

**PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK**

SKRIPSI

**Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Univeritas Negeri Yogyakarta
untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
guna Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan**



**Oleh
Finka Fitri Astika
NIM. 10301241018**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
TAHUN 2014**

PERSETUJUAN

SKRIPSI DENGAN JUDUL

“PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK”

Yang disusun oleh :

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Telah disetujui dan disahkan oleh dosen pembimbing untuk diujikan di depan
Dewan Penguji Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Disetujui pada tanggal :
16 Mei 2014

Menyetujui
Dosen Pembimbing



Dra. Atmini Dhoruri, MS.
NIP. 19600710 198601 2 001

PENGESAHAN

SKRIPSI DENGAN JUDUL

“PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK”

Yang disusun oleh:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Skripsi ini telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi pada
tanggal 6 Juni 2014 dan dinyatakan lulus.

Dewan Penguji

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
<u>Dra. Atmini Dhoruri, M.S.</u> NIP. 19600710 198601 2 001	Ketua Penguji		13-06-2014
<u>Fitriana Yuli S., M.Si.</u> NIP. 19840707 200801 2 003	Sekretaris Penguji		12-06-2014
<u>Dr. Ali Mahmudi</u> NIP. 19730623 199903 1 001	Penguji Utama		10-06-2014
<u>Musthofa, M.Sc.</u> NIP. 19801107 200604 1 001	Penguji Pendamping		10-06-2014

Yogyakarta, 13 Juni 2014
Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Hartono

NIP. 19620329 198702 1 002

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Finka Fitri Astika

NIM : 10301241018

Prodi : Pendidikan Matematika

Jurusan : Pendidikan Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan saya ini tidak benar, maka sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 16 Mei 2014

Yang menyatakan,

Finka Fitri Astika

NIM. 10301241018

MOTTO

*Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan
Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan
(QS: Al-Insyirah 5-6)*

Orang hebat tidak dihasilkan
melalui kemudahan, kesenangan,
dan kenyamanan.
Mereka dibentuk melalui
kesukaran, tantangan,
dan air mata.
(Dahlan Iskan)

PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk
Ibuku, Endang Widiastuti,
Bapakku, Sabar Santoso,
dan Adikku, Happy Imanisa Mahira.
Terima kasih atas doa, kasih sayang, dan dukungan
yang selalu menguatkan dalam setiap langkah.

PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK

Oleh
Finka Fitri Astika
NIM. 10301241018

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah (1) mengembangkan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK (2) mendeskripsikan kualitas modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK ditinjau dari aspek kevalidan, keefektifan, dan kepraktisan.

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan dengan model pengembangan *Analysis, Design, Development, Implementation, Evaluation* (ADDIE). Pada tahap *analysis*, peneliti melakukan analisis kurikulum dan analisis karakteristik siswa. Pada tahap *design*, peneliti melakukan perancangan garis besar isi modul, mengumpulkan buku referensi, menentukan spesifikasi modul, serta menyusun instrumen penilaian modul. Pada tahap *development*, peneliti mengembangkan modul sesuai dengan desain awal, menilai kualitas modul, dan melakukan revisi awal. Pada tahap *implementation*, modul diujicobakan dalam pembelajaran di kelas X Ak-3 SMK N 1 Tempel. Pada tahap *evaluation*, dilakukan evaluasi terhadap modul yang telah diujicobakan.

Penelitian ini menghasilkan modul matematika matriks dengan pendekatan PMRI. Hasil penelitian menunjukkan bahwa: (1) berdasarkan penilaian kualitas modul oleh dosen ahli, modul yang dikembangkan dinyatakan valid dengan skor rata-rata 4,13 yang termasuk dalam kategori valid, (2) berdasarkan hasil *post-test*, modul yang dikembangkan dinyatakan efektif dengan ketuntasan hasil belajar yaitu 71% dan nilai rata-rata kelas 77,61 yang termasuk dalam kategori baik, dan (3) berdasarkan angket respon siswa, modul yang dikembangkan dinyatakan praktis dengan skor rata-rata 4,22 yang termasuk dalam kategori sangat baik.

Kata kunci: modul, matriks, PMRI

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis penjatkan kehadiran Allah SWT yang atas rahmat dan hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Pengembangan Modul pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari dukungan, bantuan, serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Rochmat Wahab, M. Pd, M.A, sebagai Rektor Universitas Negeri Yogyakarta.
2. Bapak Dr. Hartono, M. Si, sebagai Dekan FMIPA UNY yang telah berkenan mengesahkan tugas akhir ini.
3. Bapak Dr. Sugiman, M. Si, sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.
4. Bapak Dr. Ali Mahmudi sebagai Ketua Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY dan penguji skripsi yang telah meluangkan waktunya untuk menguji skripsi yang telah disusun penulis.
5. Ibu Dra. Atmini Dhoruri, M.S, sebagai dosen pembimbing mahasiswa yang telah sabar dan ikhlas memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi dalam penyusunan tugas akhir skripsi ini.
6. Bapak Edi Pradjitno, M. Pd, sebagai dosen pembimbing akademik.
7. Ibu Endang Listyani, M.S, sebagai dosen pembimbing akademik dan validator yang telah memvalidasi instrumen penelitian dan modul.
8. Bapak Musthofa, M.Sc, sebagai validator yang telah memvalidasi modul dan penguji skripsi yang telah meluangkan waktunya untuk menguji skripsi yang telah disusun penulis.
9. Ibu Nila Mareta M, M.Sc., sebagai validator yang telah memvalidasi modul.

10. Ibu Fitriana Yuli S, M.Si, sebagai penguji skripsi yang telah meluangkan waktunya untuk menguji skripsi yang telah disusun penulis.
11. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah menyampaikan banyak ilmu yang bermanfaat.
12. Ibu Dra. Nuning Sulastri, sebagai Kepala SMK N 1 Tempel yang telah memberikan izin untuk mengadakan penelitian.
13. Ibu Tutik Isyuwanti, S. Si, guru matematika SMK N 1 Tempel yang telah banyak membantu dan memotivasi dalam penelitian sekaligus validator yang telah memvalidasi modul.
14. Siswa-siswi kelas X A-k3 SMK N 1 Tempel yang telah bersedia membantu dalam pengambilan data tugas akhir.
15. Kedua orang tua, Bapak Sabar Santoso dan Ibu Endang Widiastuti yang telah memberikan dukungan baik moral maupun material demi terealisasinya tugas akhir ini.
16. Teman-teman Program Studi Pendidikan Matematika 2010 FMIPA UNY yang telah memberikan bantuan dan semangat dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
17. Semua pihak yang telah membantu sehingga tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.

Penulis menyadari adanya keterbatasan pengetahuan, kemampuan, dan pengalaman. Oleh karena itu, saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan. Semoga skripsi ini bermanfaat dan Allah SWT memberikan balasan kebaikan kepada semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini.

Yogyakarta, 16 Mei 2014

Finka Fitri Astika
NIM. 10301241018

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI.....	iv
MOTTO	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK.....	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah	1
B. Identifikasi Masalah	7
C. Pembatasan Masalah	7
D. Rumusan Masalah	7
E. Tujuan Penelitian	8
F. Manfaat Penelitian	8

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Pembelajaran Matematika di SMK	10
---	----

1. Pengertian Matematika.....	10
2. Deskripsi Belajar dan Pembelajaran	12
3. Pembelajaran Matematika SMK	13
B. Bahan Ajar	16
C. Modul.....	19
1. Pengertian Modul	19
2. Karakteristik Modul	20
3. Komponen-Komponen Modul	21
4. Teknik Pengembangan Modul	23
5. Kualitas Produk Pengembangan Modul.....	24
6. Manfaat Pembelajaran dengan Modul	26
D. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)	27
E. Materi Matriks Kelas X SMK.....	36
F. Penelitian Yang Relevan	37
G. Kerangka Berpikir.....	38

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian	40
B. Definisi Operasional.....	40
C. Setting Penelitian	41
D. Subjek Penelitian.....	41
E. Desain Penelitian	41
F. Instrumen Penelitian.....	46
G. Teknik Analisis Data.....	47

BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian	53
1. Tahap <i>Analysis</i>	53
2. Tahap <i>Design</i>	54
3. Tahap <i>Development</i>	58
4. Tahap <i>Implementation</i>	74

5. Tahap <i>Evaluation</i>	83
B. Pembahasan.....	85
C. Keterbatasan Penelitian.....	87
 BAB V SIMPULAN DAN SARAN	
A. Simpulan	88
B. Saran.....	89
 DAFTAR PUSTAKA	 90
LAMPIRAN.....	92

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Persentase Penguasaan Materi Matriks.....	3
Tabel 2. SK dan KD Materi Matriks	36
Tabel 3. Konversi Data Kuantitatif ke Data Kualitatif dengan Skala Lima.....	48
Tabel 4. Kriteria Validitas Modul yang Dikembangkan	49
Tabel 5. Kriteria Ketuntasan Tes Hasil Belajar Klasikal	50
Tabel 6. Pedoman Penyekoran Angket Respon Siswa.....	51
Tabel 7. Konversi Data Kuantitatif ke Data Kualitatif dengan Skala Lima.....	51
Tabel 8. Kriteria Hasil Angket Respon Siswa	52
Tabel 9. Penyajian Materi Modul	55
Tabel 10. Rekapitulasi Hasil Penilaian Modul oleh Ahli.....	69
Tabel 11. Jadwal Pelaksanaan Uji Coba Modul.....	75

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Contoh Sumber Belajar.	4
Gambar 2. Matematisasi Horizontal dan Vertikal.....	29
Gambar 3. <i>Iceberg</i> Pembelajaran Perkalian.....	31
Gambar 4. <i>Iceberg</i> Pembelajaran Matriks	31
Gambar 5. Peta Konsep Matriks.	37
Gambar 6. Diagram Alur Kerangka Berpikir.....	39
Gambar 7. Model ADDIE	42
Gambar 8. Skema Pengembangan Modul.....	43
Gambar 9. Tampilan Sampul Modul.....	60
Gambar 10. Tampilan Halaman Pengenalan.....	62
Gambar 11. Uraian Materi Diawali dengan Masalah Realistik.	64
Gambar 12. Contoh Pemodelan dari Masalah Nyata	64
Gambar 13. Contoh Pemodelan Menuju Matematika Formal.	64
Gambar 14. Contoh Penyelesaian Masalah Menggunakan Matematika Formal.....	64
Gambar 15. Salah Satu Tampilan Contoh Soal.....	65
Gambar 16. Salah Satu Tampilan Soal Latihan	66
Gambar 17. Salah Satu Tampilan Rangkuman	66
Gambar 18. Salah Satu Tampilan Tes Formatif.....	67
Gambar 19. Salah Satu Tampilan Umpan Balik	68

Gambar 20. Contoh 5.7 Sebelum Revisi.....	70
Gambar 21 Contoh 5.7 Sesudah Revisi.....	71
Gambar 22. Uraian Materi KB 3 Sebelum Revisi	71
Gambar 23. Uraian Materi KB 3 Sesudah Revisi	71
Gambar 24. Uraian Materi Sebelum Revisi	72
Gambar 25. Uraian Materi Sesudah Revisi.....	72
Gambar 26. Petunjuk Penilaian Sebelum Revisi	73
Gambar 27. Petunjuk Penilaian Sesudah Revisi.	73
Gambar 28. Fitur Modul Sebelum Revisi	73
Gambar 29. Fitur Modul Sesudah Revisi.....	74
Gambar 30. Siswa Menuliskan Jawaban di Papan Tulis	76
Gambar 31. Para Siswa Sedang Berdiskusi	78
Gambar 32. Siswa Mempresentasikan Hasil Pekerjaannya di Depan Kelas	80
Gambar 33. Siswa Sedang Mengerjakan Soal <i>Post-Test</i>	81
Gambar 34. Siswa Mengisi Angket Respon Siswa.....	82
Gambar 35. Guru dan Siswa Berfoto Bersama	82
Gambar 36. Uraian Materi Minor Matriks Sebelum Revisi.....	84
Gambar 37. Uraian Materi Minor Matriks Sesudah Revisi	85

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN A (PERANGKAT PEMBELAJARAN)

A1. Analisis Kurikulum	92
A2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)	96

LAMPIRAN B (INSTRUMEN PENELITIAN)

B1. Kisi-Kisi Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi	117
B2. Deskripsi Butir Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi	118
B3. Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi	122
B4. Kisi-Kisi Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media	125
B5. Deskripsi Butir Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media	126
B6. Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media	132
B7. Kisi-Kisi Post-Test	137
B8. Soal <i>Post-Test</i>	138
B9. Kunci dan Rubrik Penilaian Soal <i>Post-Test</i>	141
B10. Kisi-Kisi Angket Respon Siswa	145
B11. Angket Respon Siswa	146

LAMPIRAN C (PENGISIAN INSTRUMEN PENELITIAN)

C1. Pengisian Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi	149
C2. Pengisian Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media	155
C3. <i>Post-Test</i> Siswa	165

C4. Pengisian Angket Respon Siswa	172
C5. Pengisian Angket Validasi Instrumen	178
C6. Pengisian Angket Validasi Soal Post-Test	191
C7. Pengisian Lembar Observasi Pembelajaran	194

LAMPIRAN D (PENYEKORAN INSTRUMEN PENELITIAN)

D1. Penyekoran Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi.....	202
D2. Penyekoran Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media	204
D3. Penyekoran <i>Post-Test</i> Siswa	206
D4. Penyekoran Angket Respon Siswa.....	208

LAMPIRAN E (SURAT-SURAT)

E1. Surat Permohonan Validasi Instrumen	210
E2. Surat Permohonan Validasi Modul.....	211
E3. Surat Keterangan Validasi Instrumen.....	215
E4. Surat Keterangan Validasi Modul	216
E5. Surat Izin Penelitian dari FMIPA UNY	220
E6. Surat Izin Penelitian dari BAPPEDA Sleman	221
E7. Surat Keterangan Penelitian dari SMK Negeri 1 Tempel	223
E8. SK Pembimbing.....	224

LAMPIRAN F

Modul Matematika Matriks

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Mata pelajaran matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang dipelajari semenjak siswa belajar di bangku tingkat dasar hingga perguruan tinggi. Matematika dibelajarkan sejak dini karena hakikat mata pelajaran matematika, yakni untuk membekali siswa dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan bekerja sama. Kompetensi tersebut diperlukan agar siswa dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti, dan kompetitif. Namun, hal tersebut tidak diimbangi dengan respon positif dari siswa. Mata pelajaran matematika yang idealnya merupakan mata pelajaran yang logis dan bermanfaat, selama ini justru kurang disenangi oleh siswa. Siswa terlanjur menganggap matematika sebagai mata pelajaran yang abstrak dan sulit dipahami. Paradigma tersebut semakin melekat di pikiran siswa sehingga membuat siswa enggan mempelajari matematika. Akibatnya, prestasi hasil belajar siswa pada pelajaran matematika tergolong rendah.

Berbagai usaha terus dilakukan oleh pengelola pendidikan untuk meningkatkan prestasi belajar siswa khususnya dalam mata pelajaran matematika. Upaya-upaya pendidik dalam memberdayakan berbagai variabel turut menentukan keberhasilan siswa dalam memahami konsep-konsep

matematika yang diajarkan. Dalam kurikulum KTSP, guru sebagai fasilitator dalam proses pembelajaran dituntut untuk mempunyai kemampuan mengelola dan mengembangkan bahan ajar sebagai salah satu sumber belajar khususnya yang berupa bahan ajar bentuk cetak.

Peraturan Menteri Pendidikan Nasional (Permendiknas) nomor 41 tahun 2007 tentang Standar Proses, salah satunya mengatur tentang perencanaan proses pembelajaran yang secara implisit menyatakan bahwa guru diharapkan dapat mengembangkan bahan ajar sebagai salah satu sumber belajar. Bahan ajar yang dikembangkan tersebut diharapkan lebih mengena karena guru berhubungan langsung dengan siswa. Bahan ajar memungkinkan siswa dapat mempelajari suatu kompetensi secara mandiri, runtut, dan sistematis sehingga mampu menguasai semua kompetensi secara utuh dan terpadu. Dengan demikian, perlu dikembangkan bahan ajar yang sesuai dengan kebutuhan demi tercapainya tujuan pembelajaran yang diinginkan.

Pendidik sangat perlu mengembangkan bahan ajar. Berikut dipaparkan alasannya seperti yang tertuang dalam Panduan Pengembangan Materi Pembelajaran (Depdiknas, 2008: 122). Pertama, bahan ajar yang sudah tersedia belum mencukupi kebutuhan sesuai tuntutan kurikulum. Pada kurikulum tingkat satuan pendidikan, standar kompetensi lulusan telah ditetapkan oleh pemerintah tetapi alat pencapaiannya diserahkan kepada pendidik.

Kedua, bahan ajar yang sudah tersedia belum sesuai dengan karakteristik sasaran. Lingkungan sosial, geografis, dan budaya berpengaruh terhadap kecocokan bahan ajar dengan sasaran siswa. Selain itu, karakteristik siswa juga

meliputi tahapan perkembangan siswa, kemampuan awal yang telah dikuasai, minat, dan latar belakang keluarga. Perbedaan karakteristik akan mempengaruhi proses pembelajaran. Oleh karena itu, bahan ajar yang dikembangkan sendiri dapat disesuaikan dengan karakteristik siswa.

Ketiga, adanya tuntutan pemecahan masalah belajar. Materi pembelajaran matematika seringkali abstrak dan rumit. Hal ini mengakibatkan siswa sulit memahami, bahkan guru juga sulit untuk menjelaskannya. Maka, perlu dikembangkan bahan ajar yang tepat untuk mengatasi kesulitan tersebut. Dengan adanya bahan ajar yang tepat, materi pembelajaran yang rumit atau abstrak dapat dijelaskan dengan mudah dengan menggunakan berbagai media.

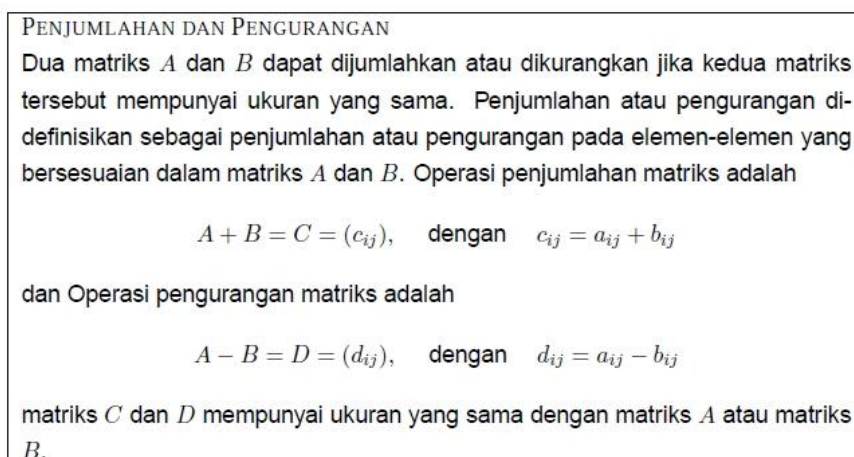
Matriks merupakan salah satu materi yang diajarkan pada siswa kelas X SMK. Dalam kehidupan sehari-hari matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier, transformasi geometri, program komputer, dll. Hasil UN Matematika SMK pada tahun 2013 (BSNP, 2013) menunjukkan bahwa persentase penguasaan materi matriks masih tergolong rendah. Hal ini melatarbelakangi dipilihnya materi matriks dalam penelitian ini. Tabel 1 berikut menunjukkan persentase penguasaan materi matriks di Kabupaten Sleman, Yogyakarta pada UN Matematika SMK tahun ajaran 2012/ 2013.

Tabel 1. Persentase Penguasaan Materi Matriks pada UN SMK 2012/2013

Kelompok Keahlian	Kemampuan Yang Diuji	Kota/ Kab.	Prop.	Nas.
Akuntansi dan Penjualan	Menyelesaikan operasi matriks	24,85	24,72	21,20
Seni, Pariwisata, Sosial, Adm. Perkantoran, dan Tek. Kerumahtanggaan	Menyelesaikan operasi matriks	33,51	30,72	28,07
Teknologi, Kesehatan, dan Pertanian	Menentukan hasil operasi matriks atau invers matriks	35,32	43,15	38,41

Berdasarkan data yang disajikan pada Tabel 1 di atas, dapat diketahui bahwa persentase penguasaan materi matriks secara nasional pada UN Matematika SMK Tahun 2013 untuk siswa pada kelompok keahlian akuntansi dan penjualan yaitu 21,20 %. Hal ini berarti persentase banyaknya siswa yang dapat menjawab benar pada soal UN materi matriks tersebut hanya 21,20% dari semua siswa kelompok keahlian akuntansi dan penjualan yang mengikuti UN Matematika SMK pada tahun 2013. Sedangkan persentase penguasaan materi matriks secara nasional untuk siswa pada kelompok keahlian seni, pariwisata, sosial, administrasi perkantoran, dan teknologi kerumahtanggaan serta siswa pada kelompok teknologi, kesehatan, dan pertanian berturut-turut yaitu 28,07% dan 38,41%.

Direktorat Pendidikan SMK telah menyediakan berbagai macam bahan ajar yang dapat digunakan siswa SMK sebagai sumber belajar. Akan tetapi, ketersediaan bahan ajar yang ada memiliki keterbatasan dalam memfasilitasi siswa untuk mengonstruksi pengetahuannya. Berikut disajikan penyajian materi matriks pada salah satu buku matematika untuk siswa kelas X SMK Kelompok Teknologi.



Gambar 1. Contoh Sumber Belajar

Dalam buku tersebut, konsep penjumlahan dan pengurangan matriks disajikan secara langsung tanpa melibatkan siswa menggunakan pengetahuan atau pengalaman yang dimilikinya untuk menemukan syarat dan prosedur penjumlahan dan pengurangan matriks. Dengan pembelajaran seperti di atas, siswa akan merasa materi yang dipelajarinya abstrak dan tidak bermakna. Lain halnya apabila siswa dibimbing untuk menemukan konsep penjumlahan dan pengurangan matriks dengan permasalahan sehari-hari atau permasalahan yang nyata dalam pikiran siswa. Siswa akan lebih mudah memahami konsep yang dipelajari serta mendapatkan kebermaknaan dalam pembelajarannya.

Pembelajaran matriks harus disesuaikan dengan karakteristik siswa SMK. Berdasarkan teori Piaget (Bell, 1978: 98), terdapat empat tahapan perkembangan kognitif pada siswa, yaitu tahapan sensori motor (dari lahir sampai umur 2 tahun), tahap pra operasi (dari umur 2 tahun sampai umur 7 tahun), tahap operasi konkrit (dari umur 7 tahun sampai 11 tahun), dan tahap operasi formal (umur 11 tahun ke atas).

Menurut teori Piaget, siswa SMK berada pada tahap operasi formal. Ciri tahap operasi formal adalah siswa sudah mampu melakukan penalaran menggunakan hal-hal yang abstrak. Namun terkadang sebagian siswa masih kesulitan dalam menyelesaikan hal-hal yang bersifat abstrak. Siswa perlu menggunakan objek-objek dalam kehidupan sehari-hari untuk dikaitkan dengan suatu permasalahan sebelum menggunakan hal-hal abstrak. Oleh karena itu, dalam proses pembelajaran, diperlukan suatu pendekatan yang dapat memfasilitasi siswa dalam menghubungkan materi pelajaran yang dirasa abstrak

dengan hal-hal nyata dalam kehidupan sehari-hari. Apabila siswa mendapat kemudahan dalam memahami konsep-konsep matematika, maka siswa akan mulai tertarik mempelajari matematika dan mendapatkan kebermaknaan dalam pembelajarannya. Pada akhirnya, diharapkan prestasi belajar siswa pada pelajaran matematika akan meningkat. Berdasarkan uraian di atas, pendekatan pembelajaran yang dirasa tepat dengan permasalahan di atas adalah pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

Pendekatan PMRI merupakan suatu pendekatan pembelajaran matematika yang mengaitkan pengalaman dan kejadian yang dekat dengan siswa sebagai sarana untuk memahami persoalan matematika. Dengan pendekatan PMRI, siswa memulai pembelajaran dengan masalah realistik sehingga pembelajaran menjadi bermakna. Suatu masalah realistik dapat berupa masalah yang dapat ditemukan dalam kehidupan sehari-hari atau masalah yang nyata dalam pikiran siswa. PMRI memandang siswa sebagai seseorang yang memiliki pengetahuan atau pengalaman sebagai hasil interaksi dengan lingkungannya. Dengan demikian, siswa harus aktif dalam mencari maupun mengembangkan pengetahuan yang telah dimilikinya.

Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mengembangkan bahan ajar pada materi matriks dengan pendekatan PMRI. Bahan ajar yang dikembangkan berupa modul. Modul merupakan bahan ajar yang disusun secara sistematis dan menarik yang mencakup isi materi, metode, dan evaluasi yang dapat digunakan secara mandiri (Depdiknas, 2007: 29). Dengan modul siswa dapat menentukan kemampuan atau intensitas belajarnya secara mandiri. Penyajian materi pada

modul disesuaikan dengan prinsip dan karakteristik PMRI di mana pembelajaran ditekankan pada penyajian masalah realistik.

Berdasarkan uraian di atas peneliti merasa persoalan tersebut penting untuk diperhatikan. Oleh karena itu, peneliti akan melaksanakan penelitian dengan judul *“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”*.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka dapat diidentifikasi masalah-masalah sebagai berikut.

1. Prestasi hasil belajar siswa pada pelajaran matematika tergolong rendah.
2. Masih terbatasnya bahan ajar yang memfasilitasi siswa untuk mengonstruksi pengetahuannya, khususnya melalui pendekatan PMRI.
3. Siswa masih kesulitan dalam menyelesaikan persoalan matematika yang berkaitan dengan matriks.

C. Pembatasan Masalah

Melihat masih luasnya masalah yang diidentifikasi, maka penelitian ini dibatasi pada pengembangan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa SMK Kelas X dengan model pengembangan *Analysis, Design, Development, Implementation, dan Evaluation (ADDIE)*.

D. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, identifikasi masalah, dan pembatasan masalah yang telah diuraikan, maka masalah yang dirumuskan dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana mengembangkan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK?
2. Bagaimana kualitas modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK yang ditinjau dari aspek kevalidan, keefektifan, dan kepraktisan?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah:

1. Mengembangkan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK.
2. Mendeskripsikan kualitas modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK yang ditinjau dari aspek kevalidan, keefektifan, dan kepraktisan.

F. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat antara lain :

1. Bagi Peneliti
 - a. Mendapatkan pengalaman yang berharga dalam suatu penelitian.
 - b. Meningkatkan ilmu pengetahuan dalam mengembangkan bahan ajar yang sesuai dengan tujuan pembelajaran.
 - c. Mengembangkan ilmu pengetahuan yang terkait dengan pendekatan pembelajaran khususnya pendekatan PMRI.
2. Bagi Guru
 - a. Membantu guru dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran matematika.
 - b. Memperkaya bahan ajar matematika khususnya pada materi matriks.

3. Bagi Siswa

- a. Mengembangkan kreativitas dan kemampuan berpikir kritis siswa secara mandiri.
- b. Meningkatkan motivasi siswa belajar matematika.
- c. Membantu meningkatkan prestasi belajar siswa dalam belajar matematika.
- d. Meningkatkan pemahaman konsep siswa dalam pembelajaran matematika melalui pendekatan PMRI.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Pembelajaran Matematika di SMK

1. Pengertian Matematika

Matematika berasal dari bahasa Yunani, *mathematike* dengan akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (Erman Suherman, et.al., 2003: 15-16). Definisi matematika menurut Reys (Erman Suherman, et al., 2003: 16-17), matematika adalah telaah tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola berpikir, suatu seni, suatu bahasa, dan suatu alat.

James dan James berpendapat bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang saling berhubungan satu sama lain yang terbagi dalam tiga bidang, yakni aljabar, analisis dan geometri. Berdasarkan definisi-definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan ilmu mengenai pola dan hubungan, logika, dan konsep-konsep yang berhubungan satu sama lain.

Terlepas dari berbagai pendapat mengenai definisi matematika, dapat ditarik ciri-ciri atau karakteristik yang sama. Beberapa karakteristik tersebut adalah (Soedjadi: 2000, 13-19):

a. Memiliki objek kajian abstrak

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar tersebut meliputi fakta, konsep, operasi atau relasi, dan prinsip.

b. Bertumpu pada kesepakatan

Dalam matematika kesepakatan merupakan tumpuan yang amat penting. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma dan konsep primitif. Aksioma diperlukan sehingga menghindarkan berputar-putar dalam pembuktian. Sedangkan konsep primitif diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pendefinisian.

c. Berpola pikir deduktif

Pola pikir sederhana dapat dikatakan sebagai pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

d. Memiliki simbol yang kosong dari arti

Matematika menggunakan banyak simbol, baik berupa huruf maupun bukan huruf. Rangkaian simbol dalam matematika dapat membentuk model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, bangun geometrik tertentu, dsb.

e. Memperhatikan semesta pembicaraan

Berkaitan dengan kosongnya simbol-simbol dan tanda-tanda dalam matematika di atas, menunjukkan bahwa dalam menggunakan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model tersebut dipakai. Bila lingkupnya bilangan, maka simbol-simbol diartikan bilangan. Bila lingkup pembicaraannya adalah transformasi, maka simbol-simbol diartikan sebagai suatu transformasi.

f. Konsisten dalam sistemnya

Matematika terdiri dari banyak sistem. Ada sistem yang mempunyai kaitan satu sama lain, tetapi ada sistem yang terlepas satu sama lain. Sebagai contoh, sistem aljabar dan sistem geometri dipandang terlepas satu sama lain, tetapi di dalam sistem aljabar terdapat beberapa sistem yang lebih kecil yang terkait satu sama lain.

2. Deskripsi Belajar dan Pembelajaran

Menurut Reber (Sugihartono, 2007: 74), belajar dapat didefinisikan dalam dua pengertian. Pertama, belajar sebagai proses memperoleh pengetahuan. Kedua, belajar sebagai kemampuan bereaksi yang relatif langgeng sebagai hasil latihan yang diperkuat. Selanjutnya, menurut Fontana (Erman Suherman, *et al.*, 2003: 7-8), belajar adalah proses perubahan tingkah laku individu yang relatif tetap sebagai hasil dari pengalaman. Jadi, belajar dapat didefinisikan sebagai suatu proses memperoleh pengetahuan dan pengalaman dalam wujud perubahan tingkah laku dan kemampuan bereaksi yang relatif tetap karena adanya interaksi individu dengan lingkungannya.

Istilah belajar memiliki keterkaitan dengan pembelajaran (Sugihartono, 2007: 73-74). Dalam proses pendidikan, belajar dan pembelajaran saling berhubungan dan tidak dapat dipisahkan satu sama lain. Perbedaan antara belajar dan pembelajaran terletak pada penekanannya. Belajar lebih menekankan pada bahasan tentang siswa dan proses yang menyertai dalam rangka perubahan tingkah lakunya. Sedangkan pembelajaran lebih menekankan pada guru dalam upayanya memfasilitasi siswa untuk dapat belajar.

Menurut Sudjana sebagaimana dikutip Sugihartono (2007: 80-81), pembelajaran adalah setiap upaya yang dilakukan secara sengaja oleh pendidik yang menyebabkan siswa melakukan kegiatan belajar. Nasution mendefinisikan pembelajaran sebagai aktivitas mengorganisasi atau mengatur lingkungan sebaik-baiknya dan menghubungkannya dengan siswa sehingga terjadi proses belajar (Sugihartono, 2007: 80). Dapat disimpulkan bahwa pembelajaran merupakan suatu upaya yang dilakukan pendidik untuk memfasilitasi siswa dalam melakukan kegiatan belajar dengan cara mengorganisasi lingkungan dan menghubungkannya dengan siswa. Guru berperan penting sebagai fasilitator dan dituntut untuk kreatif dalam mengorganisasikan suasana belajar sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai.

3. Pembelajaran Matematika SMK

Matematika merupakan ilmu dasar yang berperan penting dalam perkembangan ilmu dan teknologi. Oleh karena itu, mata pelajaran matematika perlu diajarkan di setiap jenjang sekolah. Matematika sekolah merupakan materi-materi matematika tertentu yang diajarkan di jenjang sekolah. Dalam matematika sekolah (SD, SMP, SMA, SMK), matematika dibelajarkan dengan tujuan mengembangkan kemampuan serta membentuk kepribadian siswa.

Beberapa karakteristik pembelajaran matematika di sekolah (Erman Suherman, et.al.2003: 68-69) yaitu sebagai berikut.

1. Pembelajaran matematika berjenjang (bertahap)

Materi pembelajaran diajarkan secara berjenjang atau bertahap, yaitu dari hal konkrit ke abstrak, hal yang sederhana ke kompleks, atau konsep mudah ke konsep yang lebih sukar.

2. Pembelajaran matematika mengikuti metoda spiral

Setiap mempelajari konsep baru perlu memperhatikan konsep atau materi yang telah dipelajari sebelumnya. Materi yang baru selalu dikaitkan dengan materi yang telah dipelajari. Pengulangan konsep dapat dilakukan dengan cara memperluas dan memperdalam materi pembelajaran matematika.

3. Pembelajaran matematika menekankan pola pikir deduktif

Matematika adalah ilmu deduktif. Matematika tersusun secara deduktif aksiomatik. Namun demikian, perlu pendekatan yang sesuai dengan kondisi siswa. Misalnya, sesuai dengan tahap perkembangan intelektual siswa SMP, maka dalam pembelajaran matematika belum sepenuhnya menggunakan pendekatan deduktif namun masih dikombinasikan dengan induktif.

4. Pembelajaran matematika menganut kebenaran konsistensi

Kebenaran dalam matematika pada dasarnya merupakan kebenaran konsistensi, tidak bertentangan antara kebenaran suatu konsep dengan yang lainnya. Suatu pernyataan dianggap benar bila didasarkan atas pernyataan-pernyataan yang terdahulu yang telah diterima kebenarannya.

Siswa Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) pada umumnya berusia 15-17 tahun. Menurut teori Piaget tentang tahapan perkembangan kognitif, siswa SMK berada pada tahap operasi formal. Pada tahap operasi formal, siswa sudah mampu melakukan penalaran menggunakan hal-hal yang abstrak. Namun demikian, setiap

individu mengalami tingkat perkembangan intelektual yang berbeda. Bell (1978: 102) mengemukakan bahwa tidak semua individu yang telah berada pada tahap operasi formal mampu memiliki ciri-ciri di atas. Oleh karena itu, guru perlu mengupayakan strategi pembelajaran yang tepat.

Pembelajaran matematika pada jenjang SMK bertujuan untuk membekali siswa dengan keahlian tertentu. Pembelajaran matematika di SMK lebih mengutamakan pada pemahaman konsep, kecakapan berpikir rasional, dan keterampilan yang menunjang kecakapan keahlian siswa. Lampiran Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 (Depdiknas, 2006: 2) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa pelajaran Matematika SMK bertujuan agar para siswa SMK dapat:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah,
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika,
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh,
4. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah,

5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah,
6. Menalar secara logis dan kritis serta mengembangkan aktivitas kreatif dalam memecahkan masalah dan mengkomunikasikan ide. Di samping itu memberi kemampuan untuk menerapkan matematika pada setiap program keahlian.

Pembelajaran matematika di setiap jenjang pendidikan formal tentu memiliki tujuan yang berbeda. Berdasarkan uraian di atas, pembelajaran matematika di SMK bertujuan agar siswa dapat memahami konsep-konsep matematika dan menyelesaikan permasalahan yang menunjang keterampilan siswa sesuai dengan bidang keahliannya.

B. Bahan Ajar

Dalam *website* Dikmenjur (Depdiknas, 2008: 120), dikemukakan bahwa bahan ajar merupakan seperangkat materi pembelajaran (*teaching material*) yang disusun secara sistematis, menampilkan sosok utuh dari kompetensi yang akan dikuasai siswa dalam kegiatan pembelajaran. Menurut Chomsin S. Widodo (2008: 40), bahan ajar adalah seperangkat alat pembelajaran yang berisi materi pelajaran, metode, batasan-batasan yang didesain secara sistematis untuk mencapai tujuan tertentu. Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa bahan ajar merupakan seperangkat materi pembelajaran yang disusun secara sistematis untuk mencapai tujuan tertentu.

Bahan ajar digunakan untuk membantu guru dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar. Selain itu, bahan ajar memungkinkan siswa dapat mempelajari

suatu kompetensi atau KD secara runtut dan sistematis sehingga secara akumulatif mampu menguasai semua kompetensi secara utuh dan terpadu. Oleh karena itu, bahan ajar merupakan unsur yang penting dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar sebagai aspek pendukung dalam pencapaian tujuan pembelajaran. Lebih lanjut disebutkan bahwa bahan ajar berfungsi sebagai berikut (Depdiknas, 2008: 120).

1. Pedoman bagi guru yang akan mengarahkan semua aktivitasnya dalam proses pembelajaran, sekaligus merupakan substansi kompetensi yang seharusnya diajarkan kepada siswa,
2. Pedoman bagi siswa yang akan mengarahkan semua aktivitasnya dalam proses pembelajaran, sekaligus merupakan substansi kompetensi yang seharusnya dipelajari,
3. Alat evaluasi pencapaian atau penguasaan hasil pembelajaran.

Bahan ajar disusun dengan tujuan (Depdiknas, 2008: 123) sebagai berikut:

1. Menyediakan bahan ajar yang sesuai dengan tuntutan kurikulum dengan mempertimbangkan kebutuhan siswa, yakni bahan ajar yang sesuai dengan karakteristik dan *setting* atau lingkungan sosial siswa.
2. Membantu siswa dalam memperoleh alternatif bahan ajar di samping buku-buku teks yang terkadang sulit diperoleh.
3. Memudahkan guru dalam melaksanakan pembelajaran

Dengan mengembangkan bahan ajar yang sesuai dengan usia dan karakteristik siswa akan didapatkan beberapa manfaat antara lain (Depdiknas, 2008: 123):

1. Bagi guru:

- a. memperoleh bahan ajar yang sesuai dengan kurikulum dan kebutuhan belajar siswa,
- b. tidak lagi tergantung pada buku teks yang kadang sulit diperoleh,
- c. menambah khasanah pengetahuan dan pengalaman guru dalam menulis bahan ajar,
- d. membangun komunikasi pembelajaran yang efektif antara guru dengan siswa.

2. Bagi siswa:

- a. kegiatan pembelajaran menjadi lebih menarik,
- b. mendapat lebih banyak kesempatan untuk belajar secara mandiri dan mengurangi ketergantungan terhadap guru,
- c. mudah dalam mempelajari setiap kompetensi.

Pengembangan bahan ajar hendaknya memperhatikan prinsip-prinsip pembelajaran, di antaranya (Depdiknas, 2008: 124-125) :

1. Mulai dari hal yang mudah untuk memahami yang sulit, dari yang kongkret untuk memahami yang abstrak,
2. Pengulangan akan memperkuat pemahaman,
3. Umpan balik positif akan memberikan penguatan terhadap pemahaman siswa,
4. Motivasi belajar yang tinggi merupakan salah satu faktor penentu keberhasilan belajar,
5. Pencapaian tujuan pembelajaran dilaksanakan setahap demi setahap,

6. Mengetahui hasil yang telah dicapai akan mendorong siswa untuk terus mencapai tujuan.

Bahan ajar dapat berupa bahan tertulis maupun tidak tertulis. Berdasarkan teknologi yang digunakan, bahan ajar dapat dikelompokkan menjadi empat kategori (Depdiknas, 2008: 125), yaitu:

1. Bahan cetak (*printed*), seperti handout, buku, modul, lembar kerja siswa, brosur, leaflet, *wallchart*, foto/gambar, model/maket.
2. Bahan ajar dengar (*audio*), seperti kaset, radio, piringan hitam, dan *compact disk audio*.
3. Bahan ajar pandang dengar (*audio visual*) seperti video compact disk, film.
4. Bahan ajar multimedia interaktif (*interactive teaching material*) seperti CAI (*Computer Assisted Instruction*), CD (*compact disk*) multimedia pembelajaran interaktif, dan bahan ajar berbasis web (*web based learning materials*)

Adapun bahan ajar yang akan dikembangkan dalam penelitian ini adalah modul. Modul merupakan salah satu bahan ajar tertulis yang berbentuk cetak.

C. Modul

1. Pengertian Modul

Pengertian modul menurut Depdiknas (2007: 29) adalah bahan ajar yang disusun secara sistematis dan menarik yang mencakup isi materi, metode, dan evaluasi yang dapat digunakan secara mandiri. Menurut Nasution (1984: 205), modul dapat didefinisikan sebagai suatu unit lengkap yang berdiri sendiri dan terdiri dari suatu rangkaian kegiatan belajar yang disusun untuk membantu siswa mencapai sejumlah tujuan yang spesifik dan jelas. Dari uraian definisi di atas,

dapat disimpulkan bahwa modul merupakan bahan ajar yang berisi rangkaian kegiatan belajar yang disusun secara sistematis dengan tujuan tertentu untuk membantu siswa belajar mandiri.

Modul memberi kesempatan kepada siswa untuk belajar secara mandiri (Sungkono, et. al., 2003: 7). Siswa dapat melanjutkan mempelajari kegiatan belajar selanjutnya apabila sudah menyelesaikan secara tuntas kegiatan belajar sebelumnya. Dengan demikian, siswa dapat mengontrol kemampuan serta kecepatan belajarnya secara mandiri.

2. Karakteristik Modul

Dalam penyusunan modul perlu diperhatikan karakteristik modul sesuai pedoman penulisan modul yang dikeluarkan oleh Departemen Pendidikan Nasional Tahun 2003 sebagaimana dikutip oleh Chomsin S. Widodo dan Jasmadi (2008: 50-54) sebagai berikut.

a. *Self instructional.*

Siswa diharapkan mampu membelajarkan diri sendiri dengan modul tersebut. Hal ini sesuai dengan tujuan modul yaitu agar siswa mampu belajar secara mandiri. Beberapa hal yang perlu diperhatikan adalah menyediakan contoh-contoh dan ilustrasi yang menarik di dalam modul, memberi kesempatan siswa untuk mengukur kemampuan masing-masing dan memberi umpan balik, menyajikan materi yang kontekstual (realistik), menggunakan bahasa yang sederhana dan komunikatif untuk siswa, memuat rangkuman materi dan instrument penilaian agar siswa dapat melakukan *self*

assessment (penilaian diri sendiri), serta referensi yang memuat materi pembelajaran tersebut.

b. *Self contained*

Seluruh materi pembelajaran yang dipelajari terdapat di dalam satu modul secara utuh. Tujuan konsep ini adalah memberikan kesempatan pada siswa untuk mempelajari materi pembelajaran secara tuntas.

c. *Stand alone*

Modul yang dikembangkan tidak tergantung pada bahan ajar lain. Hal ini bertujuan agar siswa tidak harus menggunakan bahan ajar lain dalam mempelajari modul tersebut.

d. *Adaptif*

Modul dikatakan adaptif jika modul tersebut dapat menyesuaikan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, fleksibel digunakan, serta isi materi pembelajaran dapat digunakan hingga kurun waktu tertentu.

e. *User friendly*

Modul yang disusun hendaknya bersahabat atau mudah digunakan oleh pemakainya. Setiap instruksi dan informasi bersifat membantu pemakainya. Hal ini dapat diupayakan dengan pemilihan bahasa dan istilah yang mudah dimengerti atau umum digunakan.

3. Komponen-Komponen Modul

Pada umumnya modul memiliki beberapa komponen (Sungkono, 2003: 12-23), antara lain:

a. Tinjauan mata pelajaran

Tinjauan mata pelajaran memaparkan keseluruhan pokok-pokok isi mata pelajaran yang mencakup, deskripsi mata pelajaran, kegunaan mata pelajaran, kompetensi dasar, bahan pendukung lain, dan petunjuk belajar.

b. Pendahuluan

Dalam pendahuluan setidaknya memuat beberapa hal diantaranya: 1) cakupan isi modul; 2) indikator yang ingin dicapai; 3) deskripsi perilaku awal yang memuat keterampilan yang sebelumnya sudah diperoleh; 4) relevansi; 5) urutan butir kegiatan belajar; dan 6) petunjuk belajar.

c. Kegiatan belajar

Kegiatan belajar memuat materi pelajaran yang harus dikuasai siswa. Materi disusun secara sistematis untuk memudahkan siswa dalam memahami pelajaran. Di dalam kegiatan belajar, uraian materi modul disajikan secara naratif yang bertujuan untuk merangsang dan mengkondisikan tumbuhnya pengalaman belajar.

d. Latihan

Latihan merupakan kegiatan belajar yang harus dilakukan oleh siswa setelah membaca uraian atau materi sebelumnya. Latihan diberikan agar siswa benar-benar belajar secara aktif sehingga siswa dapat menguasai konsep dalam kegiatan belajar tersebut.

e. Rambu-rambu jawaban latihan

Kegunaan rambu-rambu jawaban latihan adalah untuk mengarahkan pemahaman siswa tentang jawaban yang diharapkan dari pertanyaan atau tugas dalam latihan.

f. Rangkuman

Rangkuman berfungsi untuk menyimpulkan dan memantapkan pengalaman belajar siswa. Dengan adanya rangkuman, diharapkan siswa lebih mudah dalam membangun konsep atau skema baru dalam pikirannya.

g. Tes formatif

Pada setiap modul disertai lembar evaluasi atau tes formatif. Tes formatif berguna untuk mengukur penguasaan siswa setelah suatu pokok bahasan dalam satu kegiatan belajar selesai dipelajari.

h. Kunci Jawaban Tes Formatif dan Umpan Balik

Kunci jawaban tes formatif bertujuan agar siswa dapat memeriksa sendiri hasil dari tes formatif yang dikerjakannya. Di dalam kunci jawaban tes formatif, terdapat bagian umpan balik yang berisi kegiatan yang harus dilakukan siswa berdasarkan nilai atau hasil tes formatif yang diperoleh.

4. Teknik Pengembangan Modul

Menurut Sungkono (2003: 10-11), pengembangan modul dapat dilakukan dengan menggunakan tiga teknik, yaitu :

a. Menulis sendiri (*starting from scratch*)

Penulis dapat menulis sendiri modul yang akan digunakan dalam proses pembelajaran. Asumsi yang mendasari adalah penulis dianggap pakar yang berkompeten dalam bidang ilmunya, mempunyai kemampuan menulis, dan mengetahui kebutuhan siswa dalam bidang ilmu tersebut.

b. Pengemasan kembali informasi (*information repackaging*)

Penulis tidak menulis modul sendiri, melainkan memanfaatkan buku-buku teks dan informasi yang telah ada di pasaran untuk dikemas kembali menjadi modul yang memenuhi karakteristik modul yang baik. Modul atau informasi yang sudah ada dikumpulkan berdasarkan kebutuhan kemudian disusun kembali dengan gaya bahasa yang sesuai. Selain itu juga diberi tambahan kompetensi yang akan dicapai, soal latihan, tes formatif, dan umpan balik.

c. Penataan informasi (*compilation*)

Dalam penataan informasi tidak ada perubahan yang dilakukan terhadap modul yang diambil dari buku teks, jurnal ilmiah, artikel, dan lain-lain. Dengan kata lain, materi-materi tersebut dikumpulkan, digandakan dan digunakan secara langsung.

Dalam penelitian ini digunakan teknik pengembangan modul dengan kombinasi cara pertama dan kedua yaitu menulis sendiri (*starting from scratch*) dan pengemasan kembali informasi (*information repackaging*). Sumber-sumber dari buku, modul, jurnal, maupun informasi di internet digubah sedemikian rupa tanpa merubah esensial materi dan disesuaikan dengan kebutuhan siswa.

5. Kualitas Produk Pengembangan Modul

Bahan ajar yang baik, dalam hal ini bahan ajar berbentuk modul, harus sesuai dengan standar atau kualitas tertentu. Menurut Nienke Nieven (1999: 126), bahan ajar dapat dikatakan berkualitas ditinjau dari tiga aspek yaitu kevalidan (*validity*), keefektifan (*effectiveness*), dan kepraktisan (*practically*). Berikut dipaparkan penjelasannya.

a. Kevalidan

Nienke Nieven (1999: 127) menyatakan komponen-komponen materi harus berdasarkan pengetahuan (*state-of-the-art knowledge*) disebut validitas isi serta semua komponen materi saling terhubung satu sama lain disebut validitas konstruk. Bahan ajar dikatakan valid apabila memenuhi syarat validitas isi dan validitas konstruk. Dalam penelitian ini, kevalidan modul dilihat dari hasil angket penilaian modul oleh ahli materi dan ahli media. Angket penilaian modul disesuaikan dengan standar penilaian buku teks pelajaran dari BSNP. Modul dinyatakan valid apabila skor rata-rata angket penilaian modul termasuk pada kategori “valid”.

b. Keefektifan

Bahan ajar dikatakan efektif apabila siswa mengapresiasi kegiatan pembelajaran serta tujuan pembelajaran dapat tercapai. Dengan kata lain, modul dikatakan efektif apabila pembelajaran dengan modul memberikan hasil yang baik. Dalam penelitian ini, keefektifan penggunaan modul dalam pembelajaran dilihat dari hasil tes belajar atau *post-test*. Modul dinyatakan efektif apabila ketuntasan tes hasil belajar siswa termasuk pada kategori “baik”.

c. Kepraktisan

Bahan ajar dikatakan praktis apabila guru dan siswa dapat dengan mudah menggunakan bahan ajar dalam kegiatan pembelajaran. Dalam penelitian ini, kepraktisan penggunaan modul dilihat dari hasil angket

respon siswa. Modul yang dikembangkan dinyatakan praktis apabila skor rata-rata angket respon siswa termasuk dalam kategori ”baik”.

6. Manfaat Pembelajaran dengan Modul

Pembelajaran dengan menggunakan modul memiliki beberapa keuntungan (Nasution: 2010, 206-208), antara lain:

a. Bagi siswa

- 1) memberi umpan balik (*feedback*) yang banyak dan segera sehingga siswa dapat mengetahui hasil belajarnya,
- 2) setiap siswa mendapat kesempatan untuk mencapai angka tertinggi dengan menguasai bahan pembelajaran secara tuntas, tidak tanggung-tanggung,
- 3) memiliki tujuan yang jelas, spesifik dan dapat dicapai oleh siswa,
- 4) pembelajaran yang membimbing siswa untuk mencapai sukses melalui langkah-langkah yang teratur akan menimbulkan motivasi yang kuat untuk belajar giat,
- 5) fleksibel karena modul dapat disesuaikan dengan perbedaan kecepatan dan cara belajar siswa,
- 6) mengurangi rasa persaingan di kalangan siswa karena semua dapat mencapai hasil tertinggi. Dengan sendirinya lebih terbuka jalan ke arah kerja sama, baik kerja sama antarsiswa maupun antara siswa dengan guru karena kedua belah pihak merasakan tanggung jawab bersama,

- 7) memberi kesempatan siswa untuk pembelajaran remedial yakni memperbaiki kelemahan, kesalahan, atau kekurangan siswa yang dapat ditemukan sendiri berdasarkan evaluasi yang diberikan secara kontinu,
- 8) siswa dapat mengetahui keterkaitan antara pembelajaran dan hasil yang akan diperoleh.

b. Bagi guru:

- 1) rasa kepuasan karena hasil belajar yang baik dari siswanya,
- 2) memberi kesempatan dan waktu yang lebih besar untuk memberi bantuan kepada siswanya secara individual tanpa melibatkan seluruh kelas,
- 3) memiliki kesempatan lebih untuk melakukan pengayaan,
- 4) membebaskan guru dari rutinitas administrasi maupun persiapan pembelajaran karena semua telah terangkum dalam modul,
- 5) mencegah kemubadziran karena modul dapat digunakan berbagai sekolah dan ditukarkan dengan sekolah lain,
- 6) mendorong sikap ilmiah keguruan sehingga dapat meningkatkan profesi keguruan,
- 7) dapat dilakukan evaluasi formatif.

D. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)

Realistic Mathematics Education (RME) merupakan salah satu teori yang dikembangkan oleh *Freudenthal Institute* di Belanda sejak tahun 1971. Menurut Freudenthal (Ariyadi Wijaya, 2012: 20), matematika merupakan suatu bentuk aktivitas manusia. Oleh karena itu, matematika sebaiknya tidak diberikan kepada

siswa sebagai suatu produk jadi yang siap pakai, melainkan sebagai suatu bentuk kegiatan dalam mengkonstruksi konsep matematika.

Menurut Gravemeijer (1994: 82-83), terdapat tiga prinsip utama dari RME yaitu:

1. *Guided-reinvention* (penemuan kembali secara terbimbing).

Prinsip ini diartikan bahwa siswa sebaiknya diberikan kesempatan untuk mengalami sendiri proses yang sama saat konsep matematika ditemukan dengan bimbingan guru.

2. *Didactical phenomenology* (fenomenologi didaktis).

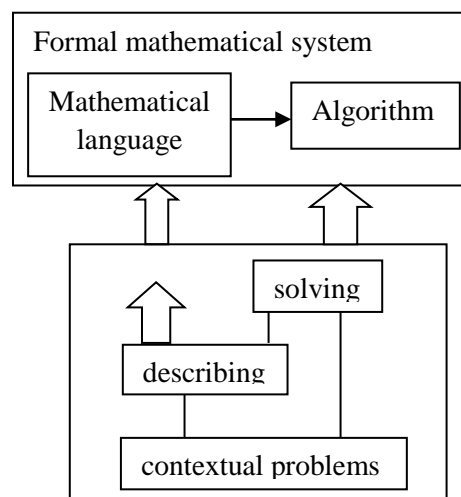
Situasi yang diberikan kepada siswa sebaiknya memuat fenomena sehari-hari. Situasi ini diharapkan dapat mendorong siswa untuk mencapai tingkat matematika formal dalam pembelajaran. Siswa diharapkan menggunakan matematisasi horizontal dan vertikal.

