG.

Sebelum dilakukan uji analisis kovarians pada satu data hilang dan dua data hilang terlebih dahulu dilakukan uji asumsi analisis kovarians. Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi pada analisis kovarians yaitu sebagai berikut:

1. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang di cobakan

    i. Hipotesis untuk uji ini adalah:

    H_0: variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

H_1: variabel konkomitan berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

ii. Taraf signifikan : α

iii. Statistik uji : $F = \dfrac{JKP_x/(t-1)}{JKG_x/(t(r-1))}$ (3.5)

dengan JKP_x = jumlah kuadrat perlakuan untuk variabel x

JKG_x = jumlah kuadrat galat untuk variabel x

t = banyaknya perlakuan

r = banyaknya ulangan

iv. kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha\ (t-1,t(r-1))}$

2. Hubungan antara variabel konkomitan dengan variabel respon bersifat linier. Asumsi ini dapat diketahui dari plot *X* dan *Y* yaitu apabila titik-titik amatan mengikuti pola garis lurus maka terdapat hubungan linier.
3. Galat berdistribusi normal. Asumsi ini dapat diperiksa dengan menggunakan grafik peluang normal dari galat. Apabila titik-titik amatan mengikuti arah garis diagonal maka galat berdistribusi normal. Hal ini dapat dilakukan dengan langkah penduga kuadrat terkecil sebagai berikut (Yitnosumarto, 1993: 117):

a. $$\hat{\mu}_{\hat{Y}} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{ijk}}{r} = \hat{Y} \qquad (3.6)$$

b. $$\hat{\mu}_X = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\frac{X_{ijk}}{r} = \hat{X} \qquad (3.7)$$

c. $$\hat{a}_i = \left[\frac{\sum_{i=1}^{r} Y_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_Y\right] - \hat{Y}\left[\frac{\sum_{i=1}^{r} X_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_X\right] \qquad (3.8)$$

d. $$\hat{\beta}_j = \left[\frac{\sum_{j=1}^{r} Y_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_Y \right] - \hat{Y} \left[\frac{\sum_{j=1}^{r} X_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_X \right] \qquad (3.9)$$

e. $$\hat{\tau}_k = \left[\frac{\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_Y \right] - \hat{Y} \left[\frac{\sum_{k=1}^{r} X_{ijk}}{r} - \hat{\mu}_X \right] \qquad (3.10)$$

f. $$\hat{Y} = \sum\sum\sum \frac{(Y_{ijk} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{..k} + \overline{Y}_{...})(X_{ijk} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{..k} + \overline{X}_{...})}{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1} (X_{ijk} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{..k})^2}$$

$$= \frac{JHK_{XY}}{JK_X} \qquad (3.11)$$

g. $$\hat{\varepsilon}_{ijk} = Y_{ijk} - \overline{Y}_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_k - \hat{Y}(X_{ijk} - \overline{X}_{...}) \qquad (3.12)$$

4. Pengaruh X terhadap Y

i. Hipotesis untuk uji ini adalah :

H_0 : $\gamma = 0$ (X tidak mempengaruhi Y)

H_1 : $\gamma \neq 0$ (X mempengaruhi Y)

ii. Taraf signifikan : α

iii. Statistik uji : $F = \dfrac{KTregresi}{KTgalatterkoreksi}$ (3.13)

iv. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha}$ (*db* regresi, *db* galat terkoreksi).

Setelah semua asumsi telah terpenuhi dapat dilanjutkan dengan langkah berikut:

1. Menghitung Jumlah Kuadrat Total (JKT) dari *X*,*Y* dan Jumlah Hasil Kali Total (JHKT) dari *X*,*Y*

$$JKT_x = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} X_{ijk}^{\;2} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (3.14)$$

$$JKT_y = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}^{\;2} - \frac{Y_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (3.15)$$

$$JHKT_{xy} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} X_{ijk} Y_{ijk} - \frac{X_{...} Y_{...}}{r^2} \qquad (3.16)$$

2. Menghitung Jumlah Kuadrat Baris (JKB) dari *X*,*Y* dan Jumlah Hasil Kali Baris (JHKB) dari *X*,*Y*

$$JKB_x = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i...}^{\;2}}{r} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (3.17)$$

$$JKB_y = \sum_{i=1}^{r} \frac{Y_{...}^{\;2}}{r} - \frac{Y_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (3.18)$$

$$JHKB_{xy} = \sum_{i=1}^{r} \frac{X_{i...} Y_{i...}}{r} - \frac{X_{...} Y_{...}}{r^2}$$

(3.19)

3. Menghitung Jumlah Kuadrat Kolom (JKK) dari *X*,*Y* dan Jumlah Hasil Kali Kolom (JHKK) dari *X*,*Y*

$$JKK_x = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j.}^{\;2}}{r} - \frac{X_{...}^{\;2}}{r^2} \qquad (3.20)$$

$$JKK_y = \sum_{j=1}^{r} \frac{Y_{.j.}^{\;2}}{r} - \frac{Y_{...}}{r^2} \qquad (3.21)$$

$$JHKK_{xy} = \sum_{j=1}^{r} \frac{X_{.j.}Y_{.j.}}{r} - \frac{X_{...}Y_{...}}{r^2} \quad (3.22)$$

4. Menghitung Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP) dari *X*,*Y* dan JHKP dari *X*,*Y*

$$JKP_x = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k}{}^2}{r} - \frac{X_{...}{}^2}{r^2} \quad (3.23)$$

$$JKP_y = \sum_{k=1}^{r} \frac{Y_{..k}{}^2}{r} - \frac{Y_{...}{}^2}{r^2} \quad (3.24)$$

$$JHKP_{xy} = \sum_{k=1}^{r} \frac{X_{..k}Y_{..k}}{r} - \frac{X_{...}Y_{...}}{r^2}$$

(3.25)

5. Menghitung Jumlah Kuadrat Galat (JKG) dari *X*,*Y* dan JHKG dari *X*,*Y*

$JKG_x = JKT_x - JKB_x - JKK_x - JKP_x$

$JKG_y = JKT_y - JKB_y - JKK_y - JKP_y$

$JHKG_{xy} = JHKT_{xy} - JHKB_{xy} - JHKK_{xy} - JHKP_{xy}$

6. Menghitung Jumlah Kuadrat Terkoreksi

JKG Terkoreksi *Y* (JKG_y terkoreksi) adalah JKGy terkoreksi

$$= JKGy - \frac{(JHKG_{xy})^2}{JKG_x}$$

JKG_y terkoreksi (perlakuan + galat) adalah

JK (P+G) terkoreksi = $(JKP_y + JKG_y) - \dfrac{(JHKP_{xy} + JHKG_{xy})^2}{JKP_x + JKG_x}$

Jumlah Kuadrat Perlakuan terkoreksi *Y* (JKP_y terkoreksi) adalah

JKP_y terkoreksi = $JK\ (P + G)$ terkoreksi – JKG_y Terkoreksi

Jumlah Kuadrat (Baris + Galat) terkoreksi adalah

$$\text{JK (B +G) terkoreksi} = (JKB_y + JKG_y) - \frac{(JHKB_{xy} - JHKG_{xy})^2}{JKB_X + JKG_x}$$

Jumlah Kuadrat (Kolom + Galat) terkoreksi

$$\text{JK(K + G) terkoreksi} = (JKKY + JKGY) - \frac{(JHKK_{xy} - JHKG_{xy})^2}{JKK_X + JKG_x}$$

Jumlah Kuadrat Baris terkoreksi *Y* (JKB_y terkoreksi) adalah :

JKB_y terkoreksi = *JK (B+G)* terkoreksi – JKG_y terkoreksi

JKK terkoreksi dari *Y* (JKK_y terkoreksi) adalah :

JKK_y terkoreksi = *JK (K + G)* terkoreksi – JKG_y terkoreksi

7. Menghitung *db* terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, dan kolom.

   db galat terkoreksi = (r-1) (r-2) -1

   db perlakuan terkoreksi = r-1

   db baris terkoreksi = r-1

   db kolom terkoreksi = r-1

8. Menghitung KT

   $$KTG \text{ terkoreksi} = \frac{JKG_y terkoreksi}{dbgalatterkoreksi}$$

   $$KTP \text{ terkoreksi} = \frac{JKP_y terkoreksi}{dbperlakuanterkoreksi}$$

KTB terkoreksi = $\frac{JKB_y terkoreksi}{dbbaristerkoreksi}$

KTK terkoreksi = $\frac{JKK_y terkoreksi}{dbkolomterkoreksi}$

9. Melakukan uji hipotesis

   a. Pengaruh perlakuan

      i. Hipotesis untuk uji ini adalah

      H_0: $\tau_1 = \tau_2 = ... = \tau_r = 0$ (tidak ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

      H_1: minimal ada satu $\tau_k \neq 0, k = 1,2,...,r$ (ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati)

      ii. Taraf signifikansi : α

      iii. Statistik uji : $F = \frac{KTPterkoreksi}{KTGterkoreksi}$

      iv. Kriteria keputusan : H_0 di tolak jika $F_{\text{hit}} > F\alpha$ (*db*P,*db*G)

   b. Pengaruh baris

      i. Hipotesis

      H_0: $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_r = 0$ (tidak ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

      H_1: minimal ada satu $\alpha_i \neq 0, i = 1,2,...,r$ (ada pengaruh baris terhadap respons yang diamati)

      ii. Taraf signifikansi : α = 0,05

iii. Statistik uji : $F = \dfrac{KTBterkoreksi}{KTGterkoreksi}$

iv. Kriteria keputusan : H_0 di tolak jika $F_{hit} > F\alpha\,(\,dbB, dbG)$

c. Kolom

i. Hipotesis

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_r = 0$ (tidak ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

H_1 : minimal ada satu $\beta_j \neq 0,1,2,...,r$ (ada pengaruh kolom terhadap respons yang diamati)

ii. Taraf signifikansi : α

iii. Satistik uji : F = $\dfrac{KTKterkoreksi}{KTGterkoreksi}$

iv. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F\alpha\,(\,dbK, dbG)$

Dengan menduga data hilang pada baris ke-*i* kolom ke-*j* dan perlakuan ke-*k*, maka

SV	Sebelum dikoreksi	KT regresi	db regresi	Setelah dikoreksi

analisis kovariansnya dapat dilihat pada tabel berikut:

	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}			Db	JK	KT	F_{hit}
Total	r^2-1	JKT_x	JKT_y	$JHKT_{xy}$	-	-	r^2-1	-	-	-
Baris	r-1	JKB_x	JKB_y	$JHKB_{xy}$	-	-	r-1	JKB (koreksi)	$\frac{JKB\ terkoreksi}{db}$	$\frac{KTBterkoreksi)}{KTG(trkoreksi)}$
Kolom	r-1	JKK_x	JKK_y	$JHKK_{xy}$	-	-	r-1	JKK (koreksi)	$\frac{JKK\ terkoreksi}{db}$	$\frac{KTK(terkoreksi}{KTG(trkoreksi)}$
Perlakuan	r-1	JKP_x	JKP_y	$JHKP_{xy}$	-	-	r-1	JKP' (koreksi)	$\frac{JKP'\ terkoreksi}{db}$	$\frac{KTP'(terkoreksi}{KTG(trkoreksi)}$
Galat	(r-1)(r-2)	JKG_x	JKG_y	$JHKG_{xy}$	$\frac{JHKGxy^2}{JKG_x}$	1	(r-1)(r-2)-1	JKG (koreksi)	$\frac{JKGterkoreksi}{db}$	-

Tabel 3.1. Analisis Kovarians Pada Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan Data Hilang

B. Penerapan Analisis Kovarians Pada Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan Data Hilang

Dalam suatu percobaan ingin diketahui pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi yang terdapat dalam petak percobaan. Telah diketahui bahwa hasil produksi per petak juga tergantung pemberian insektisida terhadap kesuburan tanaman padi. Perlakuan ditetapkan terdiri dari 4 yaitu A, B,C, dan D.

