ANALISIS *GENERALIZED TWO STAGES RIDGE REGRESSION (GTSRR)* UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI BESERTA APLIKASINYA

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Oleh:
Dwi Prihastuti
10305141020

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIAK DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2014

PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul **"ANALISIS *GENERALIZED TWO STAGES RIDGE REGRESSION (GTSRR)* UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI BESERTA APLIKASINYA"** ini telah disetujui oleh dosen pembimbing untuk diujikan.

Oleh:
Dwi Prihastuti
NIM. 10305141020

Telah disetujui pada tanggal 12 Juni 2014
untuk diujikan di hadapan Dewan Penguji Skripsi
Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Yogyakarta, 12 Juni 2014
Dosen Pembimbing

Endang Listyani, M. S.
NIP. 19591115 198601 2 001

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI DENGAN JUDUL:

ANALISIS *GENERALIZED TWO STAGES RIDGE REGRESSION (GTSRR)* UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI BESERTA APLIKASINYA

Yang disusun oleh:

Nama : Dwi Prihastuti
NIM : 10305141020
Prodi : Matematika

Skripsi ini telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada tanggal 27 Juni 2014 dan dinyatakan **LULUS**.

DEWAN PENGUJI

Nama	Jabatan	Tandatangan	Tanggal
Endang Listyani, M. S. NIP. 19591115 198601 2 001	Ketua Penguji	....	7/7 -14
Atmini Dhoruri, M. S. NIP. 19600710 198601 2 001	Sekretaris Penguji	....	3/7 -14
Elly Arliani, M. Si. NIP. 19670816 199203 2 001	Penguji Utama	....	2/7 -14
Mathilda Susanti, M. Si. NIP. 19640314 198901 2 001	Penguji Pendamping	....	7/7 -14

Yogyakarta, 10 Juli 2014
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan

Dr. Hartono
NIP. 19620329 198702 1 002

HALAMAN PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya :

Nama	: Dwi Prihastuti
NIM	: 10305141020
Program Studi	: Matematika
Jurusan	: Pendidikan Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi	: Analisis *Generalized Two Stages Ridg Regression (GTSRR)* Untuk Mengatasi Multikolinearitas dan Autokorelasi beserta Aplikasinya

Menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil kerja sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau dipergunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 12 Juni 2014

Yang Menyatakan,

Dwi Prihastuti
NIM. 10305141020

HALAMAN MOTTO

"Man Jadda wa jada" (siapa yang bersungguh-sungguh akan berhasil)

"Man shabara zhafira" (siapa yang bersabar akan beruntung)

"Man saara ala darbi washala" (siapa yang berjalan di jalan-Nya akan berhasil)

Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan (QS. Ar-Rahman: 23)

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu pasti ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (urusan dunia), bersungguh-sungguhlah (dalam beribadah)".
(Qs. Al Insyiroh : 6-7)

Kunci kesuksesan adalah tekad yang besar, usaha yang keras dan doa yang sering

" ....Ya Tuhanku, tunjukilah aku untuk mensyukuri nikmat Engkau yang telah Engkau berikan kepadaku dan kepada ibu bapakku dan supaya aku dapat berbuat amal yang soleh yang Engkau ridhoi.."
(Q.s. Al-Ahqaaf (46) : 15)

"The key to happiness is having dreams, The key to succes is making dreams come true"

You can, if you think you can (Henry Ford)

HALAMAN PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbil'alamin.... sujud syukur hanya kepada Alloh atas nikmat yang telah diberikan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Karya kecil ini kupersembahkan untuk:

- ✓ *Bapak Machasin dan Ibu Prapti Lasmini yang tercinta. Terimakasih untuk cinta, kasih sayang, pengorbanan, dukungan, doa yang tiada pernah berhenti....*
- ✓ *Kakak dan adikku. Terima kasih atas kasih sayang, persaudaraan, dukungan, doa yang diberikan.*
- ✓ *Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Pendidikan Matematika yang telah memberikan banyak ilmu.*
- ✓ *Teman-teman Mathematics Emerald Generation (MEG)/ Matematika 2010 atas kebersamaannya dalam menuntut ilmu, berbagi pengetahuan, pengalaman yang tak terlupakan.*
- ✓ *Almamaterku*
- ✓ *Semua pihak yang telah memberikan doa*

ANALISIS *GENERALIZED TWO STAGES RIDGE REGRESSION* (*GTSRR*) UNTUK MENGATASI MULTIKOLINEARITAS DAN AUTOKORELASI BESERTA APLIKASINYA

Oleh
Dwi Prihastuti
10305141020

ABSTRAK

Metode *Generalized Two Stages Ridge Regression (GTSRR)* merupakan gabungan antara metode *Two Stages Least Square (TSLS)* dan *Generalized Ridge Regression (GRR)*. Metode *GTSRR* digunakan untuk mengatasi permasalahan multikolinearitas dan autokorelasi. Tujuan penulisan skripsi adalah mengetahui langkah-langkah untuk estimasi *GTSRR* dan contoh aplikasi *GTSRR* dalam mengatasi multikolinearitas dan autokorelasi.