3. *Self-developed model* (Mengembangkan model sendiri).

Self-developed model digunakan sebagai jembatan bagi siswa dari matematika informal ke formal matematika. Pada saat siswa mengerjakan masalah kontekstual, siswa perlu mengembangkan sendiri model-model atau cara-cara menyelesaikan masalah.

Menurut Freudenthal, matematika merupakan suatu bentuk aktivitas *guided reinvention*, yakni proses yang dilakukan siswa secara aktif untuk menemukan kembali suatu konsep matematika dengan bimbingan guru (Ariyadi Wijaya, 2012: 20). Proses penemuan kembali di sini melibatkan proses *mathematization* (matematisasi) sebagai pedoman.

Trefferers sebagaimana dikutip Sutarto Hadi (2002: 33) membagi matematisasi menjadi dua yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal. Pada matematisasi horizontal, siswa melakukan penalaran dari dunia nyata ke dalam simbol-simbol matematika. Sedangkan pada matematisasi vertikal, proses penalaran terjadi di dalam matematika sendiri. Misalnya, penemuan cara penyelesaian soal, mengaitkan konsep-konsep matematis, dan menerapkan rumus-rumus matematika. Secara skematis proses matematisasi ini dapat digambarkan sebagai berikut (Sutarto Hadi, 2002: 34).



Gambar 2. Matematisasi Horizontal dan Vertikal

Frans Moerlands sebagaimana dikutip Sugiman (2011: 8-9) mendeskripsikan pembelajaran matematika realistik dalam ide gunung es (*ice-berg*) yang mengapung di tengah laut. Bagian gunung es yang tampak pada permukaan hanya ujung gunungnya sedangkan di bagian bawahnya masih terdapat bagian gunung yang lebih besar. Demikian pula dengan matematika, yang tampak di permukaan hanya abstraknya (bentuk formal matematika) berupa rumus-rumus dan konsep-konsep yang masih abstrak bagi siswa. Adapun bagian

bawah yang lebih besar harus diungkap agar siswa dapat membangun sendiri pengetahuan matematikanya berdasarkan pengalaman nyata atau realistik.

Dalam model gunung es terdapat empat tingkatan aktivitas, yaitu :

1. *Mathematical world orientation* (orientasi lingkungan secara matematis)

Pada tingkatan ini, siswa dibiasakan menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Pengembangan pemahaman matematika dilakukan dengan memberikan kegiatan matematis yang berkaitan dengan konteks *real*.

2. *Model material* (model alat peraga)

Pada tingkatan ini, siswa memanipulasi alat peraga untuk memahami konsep matematika. Hal ini bertujuan untuk mengeksplorasi kemampuan siswa dalam bekerja secara matematis.

3. *Building stones* (pembuatan pondasi)

Pada tingkatan ini, aktivitas siswa mulai diarahkan pada pemahaman matematis, dimana penggunaan lambang bilangan sudah tampak dalam menyelesaikan masalah matematika.

4. *Formal notation* (matematika formal)

Pada tingkatan ini, siswa diibaratkan telah mencapai puncak gunung es dimana siswa sudah mampu menyelesaikan masalah dengan menggunakan matematika formal. Kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika telah ditopang oleh ketiga kemampuan sebelumnya.

Multiplication

Realistic

form of notation

the top of the iceberg!

more than just

invest in flooding capacity

building stones (numerical notation)

model illustrations

mathematical world

world collection

© Rijn Maatschappij - Eindhoven

Dari model gunung es yang dikemukakan oleh Frans Moerlands, dapat dikembangkan model gunung es dalam pembelajaran matriks sebagai berikut.



Teori RME kemudian dikembangkan dan diadopsi oleh beberapa negara di dunia seperti Inggris, Jerman, Denmark, dan Spanyol. Adapun di Indonesia, RME ini diadaptasi dengan nama “Pendidikan Matematika Realistik Indonesia” (PMRI). Menurut Atmini Dhoruri (2010: 8), pendekatan PMRI merupakan pendekatan pembelajaran yang menekankan aktivitas insani dimana dalam pembelajarannya menggunakan konteks yang sesuai dengan situasi di Indonesia. Dengan pendekatan PMRI, pembelajaran dimulai dengan permasalahan realistik. Suatu masalah realistik dapat berupa masalah yang dapat ditemukan dalam kehidupan sehari-hari atau masalah yang nyata dalam pikiran siswa.

Karakteristik PMRI merupakan karakteristik yang diadopsi dari RME. Menurut De Lange dalam Fajar Shadiq (2010: 11), karakteristik RME secara umum adalah sebagai berikut.

1. Penggunaan konteks dalam eksplorasi fenomenologis

Pembelajaran diawali dengan menyajikan permasalahan nyata atau permasalahan yang dapat dibayangkan siswa. Penyajian masalah yang nyata dapat menjadi alat untuk pembentukan konsep.

2. Penggunaan model untuk mengonstruksi konsep

Dikarenakan dimulai dengan suatu hal yang nyata dan dekat dengan siswa, maka siswa dapat mengembangkan sendiri model matematika. Dengan konstruksi model-model yang mereka kembangkan dapat menambah pemahaman mereka terhadap konsep-konsep matematika.

3. Penggunaan kreasi dan kontribusi siswa

Pembelajaran dilaksanakan dengan melibatkan siswa dalam berbagai aktivitas dengan tujuan memberi kesempatan bagi siswa untuk membuat dan menjelaskan model simbolik dari kegiatan matematis informal.

4. Sifat aktif dan interaktif pembelajaran

Dalam pelaksanaan ketiga prinsip tersebut, siswa harus terlibat secara interaktif, menjelaskan, dan memberikan alasan pekerjaannya memecahkan masalah kontekstual, memahami pekerjaan temannya, menjelaskan dalam diskusi kelas sikapnya setuju atau tidak setuju dengan solusi temannya, menanyakan alternatif pemecahan masalah, dan merefleksikan solusi-solusi itu. Interaksi antar siswa, antara siswa dan guru, diskusi, kerja sama, evaluasi dan negosiasi eksplisit adalah elemen-elemen esensial dalam proses pembelajaran.

5. Kesalingterkaitan antara aspek-aspek matematika

Struktur dan konsep-konsep matematis yang muncul dari pemecahan masalah realistik itu mengarah ke *intertwining* (pengaitan) antara bagian-bagian materi.

Menurut Marpaung sebagaimana dikutip Fajar Shadiq (2010: 12), selain lima karakteristik di atas, untuk memberikan ciri khas Indonesia maka ditambahkan karakteristik yang keenam yaitu mencirikan khas alam dan budaya Indonesia. Diharapkan dengan semakin dekat konteks yang diberikan akan menambah pemahaman siswa terhadap konsep-konsep matematika yang dipelajari.

Dalam penelitian ini menggunakan enam prinsip RME menurut Van Heuvel-Panhuizen sebagaimana dikutip Fajar Shadiq (2010: 10) sebagai berikut.

1. Prinsip aktivitas, yaitu matematika adalah aktivitas manusia. Siswa harus aktif secara mental maupun fisik dalam pembelajaran matematika.
2. Prinsip realitas, yaitu pembelajaran seyogyanya dimulai dengan masalah-masalah yang realistik atau dapat dibayangkan oleh siswa.
3. Prinsip berjenjang, artinya dalam belajar matematika siswa melewati berbagai jenjang pemahaman, yaitu dari mampu menemukan solusi suatu masalah kontekstual atau realistik secara informal, melalui skematisasi memperoleh pengetahuan tentang hal-hal yang mendasar sampai mampu menemukan solusi suatu masalah matematis secara formal.
4. Prinsip jalinan, artinya berbagai aspek atau topik dalam matematika tidak boleh dipandang sebagai bagian-bagian yang terpisah, tetapi terjalin satu sama lain sehingga siswa dapat melihat hubungan antara materi-materi secara lebih baik.
5. Prinsip interaksi, yaitu matematika dipandang sebagai aktivitas sosial. Siswa perlu dan harus diberikan kesempatan menyampaikan strateginya dalam menyelesaikan suatu masalah kepada yang lain untuk ditanggapi, dan menyimak apa yang ditemukan orang lain dan strateginya menemukan serta menanggapinya.
6. Prinsip bimbingan, yaitu siswa perlu diberi kesempatan untuk menemukan pengetahuan matematika secara terbimbing.

Pembelajaran matematika dengan pendekatan PMRI meliputi aspek-aspek berikut (Sutarto Hadi, 2005: 37-38).

1. Memulai pelajaran dengan mengajukan masalah atau persoalan yang “*real*” atau nyata bagi siswa sesuai dengan pengalaman dan tingkat pengetahuannya,

sehingga siswa terlibat dalam pelajaran secara bermakna.

2. Permasalahan yang diberikan diarahkan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai dalam pelajaran.
3. Siswa mengembangkan model-model simbolik terhadap persoalan yang diberikan.
4. Pengajaran berlangsung secara interaktif. Siswa menjelaskan dan memberikan alasan terhadap jawaban yang diberikannya, memahami jawaban temannya, menyatakan persetujuan maupun pertidaksetujuan terhadap jawaban teman, dan melakukan refleksi terhadap hasil pelajaran.

Dalam PMRI, guru berperan sebagai berikut (Sutarto Hadi, 2005: 39-40).

1. Guru hanya sebagai fasilitator dalam kegiatan pembelajaran
2. Guru harus mampu membangun pembelajaran yang interaktif
3. Guru harus memberikan kesempatan kepada siswa untuk aktif dalam proses pembelajaran
4. Guru tidak terpaku pada materi yang tertulis dalam kurikulum, melainkan aktif mengaitkan kurikulum dengan dunia *real*.

Melalui proses belajar yang diawali dari permasalahan nyata, menggunakan hasil konstruksi pemikiran siswa, serta sesuai dengan prinsip dan karakteristik PMRI maka siswa dapat menguasai konsep matematika secara menyeluruh serta mendapatkan kebermaknaan dalam pembelajaran. Hal ini akan berpengaruh terhadap sikap dan hasil belajar siswa sehingga diharapkan dapat meningkatkan prestasi belajar siswa.

E. Materi Matriks Kelas X SMK

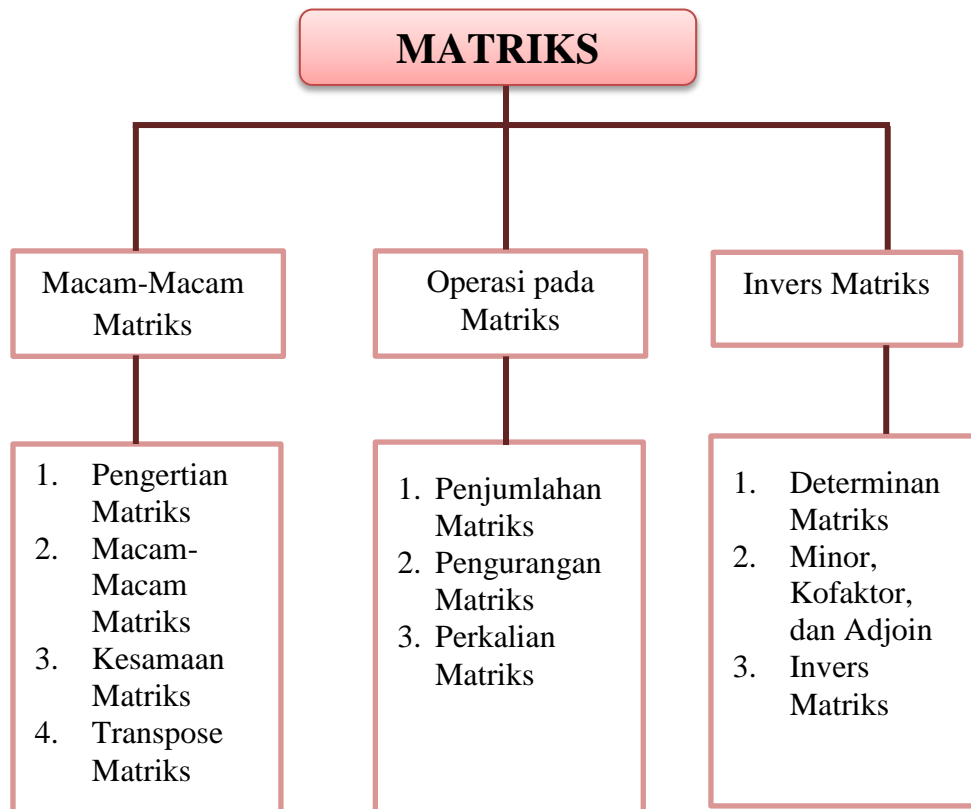
Materi matriks merupakan salah satu kompetensi yang harus dipelajari oleh siswa Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) Kelas X. Matriks merupakan penemuan dalam matematika yang memudahkan seseorang dalam pengolahan data. Dengan mempelajari matriks, siswa akan memperoleh keterampilan mencari dan mengolah data secara runtut melalui operasi-operasi matriks hingga diperoleh suatu penyelesaian. Selain itu, siswa dapat memperoleh kecakapan berfikir rasional, dan ketrampilan yang menunjang kecakapan keahlian siswa.

Di tingkat SMK dengan kelompok keahlian akuntansi dan pertanian, materi matriks meliputi pokok bahasan macam-macam matriks, operasi matriks, serta determinan dan invers matriks. Berikut dijabarkan standar kompetensi dan kompetensi dasarnya (Depdiknas, 2006: 183).

Tabel 2. SK dan KD Materi Matriks

Standar Kompetensi	Kompetensi Dasar
3. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks	3.1 Mendeskripsikan macam-macam matriks
	3.2 Menyelesaikan operasi matriks
	3.3 Menentukan determinan dan invers

Dari SK dan KD di atas dapat disusun peta konsep matriks yang disajikan pada Gambar 5 di bawah ini. Selanjutnya, materi matriks dijabarkan secara lebih mendalam dalam modul yang dikembangkan oleh peneliti.



Gambar 5. Peta Konsep Matriks

F. Penelitian yang Relevan

Penelitian yang dilakukan oleh Suprihatin dari Universitas Negeri Yogyakarta dalam skripsinya yang berjudul “*Pengembangan Perangkat Pembelajaran Materi Fungsi Linear dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa SMK Jurusan Akuntansi*” pada tahun 2013. Hasilnya adalah ditinjau dari aspek kevalidan, perangkat pembelajaran berupa buku siswa dan buku guru yang dikembangkan dinyatakan valid dengan rata-rata skor 3,92 yang termasuk dalam kategori baik. Ditinjau dari aspek kepraktisan, buku siswa dan buku guru yang dikembangkan dinyatakan praktis dengan skor rata-rata respon siswa terhadap pembelajaran dengan modul yaitu 3,98 yang termasuk dalam kategori baik.

Penelitian lain yang relevan adalah penelitian yang dilakukan oleh Siti Kuryati dari Universitas Negeri Yogyakarta dalam skripsinya yang berjudul *“Pengembangan Bahan Ajar Pada Materi Logika Matematika dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMA RSBI”* pada tahun 2012. Hasilnya modul yang dikembangkan dinyatakan valid dengan skor rata-rata penilaian ahli materi yaitu 3,87 dan penilaian ahli media yaitu 3,84 yang termasuk dalam kriteria layak. Berdasarkan angket respon siswa, modul yang dikembangkan mendapat respon baik dengan skor rata-rata sebesar 3,66.

G. Kerangka Berpikir

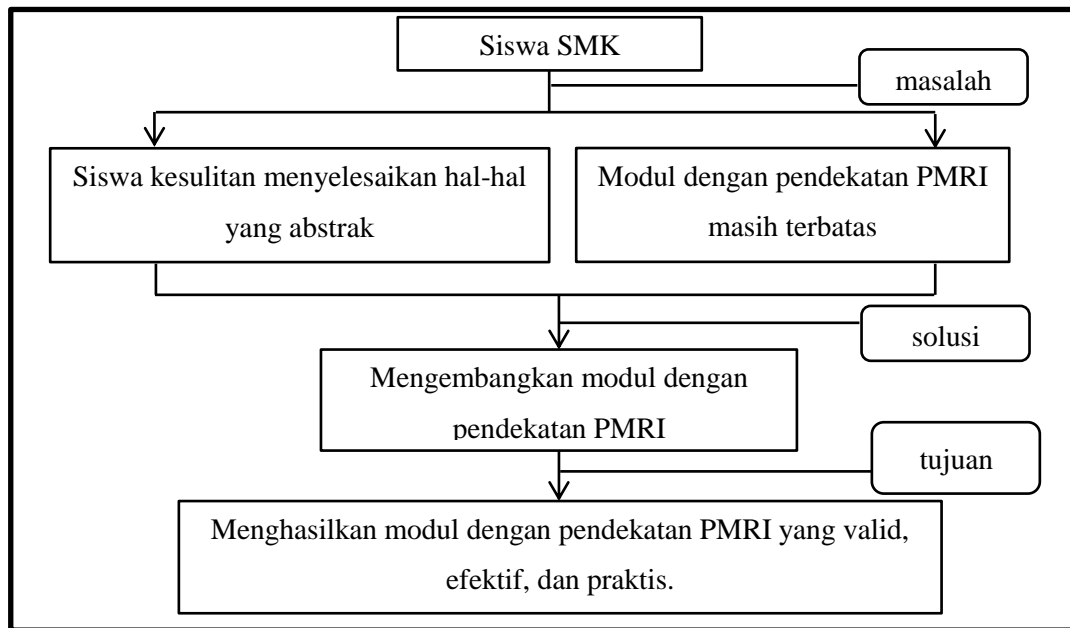
Matematika merupakan ilmu dasar yang berpengaruh pada penguasaan ilmu dan teknologi. Oleh karena itu, matematika perlu dipelajari di setiap jenjang sekolah. Namun matematika dianggap sulit oleh siswa. Salah satu penyebabnya yaitu karakteristik matematika yang abstrak. Pembelajaran perlu disiasati dengan hal-hal yang dekat dengan pemikiran siswa, seperti permasalahan sehari-hari. Salah satu pendekatan pembelajaran matematika yang memanfaatkan permasalahan sehari-hari adalah pendekatan PMRI.

Bahan ajar merupakan faktor yang menunjang proses pembelajaran siswa. Ketersediaan bahan ajar akan mendukung tercapainya tujuan pembelajaran yang diharapkan. Selain itu, bahan ajar yang ada seharusnya disesuaikan dengan kebutuhan dan karakteristik siswa. Salah satu bentuk bahan ajar adalah modul.

Dengan adanya modul yang dikembangkan dengan pendekatan PMRI diharapkan siswa, khususnya siswa SMK, lebih mudah dalam memahami konsep-konsep matematika yang abstrak. Dengan demikian, siswa akan mulai tertarik

mempelajari matematika dan mendapatkan kebermaknaan dalam pembelajarannya sehingga pada akhirnya prestasi belajar matematika siswa akan meningkat.

Berikut merupakan diagram alur yang menggambarkan kerangka berpikir dalam penelitian ini.



Gambar 6. Diagram Alur Kerangka Berpikir

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian pengembangan dengan model pengembangan ADDIE, yang meliputi tahap *analysis* (analisis), *design*, (perancangan), *development* (pengembangan), *implementation* (implementasi), dan *evaluation* (evaluasi). Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan bahan ajar berupa modul materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa SMK kelas X SMK.

B. Definisi Operasional

Modul adalah bahan ajar yang disusun secara sistematis dan menarik mencakup isi materi, metode, dan evaluasi yang dapat digunakan secara mandiri. Modul yang akan dikembangkan dalam penelitian ini adalah modul pada materi matriks. Modul dikembangkan dengan menggunakan pendekatan PMRI dimana penyampaian materi diawali dengan permasalahan realistik sehingga akan memudahkan siswa dalam memahami konsep matematika yang bersifat abstrak.

Kualitas modul adalah kelayakan modul sebagai bahan ajar. Kualitas modul yang dikembangkan dalam penelitian ini dinilai dari tiga aspek yaitu aspek kevalidan, aspek keefektifan, dan aspek kepraktisan.

C. Setting Penelitian

1. Tempat

Penelitian ini akan dilaksanakan di SMK Negeri 1 Tempel yang terletak di Jalan Magelang Km 17 Margorejo, Kecamatan Tempel, Kabupaten Sleman, Yogyakarta. SMK Negeri 1 Tempel merupakan SMK dengan bidang keahlian bisnis dan manajemen.

2. Waktu

Penelitian dilaksanakan pada bulan November 2013 – April 2014.

D. Subjek Penelitian

Subyek dalam penelitian ini antara lain:

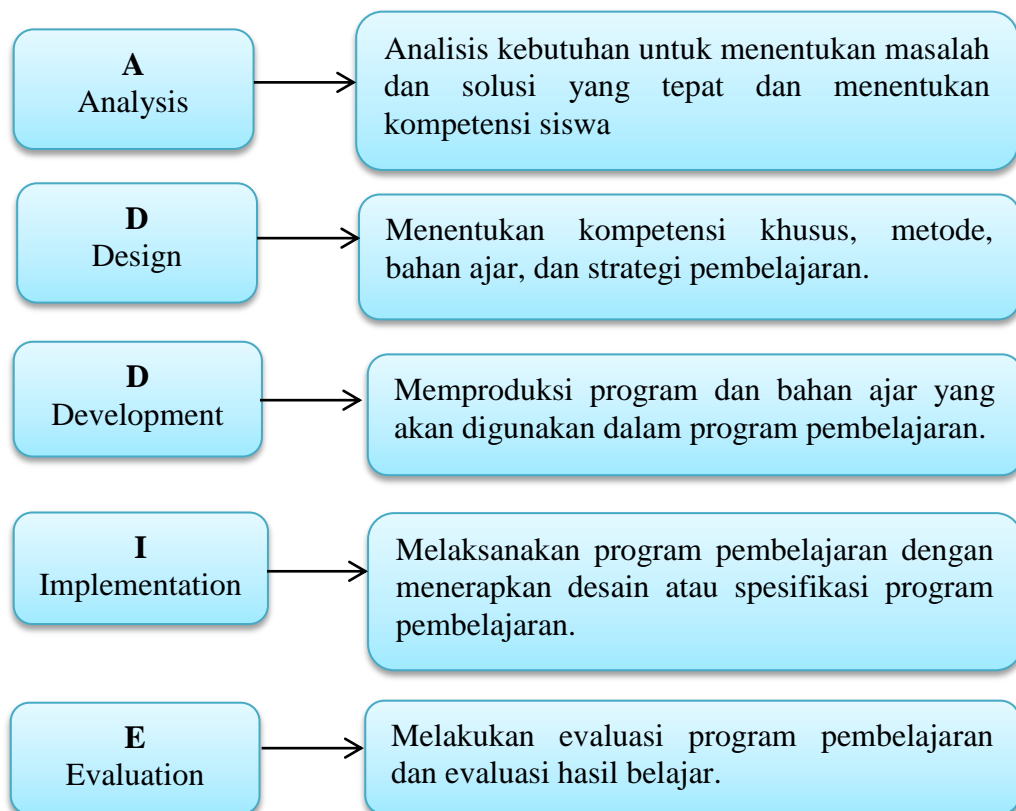
1. Guru matematika SMK Negeri 1 Tempel yang membantu memberikan data dan masukan terkait dengan keruntutan materi matriks dalam modul yang dikembangkan.
2. Siswa Kelas X Ak-3 SMK Negeri 1 Tempel yang berjumlah 32 siswa.

E. Desain Penelitian

Desain penelitian yang digunakan dalam mengembangkan modul ini adalah model pengembangan ADDIE. Model pengembangan ADDIE merupakan salah satu model pengembangan yang sering digunakan dalam penelitian untuk mengembangkan suatu produk. Model pengembangan ADDIE terdiri dari lima tahap sesuai dengan namanya yang merupakan singkatan dari *Analysis* (Analisis), *Design* (Desain), *Development* (Pengembangan), *Implementation* (Implementasi), dan *Evaluation* (Evaluasi). Model ini ditemukan oleh Pusat Pendidikan Teknologi di Universitas Negeri Florida pada tahun 1975. Selanjutnya, model ini diadaptasi

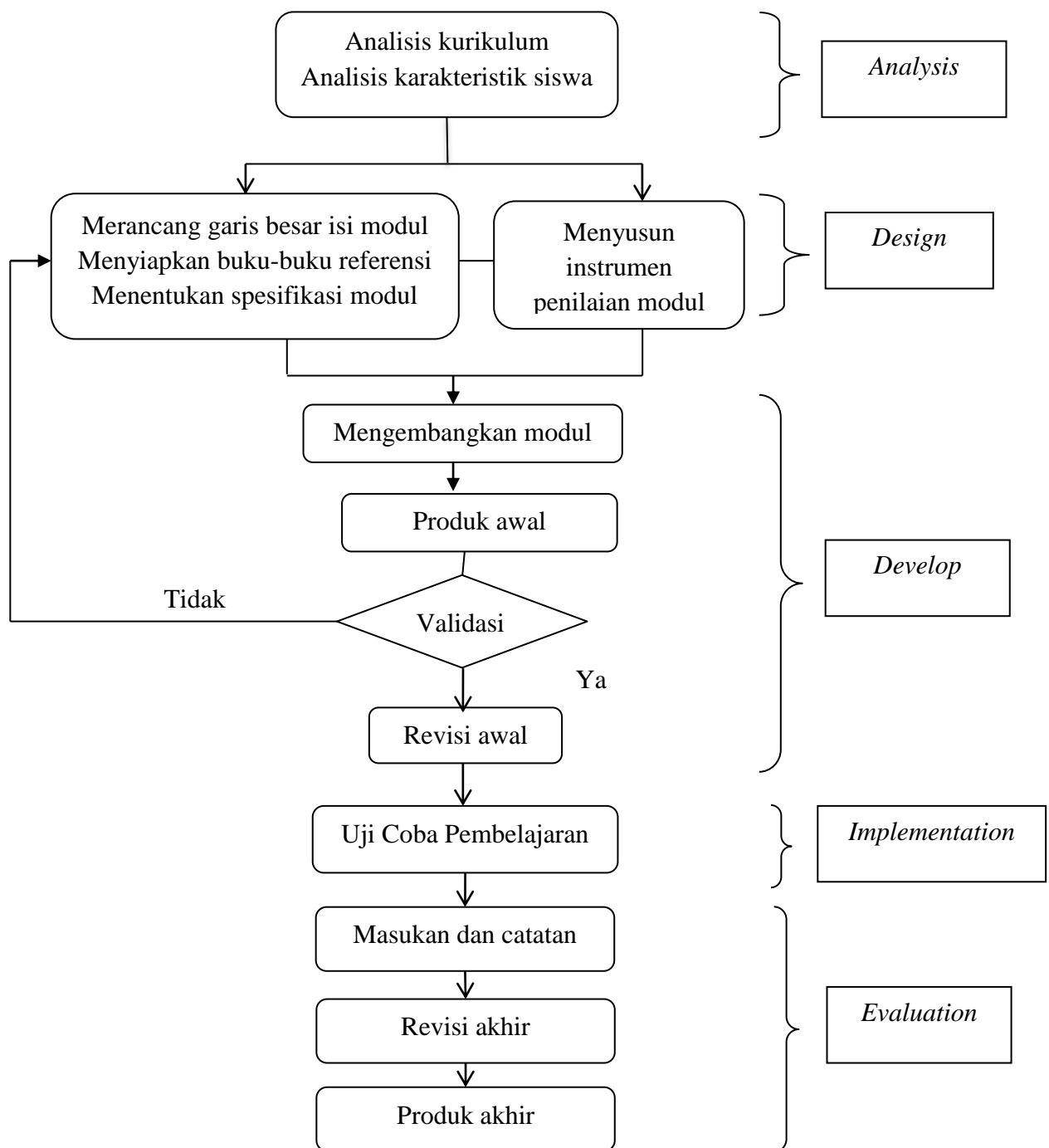
oleh beberapa tokoh pada tahun 2000 hingga sekarang. Model ADDIE dapat digunakan sebagai model dalam mengembangkan bahan ajar maupun metode pembelajaran.

Model pengembangan ADDIE beserta komponennya dapat digambarkan pada diagram berikut (Benny A. Pribadi, 2009: 127).



Gambar 7. Model ADDIE

Prosedur pengembangan dalam mengembangkan bahan ajar berbentuk modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK dapat dilihat pada Gambar 8 berikut.



Gambar 8. Skema Pengembangan Modul

1. Tahap *Analysis* (Analisis)

Tujuan analisis adalah untuk mendefinisikan secara jelas perincian program. Pada tahap ini peneliti menganalisis hal-hal yang berkaitan dengan pengembangan modul antara lain:

a. Analisis kurikulum

Analisis kurikulum dilakukan dengan melakukan studi pustaka yang meliputi analisis standar kompetensi, kompetensi dasar, materi, dan indikator pembelajaran dengan mengacu pada KTSP.

b. Analisis karakteristik siswa

Analisis karakteristik siswa dilakukan dengan mengidentifikasi karakter siswa yang akan menggunakan modul berdasarkan wawancara dengan guru matematika kelas tersebut. Melalui analisis karakteristik siswa, peneliti dapat menentukan pendekatan yang tepat untuk digunakan dalam proses pembelajaran.

2. Tahap *Design* (Perancangan)

Tujuan tahap perancangan adalah untuk mempersiapkan segala hal yang dibutuhkan dalam pengembangan modul agar modul yang dikembangkan dapat mendukung pembelajaran di sekolah. Kegiatan perancangan meliputi empat hal yaitu :

- a. membuat garis besar isi modul yang berisi tentang penyajian materi matriks pada modul,
- b. menyiapkan buku referensi, gambar, dan materi yang berkaitan dengan materi yang akan digunakan untuk mengembangkan modul,

- c. menentukan spesifikasi modul, dan
- d. menyusun instrumen penilaian modul yang meliputi angket penilaian untuk ahli materi dan ahli media, tes hasil belajar (*post-test*), dan angket respon siswa.

3. Tahap *Development* (Pengembangan)

Tujuan tahap pengembangan adalah untuk mengembangkan modul guna mencapai tujuan pembelajaran yang telah dirumuskan sebelumnya. Secara rinci, langkah-langkah yang dilakukan pada tahap ini adalah sebagai berikut.

- a. Mengembangkan modul dengan pendekatan PMRI sesuai dengan hasil perancangan.
- b. Menilai kualitas modul (validasi modul) sebelum diujicobakan dalam pembelajaran di sekolah.
- c. Melakukan revisi awal setelah penilaian kualitas modul.

4. Tahap *Implementation* (Implementasi)

Tahap implementasi merupakan langkah realisasi dari tahap perancangan dan pengembangan. Pada tahap ini, peneliti mengimplementasikan hal yang terkait dengan pengembangan modul yaitu mengujicobakan modul pada materi matriks yang dikembangkan dalam kegiatan pembelajaran matematika di sekolah.

5. Tahap *Evaluation* (Evaluasi)

Pada tahap evaluasi, peneliti mengevaluasi hal yang terkait dengan pengembangan modul antara lain:

- a. melakukan revisi akhir setelah modul yang dikembangkan diimplementasikan dalam pembelajaran matematika.

- b. menghasilkan produk akhir yang layak digunakan dalam pembelajaran matematika di sekolah.

F. Instrumen Penelitian

Dalam penelitian ini digunakan beberapa instrumen yang mendukung peneliti untuk mendapatkan data tentang kevalidan, keefektifan, dan kepraktisan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI yang dikembangkan. Instrumen yang akan digunakan dalam penelitian antara lain:

1. Angket Penilaian Modul

Angket penilaian modul digunakan untuk mengukur kevalidan modul. Angket penilaian modul terdiri dari dua jenis yaitu angket penilaian modul untuk ahli materi dan angket penilaian modul untuk ahli media. Angket penilaian modul untuk ahli materi dan ahli media disusun dengan modifikasi berdasarkan pada penilaian buku teks pelajaran sekolah dasar dan menengah dari BSNP. Angket juga dilengkapi dengan deskripsi butir yang merupakan penjelasan dari setiap butir penilaian sehingga penilai dapat dengan tepat memberikan penilaian. Angket penilaian modul berbentuk *check list* dengan menggunakan skala bertingkat yang terdiri dari 5 kategori, yaitu skor 5 (sangat valid), skor 4 (valid), skor 3 (cukup valid), skor 2 (kurang valid), dan skor 1 (tidak valid).

2. Tes Hasil Belajar (*Post-Test*)

Untuk mengukur keefektifan modul digunakan instrumen berupa tes hasil belajar (*post-test*). Tes hasil belajar dilaksanakan setelah siswa selesai menggunakan modul. Tes hasil belajar (*post-test*) digunakan untuk mengetahui

kemampuan akhir siswa setelah belajar dengan menggunakan modul yang dikembangkan.

3. Angket Respon Siswa

Angket respon siswa digunakan untuk mengukur kepraktisan modul. Angket respon siswa berisi pernyataan-pernyataan yang mewakili respon siswa setelah menggunakan modul yang dikembangkan peneliti. Angket yang dikembangkan berbentuk *check list* dengan menggunakan skala *Likert* yang terdiri dari lima kategori yaitu sangat setuju, setuju, ragu, tidak setuju, dan sangat tidak setuju.

G. Teknik Analisis Data

Data yang diperoleh dalam penelitian akan dianalisis secara deskriptif. Data diklasifikasikan menjadi data kuantitatif yang berbentuk angka-angka dan data kualitatif yang dinyatakan dalam kata-kata. Selanjutnya, hasil analisis data akan digunakan untuk menilai kualitas modul yang ditinjau dari aspek kevalidan, keefektifan, dan kepraktisan.

1. Analisis Data Kuantitatif

Data kuantitatif berupa angket penilaian modul, tes hasil belajar (*post-test*), dan angket respon siswa. Berikut langkah-langkah untuk menganalisis data.

a. Angket penilaian modul

- 1) Menghitung skor rata-rata untuk tiap aspek penilaian dari seluruh validator dengan menggunakan acuan berikut.

$$\bar{x} = \frac{1}{\text{banyak validator}} \times \frac{\sum x}{n}$$

Keterangan :

\bar{x} = skor rata-rata

$\sum x$ = jumlah skor yang diperoleh

n = banyaknya butir pernyataan

- 2) Skor rata-rata yang diperoleh kemudian dikonversikan menjadi data kualitatif skala lima seperti ditunjukkan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Konversi Data Kuantitatif ke Data Kualitatif dengan Skala Lima

Rentang Skor	Nilai	Kriteria
$\bar{x} > M_i + 1,8SB_i$	A	Sangat valid
$M_i + 0,6SB_i < \bar{x} \leq M_i + 1,8SB_i$	B	Valid
$M_i - 0,6SB_i < \bar{x} \leq M_i + 0,6SB_i$	C	Cukup valid
$M_i - 1,8SB_i < \bar{x} \leq M_i - 0,6SB_i$	D	Kurang valid
$\bar{x} \leq M_1 - 1,8SB_i$	E	Tidak valid

(Eko Putro Widyoko, 2009: 238)

Keterangan :

\bar{x} = skor rata-rata

M_1 = $\frac{1}{2}$ (Skor maksimal ideal + Skor minimal ideal)

SB_i = $\frac{1}{6}$ (Skor maksimal ideal - Skor minimal ideal)

Skor maksimal ideal = skor tertinggi

Skor minimal ideal = skor terendah

- 3) Tabel 2 dikembangkan dengan skor maksimal ideal adalah lima dan skor minimal ideal adalah satu. Tabel pengembangan disajikan pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Kriteria Validitas Modul yang Dikembangkan

Rentang Skor	Nilai	Kategori
$\bar{x} > 4,2$	A	Sangat valid
$3,4 < \bar{x} \leq 4,2$	B	Valid
$2,6 < \bar{x} \leq 3,4$	C	Cukup valid
$1,8 < \bar{x} \leq 2,6$	D	Kurang valid
$\bar{x} \leq 1,8$	E	Tidak valid

Modul yang dikembangkan dinyatakan memiliki derajat validitas yang baik jika minimal tingkat validitas yang dicapai adalah kategori **valid**.

b. Tes hasil belajar (*post-test*)

Data yang berasal dari *post test* akan dianalisis secara kuantitatif untuk mengetahui nilai rata-rata kelas dan ketuntasan belajar. Berikut pedoman penyekoran dan penilaian *post test*.

- 1) Setiap butir soal *post-test* mempunyai bobot skor yang berbeda sesuai dengan tingkat kesukaran dari masing-masing soal.

Perolehan skor maksimal untuk setiap butir soal *post-test* adalah sebagai berikut.

No Soal	1	2	3	4	5	6	Total
Skor maksimal	10	15	10	20	30	15	100

- 2) Dari jumlah skor yang didapat selanjutnya dihitung nilai siswa dengan rumus *nilai siswa* (x) = *jumlah skor*.

3) Nilai tes hasil belajar (*post-test*) siswa dikonversikan ke dalam data kualitatif untuk mengetahui siswa yang tuntas dan yang tidak tuntas.

Ketuntasan belajar individu (kriteria ketuntasan minimal) adalah 75.

4) Nilai *post-test* dihitung rata-ratanya dengan cara $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$, dimana $\sum x$ adalah jumlah nilai yang diperoleh dan n adalah banyaknya siswa.

5) Ketuntasan tes hasil belajar (*post-test*) secara klasikal dihitung dengan cara:

$$\text{Ketuntasan } (p) = \frac{\text{jumlah siswa yang tuntas}}{\text{jumlah siswa yang mengikuti tes}} \times 100\%.$$

Tabel 5 berikut ini menunjukkan kriteria ketuntasan tes hasil belajar.

Tabel 5. Kriteria Ketuntasan Tes Hasil Belajar

Persentase (%)	Kategori
$p > 80$	Sangat baik
$60 < p \leq 80$	Baik
$40 < p \leq 60$	Cukup baik
$20 < p \leq 40$	Kurang baik
$p \leq 20$	Tidak baik

(Eko Putro Widyoko, 2009: 259)

Keterangan : p =ketuntasan tes hasil belajar

Modul yang dikembangkan dinyatakan efektif apabila minimal tingkat ketuntasan tes hasil belajar pada *post-test* yang dicapai adalah kategori **baik**.

c. Angket respon siswa

Aspek kepraktisan modul yang dikembangkan dilihat dari hasil analisis angket respon siswa. Angket respon siswa berbentuk *check-list*

dengan menggunakan skala *Likert* yang terdiri dari lima kategori yaitu sangat setuju (SS), setuju (S), ragu (R), tidak setuju (TS), dan sangat tidak setuju (STS) dengan pedoman rincian skor sebagai berikut.

Tabel 6. Pedoman Penyebaran Angket Respon Siswa

Kategori	Skor
Sangat Setuju (SS)	5
Setuju (S)	4
Ragu-Ragu	3
Tidak Setuju (TS)	2
Sangat Tidak Setuju (STS)	1

Langkah-langkah untuk menentukan kepraktisan modul adalah sebagai berikut.

- 1) Data skor yang diperoleh dari angket respon siswa dihitung rata-rata

dengan menggunakan cara : $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

Keterangan :

\bar{x} = skor rata-rata

$\sum x$ = jumlah skor jawaban

n = banyaknya butir pernyataan

- 2) Selanjutnya, rata-rata skor yang diperoleh kemudian dikonversikan

menjadi data kualitatif skala lima seperti yang ditunjukkan pada Tabel 7 berikut.

Tabel 7. Konversi Data Kuantitatif ke Data Kualitatif dengan Skala Lima

Interval	Nilai	Kategori
$\bar{x} > M_i + 1,8SB_i$	A	Sangat baik
$M_i + 0,6SB_i < \bar{x} \leq M_i + 1,8SB_i$	B	Baik
$M_i - 0,6SB_i < \bar{x} \leq M_i + 0,6SB_i$	C	Cukup baik
$M_i - 1,8SB_i < \bar{x} \leq M_i - 0,6SB_i$	D	Kurang baik
$\bar{x} \leq M_i - 1,8SB_i$	E	Tidak baik

(Eko Putro Widyoko, 2009: 238)

Keterangan :

\bar{x} = skor rata-rata

M_i = $\frac{1}{2}$ (Skor maksimal ideal + Skor minimal ideal)

SB_i = $\frac{1}{6}$ (Skor maksimal ideal - Skor minimal ideal)

Tabel 6 dikembangkan dengan skor maksimal ideal adalah lima dan skor minimal ideal adalah satu. Tabel pengembangan disajikan dalam Tabel 8 berikut.

Tabel 8. Kriteria Hasil Angket Respon Siswa

Interval	Nilai	Kategori
$\bar{x} > 4,2$	A	Sangat baik
$3,4 < \bar{x} \leq 4,2$	B	Baik
$2,6 < \bar{x} \leq 3,4$	C	Cukup baik
$1,8 < \bar{x} \leq 2,6$	D	Kurang baik
$\bar{x} \leq 1,8$	E	Tidak baik

Keterangan : \bar{x} = rata-rata skor

Modul yang dikembangkan dinyatakan praktis apabila minimal kriteria respon siswa yang dicapai adalah kategori **baik**.

2. Analisis Data Kualitatif

Data kualitatif diperoleh dari catatan di lapangan saat uji coba dan masukan dari siswa pada angket respon siswa. Data tersebut dianalisis secara deskriptif kualitatif dan beberapa diantaranya digunakan untuk perbaikan pada tahap revisi.

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Berdasarkan model pengembangan ADDIE, langkah-langkah pengembangan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK dilakukan melalui tahapan berikut.

1. Tahap *Analysis* (Analisis)

Tahap *analysis* (analisis) dalam penelitian ini meliputi analisis kurikulum dan analisis karakteristik siswa.

a. Analisis kurikulum

Analisis kurikulum dilakukan dengan menganalisis standar kompetensi dan kompetensi dasar serta indikator pencapaian kompetensi dengan mengacu pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). Pemaparan standar kompetensi, kompetensi dasar serta penjabaran indikator pencapaian kompetensi materi matriks untuk siswa kelas X SMK secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran A1 halaman 92.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan modul pada materi matriks. Materi ini cocok dikembangkan dengan pendekatan PMRI karena banyak konsep matriks yang disajikan secara abstrak dan sebagian siswa masih merasa kesulitan dalam memahami konsep-konsep yang bersifat abstrak tersebut. Pendekatan PMRI mampu menghubungkan materi pelajaran yang dirasa abstrak dengan kehidupan nyata/ *real* yang dekat

dengan siswa. Selain itu, pendekatan PMRI dapat memfasilitasi siswa dalam mengonstruksi sendiri pengetahuannya sehingga siswa dapat merasakan kebermanaknaan dalam pembelajaran.

b. Analisis karakteristik siswa

Analisis karakteristik siswa dilakukan dengan mengidentifikasi karakter siswa yang akan menggunakan modul. Berdasarkan teori Piaget, tingkat perkembangan kognitif siswa SMK berada pada tahap operasi formal. Pada tahap ini, siswa sudah mampu melakukan penalaran pada persoalan-persoalan yang bersifat abstrak. Meskipun demikian, setiap individu memiliki kemampuan yang berbeda dalam perkembangannya. Untuk memudahkan siswa kelas X SMK dalam memahami konsep-konsep matematika, khususnya materi matriks, maka digunakan pendekatan PMRI.

2. Tahap *Design* (Perancangan)

Berdasarkan hasil analisis, tahap selanjutnya adalah tahap design (perancangan). Pada tahap perancangan yang dilakukan peneliti adalah sebagai berikut.

a. Penyusunan garis besar isi modul

Garis besar isi modul berisi tentang penyajian materi matriks pada modul. Penyajian materi matriks disesuaikan dengan hasil analisis kurikulum. Tabel 9 di bawah ini memperlihatkan penyajian materi matriks pada modul.

Tabel 9. Penyajian Materi Modul

Kegiatan Belajar (KB)	Materi
KB I	1. Pengertian Matriks
KB II	2. Macam-Macam Matriks 3. Kesamaan Matriks 4. Transpose Matriks
KB III	5. Penjumlahan Matriks 6. Pengurangan Matriks
KB IV	7. Perkalian Matriks dengan Skalar 8. Perkalian Matriks dengan Matriks
KB V	9. Determinan Matriks 10. Minor, Kofaktor, dan Adjoin Matriks 11. Invers Matriks 12. Aplikasi Matriks pada Penyelesaian SPL

b. Menyiapkan buku referensi, gambar, dan materi

Peneliti mencari dan mengumpulkan buku referensi yang relevan sebagai acuan dalam mengembangkan modul. Adapun beberapa buku referensi tersebut adalah :

- 1) Dedi Heryadi. (2007). *Modul Matematika Untuk SMK Kelas X*. Jakarta: Ghalia Indonesia Printing.
- 2) Edy Suranto. (2007). *Matematika Untuk SMK Kelas X*. Wonogiri: Yudhistira.
- 3) Mega Teguh. (2004). *Matriks*. Jakarta: Depdiknas.
- 4) Toali. (2008). *Matematika Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) Kelompok Penjualan dan Akuntansi*. Jakarta : Depdiknas.

Selain buku referensi, peneliti juga mengumpulkan gambar-gambar yang berkaitan dengan materi untuk digunakan dalam modul. Peneliti memperoleh gambar-gambar tersebut dari internet.

c. Menentukan spesifikasi modul

Modul yang dikembangkan terdiri dari tiga bagian, yaitu bagian awal, bagian isi, dan bagian akhir.

1) Bagian awal terdiri dari :

- a) Sampul atau *cover* modul
- b) Identitas modul
- c) Kata pengantar
- d) Fitur modul
- e) Daftar isi
- f) Halaman pendahuluan
- g) Peta konsep

2) Bagian isi terdiri dari :

- a) Halaman pengenalan
- b) Sub judul
- c) Uraian materi
- d) Contoh
- e) Soal latihan
- f) Rangkuman
- g) Tes formatif
- h) Umpan balik

3) Bagian akhir terdiri dari :

- a) Glosarium
- b) Kunci jawaban

c) Daftar pustaka

d. Menyusun instrumen penilaian modul

Instrumen penilaian modul dimodifikasi dari penilaian buku teks pelajaran pendidikan dasar dan menengah oleh BSNP. Instrumen berupa angket penilaian modul untuk ahli media dan ahli materi. Angket penilaian modul berbentuk *checklist* dengan menggunakan skala bertingkat yang terdiri dari 5 kategori, yaitu skor 5 (sangat valid), 4 (valid), 3 (cukup valid), 2 (kurang valid), atau 1 (tidak valid).

Angket penilaian modul untuk ahli materi terdiri dari dua aspek penilaian yaitu kelayakan isi dan kesesuaian modul dengan pendekatan PMRI. Pada aspek kelayakan isi dijabarkan menjadi tiga indikator yaitu kesesuaian materi dengan SK dan KD, keakuratan materi, dan kemutakhiran materi. Aspek kesesuaian modul dengan pendekatan PMRI dijabarkan menjadi dua indikator, yaitu karakteristik PMRI dan prinsip PMRI. Jumlah butir pada angket penilaian untuk ahli materi adalah 22 butir. Kisi-kisi, deskripsi butir, serta angket penilaian untuk ahli materi dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran B1, B2, dan B3 pada halaman 117-124.

Pada angket penilaian modul untuk ahli media terdiri dari tiga aspek penilaian yaitu kelayakan penyajian, kelayakan bahasa, dan kelayakan kegrafikaan. Pada aspek kelayakan penyajian dijabarkan menjadi tiga indikator yaitu teknik penyajian, pendukung penyajian, dan penyajian pembelajaran. Sedangkan aspek bahasa dijabarkan menjadi tiga indikator, yaitu kesesuaian dengan tingkat perkembangan berpikir siswa, komunikatif

dan interaktif, serta kesesuaian dengan kaidah bahasa Indonesia. Jumlah butir pada angket penilaian untuk ahli media adalah 29 butir. Kisi-kisi, deskripsi butir, serta angket penilaian untuk ahli media dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran B4, B5, dan B6 pada halaman 125-136.

Selain instrumen yang digunakan untuk menilai kevalidan modul, peneliti juga menyusun tes hasil belajar (*post-test*) yang digunakan untuk mengetahui keefektifan modul serta angket respon siswa yang digunakan untuk mengetahui kepraktisan modul. Kisi-kisi *post-test*, soal *post-test*, serta kunci dan rubrik penyekoran *post-test* dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran B7, B8, dan B9 pada halaman 137-144. Sedangkan angket respon siswa dan kisi-kisinya dapat dilihat pada Lampiran B10 dan B11 pada halaman 145-148.

Instrumen penelitian yang telah selesai disusun kemudian dikonsultasikan kepada dosen pembimbing untuk selanjutnya divalidasi. Setelah instrumen selesai divalidasi, instrumen kemudian diperbaiki sesuai masukan dari dosen ahli sehingga instrumen dinyatakan valid dan siap digunakan. Pengisian angket penilaian instrumen penelitian oleh dosen ahli secara lengkap dapat dilihat pada lampiran C5 dan C6 halaman 178-193.

3. Tahap *Development* (Pengembangan)

Kegiatan yang dilakukan pada tahap pengembangan adalah sebagai berikut.

a. Pengembangan modul

Pengembangan modul dilakukan sesuai desain awal yang telah ditetapkan. Buku-buku referensi digunakan peneliti sebagai acuan dalam mengembangkan modul. Hasil dari pengembangan modul adalah modul matematika matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK. Modul yang dikembangkan memiliki komponen-komponen yang memudahkan siswa dalam memahami materi yang diajarkan. Komponen-komponen yang ada pada modul matematika matriks adalah sebagai berikut.

1) Bagian pendahuluan

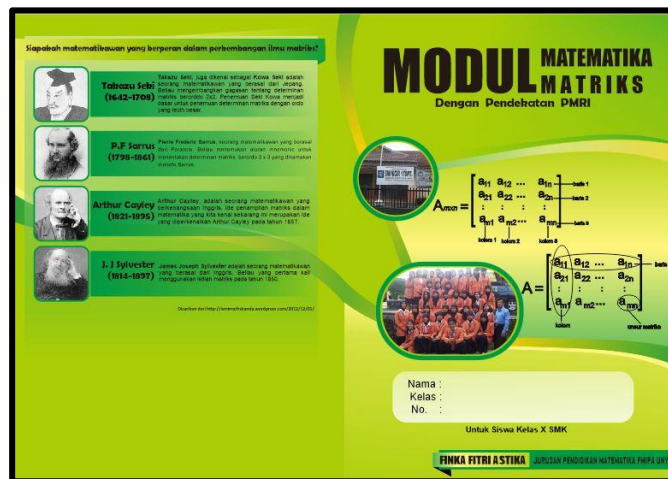
Bagian pendahuluan meliputi :

a) Sampul (*cover*) modul

Peneliti membuat sampul modul dengan bantuan seorang ahli desain grafis. Sampul modul didesain dengan menggunakan *Corel Draw X5*. Sampul modul terdiri dari komponen-komponen berikut ini.

- (1) Judul modul, yaitu “*Modul Matematika Matriks dengan Pendekatan PMRI*”.
- (2) Sasaran modul, adalah siswa pengguna modul. Pada sampul modul ditulis “untuk Siswa Kelas X SMK”.
- (3) Nama penulis modul, adalah Finka Fitri Astika.
- (4) Identitas pemilik modul, yaitu berbentuk kotak yang berisikan nama siswa, kelas, dan no absen.
- (5) Gambar pendukung, yaitu gambar yang berkaitan dengan materi matriks. Gambar yang digunakan pada sampul modul adalah

gambar Bank Indonesia dan seorang nasabah yang sedang mengamati kurs mata uang Indonesia elektronik yang disajikan dalam bentuk tabel. Penampilan modul dapat dilihat pada Gambar 9 berikut.



Gambar 9. Tampilan Sampul Modul

b) Halaman identitas

Halaman identitas berisi informasi mengenai judul modul, nama penulis, nama pendesain sampul, nama dosen pembimbing, nama penilai modul, ukuran modul, serta program komputer yang digunakan untuk mengembangkan modul.

c) Kata pengantar

Pada halaman kata pengantar penulis memaparkan secara singkat mengenai modul matematika matriks yang dikembangkan dengan pendekatan PMRI, ucapan terima kasih, serta permintaan kritik dan saran yang membangun untuk perbaikan modul.

d) Fitur modul

Fitur modul menginformasikan bagian-bagian yang menjadi ciri khas modul matematika matriks beserta penjelasannya, meliputi judul kegiatan belajar, kompetensi dasar, uraian materi, contoh, soal latihan, rangkuman, tes formatif, umpan balik, dan kunci jawaban.

e) Daftar isi

Halaman daftar isi berisi keterangan sub materi matriks beserta letaknya. Daftar isi memudahkan pengguna modul untuk menemukan dengan cepat halaman yang diinginkan.

f) Halaman pendahuluan

Halaman pendahuluan berisi deskripsi materi matriks, petunjuk penggunaan modul untuk siswa dan guru, serta Standar Kompetensi (SK), Kompetensi Dasar (KD), dan indikator pencapaian kompetensi.

g) Peta konsep

Peta konsep menerangkan alur pembelajaran dalam modul yang dikembangkan.

2) Bagian isi modul

Bagian isi modul terdiri dari :

a) Halaman pengenalan

Halaman pengenalan memuat Kompetensi Dasar (KD), alokasi waktu, judul kegiatan belajar, apersepsi, serta tujuan pembelajaran yang akan dicapai. Salah satu tampilan halaman pengenalan pada modul dapat dilihat pada Gambar 10 berikut.