Dalam hal ini, pemberian insektisida dianggap sebagai variabel X atau variabel konkomitan, sedangkan hasil produksi tanaman padi dianggap sebagai variabel Y. Berdasarkan semua taraf yang digunakan dalam percobaan sehingga kesimpulan dimaksudkan untuk semua taraf yang digunakan maka model matematis yang digunakan adalah model tetap. Data aslinya adalah data lengkap, sehingga untuk penerapan RBSL dengan satu data hilang dilakukan penyesuaian dengan menganggap data pada perlakuan ke-D kelompok ke-2 (Y_{12}) hilang. Sedangkan untuk RBSL dengan dua data hilang, dianggap data pada perlakuan ke-A kelompok ke-3 (Y_{23}) dan perlakuan ke-B kelompok ke-4 (Y_{44}) hilang.

Data dan penyelesaian untuk RBSL dengan data lengkap, RBSL dengan satu data hilang, dan RBSL dengan dua data hilang adalah sebagai berikut.

1. Data lengkap

Tabel 3.2. Data Hasil Produksi Tanaman Padi (Y) dan Pemberian Insektisida (X)

Baris		Kolom				Total Baris
		1	2	3	4	
1	V X Y	C 3,27 3,33	D 3,97 4,17	B 4,19 4,49	A 2,96 3,35	 14,39 15,34
2	V X Y	D 3,77 3,93	B 4,12 4,22	A 4,10 4,48	C 3,28 3,98	 15,27 16,61
3	V X Y	B 4,02 4,12	A 3,38 3,79	C 4,91 5,02	D 3,96 4,14	 16,27 17,07
4	V X Y	A 4,12 4,55	C 4,57 4,40	D 3,13 3,30	B 4,18 4,44	 16 16,69
Total Kolom	$X_{.j.}$ $Y_{.j.}$	15,18 15,93	16,04 16,58	16,33 17,29	14,38 15,89	61,93 65,71

Data total perlakuan

	A	B	C	D

$X_{..k}$	14,56	16,61	16,03	14,83
$Y_{..k}$	16,17	17,27	16,73	15,54

Sumber: Wijayanti, Ria. 2009, dengan penyesuaian

Keterangan : V = perlakuan varietas tanaman padi

X = pemberian insektisida

Y = hasil produksi tanaman padi

Model linier analisis kovarians dalam rancangan bujur sangkar latin adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \gamma(X_{ijk} - \bar{x}\ldots) + \varepsilon_{ijk} \qquad (3.47)$$

dengan i = 1,2,3,…,r

j = 1,2,3,…,r

k = 1,2,3,…,r

$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

Y_{ijk} = hasil produksi dari varietas tanaman padi ke-*k* yang dipengaruhi oleh baris ke-*i* dan kolom ke-*j*

μ = rata-rata hasil produksi yang sesungguhnya

α_i = pengaruh aditif dari baris ke-*i*

β_j = pengaruh aditif dari kolom ke-*j*

τ_k = pengaruh aditif dari varietas padi ke-*k*

$\overline{X}_{...}$ = nilai rata-rata pemberian insektisida

ε_{ijk} = pengaruh galat yang timbul dari varietas tanaman padi ke-*k* pada baris ke-*i* kolom ke-*j*

X_{ijk} = pemberian insektisida dari pelakuan ke-*k* dalam baris ke-*i* kolom ke-*j*, merupakan peubah pengiring yang mempengaruhi nilai pengamatan Y_{ijk}.

Sebelum melakukan analisis pada kasus dengan satu data hilang dan dua data hilang, akan dilakukan analisis terhadap data lengkap dengan kasus yang sama.

1. Pengujian asumsi

   Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

   a. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

      i. Hipotesis

      H_0: Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

      H_1: Variabel konkomitan berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

      ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0,05$

      iii. Statistik uji:

$$F = \frac{JKPx/(t-1)}{JKGx/t((r-1))}$$

dengan :

JKPx = Jumlah Kuadrat Perlakuan untuk variabel *x*

JKGx = Jumlah Kuadrat Galat untuk variabel *x*

t = banyaknya perlakuan

r = banyaknya ulangan

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha\ (t-1),\ t(r-1)}$

v. Perhitungan:

$$F = \frac{0{,}6580687/(4-1)}{2{,}5487376/4((4-1))} = 1{,}032775911$$

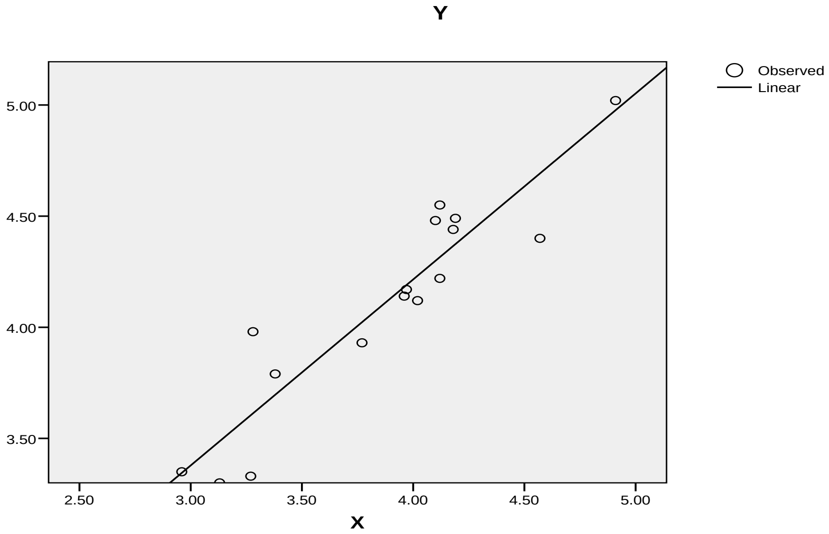
$F_{0,05}(3,12) = 3{,}49$

vi. Kesimpulan:

H_0 diterima karena $F_{hit} < F_{\alpha}$, artinya variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

b. Hubungan antara variabel *X* dan *Y* bersifat linier

Terlihat bahwa variabel *X* dan *Y* bersifat linier karena gambar grafiknya mengikuti garis lurus.



Gambar 3.1. Grafik Hubungan Linier Variabel *X* dan Variabel *Y*

c. Galat berdistribusi normal

Komponen galat percobaan dicari menurut prosedur sebagai berikut:

i. $\hat{\mu}_y = \hat{y}... = \dfrac{65,71}{16} = 4,106875$

ii. $\hat{\mu}_x = \hat{x}... = \dfrac{61,91}{16} = 3,870625$

iii. $\hat{y} = \dfrac{JHKGx}{JKGx} = 0,911279607$

iv. $\hat{a}_i = \left(\bar{y}_{.i.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.i.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{a}_1 = \left(\frac{15,34}{4} - \frac{65,71}{16}\right) - 0,911279607\left(\frac{14,39}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,022981758$$

$$\hat{a}_2 = \left(\frac{16{,}61}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{15{,}27}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = 0{,}094036729$$

$$\hat{a}_3 = \left(\frac{17{,}07}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}9112279607\left(\frac{16{,}27}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}018783172$$

$$\hat{a}_4 = \left(\frac{16{,}69}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{16}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}052271799$$

v. $\hat{\beta}_j = \left(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{\beta}_1 = \left(\frac{15{,}93}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{15{,}18}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}05545948$$

$$\hat{\beta}_2 = \left(\frac{16{,}58}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{16{,}04}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}088884595$$

$$\hat{\beta}_3 = \left(\frac{17{,}29}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{16{,}33}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = 0{,}019547634$$

$$\hat{\beta}_4 = \left(\frac{15{,}91}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{14{,}38}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = 0{,}121796441$$

vi. $\hat{\tau}_k = \left(\bar{y}_{.k.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.k.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{\tau}_A = \left(\frac{16{,}17}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{14{,}56}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = 0{,}145788859$$

$$\hat{\tau}_B = \left(\frac{17{,}27}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{16{,}51}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}023459949$$

$$\hat{\tau}_C = \left(\frac{16{,}73}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{16{,}03}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}049106396$$

$$\hat{\tau}_D = \left(\frac{15{,}54}{4} - \frac{65{,}71}{16}\right) - 0{,}911279607\left(\frac{14{,}83}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}073222515$$

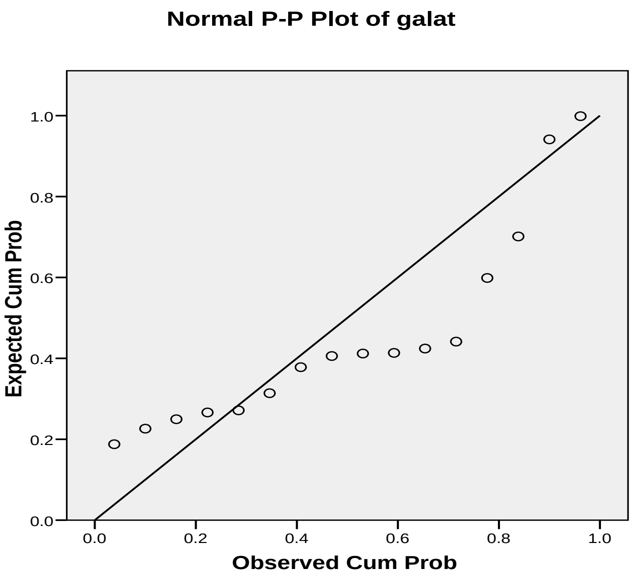
vii. $\hat{\varepsilon}_{i\,jk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{\mu}_y - \hat{a}_i - \hat{\beta}_i - \hat{\tau}_k(x_{ijk} - \bar{x}...)$

Prosedur untuk mencari data dugaan galat dapat dilihat pada lampiran 1.

Tabel 3.3. Data Dugaan Galat pada Percobaan Varietas Tanaman Padi terhadap Hasil Produksi Padi dengan Data Lengkap.

Baris	Kolom				Total
	A	B	C	D	
1	-0,109	0,124	0,194	0,006	0,215
2	-0,017	-0,096	0,013	0,455	0,355
3	-0,061	0,092	-0,162	0,024	-0,291
4	0,001	-0,820	0,128	0,005	0,698
Total	-0,186	0,756	-0,083	0,49	0,977

Komponen galat percobaan pada tabel diplotkan hasilnya seperti pada gambar berikut:



Gambar 3.2. Grafik Galat dengan Data Lengkap

Terlihat pada gambar grafik diatas bahwa titik-titik dugaan galat mengikuti garis diagonal yang berarti galat berdistribusi normal.

d. Pengaruh *X* terhadap *Y*

i. Hipotesis untuk uji ini adalah:

H_0 : $\gamma = 0$ (*X* tidak mempengaruhi *Y*)

H_1 : $\gamma \neq 0$ (*X* mempengaruhi *Y*)

ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik uji:

$$F = \frac{KT \text{ regresi}}{KTG \text{ terkoreksi}}$$

dengan : KT = Kuadrat Tengah

KTG = Kuadrat Tengah Galat

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha}$ (db regresi,db galat terkoreksi)

v. Perhitungan:

$$KT \text{ regresi} = \frac{(JHKGxy)^2}{JKGx} = 2{,}116549499$$

$$F = \frac{KT \text{ regresi}}{KTG \text{ terkoreksi}} = \frac{2{,}116549499}{0{,}04618762} = 45{,}82503924$$

$F_{0,05}(1,5) = 6{,}61$

vi. Kesimpulan:

H_0 ditolak karena $F_{\text{hit}} > F_{\alpha}$, artinya X berpengaruh terhadap Y.