Gambar 10. Tampilan Halaman Pengenalan

b) Sub judul/ kegiatan belajar

Penyusunan sub judul ditentukan berdasarkan peta konsep yang telah disusun. Pada modul terdapat lima kegiatan belajar dengan masing-masing kegiatan belajar terdiri dari materi yang disesuaikan dengan indikator yang akan dicapai. Berikut sub judul pada modul yang dikembangkan.

Materi : Matriks

1. Kegiatan Belajar 1

1.1 Pengertian Matriks

2. Kegiatan Belajar 2

2.1 Macam-Macam Matriks

2.2 Kesamaan Matriks

2.3 Transpose Matriks

3. Kegiatan Belajar 3

3.1 Penjumlahan Matriks

3.2 Pengurangan Matriks

4. Kegiatan Belajar 4

4.1 Perkalian Matriks dengan Skalar

4.2 Perkalian Matriks dengan Matriks

5. Kegiatan Belajar 5

5.1 Determinan Matriks

5.2 Minor Matriks

5.3 Matriks Kofaktor

5.4 Adjoin Matriks

5.5 Invers Matriks

5.6 Aplikasi Matriks pada Penyelesaian Sistem Persamaan Linier

c) Uraian materi

Uraian materi pada modul disusun sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi yang akan dicapai. Uraian materi dikembangkan dengan menggunakan pendekatan PMRI. Penyajian materi diawali dengan masalah nyata atau masalah yang dapat dibayangkan siswa sehingga memudahkan siswa dalam memahami materi matriks. Konsep, prinsip, prosedur pada uraian materi dirumuskan dengan jelas agar tidak menimbulkan multi tafsir bagi siswa. Contoh uraian materi pada modul yang dikembangkan dengan pendekatan PMRI dapat dilihat pada Gambar 11, Gambar 12, Gambar 13, dan Gambar 14 di bawah ini.

A. Penjumlahan Matriks

Sebagai gambaran awal tentang pengertian dan aturan penjumlahan matriks, perhatikan permasalahan berikut ini.

Fatin dan Mita adalah siswa teladan dari SMK N 1 Tempel yang akan mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten Sleman. Penentuan siapa yang berhak mengikuti seleksi tersebut didasarkan pada jumlah nilai mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris kelas X semester 1 dan semester 2. Nilai kedua mata pelajaran yang dicapai oleh Fatin dan Mita diperlihatkan dalam tabel berikut. Siapakah dari kedua calon tersebut yang lebih berhak mewakili SMK N 1 Tempel dalam mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten?



Sumber : syamsulhadiblogwordpress.com

Gambar 11. Uraian Materi Diawali dengan Masalah Realistik

Tabel 7. Nilai Matematika dan Bahasa Inggris calon siswa teladan

	Semester 1		Semester 2		Jumlah	
	Fatin	Mita	Fatin	Mita	Fatin	Mita
Matematika	84	83	83	85	167	168
Bhs. Inggris	87	90	89	88	176	178

Gambar 12. Contoh Pemodelan dari Masalah Nyata

Data pada Tabel 7 dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut. Matriks A menunjukkan nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1. Matriks B menunjukkan nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh

Fatin dan Mita pada semester 2. Matriks C menunjukkan jumlah nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1 dan 2.

Diperoleh,

$$A = \begin{bmatrix} 84 & 83 \\ 87 & 90 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 83 & 85 \\ 89 & 88 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 167 & 168 \\ 176 & 178 \end{bmatrix}$$

Gambar 13. Contoh Pemodelan Menuju Matematika Formal

Jumlah nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1 dan 2 diperoleh dengan menjumlahkan elemen-elemen pada matriks A dengan elemen-elemen pada matriks B yang bersesuaian (seletak) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} 84 & 83 \\ 87 & 90 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 83 & 85 \\ 89 & 88 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 84 + 83 & 83 + 85 \\ 87 + 89 & 90 + 88 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 167 & 168 \\ 176 & 178 \end{bmatrix} = C \end{aligned}$$

Gambar 14. Contoh Penyelesaian Masalah Nyata Menggunakan Matematika Formal

d) Contoh


Contoh soal merupakan pemberian masalah pengaplikasian konsep/ materi yang telah dipelajari disertai langkah-langkah penyelesaiannya. Contoh soal diberikan agar siswa lebih memahami konsep/ materi yang dipelajari. Banyaknya contoh soal yang diberikan pada setiap submateri berkisar antara 1-2 soal. Salah satu tampilan contoh soal pada modul dapat dilihat pada Gambar 15 berikut.

Contoh 1.1

Berikut diberikan data peminjaman buku perpustakaan oleh siswa-siswa SMK Negeri 1 Tempel pada hari Senin, 18 Januari 2014.

Tabel 3. Banyaknya peminjaman buku perpustakaan SMK Negeri 1 Tempel

	Kelas X	Kelas XI	Kelas XII
Buku Matematika	6	3	8
Buku Bahasa Indonesia	5	2	6



Sumber: perpustakaanariflora.wordpress.com

- Nyatakan data pada Tabel 3 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua.

Gambar 15. Salah Satu Tampilan Contoh Soal

e) Soal latihan

Soal latihan bertujuan untuk melatih dan meningkatkan kemampuan siswa dalam menerapkan konsep yang berkaitan dengan materi. Soal latihan disajikan secara bervariasi berdasarkan tingkat kesulitannya. Salah satu tampilan soal latihan pada modul dapat dilihat pada Gambar 16 berikut.

Soal Latihan 1.1

1. Hasil pertandingan sepak bola dalam Liga Super Indonesia (LSI) disajikan dalam tabel di bawah ini.

Tabel 4. Hasil Pertandingan Sepak Bola Liga Super Indonesia.

	Menang	Seri	Kalah
Persija Jakarta	2	0	1
Persib Bandung	1	1	1
PSS Sleman	2	1	0
PSIM	0	0	3



Sumber : pakdesastro.blogspot.com

- Nyatakan data pada Tabel 4 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris ketiga.

Gambar 16. Salah Satu Tampilan Soal Latihan

f) Rangkuman

Rangkuman disajikan pada akhir kegiatan belajar agar siswa dapat mengingat kembali dan memahami hal-hal penting tentang konsep yang telah dipelajari. Rangkuman ditulis secara ringkas dan sistematis agar mudah dipahami siswa. Salah satu tampilan rangkuman pada modul dapat dilihat pada Gambar 17 berikut.

RANGKUMAN

- Matriks adalah susunan elemen yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku [].
- Bentuk umum suatu matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

→ Baris ke-1

→ Baris ke-2

→ Baris ke-*i*

↓
Kolom ke-1

↓
Kolom ke-2

↓
Kolom ke-*j*

a_{ij} adalah elemen matriks yang terletak pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j*.
- Ordo suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris diikuti dengan banyaknya kolom. Misalnya, matriks *A* mempunyai 3 baris dan 2 kolom, maka ordo dari matriks *A* adalah 3×2 dapat dituliskan $A_{3 \times 2}$.

Gambar 17. Salah Satu Tampilan Rangkuman

g) Tes formatif

Tes formatif terdiri dari beberapa pertanyaan yang bertujuan untuk mengukur penguasaan siswa setelah suatu pokok bahasan dalam satu kegiatan belajar selesai dipelajari. Bentuk pertanyaan pada tes formatif berupa soal uraian yang terdiri dari 3-4 pertanyaan. Penyajian soal pada tes formatif dilengkapi dengan ilustrasi gambar yang mendukung sehingga membuat tampilan soal lebih menarik. Salah satu tampilan tes formatif pada modul dapat dilihat pada Gambar 18 berikut.



Gambar 18. Salah Satu Tampilan Tes Formatif

h) Umpan balik

Umpan balik meliputi kegiatan penilaian secara mandiri yang harus dilakukan siswa terhadap tes formatif yang telah dikerjakannya. Penilaian mandiri dan umpan balik berfungsi untuk menghitung nilai yang mencerminkan penguasaan siswa terhadap materi yang telah dipelajari sehingga siswa mengetahui tindak lanjut yang harus dilakukan, yaitu melanjutkan pada kegiatan belajar selanjutnya atau

memahami kembali kegiatan belajar sebelumnya. Salah satu tampilan tes formatif pada modul dapat dilihat pada Gambar 19 berikut.

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif IV, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif IV dengan cara berikut.

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Total Skor}}{6} \times 10$$

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian boleh meneruskan pada kegiatan belajar selanjutnya.
- Jika nilai < 75 , kalian harus membaca dan memahami kembali konsep perkalian matriks.

Gambar 19. Salah Satu Tampilan Umpan Balik

3) Bagian penutup

a) Glosarium

Glosarium berisi istilah-istilah penting dalam modul dengan penjelasan arti istilah yang bertujuan membantu siswa dalam memahami materi. Istilah-istilah yang terdapat pada glosarium disusun secara alfabetis. Dalam modul materi matriks terdapat 15 istilah yang tersaji pada bagian glosarium.

b) Daftar pustaka

Daftar pustaka berisi kumpulan sumber referensi yang digunakan dalam pengembangan modul. Penyusunan daftar pustaka bertujuan untuk memudahkan pembaca yang ingin meneruskan pengkajian serta memberi apresiasi pada penulis buku atau sumber referensi. Pengembangan modul matematika matriks menggunakan empat pustaka sebagai referensi atau acuan.

b. Penilaian kualitas modul

Modul yang telah dikembangkan kemudian dikonsultasikan kepada dosen pembimbing untuk mendapat saran perbaikan. Setelah dilakukan beberapa perbaikan, modul kemudian divalidasi kepada ahli media dan ahli materi. Modul yang dikembangkan pada penelitian ini divalidasi oleh dua dosen dari Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang bertindak sebagai ahli materi serta satu dosen dari Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY dan satu guru matematika SMK Negeri 1 Tempel yang bertindak sebagai ahli media.

Validator memberikan penilaian pada modul yang dikembangkan menggunakan instrumen penilaian modul. Hasil pengisian angket penilaian modul dapat dilihat pada Lampiran C1 dan C2 pada halaman 149-164. Sedangkan penyekoran angket pada modul dapat dilihat secara lengkap pada Lampiran D1 dan D2 halaman 202-205. Berikut rekapitulasi hasil penilaian modul oleh ahli materi dan ahli media.

Tabel 10. Rekapitulasi Penilaian Modul oleh Ahli Media dan Ahli Materi

No	Ahli	Jumlah skor	Rata-rata skor	Kategori
1	Ahli materi	86	3,91	Valid
2	Ahli media	126	4,34	Sangat valid
Kesimpulan		212	4,13	Valid

Berdasarkan hasil perhitungan, penilaian modul oleh ahli materi termasuk dalam kategori valid dan untuk penilaian modul oleh ahli media termasuk dalam kategori sangat valid. Secara keseluruhan, modul

matematika yang dikembangkan dinyatakan valid dengan skor rata-rata 4,13.

c. Revisi awal modul

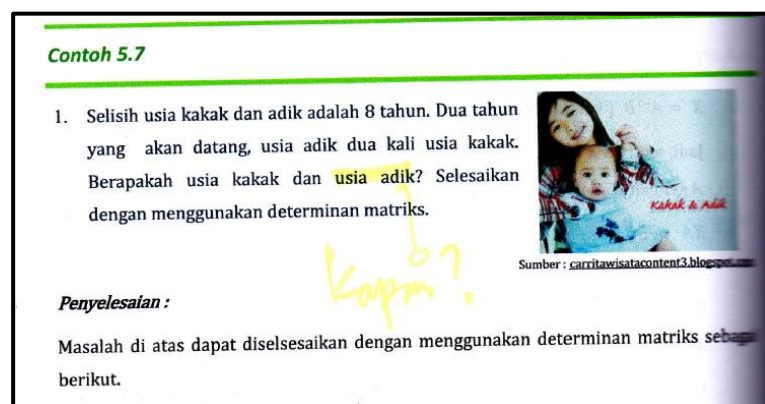
Revisi awal modul dilakukan setelah modul dinilai kevalidannya oleh ahli materi dan ahli media. Adapun saran dan komentar perbaikan dari ahli materi dan ahli media yang berkaitan dengan kualitas modul dapat digunakan untuk memperbaiki modul yang dikembangkan. Berikut akan dibahas secara rinci revisi awal yang dilakukan peneliti untuk perbaikan modul sesuai dengan saran dan masukan dari ahli.

1) Hasil revisi modul sesuai saran dari ahli materi

Sesuai dengan penilaian oleh ahli materi, beberapa bagian modul yang direvisi adalah sebagai berikut.

a) Kelengkapan contoh soal 5.7


Contoh soal 5.7 yang disajikan dalam modul belum jelas sehingga memungkinkan multitafsir bagi siswa. Tampilan contoh soal 5.7 sebelum dan sesudah revisi dapat dilihat pada Gambar 20 dan Gambar 21.



Gambar 20. Contoh 5.7 Sebelum Revisi

Contoh 5.7

1. Selisih usia kakak dan adik adalah 8 tahun. Dua tahun yang akan datang, usia adik dua kali usia kakak. Berapakah usia kakak dan usia adik sekarang? Selesaikan dengan menggunakan determinan matriks.



Sumber : carriavivatacontent3.blogspot.com

Gambar 21. Contoh 5.7 Sesudah Revisi

b) Beberapa uraian materi pada kegiatan belajar 3

- (1) Uraian materi pada kegiatan belajar 3 belum memotivasi siswa mengapa siswa perlu mempelajari operasi penjumlahan dan pengurangan matriks untuk menyelesaikan suatu masalah. Uraian materi sebelum dan sesudah revisi dapat dilihat pada Gambar 22 dan Gambar 23 berikut.

Dari data pada Tabel 7 terlihat bahwa jumlah nilai untuk mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris yang diraih Mita lebih tinggi dari nilai yang diraih Fatin. Dengan demikian, Mita lebih berhak mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten untuk mewakili SMK Negeri 1 Tempel.

Mengapa menggunakan matriks?

Sekarang kalian akan melihat bagaimana proses penjumlahan nilai-nilai tersebut menggunakan matriks. Data pada Tabel 7 dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut. Matriks A menunjukkan nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1. Matriks B menunjukkan nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 2. Matriks C menunjukkan jumlah

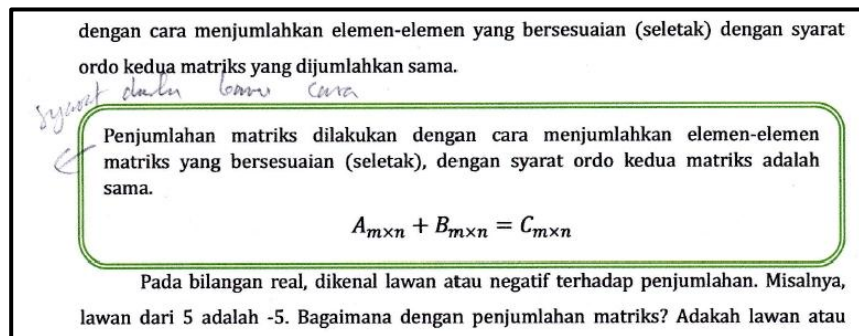
Gambar 22. Uraian Materi KB 3 Sebelum Revisi

Berdasarkan data pada Tabel 7 diketahui jumlah nilai untuk mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris yang diraih Mita lebih tinggi dari nilai yang diraih Fatin. Dengan demikian, Mita lebih berhak mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten untuk mewakili SMK Negeri 1 Tempel. Apabila siswa teladan yang diseleksi ditambah sebanyak 5 siswa dan nilai yang dijadikan pertimbangan adalah nilai Matematika, Bahasa Inggris, Bahasa Indonesia, dan Akuntansi. Adakah cara yang lebih sederhana untuk menjumlahkan nilai-nilai tersebut? Untuk data yang lebih besar, kalian dapat menggunakan penjumlahan matriks untuk memudahkan perhitungan suatu data. Bagaimana syarat dan aturan penjumlahan matriks? Perhatikan uraian di bawah ini.

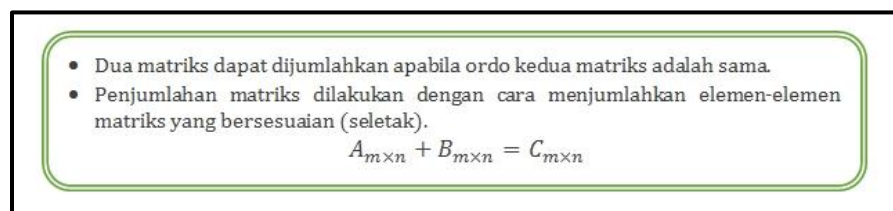
Gambar 23. Uraian Materi KB 3 Sesudah Revisi

(2) Keruntutan uraian materi pada kegiatan belajar 3

Pada kegiatan belajar 3 tentang penjumlahan matriks, syarat penjumlahan matriks perlu dijabarkan terlebih dahulu sebelum menjabarkan cara menyelesaikan perkalian matriks. Berikut tampilan uraian materi kegiatan belajar 3 sebelum dan sesudah revisi.



Gambar 24. Uraian Materi Sebelum Revisi



Gambar 25. Uraian Materi Sesudah Revisi

c) Petunjuk penilaian tes formatif

Belum ada petunjuk penilaian tes formatif secara rinci sehingga siswa akan mengalami kesulitan dalam memberikan penilaian tes formatif yang dikerjakannya. Berikut tampilan petunjuk penilaian sebelum dan sesudah revisi.

Petunjuk Penilaian Tes Formatif V		
No Soal	Skor Maksimal	Keterangan
1	10	
2	10	Skor maksimal masing-masing poin (a dan b) : 5
3	10	
4	10	Skor maksimal poin (a) : 3 Skor maksimal poin (b) : 7
Total Skor	40	

Apakah siswa bisa menentukan skornya sendiri?

Gambar 26. Petunjuk Penilaian Sebelum Revisi

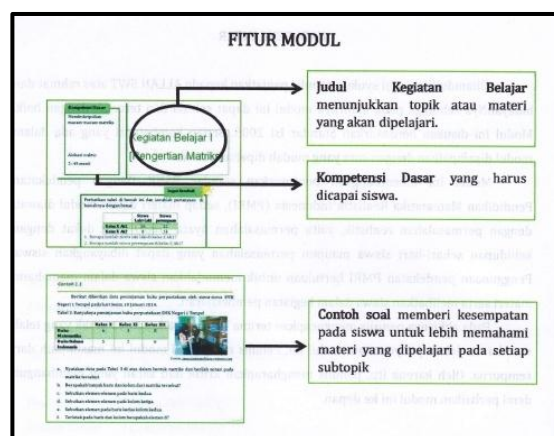
KUNCI JAWABAN TES FORMATIF		
Tes Formatif I		
No	Kunci Jawaban	Skor
1 a	Data pada tabel 4 dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, misalnya disebut matriks A .	1
	$A = \begin{bmatrix} 40 & 45 & 50 & 55 \\ 45 & 35 & 50 & 50 \end{bmatrix}$	1
b	Banyak baris pada matriks A adalah 2 (dua).	1
	Banyak kolom pada matriks A adalah 4 (empat).	1
c	Elemen-elemen pada baris kedua adalah 45, 35, 50, dan 50.	2
d	Elemen-elemen pada kolom keempat adalah 55, 50.	2

Gambar 27. Petunjuk Penilaian Sesudah Revisi

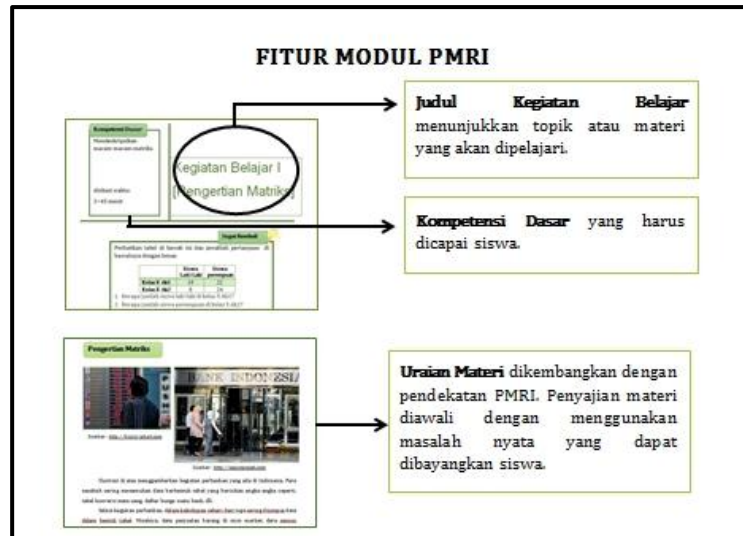
2) Hasil revisi modul sesuai saran dari ahli media

a) Perbaikan fitur modul

Fitur modul belum memperlihatkan bahwa modul yang dikembangkan menggunakan pendekatan PMRI. Tampilan fitur modul sebelum dan sesudah revisi dapat dilihat pada Gambar 28 dan Gambar 29 berikut.



Gambar 28. Fitur Modul Sebelum Revisi



Gambar 29. Fitur Modul Sesudah Revisi

b) Batas margin pada cover modul

Batas margin pada cover modul terlalu sempit sehingga ada informasi (tulisan) pada cover yang terpotong pada saat penjiilidan modul. Perbaikan dilakukan dengan cara menambah ukuran margin kanan pada sampul sehingga tidak ada informasi yang terpotong saat penjiilidan modul.

4. Tahap *Implementation* (Implementasi)

Setelah modul dinyatakan layak diujicobakan dengan revisi oleh ahli materi dan ahli media, maka modul dapat diimplementasikan pada pembelajaran matematika di sekolah. Implementasi dalam penelitian ini adalah proses uji coba modul matematika matriks dalam kegiatan pembelajaran. Uji coba dilakukan pada siswa kelas X Ak-3 di SMK Negeri 1 Tempel. Peneliti memberikan modul kepada setiap siswa sehingga siswa dapat mempelajari modul dengan atau tanpa bimbingan guru.

Modul matematika matriks digunakan pada pembelajaran matematika di SMK Negeri 1 Tempel pada tanggal 12, 26, dan 29 Maret 2014 serta tanggal 5 April 2014. Jeda waktu yang ada digunakan siswa untuk mempelajari modul secara mandiri di rumah. Hal ini dikarenakan adanya beberapa hari libur untuk ujian sekolah kelas XII SMK dan pembelajaran di luar kelas (*study-tour*) untuk siswa kelas X sehingga uji coba yang direncanakan dilaksanakan sebanyak 6 kali pertemuan hanya dapat dilaksanakan sebanyak 4 kali pertemuan. Pelaksanaan tes hasil belajar (*post-test*) baru dapat dilaksanakan pada tanggal 19 April 2014 karena libur pemilu serta pelaksanaan UN untuk siswa kelas XII SMK. Adapun jadwal pelaksanaan uji coba modul tersaji dalam Tabel 11 berikut.

Tabel 11. Jadwal Pelaksanaan Uji Coba Modul

Uji coba ke-	Tanggal	Waktu	Materi
1	12 Maret 2014	08.45-09.30	Pengertian matriks, kesamaan matriks, transpose matriks.
2	26 Maret 2014	08.45-09.30	Operasi penjumlahan dan pengurangan matriks.
3	29 Maret 2014	10.30-12.00	Operasi perkalian matriks.
4	5 April 2014	10.30-12.00	Determinan dan invers matriks.
5	19 April 2014	10.30-12.00	Pelaksanaan <i>post- test</i> dan pengisian angket respon siswa

a. Uji coba ke-1

Pada uji coba pertama dilaksanakan pembelajaran menggunakan modul matematika matriks yang telah dikembangkan oleh peneliti. Pada awal pembelajaran, guru (dalam hal ini peneliti) mengingatkan kembali cara membaca tabel sebagai materi prasyarat (*apersepsi*) untuk mempelajari pengertian matriks. Sebagian besar siswa dapat membaca tabel yang

disajikan pada modul dengan baik, namun ada beberapa siswa yang belum dapat membedakan antara baris dan kolom pada tabel.

Pembelajaran dilanjutkan dengan siswa belajar mandiri memahami uraian materi pada kegiatan belajar 1 mengenai pengertian matriks. Guru memberi kesempatan siswa memahami uraian materi pada modul selama 15 menit. Selanjutnya, guru mengkonfirmasi pemahaman siswa dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan pengertian matriks. Guru dan siswa mendiskusikan contoh soal yang diberikan. Selanjutnya, siswa diberi kesempatan untuk mengerjakan soal latihan yang ada pada kegiatan belajar 1.

Setelah selesai mengerjakan soal latihan, beberapa siswa diberi kesempatan untuk menuliskan hasil pekerjaannya di papan tulis. Berikut gambar salah seorang siswa sedang menuliskan hasil pekerjaannya di papan tulis.



Gambar 30. Siswa Menuliskan Jawaban di Papan Tulis

Pembelajaran dilanjutkan pada kegiatan belajar 2 yaitu kesamaan matriks dan transpose matriks. Di akhir pembelajaran, guru memberikan Pekerjaan Rumah (PR) yaitu mengerjakan tes formatif 2 pada modul halaman 23-25 dan meminta siswa untuk mempelajari materi selanjutnya, yaitu tentang operasi penjumlahan dan pengurangan matriks.

b. Uji coba ke-2

Kegiatan pembelajaran diawali dengan membahas PR yaitu tes formatif 2. Guru dan siswa membahas PR secara lisan. Setelah selesai, guru meminta siswa memberikan penilaian secara mandiri berdasarkan petunjuk yang berada di bagian belakang modul. Semua siswa dapat mengerjakan tes formatif dengan baik, sehingga siswa dapat melanjutkan materi pada kegiatan belajar 3.

Sebelum mempelajari materi pada kegiatan belajar 3, guru mengingatkan kembali mengenai sifat komutatif dan asosiatif yang berlaku pada penjumlahan bilangan real. Sebagian besar dapat mengingat sifat-sifat tersebut dengan baik.

Pembelajaran dilanjutkan dengan siswa belajar mandiri memahami uraian materi pada kegiatan belajar 3 mengenai operasi penjumlahan dan pengurangan matriks. Selanjutnya, guru mengkonfirmasi pemahaman siswa dengan memberikan pertanyaan mengenai syarat penjumlahan dan pengurangan dua matriks serta cara menyelesaikan penjumlahan dan pengurangan matriks. Guru menanyakan pada siswa tentang materi yang belum jelas.

Selanjutnya siswa diberi kesempatan untuk mendiskusikan soal diskusi pada modul halaman 31 dengan teman sekelompoknya. Setelah selesai mengerjakan soal diskusi, beberapa perwakilan kelompok diminta menyampaikan hasil diskusinya di depan kelas dan siswa lain menanggapi. Suasana ketika siswa sedang berdiskusi dapat dilihat pada Gambar 31 berikut.



Gambar 31. Para Siswa Sedang Berdiskusi

Setelah selesai pembahasan soal diskusi, siswa mengerjakan soal latihan 3.1 dan 3.2. Siswa cukup kritis meralat soal latihan 3.2 no 1b. Pada soal tersebut memuat konsep pengurangan matriks dan kesamaan matriks. Namun setelah dilakukan pengurangan matriks pada ruas kiri hasilnya tidak sama dengan matriks pada ruas kanan. Guru meralat salah satu elemen matriks pada ruas kanan yang sebelumnya 4 menjadi -6.

c. Uji coba ke-3

Pada uji coba ke-3, guru memulai pembelajaran dengan mengingatkan kembali mengenai sifat komutatif dan asosiatif yang berlaku pada perkalian

bilangan real. Guru menanyakan pada siswa apakah sifat komutatif dan asosiatif juga berlaku pada perkalian matriks. Untuk mengetahui jawabannya guru meminta siswa memahami uraian materi pada kegiatan belajar 4 mengenai perkalian skalar dengan matriks dan perkalian matriks dengan matriks.

Guru mengkonfirmasi pemahaman siswa dengan memberikan pertanyaan mengenai cara menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar, syarat perkalian matriks dengan matriks, serta cara menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks. Selanjutnya siswa mengerjakan soal latihan 4.1 dan 4.2 pada modul halaman 44-45 dan halaman 51-52. Siswa cukup kritis meralat soal latihan 4.2 no 3. Soal no 3 memuat konsep penjumlahan dan pengurangan matriks, kesamaan matriks, dan perkalian matriks dengan matriks. Namun hasil penjumlahan matriks pada ruas kiri tidak sama dengan hasil perkalian matriks dengan matriks pada ruas kanan. Pada soal 3a, guru meralat salah satu elemen matriks pada ruas kiri yang sebelumnya 6 menjadi 2. Pada soal 3b, guru meralat salah satu elemen matriks pada ruas kiri yang sebelumnya -3 menjadi 13.

Setelah selesai mengerjakan soal latihan, beberapa siswa diberi kesempatan untuk menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas. Berikut ini gambar salah seorang siswa yang sedang mempresentasikan hasil pekerjaannya di depan kelas.



Gambar 32. Siswa Mempresentasikan Hasil Pekerjaannya di Depan Kelas

Di akhir pembelajaran, guru memberikan Pekerjaan Rumah (PR) yaitu mengerjakan tes formatif 4 pada modul halaman 53-55. Siswa diminta mempelajari materi selanjutnya, yaitu determinan dan invers matriks.

d. Uji coba ke-4

Pada uji coba ke-4, guru memulai pembelajaran dengan mengingatkan kembali cara menyelesaikan operasi perkalian matriks yang menjadi dasar untuk mempelajari determinan dan invers matriks. Siswa telah mempelajari cara menentukan determinan matriks secara mandiri di rumah. Guru mengkonfirmasi pemahaman siswa dengan memberikan contoh matriks berordo 2×2 dan 3×3 dan meminta siswa menentukan determinannya.

Selanjutnya guru meminta siswa memahami uraian materi pada kegiatan belajar 5 mengenai minor, kofaktor, adjoin matriks, dan invers matriks. Guru mengkonfirmasi pemahaman siswa dengan memberikan contoh matriks berordo 2×2 dan 3×3 dan meminta siswa menentukan inversnya.

Setelah selesai, siswa mengerjakan soal latihan 5.5 pada modul halaman 68. Beberapa siswa masih kurang paham cara menentukan minor matriks dan menanyakannya pada guru. Guru menjelaskan hingga siswa paham.

Siswa memahami uraian materi selanjutnya mengenai aplikasi matriks untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL). Selanjutnya guru menjelaskan contoh 3.7 no. 2 pada modul halaman 77 kemudian siswa diminta mengerjakan tes formatif 5 di rumah.

e. Uji coba ke-5

Pada uji coba ke-5 dilaksanakan *post-test* dengan alokasi waktu 60 menit. Kegiatan *post-test* dilaksanakan pada pukul 10.45-11.45. Soal *post-test* berbentuk uraian yang terdiri dari 6 soal. Siswa cukup tenang pada saat mengerjakan soal *post-test*. Pelaksanaan *post-test* diikuti oleh 31 siswa. Salah satu siswa yaitu Ulfah Miftakhurrokhmah tidak dapat mengikuti *post-test* dikarenakan sakit. Gambar berikut menunjukkan suasana saat siswa mengerjakan soal *post-test*.



Gambar 33. Siswa Sedang Mengerjakan Soal *Post-Test*

Selanjutnya, siswa diminta untuk mengisi angket respon siswa terhadap pembelajaran menggunakan modul. Suasana saat siswa mengisi angket respon siswa dapat dilihat pada Gambar 34 berikut.



Gambar 34. Siswa Mengisi Angket Respon Siswa

Setelah siswa selesai mengisi angket, guru mengajak siswa berfoto bersama dengan menunjukkan modul yang telah dikembangkan peneliti. Gambar 35 menunjukkan foto guru dan siswa yang sedang memperlihatkan modul matematika matriks.



Gambar 35. Guru dan Siswa Berfoto Bersama

Dari hasil *post-test* diketahui rata-rata kelas yaitu 77,61. Ketuntasan tes hasil belajar siswa adalah 71% atau sebanyak 22 siswa yang tuntas dari 31 siswa yang mengikuti *post-test* dan berdasarkan Tabel 5 termasuk dalam kategori baik. Beberapa jawaban *post-test* siswa dapat dilihat pada Lampiran C3 halaman 165. Sedangkan penyekoran hasil *post test* dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran D3 halaman 206.

Hasil angket respon siswa ditentukan dengan menghitung skor rata-rata dari responden yaitu siswa kelas X Ak-3 yang mengikuti pembelajaran dengan menggunakan modul. Berdasarkan hasil angket respon siswa diperoleh skor rata-rata yaitu 4,22 yang termasuk dalam kategori sangat baik. Beberapa hasil pengisian angket respon siswa dapat dilihat pada Lampiran C4 halaman 172. Penyekoran angket respon siswa selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D4 halaman 208.

5. Tahap *Evaluation* (Evaluasi)

Setelah uji coba selesai, peneliti melakukan evaluasi terhadap modul yang dikembangkan. Berikut kegiatan yang dilakukan pada tahap evaluasi.

a. Melakukan revisi akhir

Revisi akhir dilakukan berdasarkan hasil pengamatan selama proses uji coba serta masukan pada angket respon siswa. Ada beberapa kekurangan dalam modul sehingga perlu direvisi, diantaranya :

- 1) Memperbaiki salah satu pertanyaan pada soal latihan 3.2 nomor 1b.

Awalnya, $\begin{bmatrix} a & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & c \\ 5 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$, kemudian diperbaiki menjadi $\begin{bmatrix} a & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & c \\ 5 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ -6 & -9 \end{bmatrix}$.

2) Memperbaiki salah satu pertanyaan pada soal latihan 4.2 nomor 3a.

Awalnya, $\begin{bmatrix} -2 & a \\ 6 & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$, kemudian

diperbaiki menjadi $\begin{bmatrix} -2 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$.

3) Memperbaiki salah satu pertanyaan pada soal latihan 4.2 nomor 3b.

Awalnya, $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 4 & 2 \\ b & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & -8 \\ -3 & c \\ 3 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, kemudian

diperbaiki menjadi $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 4 & 2 \\ b & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & -8 \\ 13 & c \\ 3 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

4) Memperbaiki kunci jawaban Tes Formatif 2 no 2. Awalnya tertulis,

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = E$ menjadi $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = E = F$.

5) Memperbaiki uraian materi pada sub bab minor matriks. Awalnya

menguraikan cara menentukan minor matriks berorde 3x3 terlebih

dahulu. Setelah revisi, diperbaiki dengan menguraikan cara menentukan

minor matriks berordo 2x2 terlebih dahulu. Berikut tampilan uraian

materi pada sub bab minor matriks sebelum dan sesudah revisi.

B. Minor Matriks

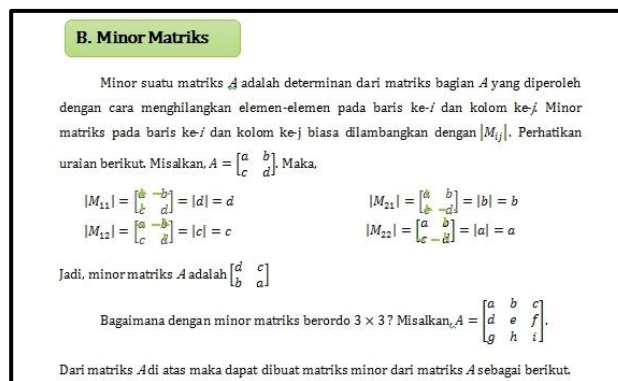
Misalkan matriks A berordo 3×3 sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

Jika baris ke-1 dan kolom ke-2 dari matriks A dihilangkan maka akan diperoleh matriks baru dengan ordo 2×2 yaitu $\begin{bmatrix} d & f \\ g & i \end{bmatrix}$. Karena baris kesatu dan kolom kedua dihilangkan, maka matriks yang baru dilambangkan dengan $M_{12} = \begin{bmatrix} d & f \\ g & i \end{bmatrix}$. Determinan dari M_{12} dinamakan minor, dilambangkan $|M_{12}| = \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix}$. Dari matriks A di atas maka dapat dibuat matriks minor dari matriks A sebagai berikut

1. Minor dari baris ke-1 kolom ke-1 adalah $|M_{11}| = \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} = ei - fh$

Gambar 36. Uraian Materi Minor Matriks Sebelum Revisi



Gambar 37. Uraian Materi Minor Matriks Sesudah Revisi

b. Menghasilkan produk akhir

Produk akhir yang dihasilkan adalah modul matematika materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK yang telah direvisi.

B. Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah diuraikan sebelumnya, langkah-langkah pengembangann modul dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK menggunakan 5 tahap pengembangan ADDIE yaitu tahap *analysis* (analisis), *design* (perancangan), *development* (pengembangan), *implementation* (implementasi), dan *evaluation* (evaluasi).

Pada tahap *analysis* (analisis), dilakukan analisis kurikulum pada materi matriks dan analisis karakteristik siswa. Dari hasil analisis kompetensi dan analisis karakteristik siswa diperoleh modul yang dikembangkan cocok menggunakan pendekatan PMRI.

Pada tahap *design* (perancangan) dilakukan beberapa kegiatan yaitu menyusun garis besar isi modul, menyiapkan buku referensi, gambar, materi, soal-soal, menentukan spesifikasi modul untuk memudahkan peneliti dalam

mengembangkan modul, serta menyusun instrumen penilaian modul yang akan digunakan sebagai alat ukur kualitas modul yang dikembangkan. Instrumen penelitian meliputi angket penilaian modul untuk ahli materi dan ahli media, tes hasil belajar, dan angket respon siswa. Setelah instrumen penelitian selesai disusun kemudian divalidasi oleh dosen. Instrumen penelitian tersebut direvisi sesuai dengan saran dari validator hingga valid dan siap digunakan.

Tahap selanjutnya adalah tahap *development* (pengembangan). Pada tahap ini, peneliti mengembangkan modul matematika materi matriks sesuai dengan desain awal yang telah dirancang. Beberapa saran dari dosen pembimbing digunakan dalam pengembangan modul. Setelah selesai, modul matematika materi matriks dinilai oleh dua ahli media serta dua ahli materi menggunakan angket penilaian modul. Modul kemudian direvisi sesuai dengan saran perbaikan dari ahli materi dan ahli media. Berdasarkan penilaian, diperoleh skor rata-rata penilaian modul yaitu 4,13 yang berdasarkan Tabel 4 termasuk dalam kategori valid. Jadi, dapat disimpulkan bahwa menurut ahli media serta ahli materi, modul yang dikembangkan telah **valid** yaitu sesuai dengan standar buku teks pelajaran dari BSNP serta memiliki derajat validitas yang baik.

Pada tahap *implementation* (implementasi), modul yang dikembangkan diujicobakan dalam pembelajaran matematika di sekolah. Implementasi dilaksanakan di kelas X Ak-3 SMK Negeri 1 Tempel mulai tanggal 12 Maret-19 April 2014. Siswa tampak antusias melaksanakan pembelajaran menggunakan modul. Setelah proses pembelajaran dengan modul selesai, siswa melaksanakan tes hasil belajar (*post-test*). Ketuntasan *post-test* yaitu 71% dengan skor rata-rata

kelas 77,61 yang berdasarkan Tabel 5 termasuk dalam kategori baik. Hal ini berarti, modul yang dikembangkan telah **efektif** yaitu modul yang dikembangkan memberikan hasil yang baik.

Selain tes hasil belajar, respon siswa terhadap modul juga baik dengan skor rata-rata 4,22 yang berdasarkan Tabel 8 termasuk dalam kategori sangat baik. Berdasarkan hasil pengisian angket respon siswa, dapat disimpulkan bahwa modul matematika materi matriks yang dikembangkan **praktis** yaitu modul mudah digunakan dalam kegiatan pembelajaran di sekolah.

Pada tahap *evaluation* (evaluasi) dilakukan revisi terhadap modul yang telah dikembangkan. Perbaikan modul dilakukan berdasarkan hasil pengamatan selama implementasi pembelajaran di kelas dan beberapa saran dari siswa maupun guru. Dari hasil revisi akhir, tersusunlah produk akhir yang berjudul Modul Matematika Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK. Dari uraian di atas, dapat disimpulkan modul yang dikembangkan memiliki kualitas baik karena memenuhi 3 aspek yaitu **valid**, **efektif**, dan **praktis**.

C. Keterbatasan Penelitian

Penelitian pengembangan modul tidak terlepas dari beberapa keterbatasan, di antaranya:

1. Adanya keterbatasan waktu implementasi sehingga tidak semua soal latihan diujicobakan.
2. Uji coba yang pada awalnya direncanakan sebanyak 7 pertemuan hanya dapat dilaksanakan sebanyak 5 pertemuan karena beberapa hari libur, diantaranya hari libur untuk ujian sekolah dan UN, serta hari libur pemilu.

BAB V

SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan terhadap modul yang dikembangkan, maka dapat diambil beberapa simpulan sebagai berikut.

1. Pengembangan modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK menerapkan model pengembangan ADDIE yang terdiri dari lima tahap, yaitu : (1) *Analysis* (analisis), (2) *Design* (perancangan), (3) *Development* (pengembangan), (4) *Implementation* (implementasi), dan (5) *Evaluation* (evaluasi).
2. Kualitas modul pada materi matriks dengan pendekatan PMRI untuk siswa kelas X SMK yang telah dikembangkan adalah sebagai berikut.
 - a. Ditinjau dari aspek kevalidan, yaitu penilaian oleh ahli materi dan ahli media, modul yang dikembangkan peneliti memperoleh skor rata-rata 4,13 yang termasuk dalam kategori valid. Dapat disimpulkan bahwa modul yang dikembangkan **valid** yaitu telah sesuai dengan standar buku teks pelajaran dari BSNP serta memiliki derajat validitas yang baik.
 - b. Ditinjau dari aspek keefektifan, yaitu dari tes hasil belajar (*post-test*) diperoleh rata-rata kelas yaitu 77,61 dan ketuntasan tes hasil belajar yaitu 71% yang termasuk dalam kategori baik. Dapat disimpulkan modul yang dikembangkan telah **efektif** digunakan dalam pembelajaran matematika di sekolah yaitu modul yang dikembangkan memberikan hasil yang baik.

- c. Ditinjau dari aspek kepraktisan, yaitu dari hasil angket respon siswa diperoleh skor rata-rata 4, 22 yang termasuk dalam kategori sangat baik. Dapat disimpulkan bahwa modul yang dikembangkan **praktis** yaitu modul mudah digunakan dalam kegiatan pembelajaran di sekolah.

B. Saran

Saran-saran yang dapat diberikan berdasarkan penelitian yang telah dilakukan adalah sebagai berikut.

1. Modul matematika materi matriks dengan pendekatan PMRI dapat digunakan sebagai salah satu pilihan bahan ajar untuk siswa kelas X SMK.
2. Modul matematika materi matriks dengan pendekatan PMRI layak disempurnakan baik dari segi materi maupun desain tampilannya.
3. Perlu dikembangkan bahan ajar lain dengan pendekatan PMRI baik berbentuk modul, LKS, buku siswa, handout, dll.

DAFTAR PUSTAKA

- Ariyadi Wijaya. (2012). *Pendidikan Matematika Realistik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Atmini Dhoruri. (2010). Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Matematika Realistik (PMR). *Makalah*. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics*. USA: Wm. C. Brown Company.
- Benny A. Pribadi. (2009). *Model Desain Sistem Pembelajaran*. Jakarta: Dian Rakyat.
- BSNP. (2013). *Analisis Hasil UN Tahun Ajaran 2012/2013*. Jakarta: BSNP.
- Chomsin S. Widodo, Jasmadi. (2008). *Panduan Menyusun Bahan Ajar Berbasis Kompetensi*. Jakarta: Elex Media Komputindo.
- Depdiknas. (2006). *Standar Isi dan Standar Kompetensi Lulusan untuk Satuan Pendidikan Menengah SMA-MA-SMK-MAK*. Jakarta: Cipta Jaya.
- Depdiknas. (2007). *Pedoman Memilih Menyusun Bahan Ajar dan Teks Mata Pelajaran*. Jakarta: Depdiknas.
- Depdiknas. (2008). *Panduan Pengembangan Materi Pembelajaran dan Standar Sarana dan Prasarana Sekolah Menengah Kejuruan Madrasah Aliyah SMA/ MA/ SMK/ MAK*. Jakarta: Depdiknas.
- Eko Putro Widoyoko. (2009). *Evaluasi Program Pembelajaran*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Erman Suherman, et. al. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: JICA-UPI.
- Fajar Shadiq, et.al. (2010). *Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Realistik di SMP*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.
- Gravemeijer. (1994). *Developing Realistics Mathematics Education*. Utrecht. CD- β Press.
- Nasution. (2000). *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Nieveen, Nienke. (1999). *Prototyping to Reach Product Quality*. Belanda: Kluwer Academic Publisher.
- R Soedjadi. (2000). *Kiat Pendidikan di Indonesia Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Dirjen Dikti Depdiknas.

- Siti Kuryati. (2012). Pengembangan Bahan Ajar Pada Materi Logika Matematika Dengan Pendekatan PMRI Untuk Siswa Kelas X SMA RSBI. *Skripsi*. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Sugihartono, et.al. (2007). *Psikologi Pendidikan*. Yogyakarta: UNY Press.
- Sugiman. (2011). Peningkatan Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Pendekatan Matematika Realistik. *Makalah*. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Sungkono, et. al. (2003). *Pengembangan Bahan Ajar*. Yogyakarta: FIP UNY.
- Suprihatin. (2013). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Materi Fungsi Linier Dengan Pendekatan PMRI Untuk Siswa SMK Jurusan Akuntansi. *Skripsi*. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Sutarto Hadi. (2002). *Effective Teacher Professional Development For The Implementation of Realistic Mathematics Education in Indonesia*. Banjarmasin: PrintPartners Ipskamp-Enschede.
- Sutarto Hadi. (2005). *Pendidikan Matematika Realistik dan Implementasinya*. Banjarmasin: Tulip

LAMPIRAN A

A1. Analisis Kurikulum

A2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

ANALISIS KURIKULUM
(ANALISIS STANDAR KOMPETENSI- KOMPETENSI DASAR)

Nama Pelajaran : Matematika
 Kelas : X
 Semester : 2 (genap)
 Standar Kompetensi : Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Materi
3.1 Mendeskripsikan macam-macam matriks	3.1.1 Menjelaskan pengertian matriks 3.1.2 Mengidentifikasi macam-macam matriks 3.1.3 Mengidentifikasi kesamaan matriks 3.1.4 Menentukan transpose matriks	1. Matriks adalah susunan elemen-elemen yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku []. 2. Macam-macam matriks: a. Matriks Baris b. Matriks Kolom c. Matriks Persegi d. Matriks Nol e. Matriks Diagonal f. Matriks Identitas g. Matriks Segitiga Atas h. Matriks Segitiga Bawah

			<p>3. Kesamaan Matriks Dua matriks dikatakan sama jika jika keduanya memiliki ordo yang sama dan elemen-elemen yang seletak (bersesuaian) pada kedua matriks tersebut sama.</p> <p>4. Transpose Matriks Matriks baru yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen pada baris matriks menjadi elemen-elemen pada kolom matriks yang baru.</p>
3.2 Menyelesaikan operasi matriks	<p>3.2.1 Menyelesaikan penjumlahan matriks</p> <p>3.2.2 Menyelesaikan pengurangan matriks</p> <p>3.2.3 Menyelesaikan perkalian matriks</p>	<p>operasi</p> <p>operasi</p> <p>operasi</p>	<p>1. Operasi Penjumlahan Matriks</p> <p>a. Dua matriks dapat dijumlahkan apabila ordo kedua matriks sama.</p> <p>b. Penjumlahan dua matriks ditentukan dengan menjumlahkan elemen-elemen yang seletak (bersesuaian) pada kedua matriks.</p> <p>2. Operasi Pengurangan Matriks</p> <p>a. Dua matriks dapat dikurangkan apabila ordo kedua matriks sama.</p> <p>b. Pengurangan dua matriks ditentukan dengan mengurangkan elemen-elemen yang seletak (bersesuaian) pada kedua matriks.</p> <p>3. Operasi Perkalian Matriks</p> <p>a. Perkalian matriks dengan skalar ditentukan dengan mengalikan skalar dengan setiap elemen pada matriks.</p>

		<p>b. Perkalian matriks dengan matriks dapat dilakukan apabila banyak kolom pada matriks sebelah kiri sama dengan banyak baris pada matriks sebelah kanan.</p> <p>c. Perkalian matriks A dengan matriks B ditentukan dengan mengalikan elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen pada kolom matriks B yang bersesuaian kemudian dijumlahkan.</p>
3.3 Menentukan determinan dan invers	<p>3.3.1 Menentukan determinan suatu matrik berordo 2x2 dan 3x3</p> <p>3.3.2 Menentukan minor, kofaktor dan adjoin suatu matriks</p> <p>3.3.3 Menentukan invers suatu matriks</p> <p>3.3.4 Menyelesaikan SPL menggunakan konsep matriks.</p>	<p>1. Determinan Matriks Berordo 2x2</p> <p>Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka</p> $\det A = A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ <p>2. Determinan Matriks Berordo 3x3</p> <p>Jika $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, maka</p> $\det B = B $ $= aei + bfg + cdh - ceg - afh - dbi$ <p>3. Minor, Kofaktor, dan Adjoin</p> <p>a. Minor matriks A adalah determinan dari matriks bagian A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j dan dilambangkan</p>

		$ M_{ij} $. b. Kofaktor matriks ditentukan dengan cara : $K_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij} $ c. Adjoin matriks ditentukan dengan mentranspose matriks kofaktornya. 4. Invers Matriks $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A$ 5. Persamaan linier dua variabel dapat diselesaikan dengan konsep determinan matriks dan invers matriks. Misalkan terdapat SPL berikut, $\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}$ Maka penyelesaiannya dapat ditentukan dengan: a. menggunakan determinan $D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}, \text{ dan } D_y = \begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}$ $x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D}$ b. menggunakan invers $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$
--	--	---

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMK N 1 Tempel
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : X / II
Alokasi Waktu : 4 x 45 menit

Standar Kompetensi

3. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks.

Kompetensi Dasar

- 3.1. Mendeskripsikan macam-macam matriks.

A. Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Menjelaskan pengertian matriks
- 3.1.2 Menentukan notasi, elemen-elemen, dan ordo suatu matriks.
- 3.1.3 Mengidentifikasi macam-macam matriks.
- 3.1.4 Mengidentifikasi dua matriks yang sama.
- 3.1.5 Menentukan transpose suatu matriks.

B. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menjelaskan pengertian matriks.
2. Siswa dapat menentukan notasi, elemen-elemen, dan ordo suatu matriks.
3. Siswa dapat mengidentifikasi macam-macam matriks.
4. Siswa dapat mengidentifikasi dua matriks yang sama.
5. Siswa dapat menentukan transpose suatu matriks.

❖ **Karakter siswa yang diharapkan :** Bekerja sama
Bertanggung jawab
Teliti
Kreatif

C. Materi Ajar

1. Pengertian matriks
2. Notasi matriks, elemen matriks, dan ordo matriks
3. Macam-macam matriks
4. Kesamaan matriks
5. Transpose matriks

D. Metode Pembelajaran

Pembelajaran berbasis Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

E. Langkah-Langkah Kegiatan

Pertemuan Pertama

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>➤ Pendahuluan</p> <ol style="list-style-type: none">1. Pembukaan Guru membuka pelajaran dengan mengucapkan salam kemudian memeriksa presensi siswa.2. Tujuan Pembelajaran Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu menjelaskan pengertian matriks serta menentukan notasi, elemen, dan ordo suatu matriks.3. Motivasi Siswa diberi motivasi oleh guru mengenai pentingnya mempelajari materi matriks sebagai dasar untuk mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya.4. Apersepsi Siswa diingatkan kembali cara membaca data yang disajikan pada suatu tabel.	10 menit
<p>➤ Kegiatan Inti</p> <ol style="list-style-type: none">1. Eksplorasi<ol style="list-style-type: none">a. Siswa dibagikan modul matematika materi matriks oleh guru.b. Siswa diberi stimulus berupa masalah nyata sebagai pengantar mempelajari konsep pengertian matriks.c. Siswa diminta memahami uraian materi tentang pengertian matriks, notasi, elemen-elemen, dan ordo matriks pada modul halaman 2-5 dengan bimbingan guru.d. Siswa diberikan contoh soal berkaitan dengan notasi, elemen-elemen, dan ordo suatu matriks.2. Elaborasi<ol style="list-style-type: none">a. Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan 1.1 pada modul halaman 6-9 secara individu.b. Beberapa siswa diminta untuk menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas.3. Konfirmasi<ol style="list-style-type: none">a. Siswa bersama dengan guru membahas hasil pekerjaan siswa.b. Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas.c. Siswa diminta mengerjakan tes formatif I pada modul halaman 9-12 untuk mengecek pemahaman siswa.	70 menit
<p>➤ Penutup</p> <ol style="list-style-type: none">1. Siswa diminta untuk menyimpulkan materi yang telah dipelajari, kemudian guru memberikan tanggapan dan melengkapi hasil	10 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>simpulan siswa. Kesimpulan yang diharapkan adalah matriks adalah susunan elemen –elemen yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa atau siku.</p> <p>2. Siswa diberi informasi tentang rencana pembelajaran yang akan datang, yaitu mengidentifikasi macam-macam matriks, kesamaan matriks dan menentukan transpose suatu matriks.</p>	

Pertemuan Kedua

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>➤ Pendahuluan</p> <p>1. Pembukaan Guru membuka pelajaran dengan mengucapkan salam kemudian memeriksa presensi siswa.</p> <p>2. Tujuan Pembelajaran Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu mengidentifikasi macam-macam matriks, kesamaan matriks dan menentukan transpose matriks.</p> <p>3. Motivasi Siswa diberi motivasi oleh guru pentingnya mempelajari materi tersebut sebagai dasar untuk mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya.</p> <p>4. Apersepsi Siswa diingatkan kembali tentang konsep elemen-elemen dan ordo suatu matriks serta cara menyelesaikan persamaan linier satu variabel.</p>	10 menit
<p>➤ Kegiatan Inti</p> <p>1. Eksplorasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa diberi stimulus berupa masalah nyata sebagai pengantar mempelajari konsep macam-macam matriks. Siswa diminta memahami uraian materi tentang macam-macam matriks pada modul halaman 14-16 dengan bimbingan guru. Siswa diberikan contoh soal berkaitan dengan macam-macam matriks. Siswa diminta memahami uraian materi tentang kesamaan matriks dan transpose matriks pada modul halaman 19-20 dan 23 dengan bimbingan guru. Siswa diberikan contoh cara menyelesaikan kesamaan matriks dan menentukan transpose matriks. <p>2. Elaborasi</p>	70 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
a. Siswa dibagi ke dalam beberapa kelompok yang terdiri dari 4 siswa. b. Siswa mendiskusikan soal diskusi pada modul halaman 24 bersama dengan kelompoknya secara kreatif. c. Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila ada kelompok yang menemui kesulitan. d. Beberapa perwakilan kelompok diberi kesempatan untuk menyampaikan hasil diskusinya di depan kelas. 3. Konfirmasi a. Siswa bersama guru membahas hasil diskusi. b. Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas. c. Siswa diminta mengerjakan soal latihan 2.3 pada modul halaman 25 untuk mengecek pemahaman siswa.	
➤ Penutup 1. Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan cara mengidentifikasi macam-macam matriks, kesamaan matriks dan menentukan transpose matriks. 2. Siswa diberi pekerjaan rumah (PR) yaitu mengerjakan tes formatif II pada modul halaman 26-28. 3. Siswa diberi informasi mengenai rencana pembelajaran yang akan datang, yaitu menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks.	10 menit

F. Alat dan Sumber Belajar

➤ Alat : papan tulis, spidol

➤ Sumber belajar

Finka Fitri Astika. (2014). *Modul Matematika Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK*. Yogyakarta: FMIPA UNY

G. Penilaian Hasil Belajar

Indikator Pencapaian Kompetensi	Penilaian		Instrumen/ Soal
	Teknik	Bentuk Instrumen	
❖ Menjelaskan pengertian matriks, menentukan notasi, elemen-elemen dan ordo suatu matriks.	Tes Tertulis	Tes Uraian	1. Diketahui matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 6 & -6 & 5 \\ 4 & 8 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$. Tentukan : a. Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks di atas?

Indikator Pencapaian Kompetensi	Penilaian		Instrumen/ Soal
	Teknik	Bentuk Instrumen	
<p>❖ Mengidentifikasi macam-macam matriks.</p> <p>❖ Menyelesaikan soal berkaitan dengan kesamaan matriks.</p> <p>❖ Menentukan transpose suatu matriks.</p>			<p>b. Sebutkan elemen-elemen pada baris pertama.</p> <p>c. Sebutkan elemen-elemen pada kolom kedua.</p> <p>d. Sebutkan elemen pada baris pertama kolom ketiga.</p> <p>e. Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 0?</p> <p>2. Termasuk jenis apakah matriks-matriks di bawah ini? Jelaskan.</p> <p>a. $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$</p> <p>b. $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$</p> <p>3. Diketahui matriks-matriks berikut.</p> <p>$P = \begin{bmatrix} 2x - 4 & x + y \\ 5 & y + 2z \end{bmatrix}$</p> <p>$Q = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$</p> <p>Jika $P = Q^T$, tentukan nilai x, y dan z</p>

Mengetahui,
Guru Mata Pelajaran

Sleman, 27 Februari 2014
Mahasiswa

Tutik Isyuwanti, S. Si
NIP. 19681229 200701 2 007

Finka Fitri Astika
NIM. 10301241018

Lampiran 1 (Kunci Jawaban dan Penyelesaian)

No		Kunci Jawaban	Skor
1		Diketahui $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 6 & -6 & 5 \\ 4 & 8 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.	
	a	Banyak baris pada matriks B adalah 4 (empat), sedangkan banyak kolom pada matriks B adalah 3 (tiga).	2
	b	Elemen-elemen pada baris pertama adalah 1, -3, dan 3.	2
	c	Elemen-elemen pada kolom kedua adalah -3, -6, 8, dan 0 dan 8.	2
	d	Elemen pada baris pertama kolom ketiga adalah 3.	2
	e	Elemen 0 terletak pada baris keempat kolom kedua.	2
		Skor maksimal	10
2	a	Diketahui $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.	
		Matriks B terdiri dari satu kolom, maka matriks B disebut matriks kolom. Semua elemen dari matriks B adalah nol, maka matriks B disebut matriks nol. Jadi, matriks B merupakan matriks kolom dan matriks nol	5
	b	Diketahui $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.	
		Matriks C merupakan matriks persegi yang berordo 3×3 dan semua elemen di atas dan di bawah diagonal utamanya bernilai 0, maka matriks C merupakan matriks diagonal.	5
		Skor maksimal	10
3		Diketahui matriks-matriks berikut. $P = \begin{bmatrix} 2x - 4 & x + y \\ 5 & y + 2z \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$ dan $P = Q^T$	
		Karena $P = Q^T$ maka, $\begin{bmatrix} 2x - 4 & x + y \\ 5 & y + 2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$.	4
		Diperoleh, $2x - 4 = 8$	2

No		Kunci Jawaban	Skor
		$2x = 12$ $x = 6$	
		$x + y = 8$ $6 + y = 8$ $y = 2$	2
		$y + 2z = 10$ $2z = 8$ $z = 4$	2
		Skor maksimal	10
		Jumlah Skor	30

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah skor}}{3} \times 10$$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMK N 1 Tempel
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : X / II
Alokasi Waktu : 4 x 45 menit

Standar Kompetensi

3. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks.

Kompetensi Dasar

- 3.2. Menyelesaikan operasi matriks.

A. Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.2.1 Menyelesaian operasi penjumlahan dan pengurangan matriks.
3.2.2 Menyelesaikan operasi perkalian matriks dengan skalar.
3.2.3 Menyelesaikan operasi perkalian matriks dengan matriks.

B. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks.
2. Siswa dapat menyelesaikan operasi perkalian matriks dengan skalar.
3. Siswa dapat menyelesaikan operasi perkalian matriks dengan matriks.

❖ **Karakter siswa yang diharapkan :** Bekerja sama
Bertanggung jawab
Teliti
Kreatif

C. Materi Ajar

1. Penjumlahan dan pengurangan matriks.
2. Perkalian matriks dengan skalar.
3. Perkalian matriks dengan matriks.

D. Metode Pembelajaran

Pembelajaran berbasis Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

E. Langkah-Langkah Kegiatan

Pertemuan Pertama

Uraian Kegiatan	Waktu
➤ Pendahuluan 1. Pembukaan Guru membuka pelajaran dengan mengucapkan salam kemudian memeriksa presensi siswa. 2. Tujuan Pembelajaran Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu menyelesaikan penjumlahan dan	10 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>pengurangan matriks.</p> <p>3. Motivasi Siswa diberi motivasi oleh guru mengenai pentingnya mempelajari materi matriks sebagai dasar untuk mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya.</p> <p>4. Apersepsi Siswa diingatkan kembali mengenai sifat komutatif dan sifat asosiatif yang berlaku pada penjumlahan bilangan real</p>	
<p>➤ Kegiatan Inti</p> <p>1. Eksplorasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa diberi stimulus berupa masalah nyata sebagai pengantar mempelajari konsep penjumlahan matriks. Siswa diminta memahami uraian materi tentang penjumlahan matriks pada modul halaman 31-33. Siswa dibimbing guru dalam memahami syarat dan aturan penjumlahan matriks. Siswa diberikan contoh soal berkaitan dengan penjumlahan matriks. Siswa diberi stimulus berupa masalah nyata sebagai pengantar mempelajari konsep pengurangan matriks. Siswa diminta memahami uraian materi tentang pengurangan matriks pada modul halaman 37-39. Siswa dibimbing guru dalam memahami syarat dan aturan pengurangan matriks. Siswa diberikan contoh soal berkaitan dengan pengurangan matriks. <p>2. Elaborasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa dibagi ke dalam beberapa kelompok yang terdiri dari 4 siswa. Siswa mendiskusikan soal diskusi pada modul halaman 34 bersama dengan kelompoknya dengan kreatif. Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila ada kelompok yang menemui kesulitan. Beberapa perwakilan kelompok diberi kesempatan untuk menyampaikan hasil diskusinya di depan kelas. <p>3. Konfirmasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa bersama guru membahas hasil diskusi. Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas. Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan 3.1 dan 3.2 pada modul halaman 35-36 dan 39-41 untuk mengecek pemahaman siswa. 	70 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>➤ Penutup</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa diminta untuk menyimpulkan materi yang telah dipelajari, kemudian guru memberikan tanggapan dan melengkapi hasil simpulan siswa. Kesimpulan yang diharapkan adalah sebagai berikut. <ol style="list-style-type: none"> a. Dua matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan apabila ordo kedua matriks sama. b. Penjumlahan matriks A dan matriks B ditentukan dengan menjumlahkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang bersesuaian (seletak). c. Pengurangan matriks A oleh matriks B dapat ditentukan dengan cara mengurangkan elemen-elemen matriks A dengan elemen-elemen matriks B yang bersesuaian (seletak). 2. Siswa diberi pekerjaan rumah (PR) yaitu mengerjakan tes formatif III pada modul halaman 42-44. 3. Siswa diberi informasi mengenai rencana pembelajaran yang akan datang, yaitu menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar dan menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks 	10 menit

Pertemuan Kedua

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>➤ Pendahuluan</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Pembukaan Guru membuka pelajaran dengan mengucapkan salam kemudian memeriksa presensi siswa. 2. Tujuan Pembelajaran Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai, yaitu menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar dan menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks. 3. Motivasi Siswa diberi motivasi oleh guru mengenai pentingnya mempelajari materi tersebut sebagai dasar untuk mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya. 4. Apersepsi Siswa diingatkan kembali tentang sifat komutatif dan asosiatif pada perkalian bilangan real. 	10 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>➤ Kegiatan Inti</p> <p>1. Eksplorasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa diberikan stimulus berupa masalah nyata sebagai pengantar mempelajari konsep perkalian matriks dengan skalar. Siswa diminta memahami uraian materi tentang perkalian matriks dengan skalar pada modul halaman 46-47. Siswa dibimbing guru dalam memahami konsep perkalian matriks dengan skalar. Siswa diberikan beberapa contoh soal berkaitan dengan penyelesaian perkalian matriks dengan skalar. Siswa diberikan stimulus berupa masalah nyata sebagai pengantar mempelajari konsep perkalian matriks dengan matriks. Siswa diminta memahami uraian materi tentang perkalian matriks dengan matriks pada modul halaman 50-52. Siswa dibimbing guru dalam memahami syarat dan aturan perkalian matriks dengan matriks. Siswa diberikan beberapa contoh soal berkaitan dengan penyelesaian perkalian matriks dengan matriks. <p>2. Elaborasi.</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa dibagi ke dalam beberapa kelompok yang terdiri dari 4 siswa. Siswa mendiskusikan soal diskusi pada modul halaman 48 dan 54 bersama dengan kelompoknya secara kreatif. Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila ada kelompok yang menemui kesulitan. Beberapa perwakilan kelompok diberi kesempatan untuk menyampaikan hasil diskusinya di depan kelas. <p>3. Konfirmasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa bersama guru membahas hasil diskusi. Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas. Siswa dengan teliti mengerjakan tes formatif IV pada modul halaman 57-59 untuk mengecek pemahaman siswa 	70 menit
<p>➤ Penutup</p> <ol style="list-style-type: none"> Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan cara menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar dan perkalian matriks dengan 	10 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>matriks. Kesimpulan yang diharapkan adalah sebagai berikut.</p> <ol style="list-style-type: none"> Perkalian matriks A dengan skalar k ditulis kA diselesaikan dengan cara mengalikan setiap elemen matriks A dengan k. Perkalian dua matriks dapat dilakukan apabila banyak kolom pada matriks sebelah kiri sama dengan banyak kolom pada matriks sebelah kanan. Perkalian matriks A dengan matriks B ditentukan dengan mengalikan elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen yang bersesuaian pada kolom matriks B, kemudian dijumlahkan. <p>2. Siswa diberi informasi mengenai rencana pembelajaran yang akan datang, yaitu menentukan determinan, minor, kofaktor, dan adjoin matriks.</p>	

F. Alat dan Sumber Belajar

- Alat : papan tulis, spidol
- Sumber belajar

Finka Fitri Astika. *Modul Matematika Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK*. Yogyakarta: FMIPA, UNY.

G. Penilaian Hasil Belajar

Indikator Pencapaian Kompetensi	Penilaian		Instrumen/ Soal
	Teknik	Bentuk Instrumen	
❖ Menyelesaikan penjumlahan dan pengurangan matriks.	Tes Tertulis	Tes Uraian	1. Selesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks di bawah ini. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \dots$
❖ Menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar.			2. Selesaikan perkalian matriks di bawah ini. a. $2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ b. $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -6 & 4 \\ 8 & -2 & -8 \\ 10 & 2 & -12 \end{bmatrix}$
❖ Menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks.			3. Selesaikan perkalian matriks di bawah ini. a. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

Indikator Pencapaian Kompetensi	Penilaian		Instrumen/ Soal
	Teknik	Bentuk Instrumen	
			b. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \dots$

Mengetahui,
Guru Mata Pelajaran

Sleman, 27 Februari 2014
Mahasiswa

Tutik Isyuwanti, S. Si
NIP. 19681229 200701 2 007

Finka Fitri Astika
NIM.10301241018

Lampiran 1 (Kunci Jawaban dan Penyelesaian)

No	Kunci Jawaban		Skor
1		Penyelesaian operasi penjumlahan dan pengurangan matriks adalah sebagai berikut.	
		$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	
		$= \begin{bmatrix} 2+5 & -3+(-1) \\ 5+4 & 4+0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	3
		$= \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 9 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-1 & -4-(-1) \\ 9-(-1) & 4-2 \end{bmatrix}$	5
		$= \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$	2
		Skor maksimal	10
2		Penyelesaian operasi perkalian matriks dengan skalar adalah sebagai berikut.	
	a	$2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 & 2.(-5) \\ 2.1 & 2.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$	10
	b	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -6 & 4 \\ 8 & -2 & -8 \\ 10 & 2 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}.4 & \frac{1}{2}.(-6) & \frac{1}{2}.4 \\ \frac{1}{2}.8 & \frac{1}{2}.(-2) & \frac{1}{2}.(-8) \\ \frac{1}{2}.10 & \frac{1}{2}.2 & \frac{1}{2}.(-12) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & -4 \\ 5 & 1 & -6 \end{bmatrix}$	10
		Skor maksimal	20
3		Penyelesaian operasi perkalian matriks adalah sebagai berikut.	
	a	$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2 + (-1).3 & 2.1 + (-1).(-1) \\ -3.2 + 0.3 & -3.1 + 0.(-1) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$	10
	b	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2 + (-1).0 + 3.4 & 2.3 + (-1).(-1) + 3.5 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 16 & 22 \end{bmatrix}$	10
		Skor maksimal	20
		Jumlah skor	50

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah skor}}{5} \times 10$$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMK N 1 Tempel
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : X / II
Alokasi Waktu : 4 x 45 menit

Standar Kompetensi

3. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks.

Kompetensi Dasar

- 3.3. Menentukan determinan dan invers matriks.

A. Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.3.1 Menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
- 3.3.2 Menentukan minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks.
- 3.3.3 Menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
- 3.3.4 Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) menggunakan konsep matriks.

B. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
2. Siswa dapat menentukan minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks.
3. Siswa dapat menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
4. Siswa dapat menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) menggunakan konsep matriks.

❖ **Karakter siswa yang diharapkan :** Bekerja sama
Bertanggung jawab
Teliti
Kreatif

C. Materi Ajar

1. Determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
2. Minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks.
3. Invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .
4. Aplikasi matriks untuk menyelesaikan sistem persamaan linier.

D. Metode Pembelajaran

Pembelajaran berbasis Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

E. Langkah-Langkah Kegiatan

Pertemuan Pertama

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>➤ Pendahuluan</p> <ol style="list-style-type: none">1. Pembukaan Guru membuka pelajaran dengan mengucapkan salam kemudian memeriksa presensi siswa.2. Tujuan Pembelajaran Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 serta menentukan minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks.3. Motivasi Siswa diberi motivasi oleh guru mengenai pentingnya mempelajari materi tersebut sebagai dasar untuk mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya.4. Apersepsi Siswa diingatkan kembali cara menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar dan perkalian matriks dengan matriks	10 menit
<p>➤ Kegiatan Inti</p> <ol style="list-style-type: none">1. Eksplorasi<ol style="list-style-type: none">a. Siswa diminta memahami uraian materi mengenai cara menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 pada modul halaman 61-65 dengan bimbingan guru.b. Siswa diberikan contoh soal berkaitan dengan cara menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3.c. Siswa diminta memahami uraian materi mengenai cara menentukan minor, kofaktor, dan adjoin dari suatu matriks pada modul halaman 67-68 dan 70-72 dan dengan bimbingan guru.d. Siswa diberikan contoh soal berkaitan dengan cara menentukan minor, kofaktor, dan adjoin dari suatu matriks.2. Elaborasi<ol style="list-style-type: none">a. Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan 5.2, 5.3, dan 5.4 pada modul halaman 66-67, 69, dan 71.b. Beberapa siswa diminta untuk menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas.	70 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
3. Konfirmasi <ol style="list-style-type: none"> Siswa bersama guru membahas hasil pekerjaan siswa. Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas. Siswa mengerjakan soal latihan 5.5 pada modul halaman 73 secara individu untuk mengecek pemahaman siswa 	
➤ Penutup <ol style="list-style-type: none"> Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan cara menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3 serta menentukan minor, kofaktor dan adjoin suatu matriks. Siswa diberi informasi tentang rencana pembelajaran yang akan datang, yaitu menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 dan menyelesaikan SPL dengan menggunakan konsep matriks. 	10 menit

Pertemuan Kedua

Uraian Kegiatan	Waktu
➤ Pendahuluan <ol style="list-style-type: none"> Pembukaan <p>Guru membuka pelajaran dengan mengucapkan salam kemudian memeriksa presensi siswa.</p> Tujuan Pembelajaran <p>Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 dan menyelesaikan SPL menggunakan konsep matriks.</p> Motivasi <p>Siswa diberi motivasi dengan menjelaskan pentingnya mempelajari materi tersebut sebagai dasar untuk mempelajari konsep-konsep matematika selanjutnya.</p> Apersepsi <p>Siswa diingatkan kembali tentang konsep determinan, minor, kofaktor, dan adjoin matriks.</p> 	10 menit
➤ Kegiatan Inti <ol style="list-style-type: none"> Eksplorasi <ol style="list-style-type: none"> Siswa diminta memahami uraian materi tentang cara menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 pada 	70 menit

Uraian Kegiatan	Waktu
<p>modul halaman 74 dengan bimbingan guru.</p> <ol style="list-style-type: none"> b. Siswa diberikan beberapa contoh soal berkaitan dengan cara menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3. c. Siswa dan guru mendiskusikan cara menyelesaikan sistem persamaan linier (SPL) menggunakan konsep determinan dan invers matriks. d. Siswa diberikan beberapa contoh soal berkaitan dengan penyelesaian SPL menggunakan determinan dan invers matriks. <p>2. Elaborasi</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Siswa dibagi ke dalam beberapa kelompok yang terdiri dari 4 siswa. b. Siswa mendiskusikan soal diskusi mengenai invers matriks pada modul halaman 77 bersama dengan kelompoknya dengan kreatif. c. Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila ada kelompok yang menemui kesulitan. d. Beberapa perwakilan kelompok diberi kesempatan untuk menyampaikan hasil diskusinya di depan kelas. <p>3. Konfirmasi</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Siswa dan guru membahas hasil diskusi. b. Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas. c. Siswa mengerjakan tes formatif V pada modul halaman 87-89 untuk mengecek pemahaman siswa. 	
<p>➤ Penutup</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan cara menentukan invers matriks dan cara menyelesaikan SPL menggunakan konsep determinan dan invers matriks. 2. Siswa diberi informasi mengenai rencana pembelajaran yang akan datang, yaitu ulangan harian materi matriks 	10 menit

F. Alat dan Sumber Belajar

- Alat : papan tulis, spidol
- Sumber belajar

Finka Fitri Astika. (2014). *Modul Matematika Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK*. Yogyakarta: FMIPA UNY.

G. Penilaian Hasil Belajar

Indikator Pencapaian Kompetensi	Penilaian		Instrumen/ Soal
	Teknik	Bentuk Instrumen	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ Menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan 3×3. ❖ Menentukan minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks. ❖ Menentukan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3. ❖ Menggunakan aplikasi matriks untuk menyelesaikan sistem persamaan linier 	Tes Tertulis	Tes Uraian	<p>1. Diketahui matriks-matriks :</p> $A = \begin{bmatrix} 5+x & 3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -9 & -3x \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ <p>Jika $\det A = \det B$, tentukan nilai x.</p> <p>2. Tentukan invers matriks di bawah ini.</p> $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ <p>3. Diketahui sistem persamaan linier dua variabel sebagai berikut.</p> $3x + 4y - z = 8$ $2x + 3y - z = 5$ $x + y - 2z = -3$ <p>Tentukan penyelesaian SPL di atas dengan menggunakan konsep determinan atau invers matriks.</p>

Mengetahui,
Guru Mata Pelajaran

Sleman, 27 Februari 2014
Mahasiswa

Tutik Isyuwanti, S. Si
NIP. 19681229 200701 2 007

Finka Fitri Astika
NIM. 10301241018

Lampiran 1 (Kunci Jawaban dan Penyelesaian)

No	Kunci Jawaban	Skor
1	Diketahui matriks-matriks di bawah ini. $A = \begin{bmatrix} 5+x & 3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -9 & -3x \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ $\det A = \det B$	
	Dari persamaan di atas, dapat ditentukan nilai x sebagai berikut. $\begin{vmatrix} 5+x & 3 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -9 & -3x \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$	4
	$\Leftrightarrow (5+x) \cdot (-3) - 3 \cdot (-5) = -9 \cdot 4 - (-3x) \cdot 5$	6
	$\Leftrightarrow -15 - 3x + 15 = -36 + 15x$	6
	$\Leftrightarrow -18x = -36$	4
	$\Leftrightarrow x = 2$	
	Skor maksimal	20
2	Diketahui matriks $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	
	Maka, $\det C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 9 + 8 + 12 - (9 + 16 + 6) = -2$	4
	Minor matriks C adalah $\begin{bmatrix} -7 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4
	Matriks kofaktor C adalah $\begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	4
	$\text{Adj } C = \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	4
	$C^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	4
	Skor maksimal	20
3	Diketahui sistem persamaan linier dua variabel sebagai berikut. $3x + 4y - z = 8$	

No	Kunci Jawaban	Skor
	$2x + 3y - z = 5$ $x + y - 2z = -3$	
	Himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier di atas dengan determinan matriks adalah	
	$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -18 + (-4) - 2 - (-3 + (-3) - 16) = -2$	4
	$D_x = \begin{vmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -48 + 12 - 5 - (9 - 8 - 40) = -2$	4
	$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 8 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -30 - 8 + 6 - (-5 + 9 - 32) = -4$	4
	$D_z = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -27 + 20 + 16 - (24 + 15 - 24) = -6$	4
	<p>Berdasarkan determinan tersebut, himpunan penyelesaian dari persamaan linier di atas adalah</p> $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-2}{-2} = 1$ $y = \frac{D_y}{D} = \frac{-4}{-2} = 2$ $z = \frac{D_z}{D} = \frac{-6}{-2} = 3$	4
	Skor maksimal	20
	Jumlah skor	60

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah skor}}{6} \times 10$$

LAMPIRAN B

B1. Kisi-Kisi Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi

B2. Deskripsi Butir Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi

B3. Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi

B4. Kisi-Kisi Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media

B5. Deskripsi Butir Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media

B6. Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media

B7. Kisi-Kisi Post-Test

B8. Soal *Post-Test*

B9. Kunci dan Rubrik Penilaian Soal *Post-Test*

B10. Kisi-Kisi Angket Respon Siswa

B11. Angket Respon Siswa

**KISI-KISI ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI Matriks
DENGAN Pendekatan PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X**

UNTUK AHLI MATERI

No.	Aspek	Indikator	Nomor Butir
1.	Kelayakan Isi	Kesesuaian materi dengan SK dan KD	1,2,3
		Keakuratan Materi	4,5,6,7,8
		Kemutakhiran Materi	9,10
2.	Kesesuaian	Karakteristik PMRI	11,12,13,14,15,16
	Modul dengan Pendekatan PMRI	Prinsip PMRI	17,18,19,20,21,22
Jumlah Butir			22

DESKRIPSI BUTIR ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MATERI

1. Kelayakan Isi

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Deskripsi Butir
A. Kesesuaian Materi dengan SK dan KD	1. Kelengkapan materi	Materi yang disajikan mencakup materi Matriks yang terkandung dalam Standar Kompetensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD).
	2. Keluasan materi	Materi yang disajikan mencerminkan penjabaran yang mendukung pencapaian Standar Kompetensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD) pada materi Matriks.
	3. Kedalaman materi	Materi dimulai dari pengenalan konsep, prinsip, permasalahan, dan latihan sesuai dengan Standar Kompetensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD) pada materi Matriks.
B. Keakuratan Materi	4. Keakuratan konsep dan definisi	Konsep dirumuskan dengan jelas dan tidak

		menimbulkan banyak tafsir serta sesuai dengan konsep dan definisi yang berlaku dalam bidang atau ilmu matematika.
	5. Keakuratan prinsip	Prinsip dalam matematika antara lain teorema, aturan, dan sifat perlu dirumuskan secara jelas agar tidak menimbulkan multitafsir bagi siswa.
	6. Keakuratan prosedur dan algoritma	Prosedur dan algoritma dirumuskan dengan jelas sehingga siswa tidak melakukan kekeliruan secara sistematis.
	7. Keakuratan contoh	Konsep, prinsip, dan prosedur diperjelas dengan contoh yang disajikan secara akurat.
	8. Keakuratan soal	Konsep, prinsip, dan prosedur dibangun oleh soal-soal yang disajikan secara akurat.
C. Kemutakhiran Materi	9. Materi sesuai dengan perkembangan ilmu	Materi yang disajikan sesuai dengan perkembangan ilmu matematika terkini.
	10. Menggunakan contoh-contoh terkini (<i>up to date</i>)	Uraian, contoh, dan soal latihan yang disajikan mencerminkan situasi dan kondisi terkini (<i>up to date</i>).

2. Kesesuaian Modul dengan Pendekatan PMRI

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Deskripsi Butir
A. Karakteristik PMRI	11. Penggunaan konteks nyata (<i>real context</i>)	Penyampaian materi diawali dengan masalah kontekstual atau masalah yang dapat dibayangkan oleh siswa.
	12. Penggunaan model untuk mengonstruksi konsep	Terdapat soal-soal yang mendorong siswa mengembangkan model sendiri dalam penyelesaian soal.
	13. Penggunaan kreasi dan kontribusi siswa	Terdapat soal-soal yang mendorong siswa untuk berkreasi dan berkontribusi untuk menemukan penyelesaian masalah serta menyusun langkah-langkah penyelesaian masalah.
	14. Aktif dan interaktif dalam pembelajaran	Terdapat soal-soal yang mendorong siswa untuk ikut aktif terlibat dalam pembelajaran.
	15. Keterkaitan antara aspek-aspek matematika	Uraian materi matriks yang disajikan pada modul saling berkaitan.
	16. Mencirikan khas dan budaya Indonesia	Uraian materi yang disajikan pada modul mencirikan khas dan budaya Indonesia yang dekat dengan

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Deskripsi Butir
		kehidupan sehari-hari siswa.
B. Prinsip PMRI	17. Prinsip Aktivitas	Soal latihan yang disajikan mendorong siswa untuk aktif dalam pembelajaran matematika.
	18. Prinsip Realitas	Materi yang disajikan dimulai dari masalah-masalah yang realistik atau dapat dibayangkan siswa.
	19. Prinsip Berjenjang	Materi yang disajikan memperhatikan pemahaman siswa yang berjenjang, dimulai dari menemukan solusi suatu masalah kontekstual secara informal hingga mampu menemukan penyelesaian secara formal.
	20. Prinsip Jalinan	Materi yang disajikan terjalin secara berkesinambungan dan bukan merupakan bagian-bagian yang terpisah.
	21. Prinsip Interaksi	Soal diskusi pada modul memberikan kesempatan pada siswa untuk berinteraksi dengan siswa lain dalam menyelesaikan suatu masalah.
	22. Prinsip Bimbingan	Uraian materi dan soal latihan membimbing siswa untuk menemukan dan membangun pengetahuan matematikanya sendiri.

ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MATERI

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK kelas X
Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI Pada Siswa SMK Kelas X
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator :
Hari, tanggal :

A. Petunjuk Pengisian

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan modul yang sedang dikembangkan berdasarkan komponen yang telah terlampir.
2. Penilaian dilakukan dengan memberikan tanda check (✓) pada kolom yang telah disediakan.

Keterangan:

skor 5 = sangat baik

skor 4 = baik

skor 3 = cukup

skor 2 = kurang

skor 1 = sangat kurang

3. Komentar dan saran perbaikan mohon diberikan secara singkat dan jelas pada point C.

B. Aspek Penilaian

1. Kelayakan Isi

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Kesesuaian Materi dengan SK dan KD	1. Kelengkapan materi					
	2. Keluasan materi					
	3. Kedalaman materi					
B. Keakuratan Materi	4. Keakuratan konsep dan definisi					
	5. Keakuratan prinsip					
	6. Keakutan prosedur dan algoritma					
	7. Keakuratan contoh					
	8. Keakuratan soal					
C. Kemutakhiran Materi	9. Materi sesuai dengan perkembangan ilmu					
	10. Menggunakan contoh terkini (<i>up to date</i>)					

2. Kesesuaian Modul dengan Pendekatan PMRI

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Karakteristik PMRI	11. Penggunaan konteks nyata (<i>real context</i>)					
	12. Penggunaan model untuk mengonstruksi konsep					
	13. Penggunaan kreasi dan kontribusi siswa					
	14. Aktif dan interaktif					

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
	dalam pembelajaran					
	15. Keterkaitan antara aspek-aspek matematika					
	16. Mencirikan khas dan budaya Indonesia					
B. Prinsip PMRI	17. Prinsip Aktivitas					
	18. Prinsip Realitas					
	19. Prinsip Berjenjang					
	20. Prinsip Jalinan					
	21. Prinsip Interaksi					
	22. Prinsip Bimbingan					

C. Komentar dan Saran Perbaikan

.....

.....

.....

D. Kesimpulan

Modul pembelajaran ini dinyatakan *):

1. Layak diujicobakan di lapangan tanpa ada revisi.
2. Layak diujicobakan di lapangan dengan revisi.
3. Tidak layak diujicobakan di lapangan.

*) Lingkari salah satu

Yogyakarta, Februari 2014

Validator,

.....

NIP.

KISI-KISI ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI Matriks
DENGAN Pendekatan PMRI
UNTUK Siswa SMK Kelas X

UNTUK Ahli Media

No.	Aspek	Indikator	Nomor Butir
1.	Kelayakan Penyajian	Teknik penyajian	1, 2
		Pendukung penyajian	3, 4, 5, 6, 7
		Penyajian pembelajaran	8, 9, 10
2.	Kelayakan Bahasa	Kesesuaian dengan tingkat perkembangan siswa	11, 12
		Komunikatif dan interaktif	13, 14
		Kesesuaian dengan kaidah Bahasa Indonesia	15,16
3.	Kelayakan Kegrafikaan	Ukuran Modul	17
		Desain Kulit Modul	18, 19, 20, 21
		Desain Isi Modul	22, 23, 24, 27, 25, 26, 27, 28, 29
Jumlah Butir			29

DESKRIPSI BUTIR ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MEDIA

1. Kelayakan Penyajian

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Deskripsi Butir
A. Teknik Penyajian	1. Sistematika penyajian	Setiap bab mencakup pendahuluan (berisi apersepsi, tinjauan awal materi), isi (terdiri dari uraian materi, contoh, latihan soal), dan penutup (ringkasan, tes formatif) secara utuh.
	2. Keruntutan penyajian	Konsep disajikan dari yang mudah ke sukar, dari yang sederhana ke kompleks, atau dari yang informal ke formal.
B. Pendukung Penyajian	3. Soal latihan	Soal-soal yang diberikan dapat melatih kemampuan siswa dalam menerapkan konsep yang berkaitan dengan materi dan memperdalam pemahaman siswa.
	4. Kunci jawaban tes formatif	Kunci jawaban tes formatif diberikan di akhir modul

		sebagai bentuk umpan balik siswa terhadap tes formatif yang diberikan.
	5. Glosarium	Glosarium berisi istilah-istilah penting dalam modul dengan penjelasan arti istilah tersebut dan ditulis secara alfabetis.
	6. Daftar pustaka	Setiap pustaka yang digunakan diawali dengan nama pengarang (disusun secara alfabetis), tahun terbit, judul buku, tempat terbit., dan diakhiri dengan nama penerbit.
	7. Rangkuman	Rangkuman disajikan pada akhir setiap bab agar siswa dapat mengingat kembali dan memahami hal-hal penting dari keseluruhan isi bab.
C. Penyajian Pembelajaran	8. Keterlibatan siswa	Penyajian materi bersifat interaktif dan partisipatif yang memotivasi siswa untuk terlibat dalam pembelajaran.
	9. Merangsang berpikir kritis, kreatif, dan inovatif	Penyajian materi dapat merangsang siswa untuk berpikir kritis, kreatif, dan inovatif sebagai cerminan berpikir tingkat tinggi.

	10. Memunculkan umpan balik untuk evaluasi diri.	Setiap bab menyajikan tes formatif untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap materi yang telah dipelajari.
--	--	--

2. Kelayakan Bahasa

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Deskripsi Butir
A. Sesuai dengan Tingkat Perkembangan Siswa	11. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan berpikir siswa	Kalimat-kalimat yang digunakan untuk menjelaskan konsep atau uraian materi sesuai dengan tingkat perkembangan berpikir siswa.
	12. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan emosional siswa	Kalimat-kalimat yang digunakan sesuai dengan tingkat kematangan emosional siswa.
B. Komunikatif dan Interaktif	13. Kemudahan penyajian materi untuk dipahami siswa	Materi disajikan menggunakan Bahasa Indonesia sehingga mudah dipahami siswa.

	14. Kemampuan memotivasi siswa untuk mempelajari materi	Bahasa yang digunakan mendorong siswa untuk mempelajari modul secara tuntas.
C. Kesesuaian dengan kaidah Bahasa Indonesia	15. Ketepatan tata bahasa	Penyampaian uraian materi antarparagraf yang berdekatan dan antarkalimat dalam paragraf mencerminkan hubungan logis.
	16. Ketepatan ejaan	Ejaan yang digunakan mengacu pada pedoman Ejaan Yang Disempurnakan (EYD).

3. Kelayakan Kegrafikaan

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Deskripsi Butir
A. Ukuran Modul	17. Kesesuaian ukuran modul dengan standar ISO	Ukuran modul A4 (210 x 297 mm), A5 (148 x 210 mm), atau B5 (176 x 250 mm). Toleransi perbedaan ukuran antara 0 – 20 mm.
B. Desain Kulit Modul	18. Penampilan unsur tata letak pada kulit muka (cover) dan belakang	Desain kulit muka dan belakang secara harmonis memiliki irama dan kesatuan (<i>unity</i>).
	Tipografi kulit modul	
	19. Ukuran huruf judul modul lebih dominan	Judul modul dapat memberikan informasi secara cepat tentang materi isi modul.
	20. Warna judul modul kontras dengan	Judul modul ditampilkan lebih menonjol daripada warna

	warna latar belakang	latar belakangnya.
	Ilustrasi Kulit Modul	
	21. Penggambaran isi/ materi ajar dan pengungkapan karakter objek	Ilustrasi kulit buku (<i>cover</i>) memberikan gambaran tentang materi ajar Matriks.
C. Desain Isi Modul	Tata Letak Isi	
	22. Keproporsioanalan bidang cetak dan margin	Penempatan unsur tata letak (judul, subjudul, uraian materi, nomor halaman, dan lain-lain) pada bidang cetak proporsional.
	23. Keproporsionalan margin dua halaman yang berdampingan	Susunan tata letak halaman genap berpengaruh terhadap tata letak halaman ganjil di sebelahnya, mengacu pada prinsip dua halaman terbuka (<i>center spread</i>).
	Tipologi Isi Modul	
	24. Penggunaan jenis huruf	Maksimal menggunakan dua/ tiga jenis huruf sehingga tidak mengganggu siswa dalam menyerap informasi yang disampaikan.

	25. Penggunaan variasi huruf (<i>bold, italic, all capital, small capital</i>)	Digunakan untuk membedakan jenjang/hierarki judul dan subjudul serta memberikan tekanan pada susunan teks yang dianggap penting dalam bentuk tebal dan miring.
	26. Penggunaan spasi antar baris susunan teks	Jarak spasi tidak terlalu lebar atau tidak terlalu sempit sehingga memudahkan siswa untuk membaca.
	27. Penggunaan spasi antar huruf normal	Jarak spasi antar huruf tidak terlalu rapat atau terlalu renggang.
	Ilustrasi Isi	
	28. Pengungkapan makna/ arti dari objek	Ilustrasi isi mampu memperjelas dan mempermudah pemahaman siswa.
	29. Keserasian ilustrasi	Keseluruhan ilustrasi serasi dengan unsur materi/ isi modul pada seluruh halaman.

ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MEDIA

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK kelas X
Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI Pada Siswa SMK Kelas X
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator :
Hari, tanggal :

A. Petunjuk Pengisian

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan modul yang sedang dikembangkan berdasarkan komponen yang telah terlampir.
2. Penilaian dilakukan dengan memberikan tanda check (√) pada kolom yang telah disediakan.

Keterangan:

skor 5 = sangat baik
skor 4 = baik
skor 3 = cukup
skor 2 = kurang
skor 1 = sangat kurang

3. Komentar dan saran perbaikan mohon diberikan secara singkat dan jelas pada point C.

B. Aspek Penilaian

1. Kelayakan Penyajian

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Teknik Penyajian	1. Sistematika penyajian					
	2. Keruntutan penyajian					
B. Pendukung Penyajian	3. Soal latihan					
	4. Kunci jawaban tes formatif					
	5. Glosarium					
	6. Daftar pustaka					
	7. Rangkuman					
C. Penyajian Pembelajaran	8. Keterlibatan siswa					
	9. Merangsang berpikir kritis, kreatif, dan inovatif					
	10. Memunculkan umpan balik untuk evaluasi diri					

2. Kelayakan Bahasa

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Sesuai dengan tingkat perkembangan siswa	11. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan berpikir siswa					
	12. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan emosional siswa					

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
B. Komunikatif dan Interaktif	13. Kemudahan penyajian materi untuk dipahami siswa					
	14. Kemampuan memotivasi siswa untuk mempelajari materi					
C. Kesesuaian dengan Kaidah Bahasa Indonesia	15. Ketepatan tata bahasa					
	16. Ketepatan ejaan					

3. Kelayakan Kegrafikaan

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Ukuran Modul	17. Kesesuaian ukuran modul dengan standar ISO					
B. Desain Kulit Modul	18. Penampilan unsur tata letak pada kulit muka dan belakang					
	Tipografi kulit modul					
	19. Ukuran huruf judul modul lebih dominan					
	20. Warna judul modul kontras dengan warna latar belakang					
	Ilustrasi Kulit Modul					
	21. Penggambaran isi/ materi ajar dan pengungkapan					

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
C. Desain Isi Modul	karakter objek					
	Tata Letak Isi					
	22. Keproporsionalan bidang cetak dan margin					
	23. Keproporsionalan margin dua halaman yang berdampingan					
	Tipologi Isi Modul					
	24. Penggunaan jenis huruf					
	25. Penggunaan variasi huruf (<i>bold, italic, all capital small capital</i>)					
	26. Penggunaan spasi antar baris susunan teks normal					
	27. Penggunaan spasi antar huruf normal					
	Ilustrasi Isi					
	28. Pengungkapan makna/ arti dari objek					
	29. Keserasian ilustrasi					

C. Komentar dan Saran Perbaikan

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

D. Kesimpulan

Modul pembelajaran ini dinyatakan *):

1. Layak diujicobakan di lapangan tanpa ada revisi.
2. Layak diujicobakan di lapangan dengan revisi.
3. Tidak layak diujicobakan di lapangan.

*) Lingkari salah satu

Yogyakarta, Februari 2014

Validator,

.....
NIP.

KISI-KISI TES HASIL BELAJAR (*POST TEST*)

Satuan Pendidikan : SMK Negeri 1 Tempel
 Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas / Semester : X / 2
 Tahun Pembelajaran : 2013 / 2014
 Standar Kompetensi : Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks

No	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator	Bentuk Soal	Nomor Soal	Skor
1.	Mendeskripsikan macam-macam matriks	Pengertian Matriks	Menyatakan suatu data ke dalam bentuk matriks Menentukan ordo suatu matriks	Uraian	1a 1b	5 5
		Macam-Macam Matriks	Mengidentifikasi macam-macam matriks.	Uraian	1c	5
		Kesamaan Matriks Transpose Matriks	Menyelesaikan permasalahan berkaitan dengan kesamaan matriks. Menentukan transpose suatu matriks.	Uraian	2	15
2.	Menyelesaikan operasi matriks	Penjumlahan dan Pengurangan Matriks	Menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks	Uraian	3a 3b	5 5
		Perkalian Matriks	Menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar Menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks	Uraian	4a 4b	10 10
3.	Menentukan determinan dan invers	Determinan Matriks	Menentukan determinan matriks berordo 2x2 dan 3x3.	Uraian	5a	10
		Invers Matriks	Menentukan invers matriks berordo 2x2 dan 3x3.	Uraian	5b	15
		Aplikasi Matriks dalam Penyelesaian SPL	Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) dengan menggunakan konsep matriks	Uraian	6a 6b	5 10
Total Skor				100		

Tes Hasil Belajar (*Post Test*)

Mata Pelajaran : Matematika

Materi : Matriks

Hari, tanggal :

Nama :

Kelas :

No :

Ttd :

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan jelas dan benar.

1. Berikut diberikan data peminjaman buku Atlas, kamus Bahasa Inggris, dan buku biografi tokoh di perpustakaan SMK Negeri 1 Tempel pada hari Senin, 7 April 2014.

	Kelas X	Kelas XI	Kelas XII
Atlas	4	0	3
Kamus Bahasa Inggris	4	2	6
Buku Biografi Tokoh	1	0	1

Skor 10

- Nyatakan data pada tabel di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Sebutkan ordo matriks tersebut.
- Berdasarkan ordonya, tentukan jenis matriks tersebut.

Penyelesaian :

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 3 & a & 5 \\ 1 & b & 1 \\ -2 & 0 & c \end{bmatrix}$. Jika $B = A^T$, tentukan nilai a, b , dan c yang memenuhi persamaan tersebut.

Skor 15

Penyelesaian :

3. Selesaikan operasi hitung matriks berikut.

a. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \dots$

Skor 10

b. $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix} = \dots$

Penyelesaian :

4. Tentukan nilai a, b, c , dan d pada persamaan berikut.

a. $5 \begin{bmatrix} a & b \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{bmatrix}$

Skor 20

b. $\begin{bmatrix} a & 2 \\ -b & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & d \\ -5 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

5. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

- a. Tentukan determinan matriks A dan matriks B.
b. Tentukan invers matriks A dan matriks B.

Skor 30

Penyelesaian :

6. Putri dan Putra pergi ke pasar membeli buah-buahan. Putri membeli 1 kg mangga dan 2 kg jeruk seharga Rp25.000,00 dan Putra membeli 1 kg mangga dan 3 kg jeruk seharga Rp35.000,00.

Skor 15

- a. Nyatakan permasalahan tersebut dalam bentuk perkalian matriks
- b. Tentukan harga 1 kg jeruk dan harga 1 kg mangga menggunakan determinan matriks atau invers matriks.

Penyelesaian :

RUBRIK PENILAIAN TES HASIL BELAJAR (*POST-TEST*)

No		Kunci Jawaban				Skor																	
1	a	<table><tr><td></td><td>Kelas X</td><td>Kelas XI</td><td>Kelas XII</td></tr><tr><td>Atlas</td><td>4</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>Kamus Bahasa Inggris</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>Buku Biografi Tokoh</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>					Kelas X	Kelas XI	Kelas XII	Atlas	4	0	3	Kamus Bahasa Inggris	4	2	6	Buku Biografi Tokoh	1	0	1		
			Kelas X	Kelas XI	Kelas XII																		
		Atlas	4	0	3																		
		Kamus Bahasa Inggris	4	2	6																		
	Buku Biografi Tokoh	1	0	1																			
	Data pada tabel dapat dinyatakan dalam bentuk matriks yaitu $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.				3																		
Misalkan matriks di atas diberi notasi A , maka $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				1																			
b	Matriks $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ terdiri dari 3 baris dn 3 kolom, maka ordo matriks tersebut adalah 3×3 .				3																		
	c	Berdasarkan ordonya yaitu 3×3 , matriks $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ disebut matriks persegi.				3																	
		Skor				10																	
		2	$A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$				4																
$B = A^T$																							
$\begin{bmatrix} 3 & a & 5 \\ 1 & b & 1 \\ -2 & 0 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$				2																			
$a = 2$				3																			
$b = 4$				3																			
$c = -4$				3																			
Skor					15																		
3	a	$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$																					
		$\begin{bmatrix} 2 + 5 & -3 + (-1) \\ 5 + 4 & 4 + 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$				1																	
		$\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 9 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$				1																	

No		Kunci Jawaban	Skor	
		$\begin{bmatrix} 7-1 & -4-(-1) \\ 9-(-1) & 4-2 \end{bmatrix}$	1	
		$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$	2	
	Skor		5	
	b	$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$		
		$\begin{bmatrix} 4-1 & 3-2 & 0-(-2) \\ -4-3 & 2-(-4) & 6-5 \end{bmatrix}$	3	
		$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -7 & 6 & 1 \end{bmatrix}$	2	
	Skor		5	
	4 a	$5 \begin{bmatrix} a & b \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{bmatrix}$		
		$\begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 10 & 20 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{bmatrix}$	1	
		$\begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 10 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 2c & 2d \end{bmatrix}$	1	
		$5a = 10$ $\leftrightarrow a = 2$	2	
		$5b = -10$ $\leftrightarrow b = -2$	2	
		$10 = 2c$ $\leftrightarrow c = 5$	2	
		$20 = 2d$ $\leftrightarrow d = 10$	2	
	Skor		10	
	b	$\begin{bmatrix} a & 2 \\ -b & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & d \\ -5 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$		
		$\begin{bmatrix} a-4 & 2+d \\ -b-5 & 3+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$	2	
		$\begin{bmatrix} a-4 & 2+d \\ -b-5 & 3+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2+(-1.3) & 2.1+(-1).(-1) \\ -3.2+0 & -3.1+0 \end{bmatrix}$	2	
		$\begin{bmatrix} a-4 & 2+d \\ -b-5 & 3+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$	2	
		$a-4 = 1$ $\leftrightarrow a = 5$	1	
		$-b-5 = -6$ $\leftrightarrow b = 1$	1	
		$3+c = -3$ $\leftrightarrow c = -6$	1	

No		Kunci Jawaban	Skor	
		$2 + d = 3$ $\leftrightarrow d = 1$	1	
		Skor	10	
5	a	$\det A = A = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$		
		$ A = 4.9 - 5.7 = 36 - 35 = 1$	3	
		$\det B = B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$		
		$ B = (1.3.3 + 2.4.1 + 3.1.4) - (3.3.1 + 1.4.4 + 2.1.3)$	3	
		$ B = (9 + 8 + 12) - (9 + 16 + 6)$	2	
		$ B = 29 - 31 = -2$	1	
		Skor	9	
	b	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}^{-1}$		
		$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$	4	
		Diketahui $B = \begin{bmatrix} -7 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \frac{1}{\det B} \text{Adj } B$		
		Minor matriks B adalah $\begin{bmatrix} -7 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	6	
		Matriks kofaktor B adalah $\begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	4	
		$\text{Adj } B = \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	3	
		$B^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	4	
		Skor	21	
6	a	Misalkan x menyatakan harga 1 kg mangga dan y menyatakan harga 1 kg jeruk.	2	

No	Kunci Jawaban	Skor	
	<p>Permasalahan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks yaitu</p> $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$	3	
	Skor	5	
b	Penyelesaian SPL dengan menggunakan Invers Matriks		
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$	2	
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{1.3-2.1} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$	3	
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 1. \begin{bmatrix} 3.25000 + (-2).35000 \\ -1.25000 + 1.35000 \end{bmatrix}$	3	
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.000 \\ 10.000 \end{bmatrix}$	1	
	Jadi, harga 1 kg mangga Rp5.000,00 dan harga 1 kg jeruk Rp10.000,00.	1	
	Atau dengan menggunakan determinan matriks		
	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$		
	$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1.3 - 2.1 = 1$	1	
	$D_x = \begin{vmatrix} 25000 & 2 \\ 35000 & 3 \end{vmatrix} = 25000.3 - 2.35000 = 75000 - 70000 = 5000$	2	
	$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 25000 \\ 1 & 35000 \end{vmatrix} = 35000 - 25000 = 10000$	2	
	$x = \frac{D_x}{D} = \frac{5000}{1} = 5000$	2	
	$y = \frac{D_y}{D} = \frac{10000}{1} = 10000$	2	
	Jadi, harga 1 kg mangga Rp5.000,00 dan harga 1 kg jeruk Rp10.000,00.	1	
	Skor	10	
Total Skor		100	

KISI-KISI
ANGKET RESPON SISWA

No.	Komponen	Nomor Butir	Jumlah
1.	Isi	3, 4, 5, 6, 7, 8	6
2.	Bahasa	11, 15, 16	3
3.	Penyajian	1, 2, 9, 10, 12, 13, 14	7
4.	Kegrafikaan	17, 18, 19, 20	4
Jumlah Butir			20

ANGKET RESPON SISWA

KELAS/ SEMESTER :

Mata Pelajaran : Matematika
Nama :
Hari, tanggal :

Dalam rangka pengembangan pembelajaran matematika di kelas, kami mohon tanggapan adik-adik terhadap proses pembelajaran menggunakan modul pada materi matriks yang telah dilakukan. Jawaban adik-adik akan kami rahasiakan. Oleh karena itu, jawablah sejujurnya karena hal ini tidak akan berpengaruh terhadap nilai matematika adik-adik.

Petunjuk :

1. Pada angket ini terdapat 20 pernyataan. Perhatikan baik-baik setiap pernyataan dalam kaitannya dengan modul yang baru saja kamu pelajari. Berilah jawaban yang benar-benar cocok dengan pilihanmu.
2. Berilah tanda (✓) pada kolom yang sesuai dengan pendapatmu untuk setiap pernyataan yang diberikan.

Keterangan pilihan jawaban

SS = Sangat setuju

S = Setuju

R = Ragu-ragu

TS = Tidak setuju

STS = Sangat tidak setuju

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
1.	Saya mengetahui materi apa saja yang akan saya pelajari dalam modul ini.					
2.	Saya mendapat informasi mengenai penggunaan modul ini dari bagian awal modul.					
3.	Uraian materi dalam modul membuat saya tertarik mempelajari materi matriks.					

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
4.	Uraian materi memuat masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.					
5.	Masalah yang disajikan dalam uraian materi pada modul sesuai dengan ciri khas budaya bangsa Indonesia.					
6.	Saya dapat menghubungkan uraian materi pada modul dengan hal-hal yang pernah saya lihat/ ketahui yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.					
7.	Saya lebih mudah mempelajari materi dalam modul ini karena ada keterkaitan antara satu materi dengan materi yang lain.					
8.	Dalam menggunakan modul, saya dapat berdiskusi dengan teman saya dengan baik.					
9.	Kegiatan diskusi dalam modul ini mendorong saya untuk menemukan konsep atau sifat-sifat yang berkaitan dengan materi matriks.					
10.	Kegiatan diskusi dalam modul ini membuat saya berpikir kritis.					
11.	Saya senang mempelajari materi matriks menggunakan modul ini.					
12.	Soal latihan membantu saya semakin memahami materi yang telah dipelajari.					
13.	Kunci jawaban tes formatif pada modul memudahkan saya untuk memberikan penilaian secara mandiri.					
14.	Modul ini memberi kemudahan bagi saya jika saya ingin belajar secara mandiri di rumah.					
15.	Kalimat yang digunakan dalam modul ini membuat saya termotivasi mempelajari materi matriks.					

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
16.	Saya mudah memahami bahasa yang digunakan dalam modul.					
17.	Saya mengetahui makna dari gambar yang terdapat pada sampul (cover) berkaitan dengan materi matriks.					
18.	Saya mudah membaca judul pada halaman sampul (<i>cover</i>) modul.					
19.	Tampilan modul menarik dan tidak membosankan.					
20.	Ilustrasi maupun gambar membuat saya lebih mudah memahami materi.					