2. Melakukan perhitungan

Diketahui:

$\sum_{ijk}^{r} x_{ijk} = 61{,}93$ $\qquad$ $\sum_{ijk}^{r} y_{ijk} = 65{,}71$

$$\sum_{ijk}^{r} x_{ijk}^{2} = 24{,}0303$$

$$\sum_{ijk}^{r} y_{ijk}^{2} = 273{,}3691$$

$$\frac{x^2...}{r^2} = \frac{(61,93)^2}{16} = 239,7078063$$

$$\frac{y^2...}{r^2} = \frac{(65,71)^2}{16} = 269,8627563$$

$$\frac{x...y...}{r^2} = \frac{(61,91)(65,71)}{16} = 254,3387688$$

$$\sum\sum x_{i\,jk} y_{ijk} = 257,9554$$

JK dan JHKT untuk variabel *X* dan *Y*

$$JKTx = 244,03030 - 239,7078063 = 4,3224937$$

$$JKTy = 273,3691 - 269,8627563 = 3,5063437$$

$$JKTxy = 256,3872 - 252,7819688 = 3,6052312$$

JK dan JHK variabel baris

$$JKBx = \frac{(14,39)^2 + (15,27)^2 + (16,27)^2 + (16)^2}{4} - 239,7078063$$

$$= 0.5316687$$

$$JKBy = \frac{(15,34)^2 + (16,61)^2 + (17,07)^2 + (16,69)^2}{4} - 269,8627563$$

$$= 0.4244187$$

$$JHKBxy = \frac{(14{,}39)(15{,}34) + (15{,}27)(16{,}61) + (16{,}27)(17{,}27) + (16)(16{,}69)}{4}$$
$$- 254{,}3387688$$
$$= 0{,}4477812$$

JK dan JKH untuk variabel kolom

$$JKKx = \frac{(15{,}18)^2 + (16{,}04)^2 + (16{,}33)^2 + (14{,}38)^2}{4} - 239{,}7078063$$

$$= 0{,}5840187$$

$$JKKy = \frac{(15{,}93)^2 + (16{,}58)^2 + (17{,}29)^2 + (15{,}91)^2}{4} - 269{,}8627563$$

$$= 0{,}3206187$$

$$JHKKxy = \frac{(15{,}18)(15{,}93) + (16{,}04)(16{,}58) + (16{,}33)(17{,}29) + (14{,}38)(15{,}91)}{4}$$
$$- 254{,}3387688$$
$$= 0{,}3842562$$

JK dan JHK untuk variabel perlakuan

$$JKPx = \frac{(14{,}56)^2 + (16{,}51)^2 + (16{,}03)^2 + (14{,}83)^2}{4} - 239{,}37078063$$

$$= 0{,}6580687$$

$$JKPy = \frac{(16{,}17)^2 + (17{,}27)^2 + (16{,}73)^2 + (15{,}54)^2}{4} - 269{,}8627563$$

$$= 0{,}4138187$$

$$JHKPxy = \frac{(164{,}56)(16{,}17 + (16{,}51)(17{,}27) + (16{,}03)(16{,}73) + (14{,}83)(15{,}54)}{4}$$

$$- 254{,}3387688$$

$$= 0{,}4619812$$

JK dan JHK Galat variabel *X* dan *Y*

$$JKGx = 4{,}3224937 - 0{,}5316687 - 0{,}5840187 - 0{,}6580687$$

$$= 2{,}5487376$$

$$JKGy = 3{,}50{,}63437 - 0{,}4244187 - 0{,}3206187 - 0{,}4138187$$

$$= 2{,}3474876$$

$$JHKGxy = 3{,}6166312 - 0{,}4477812 - 0{,}3842562 - 0{,}4619812$$

$$= 2{,}3226126$$

$$JKGy \text{ terkoreksi} = JKGy - \frac{(JHKGxy)^2}{JKGx}$$

$$= 2{,}3474876 - \frac{(2{,}3226126)^2}{2{,}5487376}$$

$$= 0{,}230938101$$

$$JK(B+G)\text{terkoreksi} = (JKBy + JKGy - \frac{(JHKBxy + JHKGxy)^2}{JKBx + JKGx}$$

$$= 2{,}7719063 - 0{,}899359866$$

$$= 1{,}872546434$$

$$JKBy \text{ terkoreksi} = JK(B+G) \text{ terkoreksi} - JKGy \text{ terkoreksi}$$

$$= 1{,}641608333$$

$$JK(K+G)\text{terkoreksi} = (JKKy + JKGy - \frac{(JHKKxy + JHKGxy)^2}{JKKx + JKGx}$$
$$= 2{,}6681063 - 2{,}201953412$$
$$= 0{,}466152888$$

$$JKKy \text{ terkoreksi} = JK(K+G)terkoreksi - JKG_y terkoreksi$$
$$= 0{,}466152888 - 0{,}230938101$$
$$= 0{,}235214787$$

$$JK(P+G)\text{terkoreksi} = (JKPy + JKGy - \frac{(JHKPxy + JHKGxy)^2}{JKPx + JKGx}$$
$$= 0{,}343335926$$

$$JKPy \text{ terkoreksi} = JK(P+G) \text{ terkoreksi} - JKGy \text{ terkoreksi}$$
$$= 0{,}112397825$$

$$KTG \text{ terkoreksi} = \frac{JKGy \text{ terkoreksi}}{(r-1)(r-2)-1} = 0{,}04618762$$

$$KTB \text{ terkoreksi} = \frac{JKBy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = 0{,}547202777$$

$$KTK \text{ terkoreksi} = \frac{JKKy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = 0{,}078404929$$

$$KTP \text{ terkoreksi} = \frac{JKPy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = 0{,}0374565941$$

- Perhitungan *db* terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, dan kolom sebagai berikut :

  - *db* total terkoreksi = $r^2 - 1$ = 16 – 2 = 15

- *db* galat terkoreksi = (r – 1)(r – 2) –1 = (4 –1)(4 – 2) – 1 = 5
- *db* perlakuan terkoreksi = r – 1 = 4 – 1 = 3
- *db* baris terkoreksi = r – 1 = 4 – 1 = 3
- *db* kolom terkoreksi = r – 1 = 4 –1 = 3

3. Melakukan uji Hipotesis

i. Pengaruh perlakuan

$H_0 = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$ (Tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi)

$H_1 : \exists\, \tau_k \neq 0, \quad \mathrm{k} = 1,2,3,4$ (ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi)

ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik uji:

$$F = \frac{KTP \text{ terkoreksi}}{KTG \text{ terkoreksi}}$$

dengan: *KTP* = Kuadrat Tengah Perlakuan

KTG = Kuadrat Tengah Galat

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha\ (\text{dbP,dbG})}$

v. Perhitungan

$$F = \frac{0{,}037465941}{0{,}04618762} = 0{,}811168469$$

$F_{0,05}(3,5)=5{,}41$

vi. Kesimpulan: H_0 diterima, karena $F_{\text{hit}} < F_\alpha$, artinya tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi.

Tabel 3.4. Analisis Kovarians pada Bujur Sangkar Latin dengan Data Lengkap

SV	Sebelum dikoreksi				KT regresi	db regresi	Setelah dikoreksi			
	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}			db	JK	KT	F_{hit}
Total	15	4,3224937	3,5063437	3,6166312	-	-	15	-	-	-
Baris	3	0,5316687	0,4244187	0,4477812	-	-	3	1,641608333	0,547202777	11,84739064
Kolom	3	0,5840187	0,3206187	0,3842562	-	-	3	0,235214787	0,078404929	1,697531265
Perlakuan	3	0,6580687	0,4138187	0,4619812	-	-	3	0,112397825	0,037465941	0,811168469
Galat	6	2,5487376	2,3474876	2,3226126	2,116549499	1	6	0,230938101	0,04618762	-

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis varians (sebelum dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan analisis kovarians (sesudah dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan menghitung koefisien keragaman sebagai berikut:

Koefisien keragamaan untuk Anava

Diketahui: $KTG = \dfrac{JKG}{(r-1)(r-2)} = \dfrac{2,3474876}{(4-1)(4-2)} = 0,391247933$

$$KK = \frac{\sqrt{KTG}}{\bar{y}}100\% = \frac{\sqrt{0,391247933}}{4,106875}100\% = 15,23051342\%$$

Koefisien keragamaan untuk Anakova

$$KK = \frac{\sqrt{KTG \text{ terkoreksi}}}{\bar{y}}100\% = \frac{\sqrt{0,04618762}}{4,10675}100\% = 5,233006902\%$$

Kesimpulan:

Terlihat bahwa koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil dibandingkan dengan koefisien keragaman sebelum di koreksi. Hal ini menunjukan bahwa analisis kovarians lebih tepat dibandingkan dengan analisis varians.

2. Satu data hilang

Tabel 3.5. Data Hasil Produksi Tanaman Padi (Y) dan Pemberian Insetisisda (X) dengan Satu Data Hilang $\mathbf{Y_{12D}}$

Baris		Kolom				Total Baris
		1	2	3	4	
1	V	C	D	B	A	
	X	3,27	3,97	4,19	2,96	14,39
	Y	3,33	$\mathbf{Y_{12}}$	4,49	3,35	13,96
2	V	D	B	A	C	
	X	3,77	4,12	4,10	3,28	15,27
	Y	3,93	4,22	4,48	3,98	16,61
3	V	B	A	C	D	
	X	4,02	3,38	4,91	3,96	16,27
	Y	4,12	3,79	5,02	4,14	17,07
4	V	A	C	D	B	
	X	4,12	4,57	3,13	4,18	16
	Y	4,55	4,40	3,30	4,44	16,69
Total Kolom	$X_{.j.}$	15,18	16,04	16,33	14,38	61,93
	$Y_{.j.}$	15,93	16,58	17,29	15,89	64,33

Data Total Perlakuan

	A	B	C	D
$X_{..k}$	14,56	16,51	16,03	14,83
$Y_{..k}$	16,17	17,27	16,73	14,16

Sumber : Wijayanti, Ria. 2009, dengan penyesuaian

Keterangan : V = perlakuan varietas tanaman padi

X = pemberian insektisida

Y = hasil produksi tanaman padi

Pada kasus data lengkap di atas, dimisalkan data yang hilang terdapat pada perlakuan D kelompok ke-2 (Y_{12}). Sebelum dilakukan analisis, data yang hilang perlu di duga terlebih dahulu. Dengan menggunakan rumus 3.1 didapatkan hasil pendugaannya sebagai berikut:

G = Total seluruhnya – data yang dihilangkan

= 65,71 – 4,17

= 61,54

R_j = 15,34 – 7,17 = 11,17

C_j = 16,58 – 4,17 =12,41

T_k = 15,54 – 4,17 = 11,37

$$Y_{12} = \frac{r(Ri + Cj + Tk) - 2G}{(r-1)(r-2)}$$

$$= \frac{4(11{,}17 + 12{,}41 + 11{,}37) - 2(61{,}54)}{(4-1)(4-2)}$$

$$= \frac{139{,}8 - 123{,}08}{(3)(2)} = 2{,}786666667$$

$$\text{Bias} = \frac{(G - R_i - C_j - (r-1)T_k)}{\{(r-1)(r-2)\}^2}$$

$$= \frac{(61{,}54 - 11{,}17 - 12{,}41 - (4-1)11{,}37)}{\{(4-1)(4-2)\}^2}$$

$$= \frac{37{,}96 - 34{,}11}{36} = \frac{14{,}8225}{36}$$

$$= 0{,}411736111$$

Nilai dugaan data hilang yang telah didapat kemudian dimasukkan kedalam tabel pengamatan.