Kesan dan saran :

.....

.....

.....

.....

.....

Sleman, April 2014

Siswa,

(.....)

LAMPIRAN C

C1. Pengisian Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi

C2. Pengisian Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media

C3. *Post-Test* Siswa

C4. Pengisian Angket Respon Siswa

C5. Pengisian Angket Validasi Instrumen

C6. Pengisian Angket Validasi Soal *Post-Test*

C7. Pengisian Lembar Observasi Pembelajaran

ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MATERI

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK kelas X
Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI Pada Siswa SMK Kelas X
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator : Musthofa, M. Sc.
Hari, tanggal :

A. Petunjuk Pengisian

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan modul yang sedang dikembangkan berdasarkan komponen yang telah terlampir.
2. Penilaian dilakukan dengan memberikan tanda check (√) pada kolom yang telah disediakan.

Keterangan:

skor 5 = sangat baik

skor 4 = baik

skor 3 = cukup

skor 2 = kurang

skor 1 = sangat kurang

3. Komentar dan saran perbaikan mohon diberikan secara singkat dan jelas pada point C.

B. Aspek Penilaian

1. Kelayakan Isi

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Kesesuaian Materi dengan SK dan KD	1. Kelengkapan materi		✓			
	2. Keluasan materi		✓			
	3. Kedalaman materi		✓			
B. Keakuratan Materi	4. Keakuratan konsep dan definisi		✓			
	5. Keakuratan prinsip		✓			
	6. Keakutan prosedur dan algoritma		✓			
	7. Keakuratan contoh		✓			
	8. Keakuratan soal		✓			
C. Kemutakhiran Materi	9. Materi sesuai dengan perkembangan ilmu		✓			
	10. Menggunakan contoh terkini (<i>up to date</i>)		✓			

2. Kesesuaian Modul dengan Pendekatan PMRI

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Karakteristik PMRI	11. Penggunaan konteks nyata (<i>real context</i>)		✓			
	12. Penggunaan model untuk mengonstruksi konsep		✓			
	13. Penggunaan kreasi dan kontribusi siswa			✓		
	14. Aktif dan interaktif dalam pembelajaran			✓		
	15. Keterkaitan antara aspek-aspek matematika		✓			
	16. Mencirikan khas dan budaya Indonesia			✓		
B. Keakuratan Materi	17. Prinsip Aktivitas		✓			
	18. Prinsip Realitas		✓			

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
	19. Prinsip Berjenjang		✓			
	20. Prinsip Jalinan		✓			
	21. Prinsip Interaksi		✓			
	22. Prinsip Bimbingan		✓			

C. Komentar dan Saran Perbaikan

* Perbaiki kesalahan ketik

* Perlu dipertankan kesesuaian ~~ajar~~ materi dengan konteks nyata dalam kehidupan, seperti dalam hal jual beli / materi

D. Kesimpulan

Modul pembelajaran ini dinyatakan *):

1. Layak diujicobakan di lapangan tanpa ada revisi.
2. Layak diujicobakan di lapangan dengan revisi.
3. Tidak layak diujicobakan di lapangan.

*) Lingkari salah satu

Yogyakarta, 19... Februari 2014

Validator,

Musthofa, M. Sc.

NIP. 19801107 200604 1 001

ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MATERI

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK kelas X
Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI Pada Siswa SMK Kelas X
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator : Nila Mareta M, M. Sc.
Hari, tanggal : Rabu, 5 Maret 2014

A. Petunjuk Pengisian

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan modul yang sedang dikembangkan berdasarkan komponen yang telah terlampir.
2. Penilaian dilakukan dengan memberikan tanda check (✓) pada kolom yang telah disediakan.

Keterangan:

skor 5 = sangat baik

skor 4 = baik

skor 3 = cukup

skor 2 = kurang

skor 1 = sangat kurang

3. Komentar dan saran perbaikan mohon diberikan secara singkat dan jelas pada point C.

B. Aspek Penilaian

1. Kelayakan Isi

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Kesesuaian Materi dengan SK dan KD	1. Kelengkapan materi	✓				
	2. Keluasan materi	✓				
	3. Kedalaman materi		✓			
B. Keakuratan Materi	4. Keakuratan konsep dan definisi		✓			
	5. Keakuratan prinsip		✓			
	6. Keakutan prosedur dan algoritma		✓			
	7. Keakuratan contoh			✓		
	8. Keakuratan soal			✓		
C. Kemutakhiran Materi	9. Materi sesuai dengan perkembangan ilmu		✓			
	10. Menggunakan contoh terkini (<i>up to date</i>)			✓		

2. Kesesuaian Modul dengan Pendekatan PMRI

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Karakteristik PMRI	11. Penggunaan konteks nyata (<i>real context</i>)	✓				
	12. Penggunaan model untuk mengonstruksi konsep		✓			
	13. Penggunaan kreasi dan kontribusi siswa		✓			
	14. Aktif dan interaktif dalam pembelajaran		✓			
	15. Keterkaitan antara aspek-aspek matematika			✓		
	16. Mencirikan khas dan budaya Indonesia		✓			
B. Prinsip PMRI	17. Prinsip Aktivitas		✓			
	18. Prinsip Realitas		✓			

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
	19. Prinsip Berjenjang		✓			
	20. Prinsip Jalinan		✓			
	21. Prinsip Interaksi		✓			
	22. Prinsip Bimbingan		✓			

C. Komentar dan Saran Perbaikan

Perlu dicari contoh yang menunjukkan bahwa perhitungan akan lebih mudah diselesaikan dengan menggunakan matriks

.....

.....

D. Kesimpulan

Modul pembelajaran ini dinyatakan *):

1. Layak diujicobakan di lapangan tanpa ada revisi.
- ② Layak diujicobakan di lapangan dengan revisi.
3. Tidak layak diujicobakan di lapangan.

*) Lingkari salah satu

Yogyakarta,⁵ Maret 2014

Validator,



Nila Mareta M, M. Sc.

NIP. 19870325 201212 2 002

ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MEDIA

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK kelas X
Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI Pada Siswa SMK Kelas X
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator : Endang Listyani, MS.
Hari, tanggal :

A. Petunjuk Pengisian

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan modul yang sedang dikembangkan berdasarkan komponen yang telah terlampir.
2. Penilaian dilakukan dengan memberikan tanda check (√) pada kolom yang telah disediakan.

Keterangan:

skor 5 = sangat baik

skor 4 = baik

skor 3 = cukup

skor 2 = kurang

skor 1 = sangat kurang

3. Komentar dan saran perbaikan mohon diberikan secara singkat dan jelas pada point C.

B. Aspek Penilaian

1. Kelayakan Penyajian

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Teknik Penyajian	1. Sistematika penyajian		✓		24	
	2. Keruntutan penyajian		✓			
B. Pendukung Penyajian	3. Soal latihan		✓			
	4. Kunci jawaban tes formatif		✓			
	5. Glosarium		✓			
	6. Daftar pustaka		✓			
	7. Rangkuman		✓			
C. Penyajian Pembelajaran	8. Keterlibatan siswa		✓			
	9. Merangsang berpikir kritis, kreatif, dan inovatif		✓			
	10. Memunculkan umpan balik untuk evaluasi diri		✓			

2. Kelayakan Bahasa

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Sesuai dengan tingkat perkembangan siswa	11. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan berpikir siswa		✓			
	12. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan emosional siswa		✓			

B. Komunikatif dan Interaktif	13. Kemudahan penyajian materi untuk dipahami siswa		✓			
	14. Kemampuan memotivasi siswa untuk mempelajari materi		✓			
C. Kesesuaian dengan Kaidah Bahasa Indonesia	15. Ketepatan tata bahasa	✓				
	16. Ketepatan ejaan	✓				

3. Kelayakan Kegrafikaan

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Ukuran Modul	17. Kesesuaian ukuran modul dengan standar ISO	✓				
B. Desain Kulit Modul	18. Penampilan unsur tata letak pada kulit muka dan belakang	✓				
	Tipografi kulit modul					
	19. Ukuran huruf judul modul lebih dominan	✓				
	20. Warna judul modul kontras dengan warna latar belakang	✓				
	Ilustrasi Kulit Modul					
	21. Penggambaran isi/ materi ajar dan pengungkapan karakter objek	✓				
C. Desain Isi	Tata Letak Isi					

D. Kesimpulan

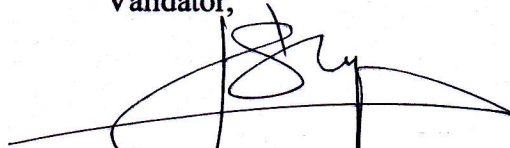
Modul pembelajaran ini dinyatakan *):

1. Layak diujicobakan di lapangan tanpa ada revisi.
2. Layak diujicobakan di lapangan dengan revisi.
3. Tidak layak diujicobakan di lapangan.

*) Lingkari salah satu

Yogyakarta, ²⁸..... Februari 2014

Validator,



Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001

ANGKET PENILAIAN
MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI
UNTUK SISWA SMK KELAS X

UNTUK AHLI MEDIA

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK kelas X
Judul Skripsi : Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI Pada Siswa SMK Kelas X
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator : Tutik Isyuwanti, S. Si.
Hari, tanggal :

A. Petunjuk Pengisian

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan modul yang sedang dikembangkan berdasarkan komponen yang telah terlampir.
2. Penilaian dilakukan dengan memberikan tanda check (✓) pada kolom yang telah disediakan.

Keterangan:

skor 5 = sangat baik

skor 4 = baik

skor 3 = cukup

skor 2 = kurang

skor 1 = sangat kurang

3. Komentar dan saran perbaikan mohon diberikan secara singkat dan jelas pada point C.

B. Aspek Penilaian

1. Kelayakan Penyajian

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Teknik Penyajian	1. Sistematika penyajian		✓			
	2. Keruntutan penyajian		✓			
B. Pendukung Penyajian	3. Soal latihan	✓				
	4. Kunci jawaban tes formatif	✓				
	5. Glosarium		✓			
	6. Daftar pustaka		✓			
	7. Rangkuman		✓			
C. Penyajian Pembelajaran	8. Keterlibatan siswa		✓			
	9. Merangsang berpikir kritis, kreatif, dan inovatif		✓			
	10. Memunculkan umpan balik untuk evaluasi diri		✓			

2. Kelayakan Bahasa

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Sesuai dengan tingkat perkembangan siswa	11. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan berpikir siswa		✓			
	12. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan emosional siswa		✓			

B. Komunikatif dan Interaktif	13. Kemudahan penyajian materi untuk dipahami siswa		✓			
	14. Kemampuan memotivasi siswa untuk mempelajari materi		✓			
C. Kesesuaian dengan Kaidah Bahasa Indonesia	15. Ketepatan tata bahasa		✓			
	16. Ketepatan ejaan		✓			

3. Kelayakan Kegrafikaan

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Skor				
		5	4	3	2	1
A. Ukuran Modul	17. Kesesuaian ukuran modul dengan standar ISO		✓			
B. Desain Kulit Modul	18. Penampilan unsur tata letak pada kulit muka dan belakang		✓			
	Tipografi kulit modul					
	19. Ukuran huruf judul modul lebih dominan		✓			
	20. Warna judul modul kontras dengan warna latar belakang		✓			
	Ilustrasi Kulit Modul					
	21. Penggambaran isi/ materi ajar dan pengungkapan karakter objek		✓			
C. Desain Isi	Tata Letak Isi					

Modul	22. Keproporsionalan bidang cetak dan margin			✓		
	23. Keproporsionalan margin dua halaman yang berdampingan		✓			
	Tipologi Isi Modul					
	24. Penggunaan jenis huruf	✓				
	25. Penggunaan variasi huruf (<i>bold, italic, all capital small capital</i>)	✓				
	26. Penggunaan spasi antar baris susunan teks normal	✓				
	27. Penggunaan spasi antar huruf normal	✓				
	Ilustrasi Isi					
	28. Pengungkapan makna/ arti dari objek		✓			
	29. Keserasian ilustrasi		✓			

C. Komentar dan Saran Perbaikan

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

D. Kesimpulan

Modul pembelajaran ini dinyatakan *):

1. Layak diujicobakan di lapangan tanpa ada revisi.
2. Layak diujicobakan di lapangan dengan revisi.
3. Tidak layak diujicobakan di lapangan.

*) Lingkari salah satu

Yogyakarta, 27.... Februari 2014

Validator,



Tutik Isyuwanti, S. Si

NIP. 19681229 200701 2 007

Tes Hasil Belajar (Post Test)

Mata Pelajaran : Matematika

Materi : Matriks

Hari, tanggal : Sabtu, 19 April 2014

Nama : Frida Nur Alviani

Kelas : X Ak 3

No : 12

Ttd : 

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan jelas dan benar.

1. Berikut diberikan data peminjaman buku Atlas, kamus Bahasa Inggris, dan buku biografi tokoh di perpustakaan SMK Negeri 1 Tempel pada hari Senin, 7 April 2014.

	Kelas X	Kelas XI	Kelas XII
Atlas	4	0	3
Kamus Bahasa Inggris	4	2	6
Buku Biografi Tokoh	1	0	1

Skor 10

- Nyatakan data pada tabel di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Sebutkan ordo matriks tersebut.
- Berdasarkan ordonya, tentukan jenis matriks tersebut.

Penyelesaian :

a. $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c. A adalah matriks persegi karena ordonya sama.

b. A berordo 3×3

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 3 & a & 5 \\ 1 & b & 1 \\ -2 & 0 & c \end{bmatrix}$. Jika $B = A^T$, tentukan nilai a, b , dan c yang memenuhi persamaan tersebut.

Skor 15

Penyelesaian :

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & a & 5 \\ 1 & b & 1 \\ -2 & 0 & c \end{bmatrix}$$

Jadi nilai dari $a = 2$

$b = 4$

$c = -4$

3. Selesaikan operasi hitung matriks berikut.

a. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \dots$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix} = \dots$

Skor 10

Penyelesaian :

$$a. \begin{bmatrix} 2+5 & -3+(-1) \\ 5+4 & 4+0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-1 & -3+1 \\ 9+1 & 4-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 10 & 2 \end{bmatrix} \quad 9$$

$$b. \begin{bmatrix} 4-1 & 3-2 & 0+2 \\ -4-3 & 2+4 & 6-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -7 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad 5$$

4. Tentukan nilai a, b, c , dan d pada persamaan berikut.

$$a. 5 \begin{bmatrix} a & b \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$b. \begin{bmatrix} a & 2 \\ -b & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & d \\ -5 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Skor 20

20

Penyelesaian :

$$a. \begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 5 \cdot 2 & 5 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 & 2 \cdot (-5) \\ 2c & 2d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 10 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 2c & 2d \end{bmatrix}$$

Jadi, $5a = 10 \quad 2c = 10$
 $a = 2 \quad c = 5$
 $5b = -10 \quad 2d = 20$
 $b = -2 \quad d = 10$ 10

$$b. \begin{bmatrix} a-4 & 2+d \\ -b+5 & 3+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+(-3) & 2+1 \\ -6+0 & -3+0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a-4 & 2+d \\ -b+5 & 3+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

Jadi, $a-4 = 1 \quad -b+5 = -6 \quad 2+d = 3$
 $a = 1+4 \quad -b = -6+5 \quad d = 3-2$
 $a = 5 \quad b = 1 \quad d = 1$

$3+c = -3$
 $c = -3-3$
 $c = -6$

5. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

a. Tentukan determinan matriks A dan matriks B.

b. Tentukan invers matriks A dan matriks B.

Skor 30

30

Penyelesaian :

$$a. |A| = 36 - 35 = 1$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (9 + 8 + 12) - (9 + 16 + 6)$$

$$= 29 - 31 = -2$$

$$b. A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \quad 9$$

$M_{11} = -7 \quad M_{12} = -1 \quad M_{13} = 1$
 $M_{21} = -6 \quad M_{22} = 0 \quad M_{23} = 2$
 $M_{31} = -1 \quad M_{32} = 1 \quad M_{33} = 1$

Adj

Jadi $B^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

6. Putri dan Putra pergi ke pasar membeli buah-buahan. Putri membeli 1 kg mangga dan 2 kg jeruk seharga Rp25.000,00 dan Putra membeli 1 kg mangga dan 3 kg jeruk seharga Rp35.000,00.

Skor 15

- a. Nyatakan permasalahan tersebut dalam bentuk perkalian matriks
b. Tentukan harga 1 kg jeruk dan harga 1 kg mangga menggunakan determinan matriks atau invers matriks.

Penyelesaian :

a. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$ 3

$$A^{-1} = \frac{1}{3-2} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75.000 + (-70.000) \\ (-25.000) + 35.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5000 \\ 10.000 \end{bmatrix}$$

b. Harga Satuan

$$x = 5000$$

$$y = 10.000$$

Jadi, harga 1 kg mangga adalah Rp. 5000
dan harga 1 kg jeruk adalah Rp. 10.000

W

Tes Hasil Belajar (Post Test)

Mata Pelajaran : Matematika

Materi : Matriks

Hari, tanggal : Sabtu, 19 April 2019

Nama : Septi Lestari

Kelas : X AK-3

No : 24

Ttd : *Septi*

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan jelas dan benar.

1. Berikut diberikan data peminjaman buku Atlas, kamus Bahasa Inggris, dan buku biografi tokoh di perpustakaan SMK Negeri 1 Tempel pada hari Senin, 7 April 2014.

	Kelas X	Kelas XI	Kelas XII
Atlas	4	0	3
Kamus Bahasa Inggris	4	2	6
Buku Biografi Tokoh	1	0	1

Skor 10

- Nyatakan data pada tabel di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Sebutkan ordo matriks tersebut.
- Berdasarkan ordonya, tentukan jenis matriks tersebut.

Penyelesaian:

a) $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c) Matriks Persegi

b) $A_{3 \times 3}$

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 3 & a & 5 \\ 1 & b & 1 \\ -2 & 0 & c \end{bmatrix}$. Jika $B = A^T$, tentukan nilai a, b , dan c yang memenuhi persamaan tersebut.

Skor 15

Penyelesaian:

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix} = B = \begin{bmatrix} 3 & a & 5 \\ 1 & b & 1 \\ -2 & 0 & c \end{bmatrix}$$

a) $2 = a$

c) $-4 = c$

b) $4 = b$

3. Selesaikan operasi hitung matriks berikut.

a. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \dots$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix} = \dots$

Skor 10

Penyelesaian :

$$a. \begin{bmatrix} 2+5 & -3+(-1) \\ 5+9 & 4+0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-1 & -4-(-1) \\ 9-(-1) & 4-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 10 & 2 \end{bmatrix} \quad 5$$

$$b. \begin{bmatrix} 4-1 & 3-2 & 0-(-2) \\ -4-3 & 2-(-4) & 6-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -7 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad 5$$

4. Tentukan nilai a, b, c , dan d pada persamaan berikut.

$$a. \begin{bmatrix} a & b \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$b. \begin{bmatrix} a & 2 \\ -b & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & d \\ -5 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2.2 + -1.3 & 2.1 + -1.(-1) \\ -3.2 + 0.3 & -3.1 + 0.(-1) \end{bmatrix}$$

Skor 20

20

Penyelesaian :

$$a. \begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 10 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 2c & 2d \end{bmatrix}$$

$$* 5a = 10 \\ a = 2$$

$$* 10 = 2c \\ 5 = c$$

$$* 5b = -10 \\ b = -2$$

$$* 20 = 2d \\ 10 = d$$

10

$$b. \begin{bmatrix} a+(-4) & 2+d \\ -b+(-5) & 3+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$* a+(-4) = 1 \\ a = 5$$

$$* 2+d = 3 \\ d = 1$$

10

$$* -b+(-5) = -6 \\ -b = -1 \\ b = 1$$

$$* 3+c = -3 \\ c = -6$$

5. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

a. Tentukan determinan matriks A dan matriks B.

Skor 30

b. Tentukan invers matriks A dan matriks B.

27

Penyelesaian :

$$a) \text{det} A = 4.9 - 7.5 \\ = 36 - 35 \\ = 1$$

$$\text{det. B} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 1(3 \cdot 3 - 4 \cdot 4) - 2(3 \cdot 1 - 4 \cdot 1) + 3(1 \cdot 1 - 3 \cdot 1) \\ = 1(9 - 16) - 2(3 - 4) + 3(1 - 3) \\ = 1(-7) - 2(-1) + 3(-2) \\ = -7 + 2 - 6 \\ = -11$$

$$\text{det} B = (1.3.3 + 2.4.1 + 3.1.4) - (3.3.1 + 1.4.4 + 2.1.3) \\ = (9 + 8 + 12) - (9 + 16 + 6) \\ = 29 - 31 \\ = -2$$

$$b) A^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \quad 4$$

$$B^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7/2 & -3 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & -1/2 \end{bmatrix}$$

2

⑤

Minor B = 0

$$(M_{11}) = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = 9 - 16 = -7$$

$$(M_{12}) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = 3 - 4 = -1$$

$$(M_{13}) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = 4 - 3 = 1$$

$$(M_{21}) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = 6 - 12 = -6$$

$$(M_{22}) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 3 - 3 = 0$$

$$(M_{23}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = 4 - 2 = 2$$

$$(M_{31}) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = 8 - 9 = -1$$

$$(M_{32}) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = 4 - 3 = 1$$

$$(M_{33}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = 3 - 2 = 1$$

$$\text{Minor B} = \begin{bmatrix} -7 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

*

$$\text{Kofaktor B} = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

4

$$\text{Adjoin B} = \begin{bmatrix} -7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2

6

6. Putri dan Putra pergi ke pasar membeli buah-buahan. Putri membeli 1 kg mangga dan 2 kg jeruk seharga Rp25.000,00 dan Putra membeli 1 kg mangga dan 3 kg jeruk seharga Rp35.000,00.

Skor 15

- a. Nyatakan permasalahan tersebut dalam bentuk perkalian matriks
b. Tentukan harga 1 kg jeruk dan harga 1 kg mangga menggunakan determinan matriks atau invers matriks.

Penyelesaian :

a) $A \quad X \quad B$
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$

\therefore harga 1 kg mangga = Rp 5.000
harga 1 kg jeruk = Rp 10.000

b) $AX = B$
 $X = A^{-1} \cdot B$
 $X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 25.000 \\ 35.000 \end{bmatrix}$

$$X = \begin{bmatrix} 75.000 + -70.000 \\ -25.000 + 35.000 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 5.000 \\ 10.000 \end{bmatrix}$$

ANGKET RESPON SISWA

KELAS/ SEMESTER :

Mata Pelajaran : Matematika
Nama : SULASTINAH / 28
Hari, tanggal : SABTU, 19-04-2014

Dalam rangka pengembangan pembelajaran matematika di kelas, kami mohon tanggapan adik-adik terhadap proses pembelajaran menggunakan modul pada materi matriks yang telah dilakukan. Jawaban adik-adik akan kami rahasiakan. Oleh karena itu, jawablah sejujurnya karena hal ini tidak akan berpengaruh terhadap nilai matematika adik-adik.

Petunjuk :

1. Pada angket ini terdapat 20 pernyataan. Perhatikan baik-baik setiap pernyataan dalam kaitannya dengan modul yang baru saja kamu pelajari. Berilah jawaban yang benar-benar cocok dengan pilihanmu.
2. Berilah tanda (✓) pada kolom yang sesuai dengan pendapatmu untuk setiap pernyataan yang diberikan.

Keterangan pilihan jawaban

SS = Sangat setuju

S = Setuju

R = Ragu-ragu

TS = Tidak setuju

STS = Sangat tidak setuju

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
1.	Saya mengetahui materi apa saja yang akan saya pelajari dalam modul ini.	✓				
2.	Saya mendapat informasi mengenai penggunaan modul ini dari bagian awal modul.	✓				
3.	Uraian materi dalam modul membuat saya tertarik mempelajari materi matriks.		✓			

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
4.	Uraian materi memuat masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.	✓				
5.	Masalah yang disajikan dalam uraian materi pada modul sesuai dengan ciri khas budaya bangsa Indonesia.	✓				
6.	Saya dapat menghubungkan uraian materi pada modul dengan hal-hal yang pernah saya lihat/ ketahui yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.	✓				
7.	Saya lebih mudah mempelajari materi dalam modul ini karena ada keterkaitan antara satu materi dengan materi yang lain.	✓				
8.	Dalam menggunakan modul, saya dapat berdiskusi dengan teman saya dengan baik.	✓				
9.	Kegiatan diskusi dalam modul ini mendorong saya untuk menemukan konsep atau sifat-sifat yang berkaitan dengan materi matriks.		✓			
10.	Kegiatan diskusi dalam modul ini membuat saya berpikir kritis.	✓				
11.	Saya senang mempelajari materi matriks menggunakan modul ini.	✓				
12.	Soal latihan membantu saya semakin memahami materi yang telah dipelajari.	✓				
13.	Kunci jawaban tes formatif pada modul memudahkan saya untuk memberikan penilaian secara mandiri.		✓			
14.	Modul ini memberi kemudahan bagi saya jika saya ingin belajar secara mandiri di rumah.	✓				
15.	Kalimat yang digunakan dalam modul ini membuat saya termotivasi mempelajari materi matriks.	✓				

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
16.	Saya mudah memahami bahasa yang digunakan dalam modul.	✓				
17.	Saya mengetahui makna dari gambar yang terdapat pada sampul (cover) berkaitan dengan materi matriks.	✓				
18.	Saya mudah membaca judul pada halaman sampul (cover) modul.	✓				
19.	Tampilan modul menarik dan tidak membosankan.		✓			
20.	Ilustrasi maupun gambar membuat saya lebih mudah memahami materi.		✓			

Kesan dan saran :

~~Sebagai mahasiswa~~

.....
 MODUL INI MEMPERMUDAH DALAM MEMPELAJARNYA, ISINYA
 LENGKAP DAN JELAS. DESAIN HALAMAN - HALAMAN
 DALAM MODUL INI JUGA MENARIK SEHINGGA MENAMBAH
 RASA KETERTARIKAN UNTUK MEMPELAJARNYA.

Sleman, 19 April 2014

Siswa,



(.....SULASTINAH.....)

ANGKET RESPON SISWA

KELAS/ SEMESTER :

Mata Pelajaran : Matematika
Nama : Anis Mag Firda / 2
Hari, tanggal : Sabtu, 19 April 2014

Dalam rangka pengembangan pembelajaran matematika di kelas, kami mohon tanggapan adik-adik terhadap proses pembelajaran menggunakan modul pada materi matriks yang telah dilakukan. Jawaban adik-adik akan kami rahasiakan. Oleh karena itu, jawablah sejujurnya karena hal ini tidak akan berpengaruh terhadap nilai matematika adik-adik.

Petunjuk :

1. Pada angket ini terdapat 20 pernyataan. Perhatikan baik-baik setiap pernyataan dalam kaitannya dengan modul yang baru saja kamu pelajari. Berilah jawaban yang benar-benar cocok dengan pilihanmu.
2. Berilah tanda (✓) pada kolom yang sesuai dengan pendapatmu untuk setiap pernyataan yang diberikan.

Keterangan pilihan jawaban

SS = Sangat setuju

S = Setuju

R = Ragu-ragu

TS = Tidak setuju

STS = Sangat tidak setuju

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
1.	Saya mengetahui materi apa saja yang akan saya pelajari dalam modul ini.		✓			
2.	Saya mendapat informasi mengenai penggunaan modul ini dari bagian awal modul.		✓			
3.	Uraian materi dalam modul membuat saya tertarik mempelajari materi matriks.	✓				

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
4.	Uraian materi memuat masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.	✓				
5.	Masalah yang disajikan dalam uraian materi pada modul sesuai dengan ciri khas budaya bangsa Indonesia.		✓			
6.	Saya dapat menghubungkan uraian materi pada modul dengan hal-hal yang pernah saya lihat/ ketahui yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.	✓				
7.	Saya lebih mudah mempelajari materi dalam modul ini karena ada keterkaitan antara satu materi dengan materi yang lain.	✓				
8.	Dalam menggunakan modul, saya dapat berdiskusi dengan teman saya dengan baik.	✓				
9.	Kegiatan diskusi dalam modul ini mendorong saya untuk menemukan konsep atau sifat-sifat yang berkaitan dengan materi matriks.		✓			
10.	Kegiatan diskusi dalam modul ini membuat saya berpikir kritis.		✓			
11.	Saya senang mempelajari materi matriks menggunakan modul ini.	✓				
12.	Soal latihan membantu saya semakin memahami materi yang telah dipelajari.	✓				
13.	Kunci jawaban tes formatif pada modul memudahkan saya untuk memberikan penilaian secara mandiri.	✓				
14.	Modul ini memberi kemudahan bagi saya jika saya ingin belajar secara mandiri di rumah.	✓				
15.	Kalimat yang digunakan dalam modul ini membuat saya termotivasi mempelajari materi matriks.	✓				

No	Pernyataan	Pilihan jawaban				
		SS	S	R	TS	STS
16.	Saya mudah memahami bahasa yang digunakan dalam modul.		✓			
17.	Saya mengetahui makna dari gambar yang terdapat pada sampul (cover) berkaitan dengan materi matriks.	✓				
18.	Saya mudah membaca judul pada halaman sampul (cover) modul.	✓				
19.	Tampilan modul menarik dan tidak membosankan.	✓				
20.	Ilustrasi maupun gambar membuat saya lebih mudah memahami materi.		✓			

Kesan dan saran :

Menurut saya buku ini layak dijadikan sebagai materi Pembelajaran karena ~~ada~~ lengkap dengan soal-soal latihan dan kunci jawaban dan membuat siswa lebih mandiri dalam belajar

.....

.....

Sleman, 19 April 2014

Siswa,



(Anis Magfirah.....)

Lembar Validasi Instrumen Penilaian
“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI
untuk Siswa Kelas X SMK” oleh Ahli Materi

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK Kelas X
Judul Bahan Ajar : Modul Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI
untuk Siswa SMK.
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator : Dra. Endang Listyani, MS.
Hari, Tanggal Penilaian :

PETUNJUK:

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan instrumen penilaian yang akan digunakan untuk menilai Lembar Kegiatan Siswa yang sedang dikembangkan.
2. Penilaian dilakukan dengan cara memberikan tanda centang (✓) pada salah satu keterangan yang disediakan.
Tanda centang (✓) diberikan pada kolom valid jika pernyataan pada kolom aspek dan butir penilaian tersebut valid, sebaliknya tanda centang (✓) diberikan pada kolom tidak valid jika pernyataan pada kolom aspek dan butir penilaian tersebut tidak valid.
3. Catatan perbaikan mohon diberikan pada kolom catatan.
4. Komentar dan/atau saran mohon diberikan pada bagian komentar dan saran perbaikan.

I. Kelayakan Isi

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
A. Kesesuaian Materi dengan SK dan KD	1. Kelengkapan materi	✓		
	2. Keluasan materi	✓		
	3. Kedalaman materi	✓		
B. Keakuratan Materi	4. Keakuratan konsep dan definisi	✓		
	5. Keakuratan prinsip	✓		
	6. Keakutan prosedur dan algoritma	✓		
	7. Keakuratan contoh	✓		
	8. Keakuratan soal	✓		
C. Kemutakhiran Materi	9. Materi sesuai dengan perkembangan ilmu	✓		
	10. Menggunakan contoh terkini (<i>up to date</i>)	✓		

II. Kesesuaian Modul dengan Pendekatan PMRI

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
A. Karakteristik PMRI	11. Penggunaan konteks nyata (<i>real context</i>)	✓		
	12. Penggunaan model untuk mengonstruksi konsep	✓		
	13. Penggunaan kreasi	✓		

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
	dan kontribusi siswa	✓		
	14. Aktif dan interaktif	✓		
	15. Keterkaitan antara aspek-aspek matematika	✓		
	16. Mencirikan khas dan budaya Indonesia	✓		
B. Prinsip PMRI	17. Prinsip Aktivitas	✓		
	18. Prinsip Realitas	✓		
	19. Prinsip Berjenjang	✓		
	20. Prinsip Jalinan	✓		
	21. Prinsip Interaksi	✓		
	22. Prinsip Bimbingan	✓		

A. Komentar dan Saran Perbaikan

Komentar :

.....

.....

.....

.....

Saran :

.....

.....

.....

.....

B. Simpulan

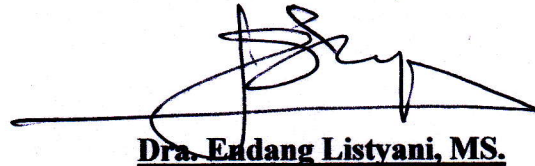
Instrumen ini dinyatakan :

a	Tidak layak
b	Layak digunakan dengan revisi
c	Layak digunakan tanpa revisi

(Mohon melingkari salah satu huruf sesuai simpulan Bapak/Ibu)

Yogyakarta, 4 Februari 2014

Validator instrumen,



Dra. Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001

Lembar Validasi Instrumen Penilaian
“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI
untuk Siswa Kelas X SMK” oleh Ahli Media

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK Kelas X
Judul Bahan Ajar : Modul Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI
untuk Siswa SMK.
Penyusun : Finka Fitri Astika
Validator : Dra. Endang Listyani, MS.
Hari, Tanggal Penilaian :

PETUNJUK:

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan instrumen penilaian yang akan digunakan untuk menilai Lembar Kegiatan Siswa yang sedang dikembangkan.
2. Penilaian dilakukan dengan cara memberikan tanda centang (\checkmark) pada salah satu keterangan yang disediakan.
Tanda centang (\checkmark) diberikan pada kolom valid jika pernyataan pada kolom aspek dan butir penilaian tersebut valid, sebaliknya tanda centang (\checkmark) diberikan pada kolom tidak valid jika pernyataan pada kolom aspek dan butir penilaian tersebut tidak valid.
3. Catatan perbaikan mohon diberikan pada kolom catatan.
4. Komentar dan/atau saran mohon diberikan pada bagian komentar dan saran perbaikan.

I. Kelayakan Penyajian

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
A. Teknik Penyajian	1. Sistematika penyajian	✓		
	2. Keruntutan penyajian	✓		
B. Pendukung Penyajian	3. Soal latihan	✓		
	4. Kunci jawaban soal latihan	✓		
	5. Glosarium	✓		
	6. Daftar pustaka	✓		
	7. Rangkuman	✓		
C. Penyajian Pembelajaran	8. Keterlibatan siswa	✓		
	9. Merangsang berpikir kritis, kreatif, dan inovatif	✓		
	10. Memunculkan umpan balik untuk evaluasi diri	✓		

II. Kelayakan Bahasa

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
A. Sesuai dengan Tingkat Perkembangan Siswa	11. Kesesuaian bahasa dengan tingkat perkembangan berpikir siswa	✓		
	12. Kesesuaian bahasa dengan tingkat	✓		

	perkembangan emosional siswa			
B. Komunikatif dan Interaktif	13. Materi yang disajikan mudah dipahami siswa	✓		
	14. Kemampuan memotivasi siswa untuk mempelajari materi	✓		
C. Kesesuaian dengan Kaidah Bahasa Indonesia	15. Ketepatan tata bahasa	✓		
	16. Ketepatan ejaan	✓		

III. Kelayakan Kegrafikaan

Indikator Penilaian	Butir Penilaian	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
A. Ukuran Modul	17. Kesesuaian ukuran modul dengan standar ISO	✓		
B. Desain Kulit Modul	18. Penampilan unsur tata letak pada kulit muka dan belakang	✓		
	Tipografi Kulit Modul			
	19. Ukuran huruf judul modul lebih dominan	✓		
	20. Warna judul modul kontras dengan warna latar belakang	✓		
	Ilustrasi Kulit Modul			
	21. Menggambarkan isi/ materi ajar dan	✓		

	mengungkapkan karakter objek			
C. Desain Isi Modul	Tata Letak Isi			
	22. Bidang cetak dan margin proporsional	✓		
	23. Margin dua halaman yang berdampingan proporsional	✓		
	Tipologi Isi Modul			
	24. Tidak menggunakan terlalu banyak jenis huruf	✓		
	25. Penggunaan variasi huruf (<i>bold, italic, all capital small capital</i>)	✓		
	26. Spasi antar baris susunan teks normal	✓		
	27. Spasi antar huruf normal	✓		
	Ilustrasi Isi			
	28. Mampu mengungkap makna/ arti dari objek.	✓		
	29. Keseluruhan ilustrasi serasi	✓		

A. Komentar dan Saran Perbaikan

Komentar :

Beberapa butir perlu diperbaiki agar sesuai dg pilihan jawaban.

Saran :

.....

.....

.....

.....

B. Simpulan

Instrumen ini dinyatakan :

a	Tidak layak
<u>b</u>	Layak digunakan dengan revisi
c	Layak digunakan tanpa revisi

(Mohon melingkari salah satu huruf sesuai simpulan Bapak/Ibu)

Yogyakarta, 4 Februari 2014

Validator instrumen,



Dra. Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001

**Lembar Penilaian Instrumen Respon Siswa “Pengembangan Modul Pada Materi
Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa SMK Kelas X”**

Mata Pelajaran : Matematika

Sasaran : Siswa Kelas X SMK Jurusan Akuntansi

Judul Bahan Ajar : Modul Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI
untuk Siswa SMK

Penyusun : Finka Fitri Astika

Validator : Dra. Endang Listyani, MS.

Hari, tanggal :

No	Pernyataan	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
1.	Setelah membaca bagian awal modul, saya tertarik untuk mengetahui keseluruhan isi modul.	✓		
2.	Uraian materi dalam modul membuat saya tertarik mempelajari materi matriks.	✓		
3.	Uraian materi, contoh, dan soal latihan dalam modul ini memuat masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.	✓		
4.	Masalah yang disajikan dalam modul sesuai dengan ciri khas budaya bangsa Indonesia.	✓		
5.	Saya dapat menghubungkan isi modul dengan hal-hal lain yang pernah saya lihat/ ketahui yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.	✓		
6.	Kegiatan siswa dalam modul ini mendorong saya untuk menemukan suatu konsep dalam materi matriks.	✓		

7.	Kegiatan siswa yang disajikan dalam modul ini membuat saya mampu mengembangkan ide yang saya miliki.	✓		
8.	Saya menggunakan pengalaman yang saya peroleh untuk mengerjakan untuk mengerjakan soal-soal pada modul.	✓		perbaiki.
9.	Saya lebih mudah mempelajari materi matriks dalam modul ini dengan berdiskusi bersama teman yang lain.		✓	Helangkan saja.
10.	Saya lebih mudah memahami materi dalam modul ini karena ada korelasi antara satu materi dengan materi yang lain.	✓		
11.	Saya senang mempelajari materi matriks menggunakan modul ini.	✓		
12.	Kalimat-kalimat yang digunakan dalam modul ini membuat saya termotivasi untuk mempelajari materi matriks.	✓		
13.	Permasalahan dalam modul ini membuat saya berpikir kritis.	✓		
14.	Saya mudah memahami kalimat-kalimat yang digunakan dalam modul ini.	✓		
15.	Susunan kalimat dan pilihan kata yang digunakan dalam modul ini membuat saya mudah dalam memahami materi matriks.	✓		
16.	Istilah-istilah yang terdapat dalam modul ini mudah saya pahami.	✓		
17.	Uraian materi yang ada dalam modul ini membuat saya mudah mempelajari materi matriks.	✓		
18.	Saya mendapat informasi mengenai penggunaan modul ini dari bagian awal	✓		

	modul.			
19.	Saya senang jika disajikan masalah yang perlu didiskusikan dengan teman.	✓		perbaikan
20.	Saya mudah membaca judul pada halaman sampul (<i>cover</i>) modul.	✓		
21.	Saya mengetahui makna dari gambar yang terdapat pada halaman sampul (<i>cover</i>) berkaitan dengan materi matriks.	✓		
22.	Ilustrasi maupun gambar membuat saya lebih mudah memahami materi.	✓		
23.	Soal latihan dalam modul ini terlalu sulit.	✓		
24.	Isi modul sangat bermanfaat bagi saya.	✓		

A. Komentar dan Saran Perbaikan

Komentar :

Sebenarnya materi perlu perbaikan

Saran :

B. Simpulan

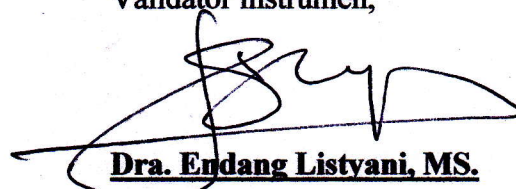
Instrumen ini dinyatakan :

a	Tidak layak
<input checked="" type="radio"/> b	Layak digunakan dengan revisi
c	Layak digunakan tanpa revisi

(Mohon melingkari salah satu huruf sesuai simpulan Bapak/Ibu)

Yogyakarta, 4 Februari 2014

Validator instrumen,



Dra. Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001

Lembar Validasi Instrumen Soal *Post-Test*

Mata Pelajaran : Matematika
Sasaran : Siswa SMK Kelas X
Judul Bahan Ajar : Modul Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI
untuk Siswa SMK.
Penyusun : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Validator : Endang Listyani, MS.
Hari, Tanggal Penilaian :

PETUNJUK:

1. Lembar validasi ini dimaksudkan untuk mendapatkan informasi terkait dengan kevalidan instrumen berupa soal *post-test* yang akan digunakan dalam penelitian.
2. Penilaian dilakukan dengan cara memberikan tanda centang (✓) pada salah satu keterangan yang disediakan.
Tanda centang (✓) diberikan pada kolom valid jika soal *post-test* dinyatakan valid dan tanda centang (✓) diberikan pada kolom tidak valid jika soal *post-test* dinyatakan tidak valid.
3. Catatan perbaikan mohon diberikan pada kolom catatan.
4. Komentar dan saran mohon diberikan pada bagian komentar dan saran perbaikan.

Bentuk Soal	Nomor Butir	Keterangan		Catatan
		Valid	Tidak Valid	
Uraian	1a	✓		Urutan desenaikan indikator
	1b	✓		
Uraian	2a	✓		
	2b	✓		
Uraian	3a	✓		
	3b	✓		
Uraian	4a	✓		
	4b	✓		
	4c	✓		
	4d	✓		
	4e	✓		
Uraian	5a	✓		
	5b	✓		

A. Komentar dan Saran Perbaikan

Komentar :

.....

Saran :

.....
 Sebaiknya urutan soal desenaikan dg
 urutan indikator

B. Simpulan

Instrumen penelitian berupa tes hasil belajar (*post-test*) ini dinyatakan :

a	Tidak layak
b	Layak digunakan dengan revisi
c	Layak digunakan tanpa revisi

(Mohon melingkari salah satu huruf sesuai simpulan Bapak/Ibu)

Yogyakarta, 28 Februari 2014

Validator instrumen,



Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001

LEMBAR OBSERVASI KEGIATAN PEMBELAJARAN
DENGAN MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI

Nama observer	: Tuhk Isyuanthi
Asal instansi	: SMK N 1 Tempel
Hari, tanggal	: Rabu, 12 Maret 2014
Kelas/ jam ke	: X Ak 3 / 3-4
Materi pokok	: Matriks

Petunjuk

1. Lembar observasi ini digunakan oleh observer pada saat pembelajaran berlangsung.
2. Cara pengisian lembar observasi ini adalah dengan memberikan tanda (✓) pada salah satu kolom "Ya" atau "Tidak" yang tersedia. Deskripsikan hasil pembelajaran yang Anda amati selama proses pembelajaran berlangsung pada kolom keterangan.

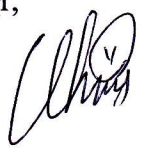
No	Pernyataan	Ya	Tidak	Keterangan
A. Kegiatan Pendahuluan				
1.	Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai.	✓		
2.	Siswa diberi motivasi oleh guru.	✓		
3.	Siswa diberi apersepsi oleh guru terkait kompetensi yang akan dicapai.	✓		
B. Kegiatan Pembelajaran				
<i>Eksplorasi</i>				
4.	Siswa diberi kesempatan membaca dan memahami uraian materi dalam modul.	✓		
<i>Elaborasi</i>				
5.	Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan pada modul.	✓		

37

6.	Siswa bertukar pendapat dengan siswa lain dalam menyelesaikan permasalahan dalam modul.	✓		
7.	Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila menemui kesulitan.	✓		
8.	Beberapa siswa diminta menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas.	✓		
<i>Konfirmasi</i>				
9.	Siswa bersama dengan guru membahas hasil pekerjaan siswa.	✓		
10.	Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas.	✓		
C. Kegiatan Penutup				
11.	Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan materi yang dipelajari.	✓		
12.	Siswa diberi pekerjaan rumah (PR).	✓		
13.	Siswa diberi informasi oleh guru tentang rencana pembelajaran yang akan datang.	✓		

Sleman, 12 Maret2014

Observer,


(Tukki Isyurwanti.....)

LEMBAR OBSERVASI KEGIATAN PEMBELAJARAN

DENGAN MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS

DENGAN PENDEKATAN PMRI

Nama observer	: ERNI KURNIANINGSIH
Asal instansi	: UNY
Hari, tanggal	: RABU, 26 MARET 2014
Kelas/ jam ke	: X AK 3
Materi pokok	: MATRIKS

Petunjuk

1. Lembar observasi ini digunakan oleh observer pada saat pembelajaran berlangsung.
2. Cara pengisian lembar observasi ini adalah dengan memberikan tanda (√) pada salah satu kolom “Ya” atau “Tidak” yang tersedia. Deskripsikan hasil pembelajaran yang Anda amati selama proses pembelajaran berlangsung pada kolom keterangan.

No	Pernyataan	Ya	Tidak	Keterangan
A. Kegiatan Pendahuluan				
1.	Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai.	√		
2.	Siswa diberi motivasi oleh guru.		√	
3.	Siswa diberi apersepsi oleh guru terkait kompetensi yang akan dicapai.	√		
B. Kegiatan Pembelajaran				
<i>Eksplorasi</i>				
4.	Siswa diberi kesempatan membaca dan memahami uraian materi dalam modul.	√		
<i>Elaborasi</i>				
5.	Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan pada modul.	√		

6.	Siswa bertukar pendapat dengan siswa lain dalam menyelesaikan permasalahan dalam modul.	✓		
7.	Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila menemui kesulitan.	✓		
8.	Beberapa siswa diminta menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas.	✓		
<i>Konfirmasi</i>				
9.	Siswa bersama dengan guru membahas hasil pekerjaan siswa.	✓		
10.	Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas.	✓		
C. Kegiatan Penutup				
11.	Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan materi yang dipelajari.	✓		
12.	Siswa diberi pekerjaan rumah (PR).	✓		
13.	Siswa diberi informasi oleh guru tentang rencana pembelajaran yang akan datang.	✓		

Sleman, 20 MARET.....2014

Observer,

ERNI KURNIANINGSIH

(ERNI KURNIANINGSIH)

LEMBAR OBSERVASI KEGIATAN PEMBELAJARAN
DENGAN MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS
DENGAN PENDEKATAN PMRI

Nama observer	: Nurikka Meilana Sari
Asal instansi	: UNY
Hari, tanggal	: Sabtu, 29 Maret 2014
Kelas/ jam ke	: X AK3/ 5,6
Materi pokok	: Perkuliahan Matriks

Petunjuk

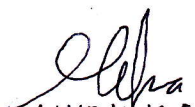
1. Lembar observasi ini digunakan oleh observer pada saat pembelajaran berlangsung.
2. Cara pengisian lembar observasi ini adalah dengan memberikan tanda (√) pada salah satu kolom “Ya” atau “Tidak” yang tersedia. Deskripsikan hasil pembelajaran yang Anda amati selama proses pembelajaran berlangsung pada kolom keterangan.

No	Pernyataan	Ya	Tidak	Keterangan
A. Kegiatan Pendahuluan				
1.	Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai.	√		
2.	Siswa diberi motivasi oleh guru.		√	
3.	Siswa diberi apersepsi oleh guru terkait kompetensi yang akan dicapai.	√		
B. Kegiatan Pembelajaran				
<i>Eksplorasi</i>				
4.	Siswa diberi kesempatan membaca dan memahami uraian materi dalam modul.	√		
<i>Elaborasi</i>				
5.	Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan pada modul.	√		

6.	Siswa bertukar pendapat dengan siswa lain dalam menyelesaikan permasalahan dalam modul.	✓		
7.	Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila menemui kesulitan.	✓		
8.	Beberapa siswa diminta menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas.	✓		
<i>Konfirmasi</i>				
9.	Siswa bersama dengan guru membahas hasil pekerjaan siswa.	✓		
10.	Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas.	✓		
C. Kegiatan Penutup				
11.	Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan materi yang dipelajari.	✓		
12.	Siswa diberi pekerjaan rumah (PR).	✓		
13.	Siswa diberi informasi oleh guru tentang rencana pembelajaran yang akan datang.	✓		

Sleman, 29 Maret2014

Observer,


(.....NURIKKA MS.....)

LEMBAR OBSERVASI KEGIATAN PEMBELAJARAN

DENGAN MODUL MATEMATIKA PADA MATERI MATRIKS

DENGAN PENDEKATAN PMRI

Nama observer	: Nurikka Meilana Sari
Asal instansi	: UNY
Hari, tanggal	: Sabtu, 5 April 2014
Kelas/ jam ke	: \bar{X} A4 3 / 5, 6
Materi pokok	: Determinan & Invers Matriks

Petunjuk

1. Lembar observasi ini digunakan oleh observer pada saat pembelajaran berlangsung.
2. Cara pengisian lembar observasi ini adalah dengan memberikan tanda (\checkmark) pada salah satu kolom "Ya" atau "Tidak" yang tersedia. Deskripsikan hasil pembelajaran yang Anda amati selama proses pembelajaran berlangsung pada kolom keterangan.

No	Pernyataan	Ya	Tidak	Keterangan
A. Kegiatan Pendahuluan				
1.	Siswa diberi informasi oleh guru mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai.	\checkmark		
2.	Siswa diberi motivasi oleh guru.	\checkmark	\times	
3.	Siswa diberi apersepsi oleh guru terkait kompetensi yang akan dicapai.	\checkmark		
B. Kegiatan Pembelajaran				
<i>Eksplorasi</i>				
4.	Siswa diberi kesempatan membaca dan memahami uraian materi dalam modul.	\checkmark		
<i>Elaborasi</i>				
5.	Siswa dengan teliti mengerjakan soal latihan pada modul.	\checkmark		

6.	Siswa bertukar pendapat dengan siswa lain dalam menyelesaikan permasalahan dalam modul.	✓		
7.	Siswa diberi bimbingan oleh guru apabila menemui kesulitan.	✓		
8.	Beberapa siswa diminta menyampaikan hasil pekerjaannya di depan kelas.		✓	
<i>Konfirmasi</i>				
9.	Siswa bersama dengan guru membahas hasil pekerjaan siswa.	✓		
10.	Siswa diberi kesempatan untuk mengajukan pertanyaan apabila ada materi yang belum jelas.	✓		
C. Kegiatan Penutup				
11.	Siswa dibimbing guru untuk menyimpulkan materi yang dipelajari.	✓		
12.	Siswa diberi pekerjaan rumah (PR).	✓		
13.	Siswa diberi informasi oleh guru tentang rencana pembelajaran yang akan datang.	✓		

Sleman, 5 April2014

Observer,



(.....NURIKKA MEILANA SARI.....)