Tabel 3.6. Data Hasil Produksi Tanaman Padi (Y) dan Varietas Tanaman (X) dengan Nilai Dugaan Satu Data Hilang Y_{12D}

Baris		Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3	Kolom 4	Total Baris
1	V	C	D	B	A	
	X	3,27	3,97	4,19	2,96	14,39
	Y	3,33	**2,79**	4,49	3,35	13,96
2	V	D	B	A	C	
	X	3,77	4,12	4,10	3,28	15,27
	Y	3,93	4,22	4,48	3,98	16,61
3	V	B	A	C	D	
	X	4,02	3,38	4,91	3,96	16,27
	Y	4,12	3,79	5,02	4,14	17,07
4	V	A	C	D	B	
	X	4,12	4,57	3,15	4,16	16
	Y	4,55	4,40	3,30	4,44	16,69
Total Kolom	$X_{.j.}$	15,18	16,04	16,33	14,38	61,93
	$Y_{.j.}$	15,93	16,58	17,29	15,89	64,33

Data Total Perlakuan

	A	B	C	D
$X_{..k}$	14,56	16,51	16,03	14,83
$Y_{..k}$	16,17	17,27	16,73	14,16

Sumber: Wijayanti, Ria. 2009, dengan penyesuaian

Keterangan : V = perlakuan varietas tanaman padi

X = pemberian insektisida

Y = hasil produksi tanaman padi

Sebelum dilakukan analisis kovarians terlebih dahulu dilakukan uji asumsi sebagai berikut:

1. Pengujian asumsi

   a. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

   i. Hipotesis

   H_0: Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

   H_1: Variabel konkomitan berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

   ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

   iii. Statistik uji:

$$F = \frac{JKPx/(t-1)}{JKGx/t((r-1))}$$

dengan :

$JKPx$ = Jumlah Kuadrat Perlakuan untuk variabel x

$JKGx$ = Jumlah Kuadrat Galat untuk variabel x

t = banyaknya perlakuan

r = banyaknya ulangan

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha\ (t-1),\ t(r-1)}$

v. Perhitungan:

$$F = \frac{0{,}6580687/(4-1)}{2{,}5487376/4(4-1))} = 1{,}032775911$$

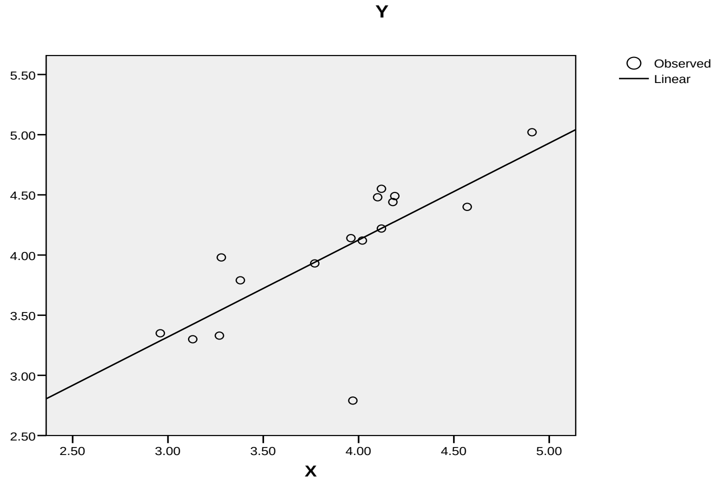
$F_{0,05}(3,12) = 3{,}49$

vi. Kesimpulan:

H_0 diterima karena $F_{\text{hit}} < F_{\alpha}$, artinya variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

b. Hubungan antara variabel X dan Y bersifat linier

Terlihat bahwa variabel X dan Y bersifat linier karena gambar grafiknya mengikuti garis lurus.



Gambar 3.3. Grafik Hubungan Linier antara Variabel *X* dan Variabel *Y*

c. Galat berdistribusi normal

Komponen galat percobaan dicari menurut prosedur sebagai berikut:

i. $\hat{\mu}_y = \hat{y}... = \dfrac{64,33}{16} = 4,020625$

ii. $\hat{\mu}_x = \hat{x}... = \dfrac{61,93}{16} = 3,870625$

iii. $\hat{y} = \dfrac{JHKGx}{JKGx} = 0,696731589$

iv. $\hat{a}_i = \left(\bar{y}_{.i.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.i.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{a}_1 = \left(\frac{13,96}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{14,39}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,340330185$$

$$\hat{a}_2 = \left(\frac{16,61}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{15,27}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,168888865$$

$$\hat{a}_3 = \left(\frac{17,07}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{16,27}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,109705969$$

$$\hat{a}_4 = \left(\frac{16,69}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{16}{4} - \frac{61,33}{16}\right) = 0,061735351$$

v. $\hat{\beta}_j = \left(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{\beta}_1 = \left(\frac{15,93}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{15,18}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,014565326$$

$$\hat{\beta}_2 = \left(\frac{15,2}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{16,04}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,317731965$$

$$\hat{\beta}_3 = \left(\frac{17,29}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{16,33}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,154254995$$

$$\hat{\beta}_4 = \left(\frac{15,91}{4} - \frac{65,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{14,38}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,148228956$$

vi. $\bar{\tau}_A = \left(\bar{y}_{.k.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.k.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{\tau}_A = \left(\frac{16,17}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{14,56}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,182558722$$

$$\hat{\tau}_B = \left(\frac{16,17}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{15,56}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,117902074$$

$$\hat{\tau}_C = \left(\frac{16,73}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0,696731589\left(\frac{15,03}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,066509864$$

$$\hat{\tau}_D = \left(\frac{14,16}{4} - \frac{64,33}{16}\right) - 0696731589\left(\frac{14,03}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,36697066$$

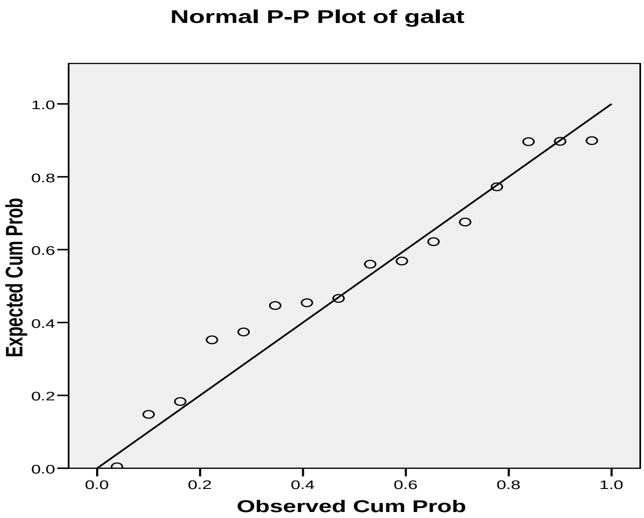
vii. $\hat{\varepsilon}_{i\,jk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{\mu}_y - \hat{a}_i - \hat{\beta}_i - \hat{\tau}_k(x_{ijk} - \bar{x}...)$

Prosedur untuk mencari data dugaan galat dapat dilihat pada lampiran 1

Tabel 3.7. Data Dugaan Galat pada Percobaan Pemberian Insektisida terhadap Hasil Produksi Padi dengan Satu Data Hilang

Baris	Kolom				Total
	A	B	C	D	
1	-0,144	-0,974	0,455	0,107	-0,556
2	0,495	0,057	0,266	0,453	1,271
3	-0,387	-0,335	-0,055	0,160	-0,617
4	-0,037	0,049	-0,048	-0,123	-0,159
Total	-0,073	-1,203	0,618	0,579	-0,061

Komponen galat percobaan pada tabel diplotkan hasilnya seperti pada gambar berikut:



Gambar 3.4. Grafik Galat dengan Satu Data Hilang

Terlihat pada gambar grafik diatas bahwa titik-titik dugaan galat mengikuti garis diagonal yang berarti galat berdistribusi normal.

d. Pengaruh X terhadap Y

i. Hipotesis untuk uji ini adalah:

H_0 : $\gamma = 0$ (X tidak mempengaruhi Y)

H_1 : $\gamma \neq 0$ (X mempengaruhi Y)

ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik uji:

$$F = \frac{KT \text{ regresi}}{KT \text{ terkoreksi}}$$

dengan: KT = Kuadrat Tengah

KTG = Kuadrat Tengah Galat

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha\,(\text{db regresi,db galat terkoreksi})}$

v. Perhitungan:

$$KT \text{ regresi} = \frac{(JHKGxy)^2}{JKGx} = \frac{(1{,}775876)^2}{2{,}5487376} = 1{,}237371618$$

$$F = \frac{KT \text{ regresi}}{KTG \text{ terkoreksi}} = \frac{1{,}237371618}{0{,}078527833} = 26{,}79011427$$

$F_{0,05}(1,5) = 6{,}61$

vi. Kesimpulan:

H_0 ditolak karena $F_{\text{hit}} > F_\alpha$, artinya X berpengaruh terhadap Y.

2. Melakukan perhitungan

$$\sum_{ijk}^{r} x_{i\,jk} = 61{,}93 \qquad \sum_{ijk}^{r} y_{i\,jk} = 64{,}33$$

$$\frac{x^2\ldots}{r^2} = \frac{(61{,}93)^2}{16} = 239{,}7078063$$

$$\frac{y^2\ldots}{r^2} = \frac{(64{,}33)^2}{16} = 258{,}6468063$$

$$\sum_{ijk}^{r} x_{ijk}^{\;2} = 244{,}0303$$

$$\sum_{ijk}^{r} y_{ijk}^{2} = 263,743$$

$$\sum\sum x_{i\,jk}\, y_{ijk} = 252,4768$$

$$\frac{x...y...}{r^2} = \frac{(61,93)(64,33)}{16} = 248,9973063$$

JK dan JHK Variabel *X* dan *Y*

$$JKTx = 244,0303 - 239,7078063 = 4,3224937$$

$$JKTy = 263,7643 - 258,6468063 = 5,1174937$$

$$JKTxy = 252,4768 - 248,9973063 = 3,4794937$$

JK dan JHK variabel baris

$$JKBx = \frac{(14,39)^2 + (15,27)^2 + (16,27)^2 + (16)^2}{4} - 239,7078063$$

$$= 0.5316687$$

$$JKBy = \frac{(13,96)^2 + (16,61)^2 + (17,07)^2 + (16,69)^2}{4} - 258,6468063$$

$$= 1,5318687$$

$$JHKBxy = \frac{(14,39)(13,96) + (15,27)(16,61) + (16,27)(17,07) + (16)(16,69)}{4}$$
$$- 248,9973063$$
$$= 0,8246937$$

JK dan JKH variabel kolom

$$JKKx = \frac{(15{,}18)^2 + (16{,}04)^2 + (16{,}33)^2 + (14{,}38)^2}{4} - 239{,}7078063$$

$$= 0{,}5840187$$

$$JKKy = \frac{(15{,}93)^2 + (15{,}2)^2 + (17{,}29)^2 + (15{,}91)^2}{4} - 258{,}6468063$$

$$= 0{,}5724687$$

$$JKKxy = \frac{(15{,}18)(15{,}93) + (16{,}04)(15{,}2) + (16{,}33)(17{,}29) + (14{,}38)(15{,}91)}{4}$$
$$- 248{,}9973063$$
$$= 0{,}1919187$$

JK dan JHK variabel perlakuan

$$JKPx = \frac{(14{,}56)^2 + (16{,}51)^2 + (16{,}03)^2 + (14{,}83)^2}{4} - 239{,}7078063$$

$$= 0{,}6580687$$

$$JKPy = \frac{(16{,}17)^2 + (17{,}27)^2 + (16{,}73)^2 + (14{,}16)^2}{4} - 258{,}6468063$$

$$= 1{,}3832687$$

$$JHKPxy = \frac{(14{,}56)(16{,}17) + (17{,}27)(16{,}67) + (16{,}03)(16{,}73) + (14{,}83)(14{,}16)}{4}$$
$$- 248{,}9973063$$
$$= 0{,}6870937$$

JK dan JHK Galat variabel *X* dan *Y*

$$JKGx = 4{,}3544437 - 0{,}5223187 - 0{,}5718687 - 0{,}4578187$$

$$= 2{,}5487376$$

$$JKGy = 5{,}1174937 - 1{,}5318687 - 0{,}5724687 - 1{,}3832687$$

$$= 1{,}6298876$$

$$JHKGxy = 3{,}4794937 - 0{,}8246937 - 0{,}1919187 - 0{,}6870937$$
$$= 1{,}7757876$$

$$JKGy \text{ terkoreksi} = JKGy - \frac{(JHKGxy)^2}{JKGx}$$
$$= 1{,}6298876 - \frac{(1{,}7757876)^2}{2{,}5487376}$$
$$= 1{,}6298876 - 1{,}237248432$$
$$= 0{,}392539168$$

$$JK(B+G)\text{terkoreksi} = (JKBy + JKGy - \frac{(JHKBxy + JHKGxy)^2}{JKBx + JKGx}$$
$$= (15318687 + 1{,}6299887) - \frac{(6{,}8246937 + 1{,}7757876)}{(0{,}5316687 + 2{,}54887376)}$$

$$JKBy \text{ terkoreksi} = JK(B+G) \text{ terkoreksi} - JKGy \text{ terkoreksi}$$
$$= 0{,}966428043 - 0{,}392639168$$
$$= 0{,}573788875$$

$$JK(K+G)\text{terkoreksi} = (JKKy + JKGy - \frac{(JHKKxy + JHKGxy)^2}{JKKx + JKGx}$$

$$= (1{,}3832687 + 1{,}62988776) - \frac{(0{,}6870937 + 1{,}7757876)^2}{(0{,}6580687 + 2{,}5487376)}$$

$$= 3{,}0131563 - 1{,}891534359$$

$$= 1{,}121621941$$

$$JKKy \text{ terkoreksi} = 0{,}966426112 - 0{,}3926391686$$

$$= 0{,}573786944$$

$$JK(P+G)\text{terkoreksi} = (JKPy + JKGy - \frac{(JHKPxy + JHKGxy)^2}{JKPx + JKGx}$$

$$= (1{,}3832687 + 1{,}6298876) - \frac{(0{,}6870937 + 1{,}7757876)}{(0{,}6580687 + 2{,}5487376)}$$

$$= 1{,}121621941$$

$$JKPy \text{ terkoreksi} = JKPy - bias$$

$$= 1{,}3832687 - 0{,}1411736111$$

$$KTG \text{ terkoreksi} = \frac{JKGy \text{ terkoreksi}}{(r-1)(r-2)-1} = \frac{0{,}392639168}{(4-1)(4-2)-1} = 0{,}078527833$$

$$KTB \text{ terkoreksi} = \frac{JKBy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = \frac{0{,}573788875}{3} = 0{,}191262958$$

$$KTK \text{ terkoreksi} = \frac{JKKy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = \frac{0{,}573788875}{3} = 0{,}191262314$$

$$KTP \text{ terkoreksi} = \frac{JKPy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = \frac{1{,}242095089}{3} = 0{,}414031696$$

- Perhitungan *db* terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, dan kolom sebagai berikut :
  - *db* total terkoreksi = $r^2 - 1 = 16 - 1 = 15$
  - *db* galat terkoreksi = $(r-1)(r-2) - 1 = (4-1)(4-2) - 1 = 5$
  - *db* perlakuan terkoreksi = $r - 1 = 4 - 1 = 3$
  - *db* baris terkoreksi = $r - 1 = 4 - 1 = 3$
  - *db* kolom terkoreksi = $r - 1 = 4 - 1 = 3$

3. Melakukan uji Hipotesis

- Pengaruh perlakuan

i. Hipotesis

$H_0 = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$ (Tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi)

$H_1 : \exists \tau_k \neq 0, \quad k = 1,2,3,4$ (ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi)

ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik uji:

$$F = \frac{KTP \text{ terkoreksi}}{KTG \text{ terkoreksi}}$$

dengan :

KTP = Kuadrat Tengah Perlakuan

KTG = Kuadrat Tengah Galat

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha\ (\text{dbP,dbG})}$

v. Perhitungan

$$F = \frac{0,414031696}{0,078527833} = 5,272419733$$

$F_{0,05}(3,5)=16,53$

vi. Kesimpulan

H_0 diterima, karena F_{hit} < F_{α}, artinya tidak ada pengaruh pemberian pupuk terhadap hasil produksi padi.

Tabel 3.8. Tabel Analisis Kovarians pada Rancangan Bujur Sangkar Latin Dengan Satu Data Hilang

SV	Sebelum dikoreksi				KT regresi	db regresi	Setelah dikoreksi			
	Db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}			db	JK	KT	F_{hit}
Total	15	4,3224937	5,1174937	3,4794937	-	-	14	-	-	-
Baris	3	0,5316687	1,5318687	0,8246937	-	-	3	0,573788875	0,191262958	2,435607232
Kolom	3	0,5840187	0,5724687	0,1919187	-	-	3	0,573786944	0,191262314	0,243559903
Perlakuan	3	0,6580687	1,3832687	0,6870937	-	-	3	1,242095089	0,414031696	5,272419733
Galat	6	2,5487376	1,6298876	1,7757876	1,237371618	1	5	0,392639168	0,078527833	-

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis variansi (sebelum dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan analisis kovarians (sesudah dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan menghitung koefisien keragaman sebagai berikut:

Koefisien keragamaan untuk Anava

Diketahui: $KTG = \dfrac{JKG}{(r-1)(r-2)} = \dfrac{1,629876}{6} = 0,271647793$

$$KK = \frac{\sqrt{KTG}}{\bar{y}}100\% = \frac{\sqrt{0,271647793}}{4,020625}100\% = 12,96312276\%$$

Koefisien keragamaan untuk Anakova

$$KK = \frac{\sqrt{KTG\ \text{terkoreksi}}}{\bar{y}}100\% = \frac{\sqrt{0,078527833}}{4,020625}100\% = 6,969766647\%$$

Kesimpulan: Terlihat bahwa koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil dibandingkan dengan koefisien keragaman sebelum di koreksi. Hal ini menunjukkan bahwa analisis kovarians lebih tepat digunakan dibandingkan dengan analisis varians.

3. Dua data hilang

Seperti pada kasus satu data hilang, pada penerapan dua data hilang juga menggunakan kasus data lengkap tetapi dengan perubahan yaitu di misalkan data pada perlakuan A kelompok ke-3 (Y_{23}) dan perlakuaan B kelompok ke-4 (Y_{44}). Sebelum melakukan analisis, akan dilakukan pendugaan pada dua data hilang tersebut dengan menggunakan rumus iterasi. nilai pendugaan yang diperoleh dimasukkan ke dalam tabel pengamatan.

Tabel 3.9. Data Hasil Produksi Tanaman Padi (Y) dan Pemberian Insetisida(X) dengan Dua Data Hilang $\mathbf{Y_{23\,A}}$ dan $\mathbf{Y_{44B}}$

Baris		Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3	Kolom 4	Total Baris
1	V	C	D	B	A	
	X	3,27	3,97	4,19	2,96	14,39
	Y	3,33	4,17	4,49	3,35	15,34
2	V	D	B	A	C	
	X	3,77	4,12	4,10	3,28	15,27
	Y	3,93	4,22	$\mathbf{Y_{23}}$	3,98	16,14
3	V	B	A	C	D	
	X	4,02	3,38	4,91	3,96	16,27
	Y	4,12	3,79	5,02	4,14	17,07
4	V	A	C	D	B	
	X	4,12	4,57	3,15	4,16	16
	Y	4,55	4,40	3,30	$\mathbf{Y_{44}}$	16,19
Total Kolom	$X_{.j.}$	15,18	16,04	16,33	14,38	61,93
	$Y_{.j.}$	15,93	16,58	16,82	15,41	64,33

Data total perlakuan

	A	B	C	D
$X_{..k}$	14,56	16,51	16,03	14,83
$Y_{..k}$	15,7	16,77	16,73	15,54

Sumber: Wijayanti, Ria. 2009, dengan penyesuaian

Keterangan : V = perlakuan varietas tanaman padi

X = pemberian insektisida

Y = hasil produksi tanaman padi

Prosedur pendugaan dua data hilang dalam tabel, yaitu Y_{23A} dan Y_{44B} sebagai berikut:

a. Pendugaan $Y^{(1)}{}_{23A}$ (iterasi pertama)

$$Y_{23A} = \frac{\overline{Y}_b + \overline{Y}_k + \overline{Y}_p}{3} = \frac{\frac{12,13}{3} + \frac{12,81}{3} + \frac{11,69}{3}}{3} = 4,07$$

b. Pendugaan $Y^{(1)}{}_{44B}$ (iterasi pertama)

$$Y^{(1)}{}_{44B} = \frac{4(12,25 + 11,47 + 12,83) - 2(61,27 + 4,07)}{(4-1)(4-2)} = 2,59$$

c. Pendugaan $Y^{(1)}{}_{23A}$ (iterasi pertama)

$$Y^{(1)}{}_{23A} = \frac{4(12,13 + 12,81 + 11,69) - 2(61,23 + 2,59)}{(4-1)(4-2)} = 3,15$$

d. Pendugaan $Y^{(2)}{}_{44B}$ (iterasi kedua)

$$Y^{(3)}{}_{44B} = \frac{4(12,25 + 11,47 + 12,83) - 2(61,27 + 3,15)}{(4-1)(4-2)} = 2,89$$

e. Pendugaan $Y^{(2)}{}_{23A}$ (iterasi kedua)

$$Y^{(1)}{}_{23A} = \frac{4(12,13 + 12,81 + 11,69) - 2(61,23 + 2,89)}{(4-1)(4-2)} = 3,05$$

f. Pendugaan $Y^{(3)}{}_{44B}$ (iterasi ketiga)

$$Y^{(3)}{}_{44B} = \frac{4(12{,}25 + 11{,}47 + 12{,}83) - 2(61{,}27 + 3{,}05)}{(4-1)(4-2)} = 2{,}93$$

g. Pendugaan $Y^{(3)}{}_{23A}$ (iterasi ketiga)

$$Y^{(3)}{}_{23A} = \frac{4(12{,}13 + 12{,}81 + 11{,}69) - 2(61{,}23 + 2{,}93)}{(4-1)(4-2)} = 3{,}03$$

h. Pendugaan $Y^{(4)}{}_{44B}$ (iterasi keempat)

$$Y^{(4)}{}_{44B} = \frac{4(12{,}25 + 11{,}47 + 12{,}83) - 2(61{,}27 + 3{,}03)}{(4-1)(4-2)} = 2{,}93$$

i. Pendugaan $Y^{(4)}{}_{23A}$ (iterasi keempat)

$$Y^{(4)}{}_{23A} = \frac{4(12{,}13 + 12{,}81 + 11{,}69) - 2(61{,}23 + 2{,}93)}{(4-1)(4-2)} = 3{,}03$$

Biasnya sebagai berikut:

$$bias = \frac{[(62{,}75 - 15{,}16 - 15{,}84 - (4-1)14{,}72)]^2 + [(62{,}75 - 15{,}18 - 14{,}4(4-1)15{,}76)]^2}{[(4-1)(4-2)]^2}$$
$$= -1{,}252333333$$

Setelah dilakukan iterasi didapatkan hasil pendugaannya yaitu untuk Y_{23A} = 2,93 dan untuk Y_{44B} = 3,03. Nilai dugaan kemudian dimasukkan kedalam tabel pengamatan dan dilanjutkan dengan melakukan analisis.