LAMPIRAN D

D1. Penyebaran Angket Penilaian Modul untuk Ahli Materi

D2. Penyebaran Angket Penilaian Modul untuk Ahli Media

D3. Penyebaran *Post-Test* Siswa

D4. Penyebaran Angket Respon Siswa

SKORING ANGKET PENILAIAN MODUL UNTUK AHLI MATERI

Aspek Penilaian	Penilai	1	2	Jumlah	Rata-rata skor	Kategori
	No. butir					
Kesesuaian Materi dengan SK dan KD	1	4	5	9	4,5	Sangat Valid
	2	4	5	9	4,5	Sangat Valid
	3	4	4	8	4	Valid
Keakuratan Materi	4	4	4	8	4	Valid
	5	4	4	8	4	Valid
	6	4	4	8	4	Valid
	7	4	3	7	3,5	Valid
	8	4	3	7	3,5	Valid
Kemutakhiran Materi	9	4	4	8	4	Valid
	10	4	3	7	3,5	Valid
Karakteristik PMRI	11	4	5	9	4,5	Sangat Valid
	12	4	4	8	4	Valid
	13	3	4	7	3,5	Valid
	14	3	4	7	3,5	Valid
	15	4	3	7	3,5	Valid

	16	3	4	7	3,5	Valid
Prinsip PMRI	17	4	4	8	4	Valid
	18	4	4	8	4	Valid
	19	4	4	8	4	Valid
	20	4	4	8	4	Valid
	21	4	4	8	4	Valid
	22	4	4	8	4	Valid
Jumlah		85	87	172	86	
Rata-rata skor		3,86	3,95	7,82	3,91	Valid
Kategori		Valid	Valid		Valid	

SKORING ANGKET PENILAIAN MODUL UNTUK AHLI MEDIA

Aspek Penilaian	Penilai	1	2	Jumlah	Rata-rata skor	Kategori
	No. butir					
Teknik Penyajian	1	4	4	8	4	Valid
	2	4	4	8	4	Valid
Kelengkapan Penyajian	3	4	5	9	4,5	Sangat Valid
	4	4	5	9	4,5	Sangat Valid
	5	4	4	8	4	Valid
	6	4	4	8	4	Valid
	7	4	4	8	4	Valid
Penyajian Pembelajaran	8	4	4	8	4	Valid
	9	4	4	8	4	Valid
	10	4	4	8	4	Valid
Kesesuaian dengan Perkembangan Siswa	11	4	4	8	4	Valid
	12	4	4	8	4	Valid
Komunikatif	13	4	4	8	4	Valid
	14	4	4	8	4	Valid
Keruntutan dan Keterpaduan Alur	15	5	4	9	4,5	Sangat Valid

	16	5	4	9	4,5	Sangat Valid
Ukuran Modul	17	5	4	9	4,5	Sangat Valid
Desain Kulit Modul (Cover)	18	5	4	9	4,5	Sangat Valid
	19	5	4	9	4,5	Sangat Valid
	20	5	4	9	4,5	Sangat Valid
	21	5	4	9	4,5	Sangat Valid
Desain Isi Modul	22	5	3	8	4	Valid
	23	5	4	9	4,5	Sangat Valid
	24	5	5	10	5	Sangat Valid
	25	5	5	10	5	Sangat Valid
	26	5	5	10	5	Sangat Valid
	27	5	5	10	5	Sangat Valid
	28	5	4	9	4,5	Sangat Valid
	29	5	4	9	4,5	Sangat Valid
Jumlah		131	121	252	126	
Rata-rata skor		4,52	4,17	8,69	4,34	Sangat Valid
Kategori		Sangat Valid	Valid		Sangat Valid	

Penyekoran Tes Hasil Belajar (*Post-Test*)

No. Absen	Skor yang diperoleh						Nilai	Keterangan
	1	2	3	4	5	6		
	Pengertian Matriks	Kesamaan Transpose	Penjumlahan Pengurangan	Perkalian Matriks	Determinan, Invers	Aplikasi Matriks		
1	10	12	10	12	11	0	55	Belum Tuntas
2	10	12	10	19	8	7	66	Belum Tuntas
3	10	11	10	12	22	2	67	Belum Tuntas
4	10	11	9	19	22	4	75	Tuntas
5	10	15	10	20	27	3	85	Tuntas
6	10	15	10	18	23	6	82	Tuntas
7	10	15	10	20	23	13	91	Tuntas
8	10	15	10	9	6	4	54	Belum Tuntas
9	10	15	10	16	26	3	80	Tuntas
10	10	15	10	20	14	6	75	Tuntas
11	10	15	10	13	23	4	75	Tuntas
12	10	15	9	20	30	13	97	Tuntas
13	10	15	9	18	9	5	66	Belum Tuntas
14	10	15	10	17	13	10	75	Tuntas
15	10	10	10	10	28	2	70	Belum Tuntas
16	10	15	10	20	26	4	85	Tuntas
17	10	15	10	19	17	4	75	Tuntas
18	10	15	10	13	23	7	78	Tuntas
19	10	15	10	20	19	1	75	Tuntas
20	10	15	10	15	24	6	80	Tuntas
21	10	15	9	19	22	5	80	Tuntas
22	10	15	10	18	20	6	79	Tuntas
23	10	15	10	17	10	5	67	Belum Tuntas
24	10	15	10	20	27	13	95	Tuntas
25	10	15	10	20	30	6	91	Tuntas

26	10	15	10	12	13	8	68	Belum Tuntas
27	10	15	10	20	23	6	84	Tuntas
28	10	15	10	18	27	6	86	Tuntas
29	10	15	10	12	18	3	68	Belum Tuntas
30	-	-	-	-	-	-	-	-
31	10	15	10	20	30	6	91	Tuntas
32	10	15	10	20	30	6	91	Tuntas
Rata-Rata								77,61
Nilai Terendah								54
Nilai Tertinggi								97
Ketuntasan Belajar Klasikal								71 %

PENYEKORAN ANGKET RESPON SISWA

No. Resp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	J
1	4	4	5	5	4	3	4	4	4	4	4	5	5	5	4	4	5	5	4	5	87
2	4	4	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	93
3	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	4	4	5	4	5	4	5	88
4	5	3	5	4	3	4	5	4	4	4	4	5	3	4	4	4	3	5	5	4	82
5	5	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5	4	4	5	89
6	5	4	4	5	4	4	5	5	4	5	5	5	5	5	4	4	5	5	4	5	92
7	3	4	4	5	4	5	4	5	3	5	4	5	5	5	4	4	4	4	4	5	86
8	4	4	3	2	3	3	3	3	4	3	4	4	5	3	3	5	4	5	4	5	74
9	4	4	4	3	3	3	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	5	5	4	4	81
10	4	3	4	5	3	4	5	3	5	4	5	5	5	4	3	4	5	5	4	4	84
11	4	5	3	4	2	3	5	4	5	3	5	4	4	5	4	2	4	3	2	3	74
12	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	5	4	4	4	81
13	4	5	4	4	3	4	3	4	3	4	4	4	5	5	4	4	4	5	4	4	81
14	4	5	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	5	79
15	4	5	5	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	4	5	4	5	93
16	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	5	5	4	5	4	5	5	4	4	4	87

No. Resp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	J
17	4	5	3	3	3	4	5	4	4	3	5	5	5	5	3	4	3	5	3	3	79
18	4	4	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	91
19	5	3	4	5	3	4	4	4	4	3	4	4	5	3	4	4	3	5	4	4	79
20	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	4	4	5	4	5	4	4	85
21	5	5	4	4	4	4	5	4	4	3	5	5	5	5	4	5	5	4	4	4	88
22	5	4	4	5	4	4	4	5	4	5	4	5	5	5	5	5	4	4	4	4	89
23	4	5	4	4	3	4	3	4	3	4	4	4	5	5	4	4	4	5	4	4	81
24	4	4	4	4	3	4	3	4	5	3	4	4	3	4	3	5	4	5	4	4	78
25	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	4	96
26	4	5	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	4	3	5	77
27	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	5	4	4	83
28	5	5	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5	4	4	95
29	4	5	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	74
30	4	4	5	4	4	4	5	5	5	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	90
31	4	4	3	4	3	3	3	4	3	3	5	4	5	5	5	5	4	5	4	5	81
Jumlah	131	133	129	129	112	124	133	132	127	121	138	141	140	141	125	134	132	143	121	131	2617
Rata-Rata	4,23	4,29	4,16	4,16	3,61	4,00	4,29	4,26	4,10	3,90	4,45	4,55	4,52	4,55	4,03	4,32	4,26	4,61	3,90	4,23	4,22
Kategori	SB	SB	B	B	B	B	SB	SB	B	B	SB	SB	SB	SB	B	SB	SB	SB	B	SB	SB

Ket : B = Baik

SB = Sangat Baik

LAMPIRAN E

- E1. Surat Permohonan Validasi Instrumen**
- E2. Surat Permohonan Validasi Modul**
- E3. Surat Keterangan Validasi Instrumen**
- E4. Surat Keterangan Validasi Modul**
- E5. Surat Izin Penelitian dari FMIPA UNY**
- E6. Surat Izin Penelitian dari BAPPEDA Sleman**
- E7. Surat Keterangan Penelitian dari SMK Negeri 1 Tempel**
- E8. SK Pembimbing**



SURAT PERMOHONAN VALIDASI

Lamp. : 1 bendel instrumen dan 1 bendel validasi instrumen

Hal : Permohonan validasi instrumen

Kepada Yth.

Dra. Endang Listyani, MS.

di Yogyakarta

Dengan hormat,

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika
Fakultas : MIPA Universitas Negeri Yogyakarta

memohon kesediaan Ibu untuk melakukan validasi instrumen yang akan saya gunakan untuk penelitian skripsi yang berjudul **“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”** yang sudah dikoreksi dan disetujui oleh dosen pembimbing.

Demikian surat permohonan ini saya sampaikan. Atas perhatian dan kesediaan Ibu, saya ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, Januari 2014

Mengetahui

Dosen Pembimbing

Dra. Atmini Dhoruri, MS.

NIP. 19600710 198601 2 001

Peneliti

Finka Fitri Astika

NIM. 10301241018



SURAT PERMOHONAN VALIDASI

Lamp. : 1 bendel instrument
 1 perangkat modul
Hal : Permohonan validasi modul

Kepada Yth.

Ibu Endang Listyani, MS.
di Yogyakarta

Dengan hormat,

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika
Fakultas : MIPA Universitas Negeri Yogyakarta

memohon kesediaan Ibu untuk melakukan validasi pada modul yang akan saya gunakan untuk penelitian skripsi yang berjudul **“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”** yang sudah dikoreksi dan disetujui oleh dosen pembimbing.

Demikian surat permohonan ini saya sampaikan. Atas perhatian dan kesediaan Ibu, saya ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, Februari 2014

Mengetahui

Dosen Pembimbing

Dra. Atmini Dhoruri, MS.

NIP. 19600710 198601 2 001

Peneliti

Finka Fitri Astika

NIM. 10301241018



SURAT PERMOHONAN VALIDASI

Lamp. : 1 bendel instrument

1 perangkat modul

Hal : Permohonan validasi modul

Kepada Yth.

Musthofa, M. Sc.

di Yogyakarta

Dengan hormat,

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Finka Fitri Astika

NIM : 10301241018

Prodi : Pendidikan Matematika

Fakultas : MIPA Universitas Negeri Yogyakarta

memohon kesediaan Ibu untuk melakukan validasi pada modul yang akan saya gunakan untuk penelitian skripsi yang berjudul **“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”** yang sudah dikoreksi dan disetujui oleh dosen pembimbing.

Demikian surat permohonan ini saya sampaikan. Atas perhatian dan kesediaan Ibu, saya ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, Februari 2014

Mengetahui

Dosen Pembimbing

Dra. Atmini Dhoruri, MS.

NIP. 19600710 198601 2 001

Peneliti

Finka Fitri Astika

NIM. 10301241018



SURAT PERMOHONAN VALIDASI

Lamp. : 1 bendel instrument

1 perangkat modul

Hal : Permohonan validasi modul

Kepada Yth.

Ibu Nila Mareta M, M. Sc.

di Yogyakarta

Dengan hormat,

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Finka Fitri Astika

NIM : 10301241018

Prodi : Pendidikan Matematika

Fakultas : MIPA Universitas Negeri Yogyakarta

memohon kesediaan Ibu untuk melakukan validasi pada modul yang akan saya gunakan untuk penelitian skripsi yang berjudul **“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”** yang sudah dikoreksi dan disetujui oleh dosen pembimbing.

Demikian surat permohonan ini saya sampaikan. Atas perhatian dan kesediaan Ibu, saya ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, Februari 2014

Mengetahui

Dosen Pembimbing

Dra. Atmini Dhoruri, MS.

NIP. 19600710 198601 2 001

Peneliti

Finka Fitri Astika

NIM. 10301241018



SURAT PERMOHONAN VALIDASI

Lamp. : 1 bendel instrument

1 perangkat modul

Hal : Permohonan validasi modul

Kepada Yth.

Tutik Isyuwanti, S.Si.

di Yogyakarta

Dengan hormat,

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Finka Fitri Astika

NIM : 10301241018

Prodi : Pendidikan Matematika

Fakultas : MIPA Universitas Negeri Yogyakarta

memohon kesediaan Ibu untuk melakukan validasi pada modul yang akan saya gunakan untuk penelitian skripsi yang berjudul **“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK”** yang sudah dikoreksi dan disetujui oleh dosen pembimbing.

Demikian surat permohonan ini saya sampaikan. Atas perhatian dan kesediaan Ibu, saya ucapkan terima kasih.

Yogyakarta, Februari 2014

Mengetahui

Dosen Pembimbing

Dra. Atmini Dhoruri, MS.

NIP. 19600710 198601 2 001

Peneliti

Finka Fitri Astika

NIM. 10301241018



SURAT KETERANGAN VALIDASI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dra. Endang Listyani, MS.
NIP : 19591115 198601 2 001
Instansi : FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

telah membaca instrumen dari peneliti dengan judul skripsi:

“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK” oleh peneliti:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Setelah memperhatikan instrumen, maka instrumen telah layak digunakan untuk penelitian dengan beberapa masukan seperti yang tercantum dalam lampiran.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk digunakan semestinya.

Yogyakarta, 4 Februari 2014

Validator Instrumen

Dra. Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001



SURAT KETERANGAN VALIDASI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Endang Listyani, MS.
NIP : 19591115 198601 2 001
Instansi : FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

telah membaca instrumen dan modul dari peneliti dengan judul skripsi:

“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK” oleh peneliti:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Setelah memperhatikan instrumen dan modul, maka modul telah layak digunakan untuk penelitian dengan beberapa masukan seperti yang tercantum dalam lampiran.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk digunakan semestinya.

Yogyakarta, 18 Februari 2014

Validator Modul

Endang Listyani, MS.

NIP. 19591115 198601 2 001



SURAT KETERANGAN VALIDASI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Musthofa, M. Sc.
NIP : 19801107 200604 1 001
Instansi : FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

telah membaca instrumen dan modul dari peneliti dengan judul skripsi:

“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK” oleh peneliti:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Setelah memperhatikan instrument dan modul, maka modul telah layak digunakan untuk penelitian dengan beberapa masukan seperti yang tercantum dalam lampiran.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk digunakan semestinya.

Yogyakarta, 09 Februari 2014

Validator Modul

Musthofa, M.Sc.

NIP. 19801107 200604 1 001



SURAT KETERANGAN VALIDASI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nila Mareta M, M. Sc.
NIP : 19870325 201212 2 002
Instansi : FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta

telah membaca instrumen dan modul dari peneliti dengan judul skripsi:

“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK” oleh peneliti:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Setelah memperhatikan instrument dan modul, maka instrumen telah layak digunakan untuk penelitian dengan beberapa masukan seperti yang tercantum dalam lampiran.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk digunakan semestinya.

Yogyakarta, 5 Maret 2014

Validator Modul

Nila Mareta M, M. Sc.

NIP. 19870325 201212 2 002



SURAT KETERANGAN VALIDASI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Tutik Isyuwanti, S. Si.
NIP : 19681229 200701 2 007
Instansi : SMK Negeri 1 Tempel

telah membaca instrumen dan modul dari peneliti dengan judul skripsi:

“Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK” oleh peneliti:

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika

Setelah memperhatikan instrument dan modul, maka modul telah layak digunakan untuk penelitian dengan beberapa masukan seperti yang tercantum dalam lampiran.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk digunakan semestinya.

Yogyakarta, 27 Februari 2014

Validator Modul

Tutik Isyuwanti, S. Si

NIP. 19681229 200701 2 007



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Karangmalang Yogyakarta 55281, Telp 586168, Pesawat 217, 218, 219

Nomor : 4647/UN.34.13/PG/2013
Lamp :
Hal : Permohonan ijin penelitian

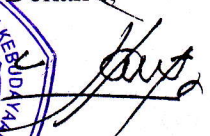
Kepada Yth. Kepala SMK Negeri 1 Tempel
di Sleman

Dengan hormat,
Mohon dapat diijinkan bagi mahasiswa kami :

Nama : Finka Fitri Astika
NIM : 10301241018
Prodi : Pendidikan Matematika
Fakultas : MIPA Universitas Negeri Yogyakarta

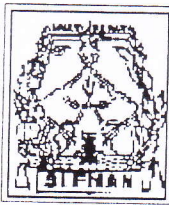
Untuk melakukan kegiatan penelitian di SMK Negeri 1 Tempel guna memperoleh data yang diperlukan sehubungan dengan penyusunan Tugas Akhir Skripsi dengan judul 'PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK'.

Atas perhatian dan kerjasamanya diucapkan terima kasih.

Yogyakarta, 11 Desember 2013
Wakil Dekan I,

R. SUYANTA
NIP. 19660508 199203 1 002

Tembusan Yth.:

1. Ketua Jurusan Pendidikan Matematika
2. Peneliti ybs.
3. Arsip.



PEMERINTAH KABUPATEN SLEMAN
BADAN PERENCANAAN PEMBANGUNAN DAERAH

Jalan Parasamya Nomor 1 Beran, Tridadi, Sleman, Yogyakarta 55511
Telepon (0274) 868800, Faksimilie (0274) 868800
Website: slemankab.go.id, E-mail : bappeda@slemankab.go.id

SURAT IZIN

Nomor : 070 / Bappeda / 3603 / 2013

**TENTANG
PENELITIAN**

KEPALA BADAN PERENCANAAN PEMBANGUNAN DAERAH

Dasar : Peraturan Bupati Sleman Nomor : 45 Tahun 2013 Tentang Izin Penelitian, Izin Kuliah Kerja Nyata,
Dan Izin Praktik Kerja Lapangan.
Menunjuk : Surat dari Kepala Kantor Kesatuan Bangsa Kab. Sleman
Nomor : 070/Kesbang/203/2013
Hal : Rekomendasi Penelitian

Tanggal : 13 Desember 2013

MENGIZINKAN :

Kepada :
Nama : FINKA FITRI ASTIKA
No.Mhs/NIM/NIP/NIK : 10301241018
Program/Tingkat : S1
Instansi/Perguruan Tinggi : Universitas Negeri Yogyakarta
Alamat instansi/Perguruan Tinggi : Kampus Karangmalang Yogyakarta
Alamat Rumah : Tegalsari RT 05 RW 14 Lumbungrejo Tempel Sleman
No. Telp / HP : 087811195255
Untuk : Mengadakan Penelitian / Pra Survey / Uji Validitas / PKL dengan judul
**PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN
PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK**
Lokasi : SMK N 1 Tempel
Waktu : Selama 3 bulan mulai tanggal: 16 Desember 2013 s/d 16 Maret 2014

Dengan ketentuan sebagai berikut :

1. Wajib melapor diri kepada Pejabat Pemerintah setempat (Camat/ Kepala Desa) atau Kepala Instansi untuk mendapat petunjuk seperlunya.
2. Wajib menjaga tata tertib dan mentaati ketentuan-ketentuan setempat yang berlaku.
3. Izin tidak disalahgunakan untuk kepentingan-kepentingan di luar yang direkomendasikan.
4. Wajib menyampaikan laporan hasil penelitian berupa 1 (satu) CD format PDF kepada Bupati diserahkan melalui Kepala Badan Perencanaan Pembangunan Daerah.
5. Izin ini dapat dibatalkan sewaktu-waktu apabila tidak dipenuhi ketentuan-ketentuan di atas.

Demikian ijin ini dikeluarkan untuk digunakan sebagaimana mestinya, diharapkan pejabat pemerintah/non pemerintah setempat memberikan bantuan seperlunya.

Setelah selesai pelaksanaan penelitian Saudara wajib menyampaikan laporan kepada kami 1 (satu) bulan setelah berakhirnya penelitian.

Tembusan :

1. Bupati Sleman (sebagai laporan)
2. Kepala Dinas Dikpora Kab. Sleman
3. Kabid. Sosial Budaya Bappeda Kab. Sleman
4. Camat Tempel
5. Ka. SMK Negeri 1 Tempel
6. Dekan F.MIPA-UNY
7. Yang Bersangkutan

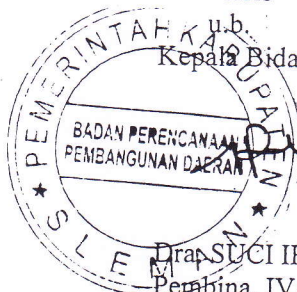
Dikeluarkan di Sleman

Pada Tanggal : 16 Desember 2013

a.n. Kepala Badan Perencanaan Pembangunan Daerah

Sekretaris

Kepala Bidang Pengendalian dan Evaluasi



Dra. SUCI IRIANI SINURAYA, M.Si, MM
Pembina, IV/a

NIP 19630112 198903 2 003



PEMERINTAH KABUPATEN SLEMAN
BADAN PERENCANAAN PEMBANGUNAN DAERAH

Jalan Parasamya Nomor 1 Beran, Tridadi, Sleman, Yogyakarta 55511
Telepon (0274) 868800, Faksimilie (0274) 868800
Website: slemankab.go.id, E-mail : bappeda@slemankab.go.id

SURAT IZIN

Nomor : 070 / Bappeda / 1105 / 2014

**TENTANG
PENELITIAN**

KEPALA BADAN PERENCANAAN PEMBANGUNAN DAERAH

Dasar : Peraturan Bupati Sleman Nomor : 45 Tahun 2013 Tentang Izin Penelitian, Izin Kuliah Kerja Nyata,
Dan Izin Praktik Kerja Lapangan.
Menunjuk : Surat dari Kepala Kantor Kesatuan Bangsa Kab. Sleman
Nomor : 4679/UN.34.13/PG/201
Hal : Perpanjangan Izin Penelitian

Tanggal : 24 Maret 2014

MENGIZINKAN :

Kepada :
Nama : FINKA FITRI ASTIKA
No.Mhs/NIM/NIP/NIK : 10301241018
Program/Tingkat : S1
Instansi/Perguruan Tinggi : Universitas Negeri Yogyakarta
Alamat instansi/Perguruan Tinggi : Jl. Karangmalang Yogyakarta
Alamat Rumah : Tegalsari Rt 05 Rw 14 Lumbungrejo Tempel Sleman
No. Telp / HP : 087811195255
Untuk : Mengadakan Penelitian / Pra Survey / Uji Validitas / PKL dengan judul
**PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN
PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK**
Lokasi : SMK Negeri 1 Tempel
Waktu : Selama 3 bulan mulai tanggal: 24 Maret 2014 s/d 24 Juni 2014

Dengan ketentuan sebagai berikut :

1. Wajib melapor diri kepada Pejabat Pemerintah setempat (Camat/ Kepala Desa) atau Kepala Instansi untuk mendapat petunjuk seperlunya.
2. Wajib menjaga tata tertib dan mentaati ketentuan-ketentuan setempat yang berlaku.
3. Izin tidak disalahgunakan untuk kepentingan-kepentingan di luar yang direkomendasikan.
4. Wajib menyampaikan laporan hasil penelitian berupa 1 (satu) CD format PDF kepada Bupati diserahkan melalui Kepala Badan Perencanaan Pembangunan Daerah.
5. Izin ini dapat dibatalkan sewaktu-waktu apabila tidak dipenuhi ketentuan-ketentuan di atas.

Demikian ijin ini dikeluarkan untuk digunakan sebagaimana mestinya, diharapkan pejabat pemerintah/non pemerintah setempat memberikan bantuan seperlunya.

Setelah selesai pelaksanaan penelitian Saudara wajib menyampaikan laporan kepada kami 1 (satu) bulan setelah berakhirnya penelitian.

Tembusan :

1. Bupati Sleman (sebagai laporan)
2. Kepala Dinas Dikpora Kab. Sleman
3. Kabid. Sosial Budaya Bappeda Kab. Sleman
4. Camat Tempel
5. Ka. SMK Negeri 1 Tempel
6. Dekan FMIPA - UNY
7. Yang Bersangkutan

Dikeluarkan di Sleman

Pada Tanggal : 24 Maret 2014

a.n. Kepala Badan Perencanaan Pembangunan Daerah

Sekretaris

u.b.

Kepala Bidang Pengendalian dan Evaluasi



[Handwritten signature]

SUCIRIANI SINURAYA, M.Si, MM

Pembina, IVa
NIP 19630112 198903 2 003



PEMERINTAH KABUPATEN SLEMAN
DINAS PENDIDIKAN, PEMUDA, DAN OLAAHRAHA
SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN NEGERI 1 TEMPEL
BIDANG STUDI KEAHLIAN BISNIS DAN MANAJEMEN
Jalan Magelang Km 17 Tempel Sleman, Yogyakarta 55552
☎ (0274) 869-068 e-mail:smkn1tempel@ymail.com



SURAT KETERANGAN MELAKSANAKAN PENELITIAN

Nomor : 421.4/242

Yang bertanda tangan di bawah ini Kepala SMK Negeri 1 Tempel Kabupaten Sleman menerangkan bahwa :

Nama : **FINKA FITRI ASTIKA**
NIM : 10301241018
Program/Tingkat : S1
Universitas : UNY

Benar-benar telah melaksanakan penelitian/mencari data dalam rangka menyusun Skripsi yang berjudul ***"Pengembangan Modul Pada Materi Matriks dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa Kelas X SMK "*** pada Tanggal 12 Maret 2014 s.d. 19 April 2014

Surat Keterangan ini dibuat dengan sesungguhnya, dan dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.



Tempel, 19 April 2014
Kepala Sekolah,

[Signature]
Dra. Nuning Sulastri
NIP 19610828 198803 2 010



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Karangmalang Yogyakarta 55281, Telp 586168, Pesawat 217, 218, 219

SURAT KEPUTUSAN PENUNJUKAN DOSEN PEMBIMBING SKRIPSI (TAS)
Nomor : 562/BIMB-TAS/2013

DEKAN FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

MENGINGAT

- : 1. Keputusan Menteri P dan K No. 0115 Tahun 1968
2. Peraturan Institut Nomor 01 Tahun 1969
3. Keputusan Rektor IKIP No. 204 Tahun 1996, tanggal 03-07-1996
4. Keputusan Rektor UNY Nomor 303 Tahun 2000, tanggal 01-09-2000
5. Keputusan Rektor UNY Nomor 363 Tahun 2000, tanggal 23-09-2000

MEMUTUSKAN :

MENETAPKAN

Pertama : Mengangkat dan Menetapkan Dosen Pembimbing Skripsi (TAS) sebagai berikut :

No.	Nama	NIP	Jabatan	Gol	Keterangan
1.	Dra. Atmini Dhoruri, MS.	196007101986012001	Lektor Kepala	IVb	Pembimbing Utama
2.	-	-	-	-	Pembimbing Pendamping

Dalam penyusunan SKRIPSI (TAS) bagi mahasiswa :

Nama : **Finka Fitri Astika**

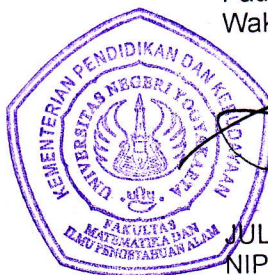
Nomor Mahasiswa : **10301241018**

Prodi : **Pendidikan Matematika**

Kedua : Judul Skripsi : **PENGEMBANGAN MODUL PADA MATERI MATRIKS DENGAN PENDEKATAN PMRI UNTUK SISWA KELAS X SMK**

Ketiga : Keputusan ini berlaku sejak tanggal ditetapkan.

Ditetapkan di Yogyakarta
Pada tanggal : 16 OKTOBER 2013
Wakil Dekan II,



JULI ASTONO, M.Si
NIP. 19580703 198403 1 002

Tembusan Yth.:

1. Dra. Atmini Dhoruri, MS.

2. -

3. Mahasiswa ybs

4. Ketua Jurusan Pendidikan Matematika

5. Kasubag Keuangan dan Akuntansi FMIPA UNY

LAMPIRAN F

MODUL MATEMATIKA

MATERI MATRIKS

MODUL MATEMATIKA MATRIKS

Dengan Pendekatan PMRI



$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

baris 1
baris 2
baris 3

kolom 1 kolom 2 kolom 3



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

baris

kolom

unsur matriks

Untuk Siswa Kelas X SMK

Modul Matematika Matriks
Untuk SMK kelas X - Kurikulum KTSP

Modul ini dikembangkan dengan Pendekatan PMRI

Penulis : Finka Fitri Astika
Desain Cover : Cascarila Novi W
Pembimbing : Atmini Dhoruri, MS.
Penyunting : Endang Listyani, MS.
Musthofa, M. Sc.
Nila Mareta M, M. Sc.
Tutik Isyuwanti, S. Si.

Ukuran Modul : 21 x 29,7 (A4)

Modul ini disusun dan dirancang oleh penulis dengan menggunakan *Microsoft Office Word 2010*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas berkah dan rahmatNya sehingga pada akhirnya modul ini dapat selesai dan tercetak dengan baik. Modul ini disusun berdasarkan Standar Isi 2006. Setiap kompetensi yang ada dalam modul disampaikan dengan cara yang mudah dipahami siswa.

Modul ini dikembangkan berdasarkan standar BSNP. Dengan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI), setiap materi dalam modul diawali dengan permasalahan realistik, yaitu permasalahan nyata (*real*) yang dekat dengan kehidupan sehari-hari siswa maupun permasalahan yang dapat dibayangkan siswa. Penggunaan pendekatan PMRI bertujuan untuk memudahkan siswa dalam memahami materi serta melibatkan siswa dalam kegiatan pembelajaran.

Pada akhirnya penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan modul ini. Penulis menyadari modul ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi perbaikan modul ini ke depan.

Yogyakarta, Januari 2014

FITUR MODUL PMRI

Kompetensi Dasar
Mendesripsikan
macam-macam matriks.

Alokasi waktu:
2x45 menit

Kegiatan Belajar I
[Pengertian Matriks]

Ingat Kembali

Perhatikan tabel di bawah ini dan jawablah pertanyaan di bawahnya dengan benar:

	Siswa Laki-Laki	Siswa perempuan
Kelas X Ak1	10	22
Kelas X Ak2	8	24

1. Berapa jumlah siswa laki-laki di kelas X Ak1?
2. Berapa jumlah siswa perempuan di kelas X Ak2?

Judul Kegiatan Belajar
menunjukkan topik atau materi yang akan dipelajari.

Kompetensi Dasar yang harus dicapai siswa.

Pengertian Matriks




Sumber : <http://bisnis-labari.com>

Sumber : <http://seputaraceh.com>

Ilustrasi di atas menggambarkan kegiatan perbankan yang ada di Indonesia. Para nasabah sering menemukan data berbentuk tabel yang berisikan angka-angka seperti: tabel konversi mata uang, daftar bunga suatu bank, dll.

Selain kegiatan perbankan, dalam kehidupan sehari-hari juga sering dijumpai data dalam bentuk tabel. Misalnya, data penjualan barang di mini market, data sensus.

Uraian Materi dikembangkan dengan menggunakan pendekatan PMRI. Penyajian materi diawali dengan menggunakan masalah nyata atau masalah yang dapat dibayangkan siswa.

Contoh 1.1

Berikut diberikan data peminjaman buku perpustakaan oleh siswa-siswa SMK Negeri 1 Tempel pada hari Senin, 18 Januari 2014.

Tabel 3. Banyaknya peminjaman buku perpustakaan SMK Negeri 1 Tempel

	Kelas X	Kelas XI	Kelas XII
Buku Matematika	6	3	8
Buku Bahasa Indonesia	5	2	6

Sumber : perpustakaanmkn1tempel.scribd.com

- Nyatakan data pada Tabel 3 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua.
- Sebutkan elemen-elemen pada kolom ketiga.
- Sebutkan elemen pada baris kedua kolom kedua.
- Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 8?

Contoh soal memberi kesempatan pada siswa untuk lebih memahami konsep atau materi yang dipelajari.

Soal Latihan 1.1

1. Hasil pertandingan sepak bola dalam Liga Super Indonesia (LSI) disajikan dalam tabel di bawah ini.

Tabel 4. Hasil Pertandingan Sepak Bola Liga Super Indonesia.

	Menang	Seri	Kalah
Persija Jakarta	2	0	1
Persib Bandung	1	1	1
PSS Sleman	2	1	0
PSIM	0	0	3

Sumber : pakdeastro.blogspot.com

- Nyatakan data pada Tabel 4 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris ketiga.

Soal Latihan bertujuan untuk melatih dan meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal. Soal latihan yang diberikan memberi kesempatan siswa untuk aktif mengembangkan model sendiri dalam penyelesaian soal.

Rangkuman disajikan pada setiap akhir kegiatan belajar yang bertujuan untuk mengingatkan kembali hal-hal penting (konsep kunci) yang telah dipelajari.

RANGKUMAN

1. Matriks adalah susunan elemen yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku [].
2. Bentuk umum suatu matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jj} \end{bmatrix}$$

Kolom ke-1 Kolom ke-2 Kolom ke-j
 Baris ke-1 Baris ke-2 Baris ke-j

a_{ij} adalah elemen matriks yang terletak pada baris ke- i dan kolom ke- j .

3. Ordo suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris diikuti dengan banyaknya kolom. Misalnya, matriks A mempunyai 3 baris dan 2 kolom, maka ordo dari matriks A adalah 3×2 dapat dituliskan $A_{3 \times 2}$.

Tes Formatif bertujuan untuk mengukur penguasaan siswa setelah suatu pokok bahasan dalam satu kegiatan belajar selesai dipelajari.

TES FORMATIF I

1. Kantin Bu Sri dan Kantin Bu Ning yang berada SMK Negeri 1 Tempel menjual beberapa jenis makanan ringan. Berikut ini merupakan tabel banyaknya makanan ringan yang dijual di kantin Bu Sri dan Bu Ning.



Sumber: beritajakarta.com

Umpan Balik berisi kegiatan yang harus dilakukan siswa berdasarkan nilai atau hasil tes formatif yang diperoleh.

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif IV, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif IV dengan cara berikut.

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Total Skor}}{6} \times 10$$

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian boleh meneruskan pada kegiatan belajar selanjutnya.
- Jika nilai < 75 , kalian harus membaca dan memahami kembali konsep perkalian matriks.

Glosarium terdiri dari istilah-istilah asing dan artinya yang membantu siswa dalam memahami materi.

GLOSARIUM

Istilah	Arti
Adjoin	: Matriks yang diperoleh dari mentranspose matriks kofaktornya.
Elemen Matriks	: Setiap bilangan dalam matriks.
Matriks	: Susunan bilangan yang disusun dalam bentuk baris dan kolom dalam bentuk persegi panjang yang diletakkan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku [].
Matriks Baris	: Matriks yang terdiri dari satu baris.
Matriks Diagonal	: Matriks persegi yang elemen-elemen di bawah dan di atas diagonal utama bernilai 0.
Matriks Identitas	: Matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen lainnya adalah nol.
Matriks Kolom	: Matriks yang terdiri dari satu kolom.
Matriks Nol	: Matriks yang semua elemennya adalah nol.
Matriks Nonsingular	: Matriks yang determinannya tidak sama dengan nol.

Kunci Jawaban diberikan agar siswa dapat memberikan penilaian tes formatif yang dikerjakannya secara mandiri.

KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif I

No	Kunci Jawaban	Skor
1 a	Data pada tabel 4 dapat dinyatakan dalam bentuk matriks. misalnya disebut matriks A	1
	$A = \begin{bmatrix} 40 & 45 & 50 & 55 \\ 45 & 35 & 50 & 50 \end{bmatrix}$	1
b	Banyak baris pada matriks A adalah 2 (dua).	1
	Banyak kolom pada matriks A adalah 4 (empat).	1
c	Elemen-elemen pada baris kedua adalah 45, 35, 50, dan 50.	2
d	Elemen-elemen pada kolom keempat adalah 55, 50.	2
e	Elemen pada baris pertama kolom ketiga adalah 50.	2
f	Elemen 35 terletak pada baris kedua kolom kedua.	2
g	Banyaknya elemen pada matriks A adalah 8 elemen.	2
h	Ordo dari matriks A adalah 2×4 dapat dituliskan $A_{2 \times 4}$	2
	Skor Maksimal	16

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Halaman Identitas	ii
Kata Pengantar	iii
Fitur Modul	iv
Daftar Isi	vi
Pendahuluan.....	viii
Peta Konsep	x
Kegiatan Belajar I (Pengertian Matriks)	1
A. Pengertian Matriks.....	2
Rangkuman	8
Tes Formatif I	8
Kegiatan Belajar II (Macam-Macam Matriks)	11
A. Macam-Macam Matriks	12
B. Kesamaan Matriks	17
C. Transpose Matriks	20
Rangkuman	23
Tes Formatif II	23
Kegiatan Belajar III (Penjumlahan dan Pengurangan Matriks)	27
A. Penjumlahan Matriks	28
B. Pengurangan Matriks.....	33
Rangkuman	38
Tes Formatif III	38
Kegiatan Belajar IV (Perkalian Matriks)	41
A. Perkalian Matriks dengan Skalar	42
B. Perkalian Matriks dengan Matriks	45
Rangkuman	53
Tes Formatif IV	53
Kegiatan Belajar V	56
A. Determinan Matriks	63
B. Minor Matriks	68
C. Matriks Kofaktor	65
D. Adjoin Matriks	67

E. Invers Matriks	69
F. Aplikasi Matriks Pada Penyelesaian Sistem Persamaan Linier	73
Rangkuman	79
Tes Formatif IV	80
Glosarium.....	83
Kunci Jawaban.....	84
Daftar Pustaka	99

PENDAHULUAN

A. Deskripsi Matriks

Materi matriks merupakan salah satu kompetensi yang harus dipelajari oleh siswa Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) Kelas X. Matriks merupakan penemuan dalam matematika yang memudahkan seseorang dalam pengolahan data. Dengan mempelajari matriks, siswa akan memperoleh ketrampilan mencari dan mengolah data secara runtut melalui operasi-operasi matriks hingga diperoleh suatu penyelesaian. Selain itu, siswa dapat memperoleh kecakapan berfikir rasional, dan ketrampilan yang menunjang kecakapan keahlian mereka.

Pada modul ini, materi matriks mencakup pengertian matriks, macam-macam-macam matriks, kesamaan matriks, transpose matriks, operasi hitung pada matriks, serta determinan dan invers matriks.

B. Petunjuk Penggunaan Modul

1. Petunjuk untuk Siswa

- a. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
- b. Baca petunjuk pada modul dan ikuti setiap langkahnya dengan benar.
- c. Pelajari setiap kegiatan belajar di rumah sebelum kalian mempelajarinya di sekolah.
- d. Aktif selama kegiatan pembelajaran berlangsung.
- e. Tanyakan pada guru ketika kalian mendapatkan kesulitan dalam memahami materi.
- f. Kerjakan tes formatif secara mandiri.
- g. Koreksi jawaban kalian dengan menggunakan kunci jawaban yang berada pada bagian belakang modul.
- h. Hitunglah nilai yang kalian peroleh pada tes formatif kemudian ikuti petunjuk pada bagian umpan balik.

2. Petunjuk untuk Guru

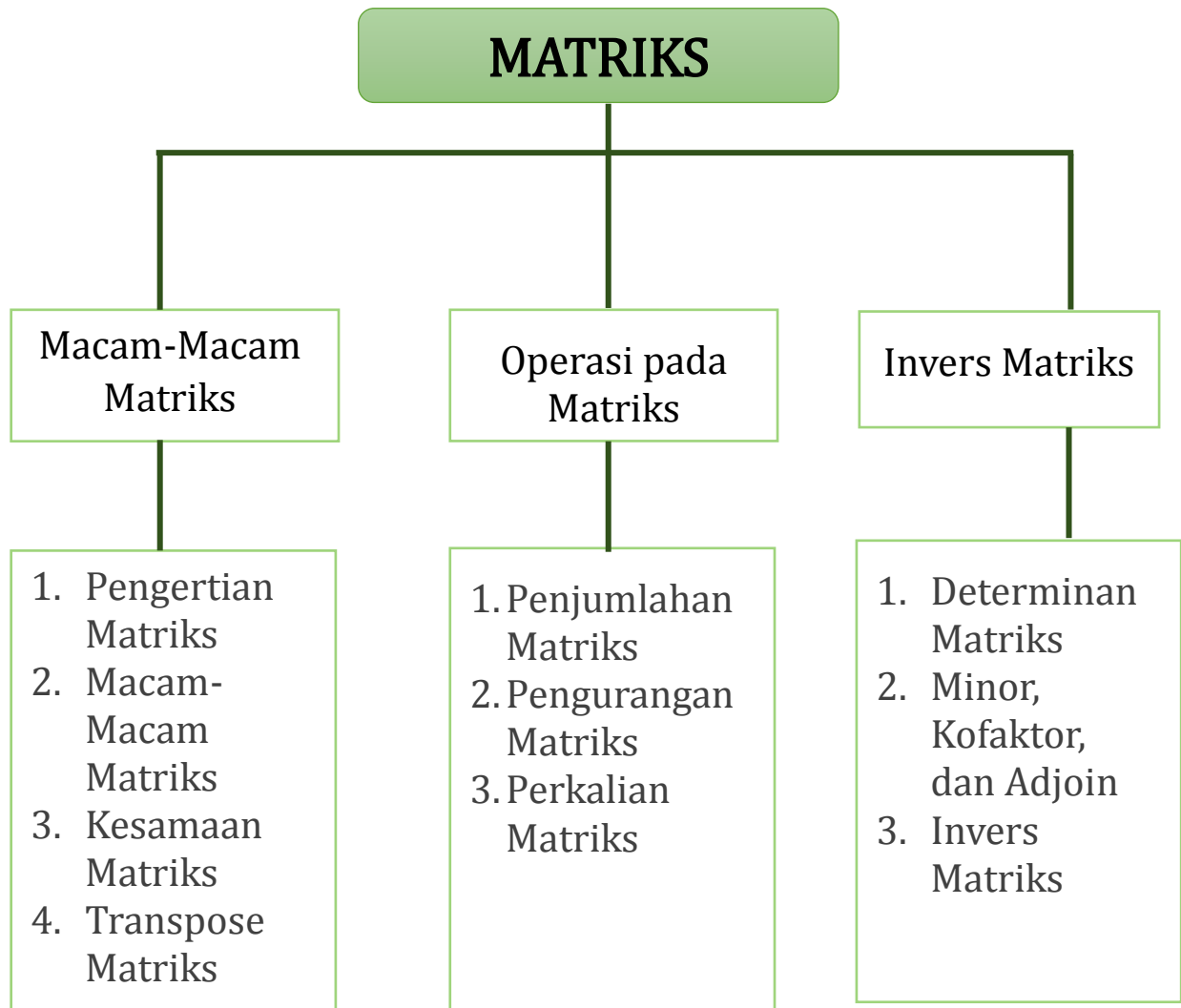
Guru berperan dalam kegiatan pembelajaran sebagai berikut.

- a. Membimbing siswa mencapai standar kompetensi dan kompetensi dasar berdasarkan prinsip PMRI
- b. Menciptakan suasana kegiatan belajar yang baik, khususnya pada saat diskusi.

C. Kompetensi

Standar Kompetensi	
Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks	
Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
1. Mendeskripsikan macam-macam matriks	1.1 Menjelaskan pengertian matriks 1.2 Mengidentifikasi macam-macam matriks 1.3 Mengidentifikasi kesamaan matriks 1.4 Menentukan transpose suatu matriks
2. Menyelesaikan operasi matriks	2.1 Menyelesaikan operasi penjumlahan matriks 2.2 Menyelesaikan operasi pengurangan matriks 2.3 Menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar 2.4 Menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks
3. Menentukan determinan dan invers	3.1 Menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan matriks berordo 3×3 3.2 Menentukan minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks. 3.3 Menentukan invers matriks berordo 2×2 dan matriks berordo 3×3 . 3.4 Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) Menggunakan Konsep Matriks.

PETA KONSEP



Kompetensi Dasar

Mendeskripsikan
macam-macam matriks.

Alokasi waktu:
2×45 menit

Kegiatan Belajar I

[Pengertian Matriks]

Ingat Kembali



Perhatikan tabel di bawah ini dan jawablah pertanyaan di bawahnya dengan benar.

	Siswa Laki-Laki	Siswa perempuan
Kelas X Ak1	10	22
Kelas X Ak2	8	24

1. Berapa jumlah siswa laki-laki di kelas X Ak1?
2. Berapa jumlah siswa perempuan di kelas X Ak2?
3. Informasi tentang jumlah siswa laki-laki di kelas X Ak2 dapat kalian temukan pada baris ... kolom ...

[Tujuan Kegiatan Belajar I]

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, siswa diharapkan dapat:

- 1) Menjelaskan pengertian matriks.
- 2) Menentukan notasi-notasi matriks.
- 3) Menentukan elemen-elemen suatu matriks.
- 4) Menentukan ordo suatu matriks.

Pengertian Matriks



Sumber : <http://bisnis-jabarl.com>



Sumber : <http://seputaraceh.com>

Ilustrasi di atas menggambarkan kegiatan perbankan yang ada di Indonesia. Para nasabah sering menemukan data berbentuk tabel yang berisikan angka-angka seperti, tabel konversi mata uang, daftar bunga suatu bank, dll.

Selain kegiatan perbankan, dalam kehidupan sehari-hari juga sering dijumpai data dalam bentuk tabel. Misalnya, data penjualan barang di mini market, data sensus penduduk di Indonesia, daftar harga peralatan elektronik, data jumlah siswa suatu sekolah, dan sebagainya. Data-data tersebut disajikan dalam bentuk tabel agar data mudah dibaca dan dimengerti. Adakah cara yang lebih sederhana dalam menyajikan suatu data sehingga proses pengolahan data lebih mudah? Bagaimana jika data dalam tabel hanya dituliskan angka-angkanya saja? Sebagai gambaran awal untuk memahami pengertian matriks, diberikan data banyak siswa laki-laki dan perempuan di SMK Negeri 1 Tempel seperti yang tersaji dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Banyaknya siswa SMK Negeri 1 Tempel TA 2011/2012

No.	Kelas	Laki-laki	Perempuan
1.	X	7	95
2.	XI	5	100
3.	XII	7	103

↓
Kolom

→
Baris

Jika data pada Tabel 1 di atas hanya ditulis angka-angkanya saja dan dituliskan di dalam kurung buka dan kurung tutup, maka susunan bilangan tersebut dinamakan matriks.

Dapat dituliskan,

$$\begin{bmatrix} 7 & 95 \\ 5 & 100 \\ 7 & 103 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Baris ke-1} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-2} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-3} \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 Kolom ke-1 Kolom ke-2

Baris matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang mendatar dalam matriks, sedangkan kolom matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang tegak dalam matriks. Selanjutnya, perhatikan data yang disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Daftar campuran bahan untuk membuat kue

	Gula (gram)	Mentega (gram)	Tepung (gram)
Bolu Coklat	100	200	100
Bolu Keju	100	125	200
Bolu Pandan	125	125	150

Kolom

Baris



Sumber: <http://www.likethisya.com/>

Sama halnya dengan contoh sebelumnya, jika data pada Tabel 2 di atas hanya ditulis angka-angkanya saja dan dituliskan di dalam kurung buka dan kurung tutup, maka susunan bilangan tersebut dinamakan matriks. Dapat dituliskan,

$$\begin{bmatrix} 100 & 200 & 100 \\ 100 & 125 & 200 \\ 125 & 125 & 150 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Baris ke-1} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-2} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-3} \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 Kolom ke-1 Kolom ke-2 Kolom ke-3

Matriks adalah susunan elemen-elemen yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku [].

Selanjutnya untuk menyatakan matriks pada modul ini digunakan tanda kurung siku “[]”. Berikut akan dibahas mengenai notasi matriks, elemen suatu matriks, dan ordo matriks.

1. Notasi Matriks

Suatu matriks dinyatakan dengan huruf kapital seperti A , B , C , dst. Sebagai contoh,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -3 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 0 \\ -7 & 5 & -1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Elemen Suatu Matriks

Setiap bilangan atau huruf dalam matriks disebut elemen atau unsur matriks. Elemen suatu matriks dapat berupa bilangan atau berupa huruf. Setiap elemen ditentukan dengan menyatakan baris dan kolom yang memuat bilangan atau huruf dalam suatu matriks. Perhatikan matriks A di bawah ini.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$$

Elemen-elemen pada kolom kedua matriks A adalah bilangan-bilangan 2, -3, dan 6. Elemen-elemen pada baris ketiga matriks A adalah bilangan-bilangan -5 dan 6. Bilangan 4 merupakan elemen baris kedua kolom pertama.

Bentuk umum suatu matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Baris ke-1} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-2} \\ \dots \\ \longrightarrow \text{Baris ke-}i \end{array} & & & & & \\ \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{c} \text{Kolom ke-1} \\ \text{Kolom ke-2} \\ \text{Kolom ke-}j \end{array} & & & & & \end{array}$$

Elemen suatu matriks dinotasikan menggunakan huruf kecil nama matriks, misalnya a . Indeks pertama (i) menyatakan baris dan indeks kedua (j) menyatakan kolom. Sebagai contoh, a_{12} menunjukkan elemen baris ke-1 kolom ke-2, a_{21} menunjukkan elemen baris ke-2 kolom ke-1, dan seterusnya.

3. Ordo Matriks

Ordo suatu matriks adalah banyaknya baris diikuti banyaknya kolom dari suatu matriks. Sebagai contoh,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -8 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Matriks A terdiri dari 1 baris dan 3 kolom, maka dapat dikatakan matriks A berordo 1×3 (dibaca satu kali tiga) dapat dituliskan $A_{1 \times 3}$. Matriks B terdiri dari 2 baris dan 2 kolom, maka dapat dikatakan matriks B berordo 2×2 (dibaca dua kali dua) dan dituliskan $B_{2 \times 2}$. Matriks C terdiri dari 3 baris dan 2 kolom, maka dapat dikatakan matriks C berordo 3×2 (dibaca tiga kali dua) dapat dituliskan $C_{3 \times 2}$.

Contoh 1.1

Berikut diberikan data peminjaman buku perpustakaan oleh siswa-siswa SMK Negeri 1 Tempel pada hari Senin, 18 Januari 2014.

Tabel 3. Banyaknya peminjaman buku perpustakaan SMK Negeri 1 Tempel

	Kelas X	Kelas XI	Kelas XII
Buku Matematika	6	3	8
Buku Bahasa Indonesia	5	2	6



Sumber: perpussmkmaarifblora.wordpress.com

- Nyatakan data pada Tabel 3 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua.
- Sebutkan elemen-elemen pada kolom ketiga.
- Sebutkan elemen pada baris kedua kolom kedua.
- Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 8?
- Berapakah banyaknya elemen pada matriks tersebut?
- Berapakah ordo dari matriks tersebut?

Penyelesaian :

- Data pada Tabel 3 dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, misalnya dinotasikan matriks C .

$$C = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 8 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

- Banyak baris pada matriks C adalah 2 (dua), sedangkan banyak kolom pada matriks C adalah 3 (tiga).

- c. Elemen-elemen pada baris kedua adalah 5, 2, dan 6.
- d. Elemen-elemen pada kolom ketiga adalah 8 dan 6.
- e. Elemen pada baris kedua kolom kedua adalah 2.
- f. Elemen 8 terletak pada baris pertama kolom ketiga.
- g. Banyaknya elemen pada matriks C adalah 6 elemen.
- h. Ordo dari matriks C adalah 2×3 dapat dituliskan $C_{2 \times 3}$.

Soal Latihan 1.1

1. Hasil pertandingan sepak bola dalam Liga Super Indonesia (LSI) disajikan dalam tabel di bawah ini.

Tabel 4. Hasil pertandingan sepak bola Liga Super Indonesia (LSI).

	Menang	Seri	Kalah
Persija Jakarta	2	0	1
Persib Bandung	1	1	1
PSS Sleman	2	1	0
PSIM	0	0	3



Sumber : pakdesastro.blogspot.com

- a. Nyatakan data pada Tabel 4 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- b. Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks tersebut?
- c. Sebutkan elemen-elemen pada baris ketiga.
- d. Sebutkan elemen-elemen pada kolom pertama.
- e. Sebutkan elemen pada baris ketiga kolom kedua.
- f. Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 3?
- g. Berapakah banyaknya elemen pada matriks tersebut?
- h. Berapakah ordo dari matriks tersebut?

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -8 \end{bmatrix}$.

- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks di atas?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua.
- Sebutkan elemen-elemen pada kolom kedua.
- Sebutkan elemen pada baris ketiga kolom kedua.
- Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen -1?
- Berapakah banyaknya elemen pada matriks tersebut?
- Berapakah ordo dari matriks tersebut?

Penyelesaian :

3. Buatlah suatu matriks yang elemen-elemennya merupakan bilangan bulat dari -4 sampai dengan 5 dengan ordo :
- 3×1
 - 2×4
 - 4×2
 - 4×4

Penyelesaian :

RANGKUMAN



1. Matriks adalah susunan elemen-elemen yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku [].
2. Matriks biasa dinyatakan dengan huruf kapital, misalnya A , B , C , dst.
3. Bentuk umum suatu matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Baris ke-1} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-2} \\ \dots \\ \longrightarrow \text{Baris ke-}i \end{array} \\
 \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{c} \text{Kolom ke-1} \\ \text{Kolom ke-2} \\ \text{Kolom ke-}j \end{array}
 \end{array}$$

a_{ij} adalah elemen matriks yang terletak pada baris ke- i dan kolom ke- j .

4. Ordo suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris diikuti dengan banyaknya kolom. Misalnya, matriks A mempunyai 3 baris dan 2 kolom, maka ordo dari matriks A adalah 3×2 dapat dituliskan $A_{3 \times 2}$.

TES FORMATIF I



1. Kantin Bu Sri dan Kantin Bu Ning yang berada SMK Negeri 1 Tempel menjual beberapa jenis makanan ringan. Banyaknya makanan ringan yang dijual di kantin Bu Sri dan Bu Ning disajikan pada Tabel 5 di bawah ini.



Sumber : beritajakarta.com

Tabel 5. Banyak makanan ringan yang dijual di kantin

	Keripik Singkong (bungkus)	Kacang Kering (bungkus)	Biskuit (bungkus)	Kerupuk Pedas (bungkus)
Kantin Bu Sri	40	45	50	55
Kantin Bu Ning	45	35	50	50

- Nyatakan data pada Tabel 5 di atas dalam bentuk matriks dan berilah notasi pada matriks tersebut.
- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks di atas?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua.
- Sebutkan elemen-elemen pada kolom keempat.
- Sebutkan elemen pada baris pertama kolom ketiga.
- Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 35?
- Berapakah banyaknya elemen pada matriks tersebut?
- Berapakah ordo dari matriks tersebut?

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 6 & -6 & 5 \\ 4 & 8 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.

Tentukan :

- Berapakah banyak baris dan kolom dari matriks di atas?
- Sebutkan elemen-elemen pada baris pertama.
- Sebutkan elemen-elemen pada kolom kedua.
- Sebutkan elemen pada baris pertama kolom ketiga.
- Terletak pada baris dan kolom berapakah elemen 0?
- Berapakah banyaknya elemen pada matriks tersebut?
- Berapakah ordo dari matriks tersebut?