Tabel 3.10. Data Hasil Produksi Tanaman Padi (Y) dan Pemberian Insektisida (X) dengan Dua Data Hilang Y_{23A} dan Y_{44B}

Baris		Kolom				Total Baris
		1	2	3	4	
1	V	C	D	B	A	
	X	3,27	3,97	4,19	2,96	14,39
	Y	3,33	4,17	4,49	3,35	13,96
2	V	D	B	A	C	
	X	3,77	4,12	4,10	3,28	15,27
	Y	3,93	4,22	**3,03**	3,98	16,61
3	V	B	A	C	D	
	X	4,02	3,38	4,91	3,96	16,27
	Y	4,12	3,79	5,02	4,14	17,07
4	V	A	C	D	B	
	X	4,12	4,57	3,13	4,18	16
	Y	4,55	4,40	3,30	**2,93**	16,69
Total Kolom	$X_{.j.}$	15,18	16,04	16,33	14,38	61,93
	$Y_{.j.}$	15,93	16,58	16,82	15,41	64,33

Data total perlakuan

	A	B	C	D
$X_{..k}$	14,56	16,51	16,03	14,83
$Y_{..k}$	14,72	15,76	16,73	15,54

Sumber: Wijayanti, Ria. 2009, dengan penyesuaian

Keterangan : V = perlakuan varietas tanaman padi

X = pemberian insektisida

Y = hasil produksi tanaman padi

Sebelum melakukan analisis di lakukan terlebih dahulu pengujian asumsi terhadap analisis kovarians sebagai berikut:

1. Pengujian asumsi
   a. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

   i. Hipotesis

   H_0: Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

   H_1: Variabel konkomitan berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

   ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

   iii. Statistik uji:

$$F = \frac{JKPx/(t-1)}{JKGx/(t(r-1))}$$

   dengan: *JKPx* = Jumlah Kuadrat Perlakuan untuk variabel *x*

   JKGx = Jumlah Kuadrat Galat untuk variabel *x*

   t = banyaknya perlakuan

   r = banyaknya ulangan

   iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha\ (t-1),\ t(r-1)}$

   v. Perhitungan:

$$F = \frac{0{,}6580687/(4-1)}{2{,}5487376/(4(4-1))} = 1{,}032775911$$

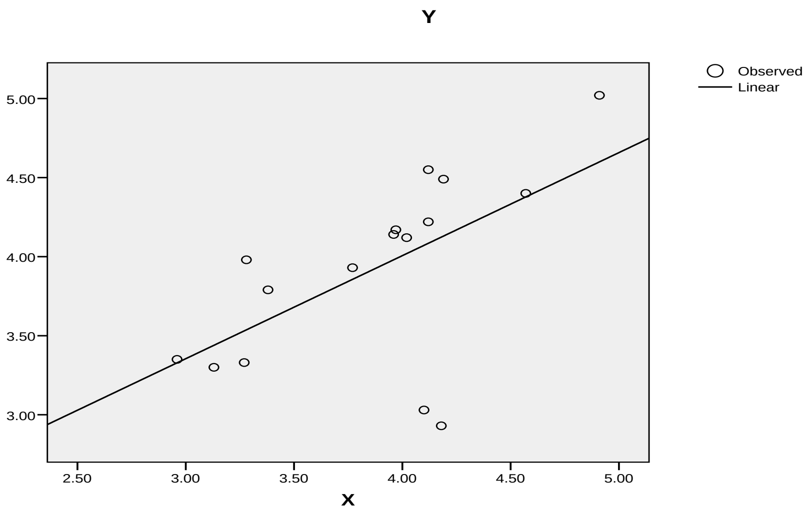
   $F_{0,05}(3,12) = 3{,}49$

vi. Kesimpulan:

H_0 diterima karena $F_{hit} < F_{\alpha}$, artinya variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.

b. Hubungan antara variabel *X* dan *Y* bersifat linier

Terlihat bahwa variabel *X* dan *Y* bersifat linier karena gambar grafiknya mengikuti garis lurus.



Gambar 3.5. Grafik Hubungan Linier antara Variabel *X* dan Variabel *Y*

c. Galat berdistribusi normal

Komponen galat percobaan dicari menurut prosedur sebagai berikut:

i. $\hat{\mu}_y = \hat{y}... = \dfrac{62,75}{16} = 3,921875$

ii. $\hat{\mu}_x = \hat{x}... = \dfrac{61,91}{16} = 3,870625$

iii. $\hat{y} = \dfrac{JHKGx}{JKGx} = \dfrac{1,5856876}{2,5487376} = 0,622478817$

iv. $\hat{a}_i = \left(\bar{y}_{.i.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.i.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{a}_1 = \left(\frac{15,34}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,622478817\left(\frac{14,39}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,083139526$$

$$\hat{a}_2 = \left(\frac{15,16}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,622478817\left(\frac{15,27}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,098805813$$

$$\hat{a}_3 = \left(\frac{17,07}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,622478817\left(\frac{16,27}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,223074483$$

$$\hat{a}_4 = \left(\frac{15,18}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,622478817\left(\frac{16}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,207408196$$

v. $\hat{\beta}_j = \left(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}...\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}...\right)$

$$\hat{\beta}_1 = \left(\frac{15,93}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,622478817\left(\frac{15,18}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,10769996$$

$$\hat{\beta}_2 = \left(\frac{16,58}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,816727857\left(\frac{16,04}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,001984956$$

$$\hat{\beta}_2 = \left(\frac{16,58}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0622478817\left(\frac{16,33}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = 0,136367015$$

$$\hat{\beta}_4 = \left(\frac{14,4}{4} - \frac{62,75}{16}\right) - 0,622478817\left(\frac{14,38}{4} - \frac{61,93}{16}\right) = -0,150304277$$

vi. $\hat{\tau}_A = \left(\bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{...}\right) - \bar{y}\left(\bar{x}_{.k.} - \bar{x}_{...}\right)$

$$\hat{\tau}_A = \left(\frac{14{,}72}{4} - \frac{62{,}75}{16}\right) - 0{,}62478817\left(\frac{14{,}56}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}098315823$$

$$\hat{\tau}_B = \left(\frac{15{,}76}{4} - \frac{62{,}75}{16}\right) - 0{,}62478817\left(\frac{16{,}51}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = -0{,}141774246$$

$$\hat{\tau}_C = \left(\frac{16{,}73}{4} - \frac{62{,}75}{16}\right) - 0{,}622478817\left(\frac{16{,}03}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = 0{,}175423212$$

$$\hat{\tau}_D = \left(\frac{15{,}54}{4} - \frac{62{,}75}{16}\right) - 0{,}62478817\left(\frac{14{,}83}{4} - \frac{61{,}93}{16}\right) = 0{,}064666857$$

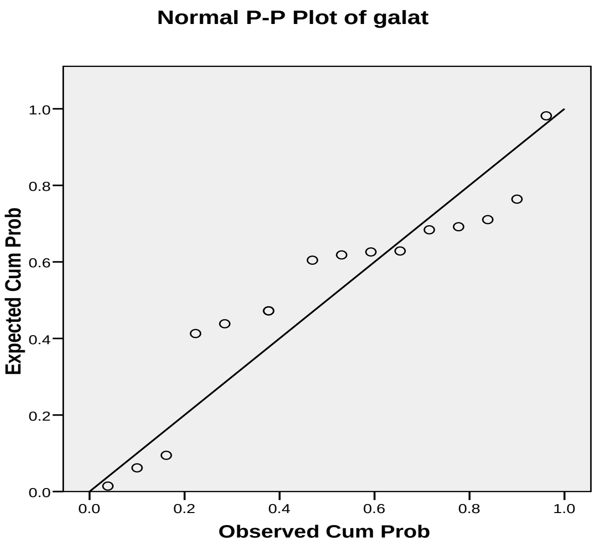
vii. $\hat{\varepsilon}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{\mu}_y - \hat{a}_i - \hat{\beta}_i - \hat{\tau}_k(x_{ijk} - \bar{x}_{...})$

Prosedur untuk mencari data galat dapat dilihat pada lampiran 1.

Tabel 3.11. Data Dugaan Galat pada Percobaan Pemberian Insektisida terhadap Hasil Produksi Padi dengan Dua Data Hilang

Baris	Kolom				Total
	A	B	C	D	
1	-0,584	-0,069	0,320	-0,098	-0,431
2	-0,031	0,247	-0,974	0,213	-0,545
3	0,118	0,143	0,146	0,031	0,376
4	0,929	0,223	0,134	-0,685	-0,601
Total	0,432	0,544	-0,374	-0,601	0,001

Komponen galat percobaan pada tabel diplotkan dan hasilnya seperti pada gambar berikut



Gambar 3.6. Grafik Galat dengan Dua Data Hilang

Terlihat pada gambar grafik diatas bahwa titik-titik dugaan galat mengikuti garis diagonal yang berarti galat berdistribusi normal.

d. Pengaruh *X* terhadap *Y*

Hipotesis untuk uji ini adalah:

i. Hipotesis

$H_0 : \gamma = 0$ (*X* tidak mempengaruhi *Y*)

$H_1 : \gamma \neq 0$ (*X* mempengaruhi *Y*)

ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

iii. Statistik uji:

$$F = \frac{KT \text{ regresi}}{KTG \text{ terkoreksi}}$$

dengan: KT = Kuadrat Tengah

KTG = Kuadrat Tengah Galat

iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha}$ (db regresi,db galat terkoreksi)

v. Perhitungan:

$$KT \text{ regresi} = \frac{(JHKGxy)^2}{JKGx} = \frac{(2{,}081625)^2}{2{,}5487376} = 1{,}700121127$$

$$F = \frac{KT \text{ regresi}}{KTG \text{ terkoreksi}} = \frac{1{,}700121127}{0{,}106155774} = 16{,}01534295$$

$F_{0,05}(1,4) = 7{,}71$

vi. Kesimpulan:

H_0 ditolak karena $F_{\text{hit}} > F_{\alpha}$, artinya X berpengaruh terhadap Y.

2. Melakukan perhitungan

$\sum_{ijk}^{r} x_{ijk} = 61{,}93$ $\sum_{ijk}^{r} y_{ijk} = 62{,}75$

$$\frac{x^2 \ldots}{r^2} = \frac{(61{,}93)^2}{16} = 239{,}7078063$$

$$\frac{y^2 \ldots}{r^2} = \frac{(62{,}75)^2}{16} = 246{,}0976563$$

$$\sum_{ijk}^{r} x_{ijk}^{\ 2} = 244{,}0303$$

$$\sum_{ijk}^{r} y_{ijk}^{\ 2} = 251{,}3509$$

$$\sum_{ijk}^{r}\sum_{ijk}^{r} x_{ijk}\, y_{ijk} = 245{,}6986$$

$$\frac{x\ldots y\ldots}{r^2} = \frac{(61{,}93)(62{,}75)}{16} = 242{,}8817188$$

JK dan JHK variabel *X* dan *Y*

$$JKTx = 244{,}0303 - 239{,}7078063 = 4{,}3224937$$

$$JKTy = 251{,}3509 - 246{,}0976563 = 5{,}2532437$$

$$JHKTxy = 245{,}6986 - 242{,}8817188 = 2{,}8168812$$

JK dan JHK variabel baris

$$JKBx = \frac{(14{,}39)^2 + (15{,}27)^2 + (16{,}27)^2 + (16)^2}{4} - 239{,}7078063$$

$$= 0.5316687$$

$$JKBy = \frac{(15{,}34)^2 + (15{,}16)^2 + (17{,}07)^2 + (15{,}18)^2}{4} - 246{,}0976563$$

$$= 0{,}6419687$$

$$JHKBxy = \frac{(14{,}39)(15{,}34) + (15{,}27)(15{,}16,) + (16{,}27)(17{,}07) + (16)(15{,}18)}{4}$$

$$- 242{,}8817188$$

$$= 0{,}3294562$$

JK dan JKH variabel kolom

$$JKKx = \frac{(15{,}18)^2 + (16{,}04)^2 + (16{,}33)^2 + (14{,}38)^2}{4} - 239{,}7078063$$

$$= 0{,}5840187$$

$$JKKy = \frac{(15{,}93)^2 + (16{,}58)^2 + (15{,}84)^2 + (14{,}4)^2}{4} - 246{,}0976563$$

$$= 0{,}63640687$$

$$JHKKxy = \frac{(15{,}18)(15{,}93) + (16{,}04)(16{,}58) + (16{,}33)(15{,}84) + (14{,}38)(14{,}4)}{4}$$

$$- 242{,}8817188$$

$$= 0{,}0{,}4932312$$

JK dan JHK variabel perlakuan

$$JKPx = \frac{(14{,}56)^2 + (16{,}51)^2 + (16{,}03)^2 + (14{,}83)^2}{4} - 239{,}7078063$$

$$= 0{,}6580687$$

$$JKPy = \frac{(14{,}72)^2 + (15{,}76)^2 + (16{,}73)^2 + (15{,}54)^2}{4} - 246{,}09765623$$

$$= 0{,}5124687$$

$$JHKPxy = \frac{(14,56)(16,57) + (16,51)(15,76) + (16,03)(16,73) + (14,83)(15,54)}{4}$$