Penyelesaian :

3. Buatlah suatu matriks yang elemen-elemennya merupakan bilangan bulat dari -4 sampai dengan 8 dengan ordo :
- a. 2×1
 - b. 1×4
 - c. 2×3
 - d. 3×3
 - e. 3×4

Penyelesaian :

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif I, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif I dengan cara berikut.

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Total Skor}}{4} \times 10$$

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian boleh meneruskan pada kegiatan belajar selanjutnya.
- Jika nilai < 75 , kalian harus mengulang membaca dan memahami tentang pengertian matriks.

Kompetensi Dasar

Mendeskripsikan
macam-macam matriks.

Alokasi waktu:

2 x 45 menit

Kegiatan Belajar II

[Macam-Macam Matriks]

Ingat Kembali



1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$
 - a. Tentukan ordo matriks A dan matriks B .
 - b. Sebutkan elemen-elemen pada baris pertama matriks A .
 - c. Sebutkan elemen-elemen pada baris kedua matriks B .
 - d. Sebutkan elemen-elemen pada kolom kedua matriks A .
 - e. Sebutkan elemen-elemen pada kolom ketiga matriks B .
2. Selesaikan persamaan linier satu variabel di bawah ini.
 - a. $x + 2 = 7$
 - b. $2y - 8 = 4$
 - c. $10 - 3x = 1$

[Tujuan Kegiatan Belajar II]

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, siswa diharapkan dapat:

1. Mengidentifikasi macam-macam matriks (matriks nol, matriks baris, matriks kolom, matriks persegi, matriks diagonal, matriks segitiga atas, matriks segitiga bawah, dan matriks identitas).
2. Mengidentifikasi dua matriks yang sama.
3. Menentukan transpose suatu matriks.

A. Macam-Macam Matriks

Perhatikan data rekap presensi siswa SMK 1 Tempel Kelas X jurusan akuntansi pada hari Senin, 24 Februari 2014 yang disajikan pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6. Rekap Presensi Siswa SMK 1 Tempel Kelas X

	Sakit	Ijin	Alpha
Kelas X Ak 1	0	0	0
Kelas X Ak 2	0	0	0
Kelas X Ak 3	0	0	0

Data pada Tabel 6 di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Semua elemen dalam matriks di atas adalah nol. Dalam matematika, matriks yang memiliki ciri khusus seperti di atas memiliki nama atau istilah tersendiri. Adakah dari kalian yang sudah mengetahui nama atau istilah untuk matriks di atas? Pada kegiatan belajar II ini, kalian akan mempelajari macam-macam matriks ditinjau dari ordo matriks dan elemen-elemen penyusun matriks.

Ditinjau dari **banyaknya baris dan kolom (ordo)**, suatu matriks dapat diklasifikasi sebagai berikut.

1. Matriks Baris

Matriks baris adalah matriks yang terdiri dari satu baris. Sebagai contoh,

$$J = [0 \ 0 \ 0] \quad K = [1 \ 7 \ 3 \ 8] \quad L = [0 \ 1 \ 5 \ 9 \ 4]$$

Matriks J berordo 1×3 , matriks K berordo 1×4 , dan matriks L berordo 1×5 . Matriks J, K , dan L di atas terdiri dari satu baris sehingga disebut sebagai matriks baris.

2. Matriks Kolom

Matriks kolom adalah matriks yang terdiri dari satu kolom. Sebagai contoh,

$$P = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matriks P dan S berordo 3×1 , Q berordo 4×1 , dan R berordo 5×1 . Matriks P , Q , R , dan S di atas terdiri dari satu kolom sehingga disebut sebagai matriks kolom.

3. Matriks persegi

Matriks persegi adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom. Dengan kata lain, matriks persegi adalah matriks berordo $n \times n$, dengan n adalah banyaknya baris dan kolom pada matriks. Pada matriks persegi berordo $n \times n$, elemen-elemen $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ terletak pada diagonal utama.

Sebagai contoh,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 8 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks A berordo 2×2 , matriks B berordo 3×3 , dan matriks C berordo 4×4 . Banyaknya baris dan kolom pada masing-masing matriks A , B , dan C adalah sama, sehingga matriks A , B , dan C disebut matriks persegi. Pada matriks A , elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama adalah 2 dan 9. Pada matriks B , elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama adalah 4, 7, dan 1. Pada matriks C , elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama adalah 0, 4, 2, dan 6.

Ditinjau dari **elemen-elemen penyusunnya**, suatu matriks dapat diklasifikasi sebagai berikut.

1. Matriks Nol

Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya adalah nol. Matriks nol dinotasikan dengan 0. Sebagai contoh,

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Semua elemen pada matriks A , B dan C adalah nol, sehingga matriks A , B dan C disebut matriks nol.

2. Matriks Diagonal

Matriks diagonal adalah matriks persegi yang elemen-elemen di bawah dan di atas diagonal utama bernilai 0.

Sebagai contoh,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen lainnya adalah nol. Matriks identitas dapat juga didefinisikan sebagai matriks diagonal yang semua elemen pada diagonal utamanya bernilai satu. Matriks identitas disimbolkan I . Sebagai contoh,

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Matriks Segitiga Atas

Matriks segitiga atas adalah matriks persegi yang semua elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol. Pada matriks segitiga atas, elemen diagonal utama dan elemen di atas diagonal utama tidak boleh semuanya nol. Sebagai contoh,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

5. Matriks Segitiga Bawah

Matriks segitiga bawah adalah matriks persegi yang semua elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol. Pada matriks segitiga bawah, elemen diagonal utama dan elemen di bawah diagonal utama tidak boleh semuanya nol. Sebagai contoh,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.1

Termasuk jenis apakah matriks-matriks di bawah ini? Jelaskan.

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. $B = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}$

3. $C = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$$4. D = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$5. E = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

1. Matriks A terdiri dari satu baris, maka matriks A adalah matriks baris. Semua elemen dari matriks A adalah nol, maka matriks A disebut matriks nol. Jadi, matriks A merupakan matriks baris dan matriks nol.
2. Matriks B terdiri dari satu kolom, maka matriks B disebut matriks kolom.
3. Matriks C merupakan matriks persegi yang berordo 3×3 dan semua elemen di atas diagonal utamanya bernilai 0, maka matriks C merupakan matriks segitiga bawah.
4. Matriks D merupakan matriks persegi yang berordo 4×4 dan semua elemen di bawah diagonal utamanya bernilai 0, maka matriks D merupakan matriks segitiga atas.
5. Matriks E merupakan matriks persegi yang semua elemen di atas dan di bawah diagonal utamanya bernilai 0 dan elemen diagonal utamanya tidak semua nol, maka matriks E merupakan matriks diagonal.

Soal Latihan 2.1

1. Termasuk jenis apakah matriks-matriks di bawah ini? Jelaskan.

a. $A = [0 \quad 2 \quad 0]$

b. $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

d. $D = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 5 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 7 \\ 6 & 5 & -1 & 6 \end{bmatrix}$

e. $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

2. Buatlah suatu matriks yang elemen-elemen matriksnya merupakan bilangan bulat dari -5 sampai dengan 6 dan sesuai dengan ciri matriks berikut.
 - a. Matriks kolom
 - b. Matriks segitiga atas
 - c. Matriks segitiga bawah
 - d. Matriks diagonal
 - e. Matriks identitas

Penyelesaian :

B. Kesamaan Matriks

Bilamana dua matriks dikatakan sama? Untuk mengetahui pengertian dan syarat kesamaan dua matriks, perhatikan matriks-matriks di bawah ini.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{4}{2} & \frac{15}{3} \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 8 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks A dan matriks B berordo 2×2 . Elemen-elemen pada baris pertama matriks A adalah 2 dan 5 sedangkan pada baris kedua adalah 1 dan 8. Elemen-elemen pada baris pertama matriks B adalah $\frac{4}{2} = 2$ dan $\frac{15}{3} = 5$ sedangkan pada baris kedua adalah 1 dan 8. Ordo matriks A dan ordo matriks B sama yaitu 2×2 serta elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) sama. Matriks A dikatakan sama dengan matriks B .

Selanjutnya, perhatikan matriks C dan matriks D . Ordo matriks C dan matriks D sama yaitu 2×3 , namun elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) tidak sama. Dengan demikian, matriks C tidak sama dengan matriks D .

Dua matriks dikatakan sama jika :

- ordonya sama
- elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) sama.

Contoh 2.2

1. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & \frac{15}{3} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & \frac{15}{3} \\ 1 & \frac{8}{4} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & \frac{6}{2} & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- Apakah matriks $A = B$?
- Apakah matriks $A = C$?
- Apakah matriks $B = C$?
- Apakah matriks $B = D$?

Penyelesaian :

- $A \neq B$ karena ordo matriks A tidak sama dengan ordo matriks B .
 - $A = C$ karena ordo matriks A sama dengan ordo matriks C dan elemen-elemen yang bersesuaian pada matriks A sama dengan elemen-elemen pada matriks C .
 - $B \neq C$ karena ordo matriks B tidak sama dengan ordo matriks C .
 - $B = D$ karena ordo matriks B sama dengan ordo matriks D dan elemen-elemen yang bersesuaian pada matriks B sama dengan elemen-elemen pada matriks D .
2. Jika $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & z-5 \\ y+2 & x-1 \end{bmatrix}$ dan $A=B$ maka tentukan nilai $x + y + z$.

Penyelesaian :

Karena $A = B$ maka,

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & z-5 \\ y+2 & x-1 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{array}{lll} z-5=3 & y+2=2 & x-1=1 \\ z=3+5 & y=2-2 & x=1+1 \\ z=8 & y=0 & x=2 \end{array}$$

Nilai $x + y + z = 2 + 0 + 8 = 10$.

Jadi, nilai $x + y + z$ adalah 10

Soal Latihan 2.2

1. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 15 \\ -5 & \frac{12}{4} \\ \sqrt{49} & \sqrt[3]{8} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{4}{2} & 15 \\ -5 & 3 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{25} & 2^3 & 5 \\ -2 & 8 & 7 & -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 8 & 5 \\ \frac{4}{-2} & 8 & 7 & -1 \end{bmatrix}$$

Tentukan:

- Apakah matriks $A = B$?
- Apakah matriks $A = C$?
- Apakah matriks $C = D$?
- Apakah matriks $A = D$?

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks-matriks berikut

$$P = \begin{bmatrix} 4x & 2x + y \\ 5 & x + 2z \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

Jika $P = Q$, tentukan nilai x , y dan z .

Penyelesaian :

3. Buatlah dua matriks yang sama berordo :

- a. 2×4
- b. 3×3

Penyelesaian :

C. Transpose Matriks

Suatu matriks terdiri dari baris dan kolom. Misalkan terdapat matriks A . Apabila elemen-elemen pada baris matriks A dijadikan elemen-elemen pada kolom matriks yang baru, matriks apakah yang terbentuk? Perhatikan ilustrasi di bawah ini.

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 5 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, jika elemen-elemen pada baris pertama matriks A

dijadikan elemen-elemen pada kolom pertama matriks yang baru, elemen-elemen pada baris kedua dijadikan elemen-elemen pada kolom kedua matriks yang baru, dan elemen-elemen pada baris ketiga dijadikan elemen-elemen pada kolom ketiga matriks yang

baru, maka diperoleh matriks baru yaitu $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

Matriks baru yang dihasilkan dari pertukaran elemen-elemen pada baris dan kolom dinamakan transpose matriks. Transpose dari matriks A dinotasikan A^T (dibaca: A transpose). Elemen-elemen pada baris matriks A menjadi elemen-elemen pada kolom matriks A^T dan elemen-elemen pada kolom matriks A menjadi elemen-elemen pada baris matriks A^T .

Transpose dari matriks A adalah matriks baru yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen pada baris matriks A menjadi elemen-elemen pada kolom matriks yang baru.

Jika matriks A berordo $m \times n$ maka transpose A berordo $n \times m$. Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Jika $A_{m \times n}$ maka $A^T_{n \times m}$

Suatu matriks yang matriks transposenya sama dengan matriks awalnya ($A = A^T$) dinamakan **matriks simetrik** atau **matriks setangkup**. Misalnya,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ maka } A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = A$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ maka } B^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} = B$$

Contoh 2.3

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Tentukan :

- a. A^T b. B^T

Penyelesaian :

a. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ maka $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ maka $B^T = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 9 & 7 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$



Diskusikan

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 \\ -5 & 3 & 7 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.

Tentukan :

- Tentukan matriks A^T .
- Tentukan matriks $(A^T)^T$.
- Tentukan matriks B^T .
- Tentukan matriks $(B^T)^T$.
- Adakah hubungan antara matriks A dengan $(A^T)^T$? Jelaskan.
- Adakah hubungan antara matriks B dengan $(B^T)^T$? Jelaskan.
- Dari pertanyaan (e) dan (f), apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

Soal Latihan 2.3

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \\ 7 & 6 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a) Ordo matriks A .
- b) Tentukan matriks A^T .
- c) Ordo matriks A^T .

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks-matriks :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ z & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika $P = Q^T$, tentukan nilai x , y , dan z .

Penyelesaian :

RANGKUMAN



1. Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya adalah nol.
2. Matriks baris adalah matriks yang terdiri dari satu baris.
3. Matriks kolom adalah matriks yang terdiri dari satu kolom.
4. Matriks persegi adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.
5. Matriks diagonal adalah matriks persegi yang elemen-elemen di bawah dan di atas diagonal utama bernilai 0.
6. Matriks segitiga atas adalah matriks persegi yang semua elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol.
7. Matriks segitiga bawah adalah matriks persegi yang semua elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol.
8. Matriks identitas adalah matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen lainnya adalah nol.
9. Dua matriks dikatakan sama jika ordonya sama dan elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) sama.
10. Transpose matriks adalah matriks baru yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen pada baris matriks sebelumnya menjadi elemen-elemen pada kolom matriks yang baru. Transpose dari matriks A dinotasikan A^T (dibaca : A transpose).

TES FORMATIF II



1. Buatlah suatu matriks yang elemen-elemennya merupakan bilangan bulat dari -3 sampai dengan 6 dan sesuai dengan ciri matriks berikut.
 - a. Matriks baris
 - b. Matriks segitiga atas
 - c. Matriks segitiga bawah
 - d. Matriks identitas

Penyelesaian :

2. Diantara matriks-matriks berikut ini, manakah yang merupakan dua matriks yang sama?

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

d. $D = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 4/2 \end{bmatrix}$

e. $E = \begin{bmatrix} 2-1 & 0 \\ -\sqrt{9} & 4/2 \end{bmatrix}$

f. $F = \begin{bmatrix} 2/2 & 4-4 \\ -3 & \sqrt{4} \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 9 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a) Ordo matriks A dan matriks B .
- b) Matriks A^T dan matriks B^T .
- c) Ordo matriks A^T dan matriks B^T .

Penyelesaian :

4. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$P = \begin{bmatrix} 2x - 4 & x + y \\ 5 & y + 2z \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$$

Jika $P = Q^T$, tentukan nilai x, y dan z .

Penyelesaian :

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif II, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif II dengan cara berikut.

$$\text{Nilai} = \text{Total Skor}$$

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian boleh meneruskan pada kegiatan belajar selanjutnya.
- Jika nilai < 75 , kalian harus mengulang membaca dan memahami konsep tentang macam-macam matriks, kesamaan matriks, dan transpose matriks.

Kompetensi Dasar

Menyelesaikan operasi matriks.

Alokasi waktu:

2 x 45 menit

Kegiatan Belajar III

[Penjumlahan dan Pengurangan Matriks]

Ingat Kembali



Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan benar.

1. Deskripsikan sifat komutatif yang berlaku pada penjumlahan bilangan *real*.
2. Deskripsikan sifat asosiatif yang berlaku pada penjumlahan bilangan *real*.
3. Apakah pada pengurangan bilangan real berlaku sifat komutatif dan asosiatif? Jelaskan.

[Tujuan Kegiatan Belajar III]

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, siswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan syarat penjumlahan dan pengurangan matriks.
2. Menyelesaikan penjumlahan matriks.
3. Menyelesaikan pengurangan matriks.

A. Penjumlahan Matriks

Sebagai gambaran awal tentang pengertian dan aturan penjumlahan matriks, perhatikan permasalahan berikut ini.

Fatin dan Mita adalah siswa teladan dari SMK N 1 Tempel yang akan mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten Sleman. Penentuan siapa yang berhak mengikuti seleksi tersebut didasarkan pada jumlah nilai mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris kelas X semester 1 dan semester 2. Nilai kedua mata pelajaran yang dicapai oleh Fatin dan Mita diperlihatkan dalam tabel berikut. Siapakah dari kedua calon tersebut yang lebih berhak mewakili SMK N 1 Tempel dalam mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten?



Sumber : syamsulhadiblog.wordpress.com

Tabel 7. Nilai Matematika dan Bahasa Inggris calon siswa teladan

	Semester 1		Semester 2		Jumlah	
	Fatin	Mita	Fatin	Mita	Fatin	Mita
Matematika	84	83	83	85	167	168
Bhs. Inggris	87	90	89	88	176	178

Berdasarkan data pada Tabel 7 diketahui jumlah nilai untuk mata pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris yang diraih Mita lebih tinggi dari nilai yang diraih Fatin. Dengan demikian, Mita lebih berhak mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten untuk mewakili SMK Negeri 1 Tempel. Apabila siswa teladan yang diseleksi ditambah sebanyak 5 siswa dan nilai yang dijadikan pertimbangan adalah nilai Matematika, Bahasa Inggris, Bahasa Indonesia, dan Akuntansi. Adakah cara yang lebih sederhana untuk menjumlahkan nilai-nilai tersebut? Untuk data yang lebih besar, kalian dapat menggunakan penjumlahan matriks untuk memudahkan perhitungan suatu data. Bagaimana syarat dan aturan penjumlahan matriks? Perhatikan uraian di bawah ini.

Data pada Tabel 7 dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut. Matriks *A* menunjukkan nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1. Matriks *B* menunjukkan nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh

Fatin dan Mita pada semester 2. Matriks C menunjukkan jumlah nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1 dan 2.

Diperoleh,

$$A = \begin{bmatrix} 84 & 83 \\ 87 & 90 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 83 & 85 \\ 89 & 88 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 167 & 168 \\ 176 & 178 \end{bmatrix}$$

Jumlah nilai Matematika dan Bahasa Inggris yang diperoleh Fatin dan Mita pada semester 1 dan 2 diperoleh dengan menjumlahkan elemen-elemen pada matriks A dengan elemen-elemen pada matriks B yang bersesuaian (seletak) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} 84 & 83 \\ 87 & 90 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 83 & 85 \\ 89 & 88 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 84 + 83 & 83 + 85 \\ 87 + 89 & 90 + 88 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 167 & 168 \\ 176 & 178 \end{bmatrix} = C \end{aligned}$$

Perhatikan ordo matriks A dan B . Ordo matriks A sama dengan ordo matriks B yaitu 2×2 . Hasil penjumlahan kedua matriks merupakan matriks berordo 2×2 pula. Penjumlahan matriks A dengan matriks B dilakukan dengan menjumlahkan setiap elemen matriks A dengan elemen matriks B yang bersesuaian (seletak). Syarat dan aturan penjumlahan matriks dapat dirumuskan sebagai berikut.

- Dua matriks dapat dijumlahkan apabila ordo kedua matriks adalah sama.
- Penjumlahan matriks dilakukan dengan cara menjumlahkan elemen-elemen matriks yang bersesuaian (seletak).

$$A_{m \times n} + B_{m \times n} = C_{m \times n}$$

Pada bilangan real, dikenal lawan atau negatif terhadap penjumlahan. Misalnya, lawan dari 5 adalah -5. Bagaimana dengan penjumlahan matriks? Adakah lawan atau negatif terhadap penjumlahan matriks? Perhatikan uraian berikut. Diketahui matriks-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

Akan ditentukan hasil penjumlahan dari $A + B$ dan $B + A$.

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 + (-1) & 3 + (-3) \\ 2 + (-2) & 4 + (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = O$$

$$B + A = \begin{bmatrix} -1 + 1 & -3 + 3 \\ -2 + 2 & -4 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = O$$

Apabila kalian perhatikan, elemen-elemen yang seletak dari matriks A dan matriks B saling berlawanan. Matriks B disebut lawan atau negatif dari matriks A . Lawan atau negatif dari matriks A dituliskan $-A$. Jadi, $B = -A$. Dari penjumlahan di atas, diperoleh

$$A + B = B + A = O.$$

$$\leftrightarrow A + (-A) = (-A) + A = O$$

Jadi, hasil penjumlahan suatu matriks dengan lawan dari matriks tersebut adalah matriks O (matriks nol).

Sifat-sifat penjumlahan matriks :

- $A + B = B + A$ (sifat komutatif)
- $(A + B) + C = A + (B + C)$ (sifat asosiatif)
- $A + O = O + A = A$ (sifat identitas pada penjumlahan matriks)
- $A + (-A) = (-A) + A = O$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

Contoh 3.1

Diketahui matriks-matriks berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 3 \\ -9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 & 7 \\ -5 & 1 & 3 & -9 \\ 4 & 0 & -4 & -6 \\ 9 & 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

- Tentukan hasil penjumlahan matriks $A + B$.
- Apakah penjumlahan matriks $A + C$ dapat dilakukan? Jelaskan.
- Apakah penjumlahan matriks $B + C$ dapat dilakukan? Jelaskan.

Penyelesaian:

$$a. \quad A + B = \begin{bmatrix} 4+9 & 9+5 & 2+3 \\ 0+(-9) & 7+5 & 6+1 \\ 3+2 & 2+7 & 1+(-5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 14 & 5 \\ -9 & 12 & 7 \\ 5 & 9 & -4 \end{bmatrix}$$

- $A + C$ tidak dapat dijumlahkan karena ordo matriks A dan matriks C berbeda.
- $B + C$ tidak dapat dijumlahkan karena ordo matriks B dan matriks C berbeda.



Diskusikan

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tentukan :

- Tentukan $A + B$.
- Tentukan $B + A$.
- Apakah $A + B = B + A$? Apa kesimpulanmu?
- Tentukan $A + O$.
- Tentukan $O + A$.
- Bagaimana hasil penjumlahan yang kalian peroleh pada soal (d) dan (e)? Apa kesimpulanmu?
- Tentukan $(A + B) + C$.
- Tentukan $A + (B + C)$.
- Apakah $(A + B) + C = A + (B + C)$? Apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

Soal Latihan 3.1

1. Tentukan nilai x dan y dalam persamaan berikut.

a. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & x \\ y & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

2. Mila, Tina, dan Rani akan mengikuti seleksi siswa teladan tingkat kabupaten. Penentuan siapa yang berhak mewakili sekolah untuk mengikuti seleksi tersebut didasarkan pada jumlah nilai mata pelajaran Matematika, Bahasa Inggris, Bahasa Indonesia, dan Akuntansi kelas X pada semester 1 dan semester 2. Nilai keempat mata pelajaran yang dicapai oleh Mila, Tina, dan Rani diperlihatkan dalam tabel berikut. Tentukan jumlah nilai keempat mata pelajaran yang diperoleh Mila, Tina, dan Rani pada semester 1 dan semester 2 dengan menggunakan penjumlahan matriks.

	Semester 1			Semester 2		
	Mila	Tina	Rani	Mila	Tina	Rani
Matematika	75	85	80	80	80	85
Bhs. Inggris	80	80	85	85	85	85
Bhs. Indonesia	85	90	85	90	85	85
Akuntansi	85	80	85	80	85	85

Penyelesaian :

3. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -2 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 9 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

- Tentukan A^T dan B^T
- Tentukan $(A + B)^T$
- Tentukan $A^T + B^T$
- Bagaimana hasil penjumlahan matriks yang kalian peroleh pada soal (b) dan (c)? Apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

B. Pengurangan Matriks

Setelah mempelajari penjumlahan matriks pada materi sebelumnya, pada uraian materi ini kalian akan mempelajari tentang pengurangan matriks. Bagaimana aturan yang berlaku pada pengurangan matriks? Perhatikan masalah berikut.

Tahukah kalian aktiva yang dimiliki suatu perusahaan pasti mengalami penyusutan? Misalnya mesin yang digunakan untuk produksi, tentu dalam jangka waktu tertentu nilainya lebih rendah dibandingkan ketika mesin tersebut dibeli. Seorang



Sumber : www.tempco.co.id

karyawan pabrik tekstil menyusun tabel aktiva mesin dan penyusutan mesin selama 1 tahun yang dinilai sama dengan 10% dari harga pembelian sebagai berikut.

Tabel 8. Daftar aktifa mesin selama satu tahun

Jenis Aktiva	Harga Pembelian (dalam juta rupiah)	Penyusutan Mesin 1 tahun (dalam juta rupiah)	Harga Baku (dalam juta rupiah)
Mesin 1	30	3	27
Mesin 2	60	6	54
Mesin 3	50	5	45

Harga baku mesin 1, 2, dan 3 diperoleh dari harga pembelian mesin dikurangi besar penyusutan mesin

Permasalahan pengurangan di atas cukup sederhana sehingga dapat diselesaikan seperti pengurangan bilangan *real* pada umumnya. Bagaimana jika banyak data yang harus dikurangkan lebih besar? Untuk banyak data yang lebih besar, kalian dapat menggunakan pengurangan matriks untuk memudahkan dalam perhitungan suatu data. Bagaimana syarat dan aturan pengurangan matriks? Perhatikan uraian berikut.

Data pada Tabel 8 dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut. Matriks A menunjukkan harga pembelian mesin 1, 2, dan 3. Matriks B menunjukkan penyusutan mesin 1, 2, dan 3 selama 1 tahun, serta matriks C menunjukkan harga baku mesin setelah penyusutan 1 tahun. Diperoleh,

$$A = \begin{bmatrix} 30 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 27 \\ 54 \\ 45 \end{bmatrix}$$

Harga baku mesin 1, 2, dan 3 setelah terjadi penyusutan satu tahun dapat ditentukan dengan mengurangkan elemen-elemen pada matriks A dengan elemen-elemen pada matriks B yang bersesuaian (seletak).

$$\begin{aligned} A - B &= \begin{bmatrix} 30 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 30 - 3 \\ 60 - 6 \\ 50 - 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 54 \\ 45 \end{bmatrix} = C \end{aligned}$$

Perhatikan ordo matriks A dan B . Ordo matriks A sama dengan ordo matriks B yaitu 3×1 . Hasil pengurangan kedua matriks merupakan matriks berordo 3×1 pula.

Pengurangan matriks di atas dilakukan dengan mengurangi setiap elemen pada matriks A dengan elemen matriks B yang bersesuaian (seletak). Syarat dan aturan pengurangan matriks dapat dirumuskan sebagai berikut.

- Dua matriks dapat dikurangkan apabila ordo kedua matriks sama.
- Pengurangan matriks dilakukan dengan cara mengurangi elemen-elemen matriks yang bersesuaian (seletak).

$$A_{m \times n} - B_{m \times n} = C_{m \times n}$$

Setelah mengetahui aturan pada pengurangan matriks, menurut kalian, adakah hubungan antara penjumlahan dan pengurangan matriks? Untuk mengetahui jawabannya, perhatikan uraian berikut. Diketahui matriks A , B , dan $-B$:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad -B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, dilakukan penjumlahan $A + (-B)$.

$$\begin{aligned} A + (-B) &= \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 + (-1) & -1 + (-2) \\ -2 + (-3) & 4 + (-4) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 - 1 & -1 - 2 \\ -2 - 3 & 4 - 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = A - B \end{aligned}$$

$$A + (-B) = A - B$$

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa pengurangan matriks A dan B (ditulis $A - B$) dapat pula ditentukan dengan menjumlahkan matriks A dengan lawan atau negatif dari matriks B .

Contoh 3.2

Tentukan hasil pengurangan matriks berikut.

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 2 & 8 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -2 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 2 & 8 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -2 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - 2 & 1 - (-2) & 5 - 7 \\ 2 - 3 & 8 - 5 & -5 - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & -13 \end{bmatrix}$$

Soal Latihan 3.2

1. Tentukan nilai a , b , dan c dalam persamaan berikut.

a.
$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 11 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 10 & b \\ c & -2 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & c \\ 5 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ -6 & -9 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$.

Tentukan

- $A - B$.
- $B - A$.
- Apakah $A - B = B - A$? Apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

3. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 3 \\ -9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

Tentukan

- $A + (-B)$.
- $A - B$.
- Dari hasil yang diperoleh pada (a) dan (b), apakah kesimpulanmu?

Penyelesaian :

4. Diketahui matriks-matriks berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -5 & 4 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

- Tentukan hasil dari $A - B^T$.
- Tentukan hasil dari $A^T - B$

Penyelesaian :

RANGKUMAN



1. Dua matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan apabila ordo kedua matriks sama.
2. Penjumlahan matriks A dengan matriks B ditentukan dengan cara menjumlahkan elemen-elemen pada matriks A dengan elemen-elemen pada matriks B yang bersesuaian (seletak).
3. Pengurangan matriks A oleh matriks B ditentukan dengan cara mengurangi elemen-elemen matriks pada A dengan elemen-elemen pada matriks B yang bersesuaian (seletak).
4. Pengurangan matriks A oleh matriks B dapat pula ditentukan dengan cara menjumlahkan matriks A dengan lawan matriks B .

TES FORMATIF III



1) Diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{dan } C = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 9 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Tentukanlah

a. $A + B$

c. $A + C$

b. $B - C$

d. $A - C$

Penyelesaian :

2. Minggu lalu, Bisma dan Reza mengikuti tes untuk mendapatkan SIM C. Tes tersebut terdiri dari tes tertulis dan tes praktek. Hasil tes yang diperoleh Bisma dan Reza diperlihatkan dalam Tabel 9 berikut.

Tabel 9. Nilai Ujian Tulis dan Ujian Praktik

Nama	Nilai Ujian Tulis	Nilai Praktek	Nilai Total
Agus	75	76	...
Ridwan	78	75	...



Sumber : ngebloging.wordpress.com

- Tentukan nilai total yang diperoleh Agus dan Ridwan dalam tes pembuatan sim C tersebut.
- Nyatakan masalah tersebut dalam bentuk penjumlahan matriks.

Penyelesaian :

3. Carilah nilai a , b , dan c pada pengurangan matriks berikut.

a.
$$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 2b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & 13 \\ -c & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ -2 & 12 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

4. Pada tahun 2012, perusahaan persewaan mobil “Kharisma” membeli tiga jenis mobil ukuran sedang yaitu Avanza, Xenia, dan Honda Jazz. Besar penyusutan mobil yaitu 5% dari harga pembelian mobil. Harga pembelian mobil disajikan pada Tabel 10 berikut.



Sumber : rental-mobil-kharisma.blogspot.com

Tabel 10. Data aktiva penyusutan mobil selama satu tahun

Jenis Aktiva	Harga Pembelian (dalam juta rupiah)	Penyusutan Mesin 1 tahun (dalam juta rupiah)	Harga Baku (dalam juta rupiah)
Avanza	160	8	
Xenia	140	7	
Honda Jazz	120	6	

Hitunglah harga baku masing-masing mobil dengan menggunakan matriks.

Penyelesaian :

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif III, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif III dengan cara berikut.

Nilai = Total Skor

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian boleh meneruskan pada kegiatan belajar selanjutnya.
- Jika nilai < 75 , kalian harus mengulang membaca dan memahami tentang penjumlahan dan pengurangan matriks.

Kompetensi Dasar

Menyelesaikan operasi matriks

Alokasi waktu:
2 x 45 menit

Kegiatan Belajar IV [Perkalian Matriks]

Ingat Kembali



Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan benar.

1. Deskripsikan sifat komutatif yang berlaku pada perkalian bilangan *real*.
2. Deskripsikan sifat asosiatif yang berlaku pada perkalian bilangan *real*.
3. Deskripsikan sifat distributif yang berlaku pada perkalian bilangan *real*.

[Tujuan Kegiatan Belajar IV]

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, siswa diharapkan dapat :

1. Menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar (bilangan *real*).
2. Menjelaskan syarat perkalian matriks dengan matriks
3. Menyelesaikan perkalian matriks dengan matriks.

Pada kegiatan belajar IV, kalian akan mempelajari tentang perkalian matriks. Operasi perkalian pada matriks ada dua macam yaitu perkalian matriks dengan skalar (bilangan *real*) dan perkalian matriks dengan matriks.

A. Perkalian Matriks dengan Skalar

Perhatikan masalah berikut untuk memahami cara menyelesaikan perkalian matriks dengan skalar (bilangan *real*).

Ibu Yuli menjual nasi kuning dan nasi goreng yang dititipkan di kantin sekolah A,B, dan C. Banyaknya nasi kuning dan nasi goreng yang dijual di kantin sekolah A, B, dan C pada tanggal 5 Februari 2014 disajikan pada Tabel 11 berikut.

Tabel 11. Banyak nasi kuning dan nasi goreng yang dijual Ibu Yuli

	Nasi Kuning (bungkus)	Nasi Goreng (bungkus)
Kantin Sekolah A	15	15
Kantin Sekolah B	15	20
Kantin Sekolah C	10	15

Karena banyak siswa yang menyukai nasi kuning dan nasi goreng buatan Ibu Yuli, pengelola kantin sekolah A, B, dan C meminta Ibu Yuli untuk menambah banyaknya nasi kuning dan nasi goreng yang dititipkan sebanyak dua kali lipat. Berapa banyaknya pesanan nasi goreng dan nasi kuning pada masing-masing kantin?



Sumber : dherdian.wordpress.com

Banyak pesanan nasi kuning dan nasi goreng dari masing-masing kantin meningkat dua kali lipat, sehingga banyak pesanan nasi kuning dan nasi goreng di kantin sekolah A berturut-turut menjadi $2 \times 15 = 30$ dan $2 \times 15 = 30$, di kantin B berturut-turut $2 \times 15 = 30$ dan $2 \times 20 = 40$, serta di kantin C berturut-turut menjadi $2 \times 10 = 20$ dan $2 \times 15 = 30$.

Perhitungan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks, yaitu peningkatan pesanan nasi sama dengan dua dikalikan setiap elemen pada matriks yang

menyatakan banyak pesanan nasi kuning dan nasi goreng di kantin A, B, dan C, yaitu

$$\begin{bmatrix} 15 & 15 \\ 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} 2 \times \begin{bmatrix} 15 & 15 \\ 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{bmatrix} &= 2 \cdot \begin{bmatrix} 15 & 15 \\ 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 15 & 15 \\ 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{bmatrix} \\ &\leftrightarrow \begin{bmatrix} 2.15 & 2.15 \\ 2.15 & 2.20 \\ 2.10 & 2.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 30 \\ 30 & 40 \\ 20 & 30 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jadi, banyak pesanan nasi kuning dan nasi goreng di kantin sekolah A berturut-turut 30 dan 30, di kantin sekolah B berturut-turut 30 dan 40, dan di kantin C berturut-turut 20 dan 30.

Berdasarkan uraian di atas, diketahui bahwa perkalian matriks dengan skalar (bilangan *real*) dapat diselesaikan dengan mengalikan skalar dengan setiap elemen pada matriks tersebut. Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Jika A adalah suatu matriks dan k adalah skalar (bilangan *real*), maka kA merupakan matriks baru yang diperoleh dengan cara mengalikan setiap elemen pada matriks A dengan k .

Untuk lebih memahami konsep perkalian matriks dengan skalar, perhatikan contoh berikut.

Contoh 4.1

Diketahui matriks-matriks berikut $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

Tentukan:

- a. $2A$ b. $3B$ c. $2(A + B)$

Penyelesaian :

$$\text{a. } 2A = 2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2 & 2.3 \\ 2.5 & 2.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } 3B = 3 \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.(-4) & 3.(-1) \\ 3.3 & 3.(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & -3 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } 2(A + B) = 2 \left(\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \right) = 2 \left(\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 16 & 0 \end{bmatrix}$$



Diskusikan

Diketahui matriks-matriks berikut $A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & -3 \\ -1 & 5 & 8 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 1 \\ 4 & 9 & -3 \end{bmatrix}$.

- Tentukan hasil perkalian matriks $2(A + B)$.
- Tentukan hasil perkalian matriks $2A + 2B$.
- Apakah $2(A + B) = 2A + 2B$? Apa kesimpulanmu?
- Jika a dan b adalah skalar, tentukan perkalian matriks $a(bA)$.
- Tentukan perkalian matriks $(ab)A$.
- Bagaimana hasil perkalian yang kalian peroleh pada soal (d) dan (e)? Apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

Soal Latihan 4.1

- Tentukan hasil perkalian matriks-matriks di bawah ini.

a. $2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 27 & 18 & -30 \\ 15 & -12 & 9 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

2. Tentukan nilai a , b , dan c dari persamaan matriks di bawah ini.

a. $\begin{bmatrix} -1 & a \\ b & 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 15 \\ -12 & -1 \end{bmatrix}$

b. $2 \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} a & -2 \\ 4 & b \\ 0 & c \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 7 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

B. Perkalian Matriks dengan Matriks

Pada materi sebelumnya, kalian telah mempelajari tentang perkalian matriks dengan skalar. Selanjutnya kalian akan mempelajari perkalian suatu matriks dengan matriks lain. Untuk memahami syarat dan aturan perkalian matriks dengan matriks perhatikan permasalahan di bawah ini.

Ketika jam istirahat, Nabilah dan Mita pergi ke kantin Bu Ning untuk membeli makanan ringan. Nabilah membeli 2 bungkus biskuit dan 3 bungkus keripik singkong. Sedangkan Mita membeli 3 bungkus biskuit dan 1 bungkus keripik singkong. Jika Harga 1 bungkus biskuit adalah Rp1.000,00 dan harga 1 bungkus keripik singkong Rp700,00. Berapa uang yang harus dibayarkan Mita dan Nabilah?



Sumber : health.kompas.com

Masalah di atas akan diselesaikan menggunakan matriks berdasarkan informasi-informasi yang diketahui.

- a. Jenis dan banyaknya makanan yang dibeli Nabilah dan Mita

Tabel 12. Jenis dan banyak makanan yang dibeli Nabilah dan Mita

	Banyak Biskuit yang dibeli	Banyak Keripik singkong yang dibeli
Nabilah	2	3
Mita	3	1

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Data pada Tabel 12 di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

- b. Harga dari setiap jenis makanan

Tabel 13. harga biskuit dan keripik singkong

	Harga (Rp)
Biskuit	1000
Keripik singkong	700

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix}$$

Data pada Tabel 13 di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu $\begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix}$

- c. Jumlah uang yang harus dibayarkan Nabilah adalah $2 \times 1000 + 3 \times 700 = 4100$. Sedangkan jumlah uang yang harus dibayarkan Mita adalah $3 \times 1000 + 1 \times 700 = 3700$.

Perhitungan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks, yaitu matriks yang menyatakan banyak dan jenis makanan yang dibeli Nabilah dan Mita dikali matriks yang menyatakan harga biskuit dan keripik singkong.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix}$$

Langkah perhitungan perkalian matriks-matriks di atas adalah:

- mengalikan elemen-elemen pada baris pertama matriks sebelah kiri dengan elemen- elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian kemudian dijumlahkan. Hasilnya merupakan elemen pada baris pertama kolom pertama.
- mengalikan elemen-elemen pada baris kedua matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian kemudian dijumlahkan. Hasilnya merupakan elemen pada baris kedua kolom pertama.

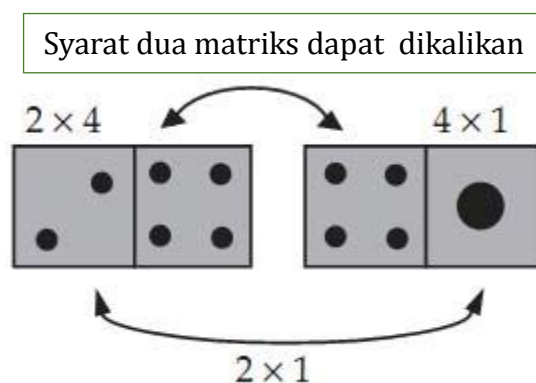
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 \times 1000 + 3 \times 700 \\ 3 \times 1000 + 1 \times 700 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4100 \\ 3700 \end{bmatrix}$$

Jadi uang yang harus dibayarkan Nabilah dan Mita berturut-turut adalah Rp4.100,00 dan Rp3.700,00

Perhatikan kembali perkalian matriks di atas. Matriks $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ berordo 2×2 dan matriks $\begin{bmatrix} 1000 \\ 700 \end{bmatrix}$ berordo 2×1 . Matriks hasil perkaliannya yaitu $\begin{bmatrix} 4100 \\ 3700 \end{bmatrix}$ berordo 2×1 . Dua matriks A dan B dapat dikalikan apabila banyak kolom pada matriks A sama dengan banyak baris pada matriks B . Sehingga ordo matriks AB adalah banyaknya baris pada matriks A dan banyaknya kolom pada matriks B . Untuk memudahkan dalam mengingat syarat perkalian matriks dengan matriks, kalian dapat menggunakan aturan memasang domino sebagai berikut.

Misalnya, perkalian matriks berordo 2×4 dengan matriks berordo 4×1



Hasil perkalian kedua matriks adalah matriks berordo 2×1

Secara umum, aturan perkalian matriks dengan matriks dapat dirumuskan sebagai berikut.

Perkalian matriks A dengan matriks B ditentukan dengan mengalikan elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen pada kolom matriks B yang bersesuaian (seletak), kemudian dijumlahkan.

$$A_{m \times l} \times B_{l \times n} = AB_{m \times n}$$

Contoh perkalian matriks dengan matriks.

1. Perkalian matriks berordo 2×2 dengan matriks berordo 2×1

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 + 2.5 \\ 6.4 + (-3).5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 9 \end{bmatrix}$$

- a. Hasil perkalian elemen-elemen baris pertama pada matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian

dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris pertama kolom pertama.

- b. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris kedua matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris kedua kolom pertama.

2. Perkalian matriks berordo 2×2 dengan matriks berordo 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6 + 2.8 & 1.7 + 2.9 \\ 4.6 + (-3).8 & 4.7 + (-3).9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 25 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- a. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris pertama matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris pertama kolom pertama.
- b. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris pertama matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom kedua matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris pertama kolom kedua.
- c. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris kedua matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris kedua kolom pertama.
- d. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris kedua matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom kedua matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris kedua kolom kedua.

3. Perkalian matriks berordo 2×3 dengan matriks berordo 3×1

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 + 2.8 + 3.(-9) \\ 4.7 + 5.8 + 6.(-9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 14 \end{bmatrix}$$

- a. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris pertama matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris pertama kolom pertama.
- b. Hasil perkalian elemen-elemen pada baris kedua matriks sebelah kiri dengan elemen-elemen pada kolom pertama matriks sebelah kanan yang bersesuaian dan kemudian dijumlahkan merupakan elemen pada baris kedua kolom pertama.

Contoh 4.2

1. Selidikilah apakah perkalian matriks-matriks di bawah ini dapat dilakukan. Apabila dapat dilakukan, tentukan hasil perkaliannya. Apabila tidak dapat dilakukan, jelaskan alasannya.

a. $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 9 & 2 \\ 1 & -3 & 6 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 8 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

1. Akan diselidiki apakah perkalian matriks-matriks di bawah ini dapat dilakukan.
- a. Banyak kolom matriks sebelah kiri adalah dua. Banyak baris matriks sebelah kanan adalah dua. Jadi, perkalian kedua matriks di atas dapat dilakukan.

$$\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 9 & 2 \\ 1 & -3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (7 \cdot -5) + (-2 \cdot 1) & (7 \cdot 9) + (-2 \cdot -3) & (7 \cdot 2) + (-2 \cdot 6) \\ (5 \cdot -5) + (8 \cdot 1) & (5 \cdot 9) + (8 \cdot -3) & (5 \cdot 2) + (8 \cdot 6) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -37 & 69 & 2 \\ -17 & 21 & 58 \end{bmatrix}$$

- b. Ordo matriks sebelah kiri adalah (2×2) dan ordo matriks sebelah kanan adalah (3×2) . Banyak kolom pada matriks sebelah kiri tidak sama dengan banyak baris pada matriks sebelah kanan yaitu $(2 \neq 3)$, sehingga perkalian kedua matriks tersebut tidak dapat dilakukan.
2. Ibu Amin berbelanja 5 kg beras dengan harga 8000/kg, 2 kg gula pasir dengan harga 9000/kg, dan 3 kg gandum dengan harga 6000/kg di Toko Bang Toyib. Ibu Wati membeli 3 kg beras, 5 kg gula pasir, dan 1 kg gandum di toko yang sama. Berapakah jumlah uang yang harus dibayarkan Ibu Amin dan Ibu Wati? Selesaikan dengan cara perkalian matriks.

Penyelesaian :

2. Misalkan, jumlah uang yang harus dibayarkan Ibu Amin adalah A dan jumlah uang yang harus dibayarkan Ibu Wati adalah W .

$$\begin{bmatrix} A \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8000 \\ 9000 \\ 6000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} 5.8000 + 2.9000 + 3.8000 \\ 3.8000 + 5.9000 + 1.6000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40000 + 18000 + 24000 \\ 24000 + 45000 + 6000 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 82000 \\ 75000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Jadi, uang yang harus dibayarkan Ibu Amin adalah Rp82.000,00 dan Ibu Wati adalah Rp75.000,00.



Diskusikan

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

- Tentukan hasil perkalian matriks $A \times B$.
- Tentukan hasil perkalian matriks $B \times A$.
- Apakah $A \times B = B \times A$? Apa kesimpulanmu?
- Tentukan hasil perkalian matriks $(A \times B) \times C$.
- Tentukan hasil perkalian matriks $A \times (B \times C)$.
- Apakah $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$? Apa kesimpulanmu?
- Tentukan hasil perkalian matriks $A(B + C)$.
- Tentukan hasil perkalian matriks $AB + AC$.
- Apakah $A(B + C) = AB + AC$? Apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

Soal Latihan 4.2

1. Selidikilah apakah perkalian matriks-matriks di bawah ini dapat dilakukan. Jelaskan alasanmu.

a. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 6 & -4 & -5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 1 & -5 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 4 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -4 \\ 1 & 7 & 7 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -4 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

2. Tentukan hasil perkalian matriks-matriks berikut.

a. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -1 & -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 2 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

3. Tentukan nilai a, b dan c yang memenuhi persamaan :

a. $\begin{bmatrix} -2 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 4 & 2 \\ b & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & -8 \\ 13 & c \\ 3 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

4. Ayu dan Dewi membeli peralatan sekolah di koperasi siswa SMK N 1 Tempel. Ayu membeli 2 pensil, 2 buku tulis, dan 3 bolpen, sedangkan Dewi membeli 1 pensil, 1 buku, dan 2 bolpen. Jika harga 1 pensil Rp2.500,00, 1 buku tulis 2.400, dan 1 bolpen Rp1.500,00, berapakah uang yang harus dibayarkan Ayu dan Dewi? Selesaikan dengan cara perkalian matriks.

Penyelesaian :

RANGKUMAN



1. Perkalian matriks A dengan skalar k ditulis kA diselesaikan dengan cara mengalikan setiap elemen matriks A dengan k .
2. Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B apabila banyak kolom pada matriks A sama dengan banyak baris pada matriks B .
3. Perkalian matriks A dengan matriks B ditentukan dengan mengalikan elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen pada kolom matriks B yang bersesuaian (seletak), kemudian dijumlahkan.

Contoh:
$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ l \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ak + bl + cm \\ dk + el + fm \end{bmatrix}$$

TES FORMATIF IV



1. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 4 & x \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -12 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

Tentukan nilai x jika $AB = 2C$.

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks-matriks berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 5 & 2 & -6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$

Tentukan

- $(AB)^T$
- $B^T A^T$
- $A^T B^T$
- Buatlah kesimpulan dari hasil yang kalian peroleh pada soal (a), (b), dan (c).

Penyelesaian :

- Perusahaan garmen “PT. Sutra Alam” tiap bulannya mengekspor 3 macam kain ke-4 negara tujuan. Berikut disajikan tabel daftar barang pesanan pada bulan November 2013 dalam satuan lusin. Jika harga kain jenis A adalah 120 \$/ lusin, kain jenis B 150 \$/lusin, dan kain jenis C 180\$/lusin, tentukan
 - Berapakah pemasukan yang diperoleh perusahaan tersebut pada bulan November 2013?
 - Jika pada bulan Desember 2013 jumlah pesanan dari ke-4 negara meningkat tiga kali lipat, tentukan berapa total pesanan masing-masing jenis kain.

Tabel 13. Pesanan kain PT. Sutra Alam

Negara Tujuan	Jenis Kain		
	A	B	C
Jepang	10	20	15
Korea	25	30	10
Cina	10	10	10
Taiwan	20	25	15

Penyelesaian :

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif IV, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif IV dengan cara berikut.

$$\text{Nilai} = \text{Total Skor}$$

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian boleh meneruskan pada kegiatan belajar selanjutnya.
- Jika nilai < 75 , kalian harus membaca dan memahami kembali konsep perkalian matriks.

Kompetensi Dasar

Menentukan
determinan dan invers
matriks

Alokasi waktu:
 4×45 menit

Kegiatan Belajar V [Determinan, Minor, Kofaktor, Adjoin, dan Invers Matriks]

Ingat Kembali



Tentukan hasil perkalian matriks-matriks di bawah ini.

1. $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \dots$

2. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \dots$

3. $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix} = \dots$

[Tujuan Kegiatan Belajar V]

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, siswa diharapkan dapat:

1. Menentukan determinan matriks berordo 2×2 dan berordo 3×3 .
2. Menentukan minor, kofaktor, dan adjoin matriks.
3. Menentukan invers matriks berordo 2×2 dan berordo 3×3 .
4. Menyelesaikan sistem persamaan linier menggunakan konsep determinan dan invers matriks.

Pada materi sebelumnya, telah dipelajari pengertian dan operasi hitung pada matriks. Pada kegiatan belajar ini kalian akan mempelajari mengenai invers matriks. Perhatikan ilustrasi berikut.

Misalkan, $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

Jika matriks A dikalikan dengan matriks B akan diperoleh

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Jika matriks B dikalikan dengan matriks A akan diperoleh

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Dari hasil perkalian dua matriks di atas diperoleh bahwa $AB = BA = I$.

Matriks A dan matriks B yang hasil perkaliannya memenuhi sifat $AB = BA = I$ disebut dua matriks yang saling invers. Dengan kata lain, matriks A adalah invers dari matriks B dan matriks B merupakan invers dari matriks A . Untuk menentukan invers suatu matriks, kalian perlu mempelajari beberapa pengetahuan dasar yang berkaitan, yaitu determinan, minor, kofaktor, dan adjoin terlebih dahulu.

A. Determinan Matriks

Dalam modul ini, pembahasan dibatasi pada determinan matriks berordo 2×2 dan matriks berordo 3×3 .

1. Determinan matriks berordo 2×2

Determinan suatu matriks berordo 2×2 ditentukan dengan cara mengalikan elemen-elemen yang berada pada diagonal utama, diawali dari kiri ke kanan bawah dikurangi hasil kali elemen-elemen yang berada pada diagonal dari kanan ke kiri bawah. Determinan dari matriks A dinotasikan dengan $\det A$ atau $|A|$. Determinan dari matriks A dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a \cdot d) - (c \cdot b) = ad - bc$$

Contoh 5.1

Diketahui matriks-matriks berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$$

Tentukan :

- a. $\det A$
- b. $\det B$

Penyelesaian :

- a. $\det A = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = 8.4 - (-4).(-4) = 32 - 16 = 16$
- b. $\det B = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{vmatrix} = 2.10 - 5.4 = 20 - 20 = 0$

Berdasarkan nilai determinannya, suatu matriks dibedakan menjadi 2 yaitu :

- a. Matriks singular matriks yang determinannya nol.
- b. Matriks non singular adalah matriks yang determinannya tidak sama dengan nol.

Soal Latihan 5.1

1. Selidikilah apakah matriks-matriks di bawah ini merupakan matriks singular atau non singular.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -10 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

2. Diketahui matriks-matriks berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 2y \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Tentukan :

- $\det A$ dan $\det B$
- Jika $\det A = \det B$, tentukan nilai y

Penyelesaian :

2. Determinan matriks berordo 3×3

Untuk mencari determinan matriks berordo 3×3 dapat digunakan dua metode yaitu metode atau aturan Sarrus dan metode kofaktor.

a. Aturan Sarrus

Langkah-langkah menentukan determinan dengan aturan Sarrus adalah sebagai berikut.

- 1) Letakkan kolom pertama dan kolom kedua suatu matriks di sebelah kanan garis vertikal dari determinan.
- 2) Jumlahkan hasil kali elemen-elemen yang terletak pada diagonal utama dengan hasil kali elemen-elemen yang sejajar diagonal utama pada arah kanan kemudian kurangilah dengan hasil kali elemen-elemen yang terletak sejajar dengan diagonal samping.

Perhatikan skema untuk menentukan determinan matriks berordo 3×3 dengan menggunakan aturan Sarrus di bawah ini.

Misalkan $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ matriks persegi berordo 3×3 ,

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

- - - + + +

$$\det A = (a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h) - (c \cdot e \cdot g + a \cdot f \cdot h + b \cdot d \cdot i)$$

b. Metode Kofaktor

Determinan matriks berordo 3×3 dapat pula ditentukan dengan menggunakan metode kofaktor. Sebelumnya, kalian harus mempelajari mengenai minor dan kofaktor dari suatu matriks (minor dan kofaktor matriks akan dijelaskan lebih lanjut pada materi selanjutnya).