$$- 242,8817188$$

$$= 0,4085062$$

JK dan JHK Galat variabel *X* dan *Y*

$$JKGx = 4,3544437 - 0,5223187 - 0,5718687 - 0,4578187$$

$$= 2,5487376$$

$$JKGy = 5,2532437 - 0,6419687 - 0,6340687 - 0,5124687$$

$$= 3,4647376$$

$$JHKGxy = 2,8168812 - 0,3294562 - 0,4085062$$

$$= 1,5856876$$

$$JKGy \text{ terkoreksi} = JKGy - \frac{(JHKGxy)^2}{JKGx}$$

$$= 3,4647376 - \frac{(1,5856876)^2}{2,5487376}$$

$$= 2,478207969$$

$$JK(B+G)\text{terkoreksi} = (JKBy + JKGy - \frac{(JHKBxy + JHKGxy)^2}{JKBx + JKGx}$$

$$= (0,0,6419687 + 3,4647376) - \frac{(0,3294562 + 1,58568376)^2}{(0,5316687 + 2,54887376)}$$

$$= 2,916027079$$

$$JKBy \text{ terkoreksi} = JK(B+G) \text{ terkoreksi} - JKGy \text{ terkoreksi}$$

$$= 2,916027079 - 2,478207969$$

$$= 0,43781911$$

$$JK(K+G)\text{terkoreksi} = (JKKy + JKGy - \frac{(JHKKxy + JHKGxy)^2}{JKKx + JKGx}$$

$$= (0{,}6340687 + 3{,}4647376) - \frac{(0{,}4932312 + 1{,}5856876)^2}{(0{,}5840187 + 2{,}5487376)}$$

$$= 2{,}719221371$$

$$JKKy \text{ terkoreksi} = 2{,}719221371 - 2{,}478207969$$

$$= 0{,}24103402$$

$$JK(P+G)\text{terkoreksi} = (JKPy + JKGy - \frac{(JHKPxy + JHKGxy)^2}{JKPx + JKGx}$$

$$= (0{,}5124687 + 3{,}4647376) - \frac{(0{,}4085062 + 1{,}5856876)^2}{(0{,}6580687 + 2{,}5487376)}$$

$$= 2{,}737091201$$

$$JKPy \text{ terkoreksi} = JKPy - bias$$

$$= 0{,}5124687 - (-1{,}252333333)$$

$$= 1{,}764802033$$

$$KTG \text{ terkoreksi} = \frac{JKGy \text{ terkoreksi}}{(r-1)(r-2)-1} = \frac{2{,}47807969}{(4-1)(4-2)-1} = 0{,}495615938$$

$$KTB \text{ terkoreksi} = \frac{JKBy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = \frac{0{,}43781911}{(4-1)} = 0{,}145939703$$

$$KTK \text{ terkoreksi} = \frac{JKKy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = \frac{0{,}241013402}{(4-1)} = 0{,}080344673$$

$$KTP \text{ terkoreksi} = \frac{JKPy \text{ terkoreksi}}{(r-1)} = \frac{1{,}764802033}{(4-1)} = 0{,}588267344$$

- Perhitungan *db* terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, dan kolom sebagai berikut :
  - *db* total terkoreksi = $r^2 - 1$ = 16 – 1 = 13
  - *db* galat terkoreksi = (r – 1)(r – 2) –2 = (4 –1)(4 – 2) – 2= 4
  - *db* perlakuan terkoreksi = r – 1 = 4 – 1 = 3
  - *db* baris terkoreksi = r – 1 = 4 – 1 = 3
  - *db* kolom terkoreksi = r – 1 = 4 –1 = 3

3. Melakukan uji Hipotesis

   i. Pengaruh perlakuan

   $H_0 = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$ (Tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi)

   $H_1 : \exists \tau_k \neq 0, \quad \text{k} = 1,2,3,4$ (ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi)

   ii. Taraf signifikasi: $\alpha = 0{,}05$

   iii. Statistik uji:

   $$F = \frac{KTP \text{ terkoreksi}}{KTG \text{ terkoreksi}}$$

   dengan: *KTP* = Kuadrat Tengah Perlakuan

   KTG = Kuadrat Tengah Galat

   iv. Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $F_{\text{hit}} > F_{\alpha\ (\text{dbP,dbG})}$

   v. Perhitungan

   $$F = \frac{0{,}588267344}{0{,}495615938} = 1{,}186941942$$

$F_{0,05}(3,4) = 6,59$

v. Kesimpulan: H_0 diterima, karena $F_{hit} < F_{\alpha}$, artinya tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi.

Tabel 3.l 2. Tabel Analisis Kovarians pada Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan Dua Data Hilang

SV	Sebelum dikoreksi				KT regresi	db regresi	Setelah dikoreksi			
	db	JK_x	JK_y	JHK_{xy}			Db	JK	KT	F_{hit}
Total	15	4,3224937	5,2532437	2,8168812	-	-	13	-	-	-
Baris	3	0,5316687	0,6419687	0,3294562	-	-	3	0,43781911	0,145939703	0,294461279
Kolom	3	0,5840187	0,6340687	0,4932312	-	-	3	0,241013402	0,080344673	0,162111753
Perlakuan	3	0,6580687	0,5124687	0,4085062	-	-	3	1,764802033	0,588267344	1,186941942
Galat	6	2,5487376	3,4647376	1,5856876	1,990512321	1	4	2,719221371	0,495615938	-

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis varians (sebelum dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan analisis kovarians (sesudah dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK) dengan menghitung koefisien keragaman sebagai berikut:

Koefisien keragamaan untuk Anava

Diketahui: $KTG = \dfrac{JKG}{(r-1)(r-2)} = \dfrac{3,4647376}{6} = 0,577456266$

$$KK = \frac{\sqrt{KTG}}{\bar{y}} 100\% = \frac{\sqrt{0,577456266}}{3,921875} 100\% = 19,38\%$$

Koefisien keragamaan untuk Anakova

$$KK = \frac{\sqrt{KTG \text{ terkoreksi}}}{\bar{y}} 100\% = \frac{\sqrt{0,495615938}}{3,921875} 100\% = 17,95\%$$

Kesimpulan:

Terlihat bahwa koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil dibandingkan dengan koefisien keragaman sebelum di koreksi. Hal ini menunjukan bahwa analisis kovarians lebih tepat digunakan dibandingkan dengan analisis varians.

BAB IV
KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai anlisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Prosedur pengujian analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang sama dengan analisis kovarians pada bujur sangkar latin tanpa data hilang. Pada satu data hilang dan dua data hilang dilakukan pendugaan terhadap data yang hilang menggunakan rumus baku dan dengan cara iterasi. Setelah nilai data yang hilang dihasilkan kemudian dimasukkan kedalam tabel pengamatan dan dilanjutkan dengan melakukan uji analisis kovarians.
2. Penerapan anakova pada RBSL dengan data hilang dilakukan pada percobaan yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi. Hasil uji analisis kovarians menunjukan tidak ada pengaruh varietas tanaman terhadap hasil produksi padi. Dilihat dari perbandingan koefisien keragaman data lengkap dengan analisis kovarians sebesar 5,23% ,satu data hilang nilainya sebesar 6,97%, dan dua data hilang nilainya sebesar 17,95%. Sedangkan untuk data lengkap nilai koefisien keragaman dengan analisis variansi sebesar 15,23%, satu data hilang nilainya sebesar 12,96%, dan dua data hilang nilainya sebesar 19,38%. Dari data yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa menggunakan analisis kovarians dapat memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan analisis variansi.

B. Saran

Pada skripsi ini penulis hanya membahas tentang analisis kovarians pada rancangan bujur sangkar latin dengan data hilang. Disarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat menggunakan analisis kovarians dengan metode rancangan petak-petak terbagi.

DAFTAR PUSTAKA

Gaspersz,V.(1991). *Metode Perancangan Percobaan*. Bandung: CV. Armico.

Hanafiah, K.A.(2003). *Rancangan Percobaan Teori dan Aplikasi*. Jakarta : PT. RajaGrafindo Persada.

Mattjik,A.A. & Sumertejaya,I.M.(2002). *Perancangan Percobaan*. Bogor : IPB Press.

Montgomery, D.C.(1991). *Design and Analysis of Experiments*. New York : John Willey & Sons,Inc.

Neter, J & Wasserman, W.(1997). *Applied Linier Statistical Model Regression, Analysis of Variance and Eksperimental Design*. Illionis : Richard D.R.Win.

Steel, R.G.D, & Torrie, J.H.(1993). *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biogeometrik*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

Sudjana.(2002). *Desain dan Analisis Eksperimen Edisi Ketiga*. Bandung : Tarsito.

Sudjana.(2002). *Metode Staitistika*. Bandung : Tarsito

Sugandi, E & Sugiarto. (1992). *Rancangan Percobaan*. Yogyakarta : Andi Offset.

Sembiring, R.K. (1995). *Analisis Regresi Edisi Kedua*. Bandung : ITB.

Walpole, E. (1995). *Pengantar Statistika Edisi Ketiga Terjemahan*. Jakarta : PT. Gramedia.

Wijayanti, Ria. (2009). *Analisis Kovarian Dalam Bujur Sangkar Latin*. Skripsi tidak diplubikasikan. Universitas Negeri Yogyakarta.

William C. Schfler.(1987). *Statistika Untuk Biologi, Farmasi, Kedokteran, dan Ilmu Yang Bertautan*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Yitnosumarto. (1993). *Percobaan Perancangan, Analisis dan Interpretasinya*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

LAMPIRAN

Lampiran 1

a. Rumus Mencari Data Dugaan Galat pada Data Lengkap

$$\hat{\varepsilon}_{i\,jk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{\mu}y - \hat{a}_i - \hat{\beta}_i - \hat{\tau}_k(x_{ijk} - \overline{x}...)$$

Untuk baris 1 kolom 1perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{11C} &= 3{,}33 - 4{,}106875 - (-0{,}022981758) - (-0{,}05545948)\\ &\quad - (-0{,}049106396) - 0{,}911279607(3{,}27 - 3{,}870625)\\ &= -0{,}101990052\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 1 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{21B} &= 3{,}93 - 4{,}106875 - 0{,}094036729 - (-0{,}088884595)\\ &\quad - (-0{,}073222515) - 0{,}911279607(3{,}77 - 3{,}870625)\\ &= -0{,}017107109\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 1 perlakuan ke D

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{31D} &= 4{,}12 - 4{,}106875 - (-0{,}018783172) - 0{,}019547634\\ &\quad - (-0{,}023459999) - 0{,}911279607(4{,}02 - 3{,}870625)\\ &= -0{,}061206586\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 1 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{41A} &= 4{,}55 - 4{,}106875 - (-0{,}052271799) - 0{,}121796441\\ &\quad - 0{,}145788859 - 0{,}911279607(4{,}12 - 3{,}870625)\\ &= 0{,}000561147\end{aligned}$$

Untuk baris 1 kolom 2 perlakuan ke D

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{12D} &= 4{,}17 - 4{,}106875 - (-0{,}022981758) - (-0{,}05545948)\\ &\quad - (-0{,}073222515 - 0{,}911279607(3{,}97 - 3{,}870625)\\ &= 0{,}124230343\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 2 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{22B} &= 4{,}22 - 4{,}106875 - 0{,}094036729 - (-0{,}088884595) \\ &\quad - (-0{,}023459999) - 0{,}911279607(4{,}12 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}095817487\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 2 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{32A} &= 3{,}79 - 4{,}106875 - (-0{,}018783172) - 0{,}019547634 \\ &\quad - 0{,}145788859 - 0{,}911279607(3{,}38 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}09226047\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 2 perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{42C} &= 4{,}40 - 4{,}106875 - (-0{,}052271799) - 0{,}121796441 \\ &\quad - (-0{,}049106396) - 0{,}911279607(3{,}27 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}820044048\end{aligned}$$

Untuk baris 1 kolom 3 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{13B} &= 4{,}49 - 4{,}106875 - (-0{,}022981758) - (-0{,}05545948) \\ &\quad - (-0{,}023459999) - 0{,}911279607(4{,}19 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}193986313\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 3 perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{23C} &= 4{,}48 - 4{,}106875 - 0{,}094036729 - (-0{,}088884595) \\ &\quad - 0{,}145788859 - 0{,}911279607(4{,}10 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}013159248\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 3 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{33A} &= 5{,}02 - 4{,}106875 - (-0{,}018783172) - 0{,}019547634 \\ &\quad - (-0{,}049106396) - 0{,}911279607(4{,}91 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}161623013\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 3 perlakuan ke D

$$\hat{\varepsilon}_{43D} = 3{,}30 - 4{,}106875 - (-0{,}052271799) - 0{,}121796441$$
$$- (-0{,}073222515) - 0{,}911279607(3{,}13 - 3{,}870625)$$
$$= -0{,}128260669$$

Untuk baris 1 kolom 4 perlakuan ke A

$$\hat{\varepsilon}_{14A} = 3{,}35 - 4{,}106875 - (-0{,}022981758) - (-0{,}05545948)$$
$$- 0{,}145788859 \; - 0{,}911279607(2{,}96 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}005611371$$

Untuk baris 2 kolom 4 perlakuan ke D

$$\hat{\varepsilon}_{24D} = 3{,}98 - 4{,}106875 - 0{,}094036729 - (-0{,}088884595)$$
$$- (-0{,}049106396) - 0{,}911279607(3{,}28 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}455303779$$

Untuk baris 3 kolom 4 perlakuan ke C

$$\hat{\varepsilon}_{34C} = 4{,}14 - 4{,}106875 - (-0{,}018783172) - 0{,}019547634$$
$$- (-0{,}073222515) - 0{,}911279607(3{,}96 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}024137439$$

Untuk baris 4 kolom 4 perlakuan ke D

$$\hat{\varepsilon}_{44D} = 4{,}44 - 4{,}106875 - (-0{,}052271799) - 0{,}121796441$$
$$- (-0{,}023459949) - 0{,}911279607(4{,}18 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}005116776$$

b. Rumus Mencari Data Dugaan Galat pada Satu Data Hilang

$$\hat{\varepsilon}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{\mu}y - \hat{a}_i - \hat{\beta}_i - \hat{\tau}_k(x_{ijk} - \overline{x}...)$$

Untuk baris 1 kolom 1perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{11C} &= 3{,}33 - 4{,}020625 - (-0{,}3403300185) - (0{,}14565326) \\ &\quad - (0{,}066509864) - 0{,}696731589(3{,}27 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}143983529\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 1 perlakuan ke D

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{21D} &= 3{,}93 - 4{,}020625 - (-0{,}340330185) - (0{,}14565326) \\ &\quad - 0{,}066509864 - 0{,}696731589(3{,}27 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}495297376\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 1 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{31B} &= 4{,}12 - 4{,}020625 - 0{,}109705969 - (0{,}154254995) \\ &\quad - 0117402074 - 0{,}894101121(4{,}02 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}495297376\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 1 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{41A} &= 4{,}55 - 4{,}020625 - 0{,}061735351 - 0{,}148828956 \\ &\quad - 0{,}182558722 - 0{,}696731589(4{,}12 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}037495465\end{aligned}$$

Untuk baris 1 kolom 2 perlakuan ke D

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{12D} &= 2{,}79 - 4{,}020625 - (-0{,}340330185) - (-0{,}014565326) \\ &\quad - 0{,}36697066 - 0{,}696731589(3{,}97 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}974097842\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 2 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{22A} &= 4{,}22 - 4{,}020625 - 0{,}168888865 - (-0{,}317731965) \\ &\quad - 0{,}117902074 - 0696731589(4{,}12 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}3353310751\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 2 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{32B} &= 3{,}79 - 4{,}020625 - 0{,}04334095 - (-0{,}036312675) \\ &\quad - (0{,}070272297) - 0{,}894101121(3{,}37 - 3{,}868125) \\ &= 0{,}214243142\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 2 perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{42C} &= 4{,}40 - 4{,}020625 - (-0{,}027549332) - 0{,}130091115 \\ &\quad - (-0{,}173226298) - 0{,}894101121(4{,}56 - 3{,}868125) \\ &= -0{,}232296698\end{aligned}$$

Untuk baris 1 kolom 3 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{13B} &= 4{,}49 - 4{,}020625 - (-0{,}340330185) - (-0{,}014565326) \\ &\quad - (-0{,}117402074) - 0{,}696731589(4{,}19 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}26584657\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 3 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{23A} &= 4{,}48 - 4{,}020625 - 0{,}168888865 - (-0{,}317731965) \\ &\quad - 0{,}1182558722 - 0{,}6966731589(4{,}10 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}26584657\end{aligned}$$

Unuk baris 3 kolom 3 perlakuan ke C

$$\hat{\varepsilon}_{33C} = 5{,}02 - 4{,}020625 - 0{,}109705969 - 0{,}154254995$$
$$- 0{,}066509864 - 0{,}696731589(4{,}91 - 3{,}870625)$$
$$= -0{,}055261223$$

Untuk baris 4 kolom 3 perlakuan ke D

$$\hat{\varepsilon}_{43D} = 3{,}30 - 4{,}020625 - 0{,}061735351 - 0{,}18828956$$
$$- (-0{,}36697066) - 0{,}696731589(3{,}13 - 3{,}870625)$$
$$= -0{,}048201814$$

Untuk baris 1 kolom 4 perlakuan ke A

$$\hat{\varepsilon}_{14A} = 3{,}35 - 4{,}020625 - (-0{,}340330185) - 0{,}014565326$$
$$- 0{,}182558722 - 0{,}696731589(2{,}96 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}10704234$$

Untuk baris 2 kolom 4 perlakuan ke C

$$\hat{\varepsilon}_{24D} = 3{,}98 - 4{,}020625 - 0{,}168888865 - (-0{,}317731965)$$
$$- 0{,}066509864 - 0696731589(3{,}28 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}45321533$$

Untuk baris 3 kolom 4 perlakuan ke D

$$\hat{\varepsilon}_{34C} = 4{,}14 - 4{,}020625 - 0{,}109705969 - 0{,}154254995$$
$$- (-0{,}36697066) - 0{,}696731589(3{,}96 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}16011311$$

Untuk baris 4 kolom 4 perlakuan ke B

$$\hat{\varepsilon}_{44B} = 4{,}44 - 4{,}020625 - 0{,}061735351 - 0{,}148828956$$
$$- 0{,}0117902074 - 0{,}696731589(4{,}18 - 3{,}870625)$$
$$= -0{,}124642716$$

c. Rumus Mencari Data Dugaan Galat pada Dua Data Hilang

$$\hat{\varepsilon}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \hat{\mu}_y - \hat{a}_i - \hat{\beta}_i - \hat{\tau}_k (x_{ijk} - \overline{x}...)$$

Untuk baris 1 kolom 1perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{11C} &= 3{,}33 - 3{,}921875 - 0{,}083139526 - 0{,}107699996 \\ &\quad - 0{,}175423212 - 0{,}622478817\ (3{,}27 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}584261359\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 1 perlakuan ke D

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{21D} &= 3{,}93 - 3{,}921875 - (-0{,}098805813) - 0{,}136367015 \\ &\quad - 0{,}064666857 - 0{,}622478817(3{,}77 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}031466129\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 1 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{31B} &= 4{,}12 - 3{,}921875 - 0{,}223074483 - (-0{,}093762699) \\ &\quad - (-0{,}141774246) - 0{,}622478817\ (4{,}02 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}117604689\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 1 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{41A} &= 4{,}55 - 3{,}921875 - (-0{,}207408196) - (-0{,}150304277) \\ &\quad - (-0{,}098315823) - 0{,}622478817(4{,}12 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}928922641\end{aligned}$$

Untuk baris 1 kolom 2 perlakuan ke D

$$\hat{\varepsilon}_{12D} = 4{,}17 - 3{,}921875 - 0{,}083139526 - 0{,}107699996$$
$$- 0{,}064666857 - 0{,}622478817(3{,}97 - 3{,}870625)$$
$$= \text{-}0069240175$$

Untuk baris 2 kolom 2 perlakuan ke B

$$\hat{\varepsilon}_{22B} = 4{,}22 - 3{,}921875 - (-0{,}098805813) - 0{,}136367015$$
$$- (-0{,}141774246) - 0{,}622478817\,(4{,}12 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}2247107389$$

Untuk baris 3 kolom 2 perlakuan ke A

$$\hat{\varepsilon}_{32A} = 3{,}79 - 3{,}921875 - 0{,}223074483 - (-0{,}093762699)$$
$$- (-0{,}098315823) - 0{,}622478817(3{,}38 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}142532708$$

Untuk baris 4 kolom 2 perlakuan ke C

$$\hat{\varepsilon}_{42C} = 4{,}40 - 3{,}921875 - (-0{,}207408196) - (-0{,}150304277)$$
$$- 0{,}175423212 - 0{,}622478817(4{,}57 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}223453035$$

Untuk baris 1 kolom 3 perlakuan ke B

$$\hat{\varepsilon}_{13B} = 4{,}49 - 3{,}921875 - 0{,}083139526 - 0{,}107699996$$
$$- (-0{,}141774246) - 622478817(4{,}19 - 3{,}870625)$$
$$= 0{,}320255858$$

Untuk baris 2 kolom 3 perlakuan ke A

$$\hat{\varepsilon}_{23A} = 3{,}03 - 3{,}921875 - (-0{,}098805813) - 0{,}136367015$$
$$- (-0{,}098315283) - 0{,}622478817(4{,}10 - 3{,}870625)$$
$$= -0{,}973901997$$

Untuk baris 3 kolom 3 perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{33C} &= 5{,}02 - 3{,}921875 - 0{,}223074483 - (-0{,}093762699) \\ &\quad - 0{,}175423212 - 0{,}622478817\,(4{,}91 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}146401084\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 3 perlakuan ke D

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{43D} &= 3{,}30 - 3{,}921875 - (-0{,}207408196) - (-0{,}150304277) \\ &\quad - 0{,}064666857 - 0{,}622478817\,(3{,}13 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}133904354\end{aligned}$$

Untuk baris 1 kolom 4 perlakuan ke A

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{14A} &= 3{,}35 - 3{,}921875 - 0{,}083139526 - 0{,}107699996 \\ &\quad - (-0{,}098315283) - 622478817(2{,}96 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}097554431\end{aligned}$$

Untuk baris 2 kolom 4 perlakuan ke C

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{24C} &= 3{,}98 - 3{,}921875 - (-0{,}098805813) - 0{,}136367015 \\ &\quad - 0{,}175423212 - 0{,}622478817\,(3{,}28 - 3{,}870625) \\ &= 0{,}212792137\end{aligned}$$

Untuk baris 3 kolom 4 perlakuan ke D

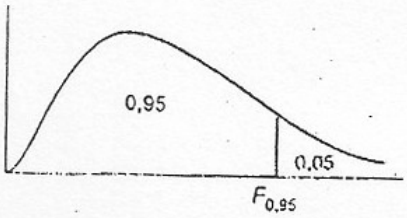
$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{34D} &= 4{,}14 - 3{,}921875 - 0{,}223074483 - (-0{,}093762699) \\ &\quad - 0{,}064666857 - 0{,}622478817(3{,}96 - 3{,}870625) \\ &= -0{,}031487685\end{aligned}$$

Untuk baris 4 kolom 4 perlakuan ke B

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{44B} &= 2{,}93 - 3{,}921875 - (-0{,}207408196) - (-0{,}150304277) \\ &\quad - (-0{,}141774246) - 0{,}622478817\,(4{,}18 - 3{,}870625) \\ &= -\,0{,}684967665\end{aligned}$$

Lampiran

Nilai Persentil ke-95
untuk Distribusi F
(υ_1 derajat kebebasan di pembilang)
(υ_2 derajat kebebasan di penyebut)



υ_2 \ υ_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	210	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	19.0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19.4	19.4	19.4	19,4	19,4	19,4	19.5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9.12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8.59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6.00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5.19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4.46	4,43	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4.21	4.15	4.10	4,06	4,00	3.94	3,87	3,84	3.81	3,77	3.74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3.68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3.38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3.39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5.12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3.71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3.02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2.53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3.49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1.96	1,92	1,87	1,82	1.77	1,71
26	4.23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2.15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2.68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Sumber: E. S. Pearson dan H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 2 (1972), Tabel 5, halaman 178, dengan izin.