1) Minor matriks

Minor suatu matriks A adalah determinan dari matriks bagian A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemennya pada baris ke- i dan elemen-elemen pada kolom ke- j .

2) Matriks kofaktor

Kofaktor suatu elemen baris ke- i dan kolom ke- j dari matriks A dilambangkan dengan K_{ij} . K_{ij} dapat ditentukan dengan rumus berikut.

$$K_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot |M_{ij}|$$

3) Menentukan determinan matriks berordo 3×3 dengan metode kofaktor

Determinan matriks berordo 3×3 dapat ditentukan dengan rumus berikut.

Jika A adalah matriks berordo 3×3 , maka

$$|A| = a_{11} \cdot k_{11} + a_{12} \cdot k_{12} + a_{13} \cdot k_{13} \text{ atau}$$

$$|A| = a_{21} \cdot k_{21} + a_{22} \cdot k_{22} + a_{23} \cdot k_{23} \text{ atau}$$

$$|A| = a_{31} \cdot k_{31} + a_{32} \cdot k_{32} + a_{33} \cdot k_{33}.$$

Perhatikan contoh berikut. Misalkan, terdapat matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$.

Akan diambil ekspansi pada baris pertama untuk menentukan $\det A$ menggunakan metode kofaktor.

- Minor matriks pada baris pertama yaitu,

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -4$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -13$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7$$

$|M_{11}|$, $|M_{12}|$, dan $|M_{13}|$ merupakan minor pada baris pertama matriks A .

- Kofaktor suatu elemen baris ke- i dan kolom ke- j dari matriks A dilambangkan dengan $K_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot |M_{ij}|$.

$$K_{11} = (-1)^{1+1} \cdot -4 = -4$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} \cdot -13 = 13$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3} \cdot -7 = -7$$

- Determinan A

Diketahui,

$$a_{11} = 2 \quad k_{11} = -4 \quad a_{12} = 4 \quad k_{12} = 13 \quad a_{13} = 6 \quad k_{13} = -7$$

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11} \cdot k_{11} + a_{12} \cdot k_{12} + a_{13} \cdot k_{13} \\ &= 2 \cdot -4 + 4 \cdot 13 + 6 \cdot -7 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Contoh 5.2

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 9 \\ -6 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$.

- Tentukan $\det A$ menggunakan aturan Sarrus.
- Tentukan $\det A$ menggunakan metode kofaktor.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \text{a. } \det A &= \begin{vmatrix} 0 & 7 & 9 \\ -6 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 7 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 0 \cdot 1 \cdot 2 + 7 \cdot 5 \cdot 4 + 9 \cdot -6 \cdot -2 - (9 \cdot 1 \cdot 4 + 0 \cdot 5 \cdot -2 + 7 \cdot -6 \cdot 2) \\ &= 0 + 140 + 108 - (36 + 0 - 84) = 296. \end{aligned}$$

$$\text{b. } \det A = \begin{vmatrix} 0 & 7 & 9 \\ -6 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

- Akan ditentukan minor matriks A pada baris pertama.

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 12$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} -6 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -32$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} -6 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 8$$

- Akan ditentukan kofaktor matriks A pada baris pertama.

$$K_{11} = (-1)^{1+1} \cdot 12 = 12$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} \cdot -32 = 32$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3} \cdot 8 = 8$$

- Akan ditentukan det A

$$\begin{aligned} \det A = |A| &= a_{11} \cdot k_{11} + a_{12} \cdot k_{12} + a_{13} \cdot k_{13} \\ &= 0 \cdot 12 + 7 \cdot 32 + 9 \cdot 8 \\ &= 0 + 224 + 72 \\ &= 296 \end{aligned}$$

Soal Latihan 5.2

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 6 & -5 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

- Tentukan det A menggunakan aturan Sarrus.
- Tentukan det B menggunakan metode kofaktor.

Penyelesaian :

2. Determinan matriks $\begin{vmatrix} x-1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 3x & 2 & 5 \end{vmatrix} = -43$. Tentukan nilai x .

Penyelesaian :

B. Minor Matriks

Minor suatu matriks A adalah determinan dari matriks bagian A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemen pada baris ke- i dan kolom ke- j . Minor matriks pada baris ke- i dan kolom ke- j biasa dilambangkan dengan $|M_{ij}|$. Perhatikan uraian berikut. Misalkan, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. Maka,

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} \cancel{a} & \cancel{b} \\ c & d \end{vmatrix} = |d| = d$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} \cancel{a} & \cancel{d} \\ c & b \end{vmatrix} = |c| = c$$

$$|M_{21}| = \begin{vmatrix} \cancel{a} & \cancel{b} \\ \cancel{c} & d \end{vmatrix} = |b| = b$$

$$|M_{22}| = \begin{vmatrix} \cancel{a} & \cancel{d} \\ c & \cancel{b} \end{vmatrix} = |a| = a$$

Jadi, minor matriks A adalah $\begin{bmatrix} d & c \\ b & a \end{bmatrix}$

Bagaimana dengan minor matriks berordo 3×3 ? Misalkan, $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$.

Dari matriks A di atas maka dapat dibuat matriks minor dari matriks A sebagai berikut.

1. Minor dari baris ke-1 kolom ke-1 adalah $|M_{11}| = \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} = ei - fh$
2. Minor dari baris ke-1 kolom ke-2 adalah $|M_{12}| = \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} = di - fg$
3. Minor dari baris ke-1 kolom ke-3 adalah $|M_{13}| = \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = dh - eg$
4. Minor dari baris ke-2 kolom ke-1 adalah $|M_{21}| = \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} = bi - ch$
5. Minor dari baris ke-2 kolom ke-2 adalah $|M_{22}| = \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} = ai - cg$

6. Minor dari baris ke-2 kolom ke-3 adalah $|M_{23}| = \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} = ah - bg$
7. Minor dari baris ke-3 kolom ke-1 adalah $|M_{31}| = \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} = bf - ce$
8. Minor dari baris ke-3 kolom ke-2 adalah $|M_{32}| = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd$
9. Minor dari baris ke-3 kolom ke-3 adalah $|M_{33}| = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$

Diperoleh matriks minor dari A yaitu $\begin{bmatrix} |M_{11}| & |M_{12}| & |M_{13}| \\ |M_{21}| & |M_{22}| & |M_{23}| \\ |M_{31}| & |M_{32}| & |M_{33}| \end{bmatrix}$

Contoh 5.3

1. Tentukan minor dari matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

$$|M_{11}| = 3$$

$$|M_{12}| = 4$$

$$|M_{21}| = -2$$

$$|M_{22}| = 1$$

Minor matriks A adalah $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Tentukan minor dari matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 5 = -9$$

$$|M_{23}| = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 42 = -41$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 35 = -27$$

$$|M_{31}| = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 30 + 6 = 36$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 14 = 18$$

$$|M_{32}| = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 12 = -7$$

$$|M_{21}| = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 3 = 9$$

$$|M_{33}| = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 24 = -26$$

$$|M_{22}| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 21 = -19$$

Jadi, minor matriks A adalah $\begin{bmatrix} -9 & -27 & 18 \\ 9 & -19 & -41 \\ 36 & -7 & -26 \end{bmatrix}$.

Soal Latihan 5.3

Tentukan minor dari matriks berikut.

a. $A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ b. $B = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 4 & 5 & 5 \\ 8 & -1 & 6 \end{bmatrix}$ c. $C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -3 & 0 & 8 \\ 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

C. Matriks Kofaktor

Pada materi sebelumnya, kalian telah mempelajari tentang minor dan matriks minor dari suatu matriks berordo 3×3 . Konsep tersebut akan digunakan untuk menemukan matriks kofaktor dari suatu matriks.

Misalkan, $|M_{ij}|$ merupakan minor baris ke- i dan kolom ke- j dari suatu matriks. Maka kofaktor adalah hasil perkalian $|M_{ij}|$ dengan $(-1)^{i+j}$. Dengan demikian,

$$K_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot |M_{ij}|$$

Matriks yang elemen-elemennya merupakan kofaktor dari suatu matriks disebut matriks kofaktor. Misalnya,

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \qquad K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

Contoh 5.4

Tentukan matriks kofaktor dari matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

Pada contoh 5.3, telah ditemukan bahwa minor matriks A adalah $\begin{bmatrix} -9 & -27 & 18 \\ 9 & -19 & -41 \\ 36 & -7 & -26 \end{bmatrix}$.

Selanjutnya, akan ditentukan kofaktor matriks dari A sebagai berikut.

$$K_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |M_{11}| = 1 \cdot -9 = -9$$

$$K_{23} = (-1)^{2+3} \cdot |M_{23}| = -1 \cdot -41 = 41$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |M_{12}| = (-1) \cdot -27 = 27$$

$$K_{31} = (-1)^{3+1} \cdot |M_{31}| = 1 \cdot 36 = 36$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3} \cdot |M_{13}| = 1 \cdot 18 = 18$$

$$K_{32} = (-1)^{3+2} \cdot |M_{32}| = (-1) \cdot -7 = 7$$

$$K_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |M_{21}| = (-1) \cdot 9 = -9$$

$$K_{33} = (-1)^{3+3} \cdot |M_{33}| = 1 \cdot -26 = -26$$

$$K_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |M_{22}| = 1 \cdot -19 = -19$$

Jadi, matriks kofaktor dari A adalah $\begin{bmatrix} -9 & 27 & 18 \\ -9 & -19 & 41 \\ 36 & 7 & -26 \end{bmatrix}$.

Soal Latihan 5.4

Tentukan matriks kofaktor dari matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 4 & 5 & 5 \\ 8 & -1 & 6 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -3 & 0 & 8 \\ 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

D. Adjoin Matriks

Adjoin suatu matriks ditentukan dengan mentranspose matriks kofaktornya. Berikut akan diuraikan mengenai adjoin matriks berordo 2×2 dan matriks berordo 3×3 .

1. Adjoin Matriks 2×2

Adjoin dari matriks berordo 2×2 diperoleh dengan mentranspose matriks kofaktornya. Misalnya, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka

Minor matriks A adalah $\begin{bmatrix} d & c \\ b & a \end{bmatrix}$.

Matriks kofaktornya yaitu $\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Adjoin matriks A adalah transpose dari matriks kofaktornya, yaitu

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\text{Jika } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \text{ maka } \text{Adj } A = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

2. Adjoin Matriks berordo 3×3

Adjoin matriks berordo 3×3 merupakan transpose dari matriks kofaktornya.

Jika kofaktor matriks A adalah $K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$, maka adjoinnya adalah

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} & K_{31} \\ K_{12} & K_{22} & K_{32} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix}.$$

Contoh 5.5

Tentukan adjoin matriks dari matriks

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$.

2. $B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

1. $\text{Adj } A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$
2. Berdasarkan penyelesaian pada contoh 5.4, diketahui matriks kofaktor dari matriks $\begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ adalah $\begin{bmatrix} -9 & 27 & 18 \\ -9 & -19 & 41 \\ 36 & 7 & -26 \end{bmatrix}$. Maka adjoin dari matrik A adalah $\begin{bmatrix} -9 & -9 & 36 \\ 27 & -19 & 7 \\ 18 & 41 & -26 \end{bmatrix}$.

Soal Latihan 5.5

Diketahui matriks $P = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 4 \\ -3 & 8 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a. Minor Matriks P
- b. Kofaktor Matriks P
- c. Adjoin Matriks P

Penyelesaian :

E. Invers Matriks

Setelah mempelajari determinan, minor, kofaktor, dan adjoin, pada bagian ini kalian akan mempelajari tentang invers. Pembahasan invers matriks dalam modul ini dibatasi pada invers matriks berordo 2×2 dengan matriks berordo 3×3 .

Invers merupakan lawan atau kebalikan suatu matriks dalam perkalian. Pada awal kegiatan belajar V telah diuraikan secara singkat mengenai dua matriks yang saling invers. Matriks A dan matriks B yang perkalian dua matriksnya memenuhi sifat $AB = BA = I$ disebut dua matriks yang saling invers. Dengan kata lain, A adalah invers dari matriks B dan matriks B merupakan inverse dari matriks A .

Invers matriks A ditulis A^{-1} (dibaca A invers) dan invers matriks B ditulis B^{-1} (dibaca B invers). Sehingga untuk matriks A dan matriks B yang saling invers dapat dituliskan $A^{-1} = B$ dan $B^{-1} = A$. Jika A adalah **matriks persegi**, maka invers dari matriks A ditentukan dengan rumus berikut.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adjoin } A, \det A \neq 0$$

Jadi, suatu matriks yang memiliki invers, determinan matriksnya tidak sama dengan nol.

Untuk invers matriks berordo 2×2 dapat dirumuskan lebih mudah sebagai berikut. Misalkan $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ merupakan matriks yang memiliki invers, maka invers dari A yaitu A^{-1} dinyatakan sebagai berikut.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adjoin } A, \det A \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, ad - bc$$

Sifat Invers Matriks

1. $(A^{-1})^{-1} = A$
2. $AA^{-1} = A^{-1}A = I$
3. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Contoh 5.6

1. Tentukan invers matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

$$A^{-1} = \frac{1}{2 \cdot 3 - 1 \cdot 5} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Jadi } A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Tentukan invers matriks $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian :

$$\bullet \quad \text{Det } B = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|B| = 1 \cdot 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-1) \cdot 3 + 3 \cdot 1 \cdot 1 - (3 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 1 \cdot (-2))$$

$$|B| = -4 + 3 + 3 - (18 - 1 + 2)$$

$$|B| = -17$$

- Minor matriks B

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -3$$

$$|M_{23}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 1$$

$$|M_{31}| = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -5$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$|M_{32}| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -4$$

$$|M_{21}| = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -1$$

$$|M_{33}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3$$

$$|M_{22}| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -11$$

Jadi, minor matriks B adalah

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -5 \\ -1 & -11 & 4 \\ -5 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

- Kofaktor matriks B

$$K_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |M_{11}| = 1 \cdot -3 = -3$$

$$K_{23} = (-1)^{2+3} \cdot |M_{23}| = (-1) \cdot 4 = -4$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |M_{12}| = (-1) \cdot 1 = -1$$

$$K_{31} = (-1)^{3+1} \cdot |M_{31}| = 1 \cdot (-5) = -5$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3} \cdot |M_{13}| = 1 \cdot (-5) = -5$$

$$K_{32} = (-1)^{3+2} \cdot |M_{32}| = (-1) \cdot (-4) = 4$$

$$K_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |M_{21}| = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$K_{33} = (-1)^{3+3} \cdot |M_{33}| = 1 \cdot 3 = 3$$

$$K_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |M_{22}| = 1 \cdot (-11) = -11$$

Jadi, matrik kofaktor matriks B adalah

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 & -5 \\ 1 & -11 & -4 \\ -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

- Adjoin matriks B

$$\text{Adj } B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -5 \\ 1 & -11 & -4 \\ -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -5 \\ -1 & -11 & 4 \\ -5 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

- Invers matriks B

$$B^{-1} = \frac{1}{-17} \begin{bmatrix} -3 & 1 & -5 \\ -1 & -11 & 4 \\ -5 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$



Diskusikan

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

- Tentukan A^{-1}
- Tentukan $(A^{-1})^{-1}$
- Apakah $A = (A^{-1})^{-1}$? Apa kesimpulanmu?
- Tentukan AA^{-1}
- Tentukan $A^{-1}A$
- Bagaimana hasil yang kalian peroleh pada pertanyaan (d) dan (e)? Apa kesimpulanmu?
- Tentukan $(AB)^{-1}$
- Tentukan $A^{-1}B^{-1}$
- Tentukan $B^{-1}A^{-1}$
- Bagaimana hasil yang kalian peroleh pada pertanyaan (g), (h), dan (i)? Apa kesimpulanmu?

Penyelesaian :

Soal Latihan 5.6

1. Tunjukkan matriks-matriks di bawah ini merupakan dua matriks yang saling invers.

a. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} -4 & -5 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

2. Tentukan invers dari matriks-matriks di bawah ini.

a. $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

b. $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

3. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Tentukan AB^{-1}
- Tentukan $B^{-1}A$

Penyelesaian :

F. Aplikasi Matriks Pada Penyelesaian Sistem Persamaan Linier

Pada bab sebelumnya kalian telah mempelajari penyelesaian sistem persamaan linier dengan menggunakan metode substitusi dan eliminasi. Pada bagian ini, kalian akan menggunakan matriks untuk menyelesaikan sistem persamaan linier. Pemahaman yang baik tentang determinan dan invers matriks akan sangat membantu dalam menyelesaikan sistem persamaan linier.

1. Aplikasi Determinan Matriks dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linier

Sistem persamaan linier dapat diselesaikan dengan menggunakan determinan matriks yang disebut dengan metode atau aturan Cramer. Menurut aturan Cramer, sistem persamaan linear dapat diselesaikan dengan menentukan nilai x dan y sebagai berikut.

Bentuk umum dari persamaan linier dua variabel adalah sebagai berikut.

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Bentuk-bentuk $(c_1b_2 - c_2b_1)$, $(a_1b_2 - a_2b_1)$ dan $(a_1c_2 - a_2c_1)$ jika dinyatakan dalam bentuk determinan adalah sebagai berikut.

$$(c_1b_2 - c_2b_1) = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$(a_1b_2 - a_2b_1) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$(a_1c_2 - a_2c_1) = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Sehingga nilai x dan nilai y dapat dinyatakan dalam bentuk determinan sebagai berikut.

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \text{yaitu determinan dari matriks koefisien } x \text{ dan } y.$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \text{yaitu determinan dari matriks koefisien } x \text{ dan } y \text{ yang kolom pertamanya diganti oleh konstanta } c_1 \text{ dan } c_2.$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \quad \text{yaitu determinan dari matriks koefisien } x \text{ dan } y \text{ yang kolom keduanya diganti oleh konstanta } c_1 \text{ dan } c_2.$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk determinan matriks sebagai berikut.

$$x = \frac{D_x}{D} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D}$$

Bagaimana dengan sistem persamaan linier tiga variabel? Dapatkah diselesaikan dengan determinan matriks pula? Untuk mengetahui jawabannya, perhatikan uraian berikut. Bentuk umum dari sistem persamaan linier tiga variabel adalah

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

Analogi dengan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel, maka dapat diperoleh determinan-determinan sebagai berikut.

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Berdasarkan keempat nilai determinan di atas, maka himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier tiga variabel dapat diperoleh dengan cara:

$$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}, \text{ dan } z = \frac{D_z}{D}$$

2. Aplikasi Invers Matriks untuk Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier

Diketahui terdapat persamaan matriks sebagai berikut. Misalkan A dan B adalah matriks yang telah diketahui elemen-elemennya. Akan ditentukan elemen-elemen dari matriks X yang belum diketahui elemen-elemennya.

a. $AX = B$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B \text{ (kedua ruas dikalikan } A^{-1}\text{)}$$

$$IX = A^{-1}B \text{ (karena } A^{-1}A = I\text{)}$$

$$X = A^{-1}B \text{ (karena } IX = X\text{)}$$

Jadi, matriks X dari persamaan $AX = B$ dapat ditentukan dengan mengalikan invers matriks A dengan matriks B atau dapat ditulis $X = A^{-1}B$.

b. $XA = B$

$$XAA^{-1} = BA^{-1} \text{ (kedua ruas dikalikan } A^{-1}\text{)}$$

$$XI = BA^{-1} \text{ (karena } AA^{-1} = I\text{)}$$

$$X = BA^{-1} \text{ (karena } XI = X\text{)}$$

Jadi, matriks X dari persamaan $XA = B$ dapat ditentukan dengan mengalikan matriks B dengan invers matriks A atau dapat ditulis $X = BA^{-1}$.

Dengan analogi di atas, sistem persamaan linier dapat diselesaikan dengan invers matriks. Berikut langkah-langkahnya.

- Tuliskan setiap persamaan dalam bentuk matriks
- Nyatakan ke dalam perkalian matriks koefisien (matriks yang terdiri dari koefisien-koefisien) dengan matriks variabel.

Bentuk umum dari persamaan linier dua variabel adalah sebagai berikut

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

Dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks koefisien dengan matriks variabel menjadi

$$\begin{bmatrix} ax + by \\ dx + ey \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$

Himpunan penyelesaian dari persamaan di atas adalah $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$.

Contoh 5.7

- Selisih usia kakak dan adik adalah 8 tahun. Dua tahun yang akan datang, usia adik dua kali usia kakak. Berapakah usia kakak dan usia adik sekarang? Selesaikan dengan menggunakan determinan matriks.



Sumber : carritawisatacontent3.blogspot.com

Penyelesaian :

Masalah di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan determinan matriks sebagai berikut.

Misalkan : a = usia kakak dan b = usia adik.

$$a - b = 8$$

$$a + 2 = 2(b + 2) \leftrightarrow a - 2b = 2$$

Dari sistem persamaan linier dua variabel di atas dapat ditentukan determinan-determinan sebagai berikut.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -1; D_a = \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -14; D_b = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -6;$$

Berdasarkan ketiga nilai diskriminan tersebut, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier dua variabel di atas adalah

$$a = \frac{D_a}{D} = \frac{-14}{-1} = 14 \text{ dan } y = \frac{D_b}{D} = \frac{-6}{-1} = 6$$

Jadi, usia kakak dan adik sekarang berturut-turut adalah 14 tahun dan 6 tahun.

2. Misalkan $A = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, tentukanlah matriks X yang berordo 2×2 yang memenuhi persamaan
- $AX = B$
 - $XA = B$

Penyelesaian :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}, \text{ maka } \det A = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 7.1 - 6.1 = 1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{a. } AX = B \leftrightarrow X = A^{-1}B$$

$$X = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 11 & -12 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } XA = B \leftrightarrow X = BA^{-1}$$

$$X = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 17 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Soal Latihan 5.7

1. Toko Makmur menjual berbagai *furniture* rumah tangga, salah satunya adalah kursi dan meja makan. Bu Cinta membeli 1 meja makan dan 4 kursi dengan harga Rp1.100.000,00. Bu Laura membeli 1 meja makan dan 6 kursi dengan harga Rp1.400.000,00. Berapakah harga 1 meja dan 1 kursi yang dijual di Toko Makmur? Selesaikan



Sumber : teakpalace.com

dengan menggunakan invers matriks.

Penyelesaian :

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier tiga variabel berikut dengan menggunakan determinan matriks.

$$2x + y - z = 1$$

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y - z = 2$$

Penyelesaian :



1. Determinan matriks dapat ditentukan dengan cara

a. Matriks berordo 2×2

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka $\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

b. Matriks berordo 3×3

1) Aturan Sarrus

Jika $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, maka

$$\det B = |B| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - dbi$$

2) Metode Kofaktor

Jika $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, maka

$$\det B = |B| = a \cdot k_{11} + b \cdot k_{12} + c \cdot k_{13} \quad \text{atau}$$

$$\det B = |B| = d \cdot k_{21} + e \cdot k_{22} + f \cdot k_{23} \quad \text{atau}$$

$$\det B = |B| = g \cdot k_{31} + h \cdot k_{32} + i \cdot k_{33}$$

2. Berdasarkan determinannya, matriks dibedakan menjadi 2, yaitu

a. matriks singular : matriks yang determinannya nol .

b. matriks non singular : matriks yang determinannya tidak sama dengan nol.

3. Jika $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, maka minor-minornya

a. $|M_{11}| = \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} = ei - fh$

b. $|M_{12}| = \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} = di - fg$

c. $|M_{13}| = \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = dh - eg$

d. $|M_{21}| = \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} = bi - ch$ dan seterusnya hingga $|M_{33}| = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$.

Minor dari matriks A adalah

$$\begin{bmatrix} |M_{11}| & |M_{12}| & |M_{13}| \\ |M_{21}| & |M_{22}| & |M_{23}| \\ |M_{31}| & |M_{32}| & |M_{33}| \end{bmatrix}$$

4. Kofaktor dari minor-minor di atas adalah

- $K_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |M_{11}|$
- $K_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |M_{12}|$
- $K_{13} = (-1)^{1+3} \cdot |M_{13}|$
- $K_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |M_{21}|$ dan seterusnya sampai $K_{33} = (-1)^{3+3} \cdot |M_{33}|$.

Diperoleh matriks kofaktor $K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$

- Adjoin dari matriks A adalah transpose dari kofaktor matriks A , ditulis $\text{Adj } A$.
- Invers dari A ditulis A^{-1} , dirumuskan

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj } A$$

- Persamaan linier linier dua variabel dapat diselesaikan dengan determinan matriks dan invers matriks.

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

- $x = \frac{D_x}{D}$ dan $y = \frac{D_y}{D}$

- $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$

TES FORMATIF V



- Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 5+x & 3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -9 & -3x \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Jika $\det A = \det B$, tentukan nilai x .

Penyelesaian :

2. Tentukan matriks A yang memenuhi persamaan berikut.

a. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} A = 2 \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

b. $A \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -41 & -44 \\ 26 & 25 \\ -11 & -6 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

3. Diketahui sistem persamaan linier tiga variabel sebagai berikut.

$$3x + 4y - z = 8$$

$$2x + 3y - z = 5$$

$$x + y - 2z = -3$$

Tentukan nilai x , y dan z menggunakan determinan matriks.

Penyelesaian :

4. Imas dan Dewi pergi belanja ke pasar. Imas membeli 3 kg kentang dan 2 kg wortel dengan harga Rp18.000,00. Dewi membeli 2 kg kentang dan 1 kg wortel dengan harga Rp11.000,00. Berapa harga 1 kg wortel dan 1 kg kentang?



Sumber : antarfoto.com

- Buatlah model matematika dari masalah tersebut dalam bentuk sistem persamaan linear dua variabel.
- Tentukan harga 1 kg wortel dan 1 kg kentang menggunakan metode invers matriks.

Penyelesaian :

Umpan Balik

Jika kalian sudah menyelesaikan tes formatif V, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang berada di bagian belakang modul. Setelah dikoreksi, berilah nilai pada tes formatif V dengan cara berikut.

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Total Skor}}{8} \times 10$$

(Petunjuk penilaian tes formatif terletak di bagian belakang modul)

- Jika nilai ≥ 75 , kalian telah siap mengikuti Ulangan Harian materi Matriks.
- Jika nilai < 75 , kalian harus mengulang membaca dan memahami konsep tentang determinan, minor, kofaktor, adjoin, dan invers matriks.

GLOSARIUM



Istilah	Arti
Adjoin	: Matriks yang diperoleh dengan cara mentranspose matriks kofaktornya.
Elemen Matriks	: Setiap bilangan dalam matriks.
Matriks	: Susunan elemen-elemen yang disusun dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi panjang dan dituliskan di dalam dua tanda kurung biasa () atau siku [].
Matriks Baris	: Matriks yang terdiri dari satu baris.
Matriks Diagonal	: Matriks persegi yang elemen-elemen di bawah dan di atas diagonal utama bernilai 0.
Matriks Identitas	: Matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen lainnya adalah nol
Matriks Kolom	: Matriks yang terdiri dari satu kolom.
Matriks Nol	: Matriks yang semua elemennya adalah nol.
Matriks Nonsingular	: Matriks yang determinannya tidak sama dengan nol.
Matriks Persegi	: Matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.
Matriks Segitiga Atas	: Matriks persegi yang semua elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol.
Matriks Segitiga Bawah	: Matriks persegi yang semua elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol.
Matriks Singular	: Matriks yang determinannya nol.
Ordo	: Banyaknya baris diikuti banyaknya kolom dari suatu matriks.
Transpose Matriks	: Matriks baru yang diperoleh dengan cara menukar elemen-elemen pada baris matriks sebelumnya menjadi elemen-elemen pada kolom matriks yang baru.



KUNCI JAWABAN SOAL LATIHAN

Soal Latihan 1.1

1. Berdasarkan data yang disajikan dalam tabel 4, dapat diperoleh jawaban-jawaban sebagai berikut.

a. Misalnya dinotasikan matriks A . Maka, $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

- b. Banyak baris pada matriks A adalah 4 (empat), sedangkan banyak kolom pada matriks A adalah 3 (tiga).
- c. Elemen-elemen pada baris ketiga adalah 2, 1, dan 0.
- d. Elemen-elemen pada kolom pertama adalah 2, 1, 2, dan 0.
- e. Elemen pada baris ketiga kolom kedua adalah 1.
- f. Elemen 3 terletak pada baris keempat kolom ketiga.
- g. Banyaknya elemen pada matriks A adalah 12 elemen.
- h. Ordo dari matriks A adalah 4×3 dapat dituliskan $A_{4 \times 3}$.

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -8 \end{bmatrix}$.

- a. Banyak baris pada matriks A adalah 3 (tiga), sedangkan banyak kolom pada matriks A adalah 3 (tiga).
- b. Elemen-elemen pada baris kedua adalah -1, 3, dan 4.
- c. Elemen-elemen pada kolom kedua adalah 7, 3, dan 3.
- d. Elemen pada baris ketiga kolom kedua adalah 3.
- e. Elemen -1 terletak pada baris kedua kolom pertama.
- f. Banyaknya elemen pada matriks A adalah 9 elemen.
- g. Ordo dari matriks A adalah 3×3 dapat dituliskan $A_{3 \times 3}$.

3. Jawaban *open ended*.

Soal Latihan 2.1

1. Akan ditentukan jenis matriks berikut.

- a. Matriks A terdiri dari satu baris, maka matriks A disebut matriks baris.
- b. Matriks B terdiri dari satu kolom, maka matriks B disebut matriks kolom. Semua elemen dari matriks B adalah nol, maka matriks B disebut matriks nol. Jadi, matriks B merupakan matriks kolom dan matriks nol.

- c. Matriks C merupakan matriks persegi yang berordo 3×3 dan semua elemen di atas dan di bawah diagonal utamanya bernilai 0, maka matriks C merupakan matriks diagonal.
- d. Matriks D merupakan matriks persegi yang berordo 4×4 .
- h. Matriks E merupakan matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen lainnya adalah nol, maka matriks E disebut matriks identitas.

2. Jawaban *open-ended*.

Soal Latihan 2.2

1. Akan ditentukan kesamaan matriks berikut.
 - a. $A = B$ karena ordo matriks A sama dengan ordo matriks B dan elemen-elemen yang bersesuaian pada matriks A sama dengan elemen-elemen pada matriks B .
 - b. $A \neq C$ karena ordo matriks A tidak sama dengan ordo matriks C .
 - c. $C = D$ karena ordo matriks C sama dengan ordo matriks D dan elemen-elemen yang bersesuaian pada matriks C sama dengan elemen-elemen pada matriks D .
 - d. $A \neq D$ karena ordo matriks A tidak sama dengan ordo matriks D .
2. Nilai $x = 2$, $y = 2$, dan $z = 5$.
3. Jawaban *open ended*.

Soal Latihan 2.3

1. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \\ 7 & 6 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.
 - a. A terdiri dari 3 baris dan 4 kolom, sehingga ordo matriks A adalah 3×4 .
 - b. $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 8 & -1 & 6 \\ 3 & 0 & -2 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
 - c. A^T terdiri dari 4 baris dan 3 kolom, sehingga ordo matriks A^T adalah 4×3 .
2. Nilai $x = 2$, $y = 1$, dan $z = 3$.

Soal Latihan 3.1

1. Akan ditentukan nilai x dan y pada persamaan berikut.
 - a. Nilai $x = 5$ dan $y = 4$.
 - b. Nilai $x = 6$ dan $y = -4$.

$$2. \begin{bmatrix} 155 & 165 & 165 \\ 165 & 165 & 170 \\ 175 & 175 & 170 \\ 165 & 165 & 170 \end{bmatrix}$$

$$3. \text{ Diketahui } A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -2 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 9 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$a. A^T = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 4 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 3 & 9 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b. (A + B)^T = \begin{bmatrix} 11 & 7 & 3 \\ 6 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$c. A^T + B^T = \begin{bmatrix} 11 & 7 & 3 \\ 6 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$d. (A + B)^T = A^T + B^T.$$

Soal Latihan 3.2

1. Akan ditentukan nilai a , b , dan c dalam persamaan berikut.

a. Nilai $a = 5$, $b = 6$, dan $c = -4$.

b. Nilai $a = -1$, $b = 1$, dan $c = -2$

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

$$a. A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

$$b. B - A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

c. Dari hasil (a) dan (b) diperoleh $A - B \neq B - A$. Jadi, dapat disimpulkan tidak berlaku sifat komutatif pada pengurangan matriks.

3. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 3 \\ -9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{bmatrix}$

$$a. A + (-B) = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 9 & 2 & 5 \\ 1 & -5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$b. A - B = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 9 & 2 & 5 \\ 1 & -5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$c. A + (-B) = A - B.$$

4. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -5 & 4 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$.

$$a. A - B^T = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 2 & 4 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 9 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$\text{b. } A^T - B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -5 & 4 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 9 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Soal Latihan 4.1

1. Akan ditentukan perkalian matriks-matriks berikut.

$$\text{a. } 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1 & 2.2 \\ 2.3 & 2.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 27 & 18 & -30 \\ 15 & -12 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot 27 & \frac{1}{3} \cdot 18 & \frac{1}{3} \cdot -30 \\ \frac{1}{3} \cdot 15 & \frac{1}{3} \cdot -12 & \frac{1}{3} \cdot 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 6 & -10 \\ 5 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Akan ditentukan nilai a , b , dan c dari persamaan matriks di bawah ini.

a. Nilai $a = 5$ dan $b = -10$

b. Nilai $a = 4$, $b = 4$, dan $c = -2$.

Soal Latihan 4.2

1. Akan diselidiki apakah perkalian dua matriks dapat dilakukan.

- Banyak kolom pada matriks sebelah kiri sama dengan banyak baris pada matriks sebelah kanan, sehingga perkalian matriks dapat dilakukan.
- Banyak kolom pada matriks sebelah kiri tidak sama dengan banyak baris pada matriks sebelah kanan, sehingga perkalian matriks tidak dapat dilakukan.
- Banyak kolom pada matriks sebelah kiri tidak sama dengan banyak baris pada matriks sebelah kanan, sehingga perkalian matriks tidak dapat dilakukan.
- Banyak kolom pada matriks sebelah kiri sama dengan banyak baris pada matriks sebelah kanan, sehingga perkalian matriks dapat dilakukan.

2. Akan ditentukan hasil perkalian berikut.

$$\text{a. } \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.5 + 2.(-3) & 5.(-2) + 2.(-1) \\ 6.5 + (-3).(-3) & 6.(-2) + (-3)(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & -12 \\ 39 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -1 & -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 2 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 27 \\ 22 & -25 \end{bmatrix}$$

3. Akan ditentukan nilai a dan b yang memenuhi persamaan berikut.

a. Nilai $a = 5$ dan $b = -8$.

b. Nilai $a = 3$, $b = 2$, dan $c = 6$.

$$\text{4. } \begin{bmatrix} A \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2500 \\ 2400 \\ 1500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14300 \\ 7900 \end{bmatrix}.$$

Soal Latihan 5.1

1. Akan diselidiki apakah matriks-matriks di bawah ini merupakan matriks singular.
 - a. Matriks A merupakan matriks non singular.
 - b. Matriks B merupakan matriks singular.
 - c. Matriks C merupakan matriks non singular.
2. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 2y \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

a. $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} = 10$

$$\det B = \begin{vmatrix} 6 & 2y \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 4y$$

b. Nilai $y = -7$.

Soal Latihan 5.2

1. Akan ditentukan determinan dari matriks-matriks berikut.

a. $\det A = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = -6 - 0 = -6$

b. $K_{31} = (-1)^{3+1} \cdot 38 = 38$

$$K_{32} = (-1)^{3+2} \cdot -18 = 18$$

$$K_{33} = (-1)^{3+3} \cdot -69 = -69$$

$$\det B = |B| = a_{31} \cdot k_{31} + a_{32} \cdot k_{32} + a_{33} \cdot k_{33} = -122$$

2. Nilai $x = 2$.

Soal Latihan 5.3

- a. Minor matriks A adalah $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$.
- b. Minor matriks B adalah $\begin{bmatrix} 35 & -16 & -44 \\ -14 & -2 & 19 \\ -35 & 9 & 37 \end{bmatrix}$.
- c. Minor matriks C adalah $\begin{bmatrix} 8 & -62 & 3 \\ 11 & -19 & -29 \\ 32 & 17 & 12 \end{bmatrix}$.

Soal Latihan 5.4

1. Akan ditentukan matriks kofaktor dari matriks berikut.

a. Matriks kofaktor dari A adalah $\begin{bmatrix} 35 & 16 & -44 \\ 14 & -2 & -19 \\ -35 & -9 & 37 \end{bmatrix}$.

- b. Matriks kofaktor dari B adalah $\begin{bmatrix} 8 & 62 & 3 \\ -11 & -19 & 29 \\ 32 & -17 & 12 \end{bmatrix}$.

Soal Latihan 5.5

1. Minor matriks P adalah

$$\begin{bmatrix} -32 & 11 & -8 \\ -8 & -36 & -2 \\ -30 & 20 & 70 \end{bmatrix}$$

Matrik kofaktor dari B adalah

$$\begin{bmatrix} -32 & -11 & -8 \\ 8 & -36 & 2 \\ -30 & -20 & 70 \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj } B = \begin{bmatrix} -32 & -11 & -8 \\ 8 & -36 & 2 \\ -30 & -20 & 70 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -32 & 8 & -30 \\ -11 & -36 & -20 \\ -8 & 2 & 70 \end{bmatrix}$$

Soal Latihan 5.6

1. Akan ditunjukkan matriks-matriks yang saling invers.
 - a. Kedua matriks di atas merupakan matriks yang saling invers.
 - b. Kedua matriks di atas merupakan matriks yang saling invers.
2. Akan ditentukan invers dari matriks-matriks berikut.

a. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

b. $C^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

3. Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

a. $AB^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot -2 + 8 \cdot 1 & 5 \cdot 3 + 8 \cdot -1 \\ 4 \cdot -2 + 9 \cdot 1 & 4 \cdot 3 + 9 \cdot -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

b. $B^{-1}A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

Soal Latihan 5.7

1. Harga 1 meja Rp500.000,00 dan harga 1 kursi Rp150.000,00.
2. Akan ditentukan penyelesaian sistem persamaan linier berikut dengan menggunakan determinan matriks.

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-5}{-5} = 1$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-15}{-5} = 3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-10}{-5} = 2$$



KUNCI JAWABAN TES FORMATIF

Tes Formatif I

No	Kunci Jawaban		Skor	
1	a	Data pada tabel 4 dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, misalnya disebut matriks A .	1	
		$A = \begin{bmatrix} 40 & 45 & 50 & 55 \\ 45 & 35 & 50 & 50 \end{bmatrix}$	1	
	b	Banyak baris pada matriks A adalah 2 (dua).	1	
		Banyak kolom pada matriks A adalah 4 (empat).	1	
	c	Elemen-elemen pada baris kedua adalah 45, 35, 50, dan 50.	2	
	d	Elemen-elemen pada kolom keempat adalah 55, 50.	2	
	e	Elemen pada baris pertama kolom ketiga adalah 50.	2	
	f	Elemen 35 terletak pada baris kedua kolom kedua.	2	
	g	Banyaknya elemen pada matriks A adalah 8 elemen.	2	
	h	Ordo dari matriks A adalah 2×4 dapat dituliskan $A_{2 \times 4}$	2	
		Skor Maksimal		16
2	a	Banyak baris pada matriks B adalah 4 (empat).	1	
		Banyak kolom pada matriks B adalah 3 (tiga).	1	
	b	Elemen-elemen pada baris pertama adalah 1, -3, dan 3.	2	
	c	Elemen-elemen pada kolom kedua adalah -3, -6, 8, dan 0.	2	
	d	Elemen pada baris pertama kolom ketiga adalah 3.	2	
	e	Elemen 0 terletak pada baris keempat kolom kedua.	2	
	f	Banyaknya elemen pada matriks B adalah 12 elemen.	2	
	g	Ordo dari matriks B adalah 4×3 dapat dituliskan $B_{4 \times 3}$.	2	
		Skor Maksimal		14
3	a	Jawaban <i>open-ended</i> .	2	
	b	Jawaban <i>open-ended</i> .	2	
	c	Jawaban <i>open-ended</i> .	2	

	d	Jawaban <i>open-ended</i> .	2	
	e	Jawaban <i>open-ended</i> .	2	
		Skor Maksimal		10
		Total Skor		40

Tes Formatif II

No	Kunci Jawaban		Skor	
1	a	Jawaban <i>open ended</i> .	5	
	b	Jawaban <i>open ended</i> .	5	
	c	Jawaban <i>open ended</i> .	5	
	d	Jawaban <i>open ended</i> .	5	
		Skor Maksimal		20
2		$D = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 4/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	5	
		$E = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -\sqrt{9} & 4/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$	5	
		$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = E = F$	5	
		$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} = D$	5	
		Skor Maksimal		20
3	a	Banyak baris pada matriks A adalah tiga, sedangkan banyak kolom pada matriks A adalah 2, sehingga ordo matriks A adalah 3×2 .	5	
		Banyak baris pada matriks B adalah tiga, sedangkan banyak kolom pada matriks B adalah 3, sehingga ordo matriks B adalah 3×3 .	5	
	b	$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$	5	
		$B^T = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 5 \\ -2 & 4 & 4 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$	5	
	c	Ordo matriks A^T adalah 2×3 .	5	
		Ordo matriks B^T adalah 3×3 .	5	
		Skor Maksimal		30

4		$P = \begin{bmatrix} 2x - 4 & x + y \\ 5 & y + 2z \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$		
		$Q^T = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$	5	
		$P = Q^T$ $\begin{bmatrix} 2x - 4 & x + y \\ 5 & y + 2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$	10	
		$2x - 4 = 8;$ $\leftrightarrow 2x = 12;$ $\leftrightarrow x = 6$	5	
		$x + y = 8$ $\leftrightarrow 6 + y = 8$ $\leftrightarrow y = 2$	5	
		$y + 2z = 10$ $\leftrightarrow 2z = 8$ $\leftrightarrow z = 4$	5	
		Skor Maksimal		30
		Total Skor		100

Tes Formatif III

No		Kunci Jawaban	Skor	
1		1. Diketahui matriks-matriks berikut. $A = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 9 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$		
	a	$A + B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$	3	
		$A + B = \begin{bmatrix} -6 + 5 & 4 + 3 & 7 + (-4) \\ -3 + (-2) & 4 + 1 & 2 + 8 \end{bmatrix}$	3	
		$A + B = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 3 \\ -5 & 5 & 10 \end{bmatrix}$	4	
	b	$B - C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -4 & 9 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -13 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$	3	
		$B - C = \begin{bmatrix} 5 - 2 & 3 - (-4) & -4 - 9 \\ -2 - (-2) & 1 - 3 & 8 - 6 \end{bmatrix}$	3	
		$B - C = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -13 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$	4	

	c	$A + C = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -4 & 9 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 16 \\ -5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	3	
		$A + C = \begin{bmatrix} -6+2 & 4+(-4) & 7+9 \\ -3+(-2) & 4+3 & 2+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 16 \\ -5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	3	
		$A + C = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 16 \\ -5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	4	
	d	$A - C = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -4 & 9 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 8 & -2 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$	3	
		$A - C = \begin{bmatrix} -6-2 & 4-(-4) & 7-9 \\ -3-(-2) & 4-3 & 2-6 \end{bmatrix}$	3	
		$A - C = \begin{bmatrix} -8 & 8 & -2 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$	4	
		Skor Maksimal		40
2	a	Nilai total yang diperoleh Agus adalah $75+76=151$.	5	
		Nilai total yang diperoleh Ridwan $78+75=153$.	5	
	b	$\begin{bmatrix} 75 \\ 78 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 76 \\ 75 \end{bmatrix}$	5	
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 75+76 \\ 78+75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151 \\ 153 \end{bmatrix}$	5	
		Skor Maksimal		20
3	a	$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$		
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-(-4) \\ 4-(-5) \\ -3-1 \end{bmatrix}$	4	
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$	4	
		Jadi, $a = 7, b = 9$, dan $c = -4$	2	
	b	$\begin{bmatrix} 10 & 13 \\ -9 & 2b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & 13 \\ -c & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ -2 & 12 \end{bmatrix}$		
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 10-a & 13-13 \\ -9-(-c) & 2b-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ -2 & 12 \end{bmatrix}$	4	
		Dari persamaan di atas diperoleh, $10 - a = 9$ $\leftrightarrow a = 1$	2	
		$2b - 4 = 12$ $\leftrightarrow 2b = 12 + 4$ $\leftrightarrow 2b = 16$	2	

		$\leftrightarrow b = 8$		
		$-9 - (-c) = -2 \leftrightarrow -9 + c = -2$ $\leftrightarrow c = -2 + 9$ $\leftrightarrow c = 7$	2	
		Skor Maksimal		20
4		<p>Akan ditentukan harga baku mobil pada perusahaan persewaan setelah terjadi penyusutan selama satu tahun.</p> $\begin{bmatrix} 160.000.000 \\ 140.000.000 \\ 120.000.000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8.000.000 \\ 7.000.000 \\ 6.000.000 \end{bmatrix}$	5	
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 160.000.000 - 8.000.000 \\ 140.000.000 - 7.000.000 \\ 120.000.000 - 6.000.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 152.000.000 \\ 133.000.000 \\ 114.000.000 \end{bmatrix}$	10	
		Jadi, harga baku mobil Avanza adalah Rp152.00000,00, harga baku mobil Xenia adalah Rp133.000.000,00, dan harga baku mobil Honda Jazz adalah Rp114.000.000,00.	5	
		Skor Maksimal		20
		Total Skor		100

Tes Formatif IV

No	Kunci Jawaban	Skor
1	$AB = 2C$ $\leftrightarrow \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 4 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -1 & -12 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$	
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} (-4 \cdot -1) + (-2 \cdot 3) & (-4 \cdot 8) + (-2 \cdot (-4)) \\ (4 \cdot -1) + x \cdot 3 & (4 \cdot 8) + (x \cdot (-4)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot -1 & 2 \cdot (-12) \\ 2 \cdot 7 & 2 \cdot 4 \end{bmatrix}$	5
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 4 - 6 & -32 + 8 \\ -4 + 3x & 32 - 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -24 \\ 14 & 8 \end{bmatrix}$	5
	$\leftrightarrow \begin{bmatrix} -2 & -24 \\ -4 + 3x & 32 - 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -24 \\ 14 & 8 \end{bmatrix}$	5
	<p>Dari persamaan di atas, dapat diperoleh</p> $-4 + 3x = 14$	5

		$\leftrightarrow x = 6$ Atau $32 - 4x = 8$ $\leftrightarrow x = 6$		
		Skor Maksimal		20
2		Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 5 & 2 & -6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$		
	a	$AB = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 5 & 2 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 6 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -33 & 23 \\ 28 & 15 \end{bmatrix}$	7	
		$(AB)^T = \begin{bmatrix} -33 & 28 \\ 23 & 15 \end{bmatrix}$	3	
	b	$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & 2 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}$	3	
		$B^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	3	
		$B^T A^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & 2 \\ 1 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -33 & 28 \\ 23 & 15 \end{bmatrix}$	7	
	c	$A^T B^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & 2 \\ 1 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49 & 12 & 23 \\ 6 & -36 & 16 \\ -52 & 6 & -31 \end{bmatrix}$	7	
	d	Dari jawaban pada (a), (b), dan (c), dapat disimpulkan $(AB)^T = B^T A^T$ $A^T B^T \neq B^T A^T$ $(AB)^T \neq A^T B^T$	5	
		Skor Maksimal		35
3	a	Pemasukan perusahaan PT. Sutra Alam dapat dinyatakan dalam perkalian matriks sebagai berikut. $\begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 25 & 30 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 20 & 25 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 150 \\ 180 \end{bmatrix}$	5	
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 10.120 + 20.150 + 15.180 \\ 25.120 + 30.150 + 10.180 \\ 10.120 + 10.150 + 10.180 \\ 20.120 + 25.150 + 15.180 \end{bmatrix}$	8	
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 1200 + 3000 + 2700 \\ 3000 + 4500 + 1800 \\ 1200 + 1500 + 1800 \\ 2400 + 3750 + 2700 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6900 \\ 9300 \\ 4500 \\ 8850 \end{bmatrix}$	5	

		Total pemasukan pada bulan November adalah $6900+9300+4500+8850=29550\$$.	3	
	b	Pada bulan Desember 2013 jumlah pesanan dari ke-4 negara meningkat tiga kali lipat. Pesanan kain bulan Desember 2013 = $3 \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 25 & 30 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 20 & 25 & 15 \end{bmatrix}$	5	
		$\leftrightarrow 3 \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 25 & 30 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 20 & 25 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.10 & 3.20 & 3.15 \\ 3.25 & 3.30 & 3.10 \\ 3.10 & 3.10 & 3.10 \\ 3.20 & 3.25 & 3.15 \end{bmatrix}$	5	
		$\leftrightarrow 3 \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 25 & 30 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 20 & 25 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 60 & 45 \\ 75 & 90 & 30 \\ 30 & 30 & 30 \\ 60 & 75 & 45 \end{bmatrix}$	5	
		Total pesanan kain A = $30+75+30+60=195$ lusin.	3	
		Total pesanan kain B = $60+90+30+75=255$ lusin.	3	
		Total pesanan kain C = $45+30+30+45=150$ lusin.	3	
		Skor Maksimal		45
		Total Skor		100

Tes Formatif V

No	Kunci Jawaban	Skor
1	Diketahui matriks-matriks : $A = \begin{bmatrix} 5+x & 3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -9 & -3x \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$	
	$\det A = \det B$ $\leftrightarrow \begin{vmatrix} 5+x & 3 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -9 & -3x \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$	3
	$\leftrightarrow (5+x).(-3) - 3.(-5) = -9.4 - (-3x).5$	3
	$\leftrightarrow -15 - 3x + 15 = -36 + 15x$	2
	$\leftrightarrow -18x = -36$ $\leftrightarrow x = 2$	2
	Skor Maksimal	10

2	a	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} A = 2 \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$		
		$\leftrightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	3	
		$\leftrightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	3	
		$\leftrightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -12 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	4	
		Skor Maksimal		10
	b	$A \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -41 & -44 \\ 26 & 25 \\ -11 & -6 \end{bmatrix}$		
		$\leftrightarrow A = \begin{bmatrix} -41 & -44 \\ 26 & 25 \\ -11 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}^{-1}$	2	
		$\leftrightarrow A = \frac{1}{-17} \begin{bmatrix} -41 & -44 \\ 26 & 25 \\ -11 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & -10 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$	2	
		$\leftrightarrow A = \frac{1}{-17} \begin{bmatrix} -41.9 + (-44).(-8) & -41.(-10) + (-44).7 \\ 26.9 + 25.(-8) & 26.(-10) + 25.7 \\ -11.9 + (-6).(-8) & -11.(-10) + (-6).7 \end{bmatrix}$	4	
		$\leftrightarrow A = \frac{1}{-17} \begin{bmatrix} -17 & 102 \\ 34 & -85 \\ -51 & 68 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$	2	
		Skor Maksimal		10
3		Akan ditentukan penyelesaian sistem persamaan linier berikut dengan menggunakan determinan matriks. $3x + 4y - z = 8$ $2x + 3y - z = 5$ $x + y - 2z = -3$		
		$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -18 + (-4) - 2 - (-3 + (-3) - 16) = -2$	5	
		$D_x = \begin{vmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -48 + 12 - 5 - (9 - 8 - 40) = -2$	5	
		$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 8 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -30 - 8 + 6 - (-5 + 9 - 32) = -4$	5	
		$D_z = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -27 + 20 + 16 - (24 + 15 - 24) = -6$	5	

		Berdasarkan determinan tersebut, himpunan penyelesaian dari persamaan linier di atas adalah $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-2}{-2} = 1$	3	
		$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-4}{-2} = 2$	3	
		$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-6}{-2} = 3$	3	
		Jadi, himpunan penyelesaian dari SPL di atas adalah $x = 1$, $y = 2$, dan $z = 3$	1	
		Skor Maksimal		30
4	a	Misalkan x harga 1 kg wortel dan y harga 1 kg kentang. Model matematika dari permasalahan di atas dalam bentuk persamaan linier dua variabel adalah $3x + 2y = 18.000$ $2x + y = 11.000$	5	
	b	Akan ditentukan harga 1kg wortel dan 1 kg kentang dengan menggunakan metode invers matriks. $\begin{bmatrix} 3x + 2y \\ 2x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18000 \\ 11000 \end{bmatrix}$	2	
		$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18000 \\ 11000 \end{bmatrix}$	2	
		$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 18000 \\ 11000 \end{bmatrix}$	2	
		$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 18000 \\ 11000 \end{bmatrix}$	2	
		$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 18000 - 22000 \\ -36000 + 33000 \end{bmatrix}$	3	
		$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4000 \\ 3000 \end{bmatrix}$	2	
		Jadi, harga 1 kg wortel adalah Rp4.000,00 dan 1kg Rp3.000,00	2	
		Skor Maksimal		20
		Total Skor		80

DAFTAR PUSTAKA

- Dedi Heryadi. (2007). *Modul Matematika Untuk SMK Kelas X*. Jakarta: Ghalia Indonesia Printing.
- Edy Suranto. (2007). *Matematika Untuk SMK Kelas X*. Wonogiri: Yudhistira.
- Mega Teguh. (2004). *Matriks*. Jakarta: Depdiknas.
- Toali. (2008). *Matematika Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) Kelompok Penjualan dan Akuntansi*. Jakarta : Depdiknas.