Langkah-langkah yang digunakan dalam *GTSRR* meliputi pengujian asumsi autokorelasi dan multikolinearitas menggunakan analisis regresi linear ganda (uji linearitas, autokorelasi, multikolinearitas, normalitas, dan heteroskedastisitas), analisis *Two Stage Least Square*, transformasi data menggunakan *Centering and Rescaling*, penentuan nilai *k* untuk masing-masing variabel bebas, menentukan persamaan *GTSRR*, transformasi persamaan *GTSRR* ke dalam bentuk awal.

Metode *GTSRR* diaplikasikan untuk mengetahui hubungan antara jumlah uang yang beredar (JUB) dengan kurs Rupiah terhadap US (KURS), suku bunga Bank Sentral (SBBS), dan Indeks Harga Konsumen (IHK). Berdasarkan aplikasi *GTSRR* mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi JUB, diperoleh persamaan $Y = -337{,}89819 + 0{,}0087370189\, KURS - 17{,}33357671\, SBBS + 4{,}962381421\, IHK$, sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa koefisien KURS dan IHK berpengaruh positif terhadap JUB, sedangkan SBBS berpengaruh negatif terhadap JUB.

Kata Kunci: *Two Stages Least Square (TSLS), Generalized Ridge Regression (GRR), Generalized Two Stages Ridge Regression (GTSRR), jumlah uang beredar*

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan segala karunia, rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang yang berjudul "**Analisis *Generalized Two Stages Ridge Regression (GTSRR)* untuk Mengatasi Multikolinearitas dan Autokorelasi beserta Aplikasinya".** Skripsi ini disusun untuk memenuhi persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.

Penulisan skripsi ini dapat terlaksana karena bantuan dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung, sehingga pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Hartono, M. Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Negeri Yogyakarta yang telah mengesahkan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Agus Maman Abadi, M. Si. selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Negeri Yogyakarta dan sekaligus selaku Pembimbing Akademik yang selalu memberikan pengarahan dan dukungan untuk kelancaran studi bagi penulis.
3. Ibu Endang Listyani, M.S. selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan pengarahan dalam penulisan skripsi ini.
4. Ibu Elly Arliani, M. Si selaku Penguji Utama yang telah menguji skripsi untuk memberikan masukan dan saran dalam penulisan skripsi ini.
5. Ibu Mathilda Susanti, M. Si selaku Penguji Pendamping yang telah menguji skripsi untuk memberikan masukan dan saran dalam penulisan skripsi ini.

6. Ibu Atmini Dhoruri, M. S. selaku Sekretaris Penguji yang telah meguji skripsi untuk memberikan masukan dan saran dalam penulisan skripsi ini.
7. Semua dosen Jurusan Pendidikan Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
8. Keluarga tercinta: Bapak, Ibu, kakak, dan adik untuk segala kasih sayang yang tidak pernah habis serta doa-doa yang selalu mengalir untuk penulis.
9. Seluruh mahasiswa Matematika UNY Angkatan 2010 atas kebersamaannya dalam menuntut ilmu, berbagi pengetahuan, pengalaman, sehingga perjalanan terasa lebih indah.
10. Teman-teman organisasi Kelompok Studi Ilmiah MIPA Saintis (KSI MIST), Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA), Badan Semi Otonom Teknologi Informasi dan Multimedia (BSO TIMM), Unit Kegiatan Mahasiswa Penelitian (UKMP) yang telah memberikan begitu banyak pengalaman dan kenangan tak terlupakan.
11. Teman-teman kos Gang Endra 6B yang telah menjadi keluarga di Yogyakarta, terimakasih telah memberikan dukungan dan doa.
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya dengan segala kerendahan hati, penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi pihak-pihak yang membutuhkan, dan dapat dijadikan referensi bagi penelitian-penelitian selanjutnya. Penulis juga menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan dan banyak kelemahan, sehingga penulis tak lupa mengharapkan saran dan kritik atas skripsi ini.

Yogyakarta, 11 Juni 2014
Penulis

Dwi Prihastuti
NIM. 10305141020

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Statistika banyak digunakan dalam memecahkan masalah kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang ekonomi, kedokteran, kesehatan, kependudukan, psikologi, sosial, maupun bidang-bidang yang lain. Terdapat banyak metode dalam statistika, diantaranya adalah analisis regresi. Analisis regresi merupakan analisis statistika yang dilakukan untuk memodelkan hubungan antara variabel dependen dan variabel independen.

Menurut Iriawan (2006), analisis regresi berguna dalam penelitian antara lain: (1) model regresi dapat digunakan untuk mengukur kekuatan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor, (2) model regresi dapat digunakan untuk mengetahui pengaruh suatu atau beberapa variabel prediktor terhadap variabel respon, (3) model regresi berguna untuk memprediksi pengaruh suatu variabel atau beberapa variabel prediktor terhadap variabel respon. Analisis regresi merupakan salah satu teknik yang digunakan secara luas dalam ilmu pengetahuan terapan dan bermanfaat dalam penelitian serta pengambilan keputusan.

Terdapat dua jenis regresi yaitu regresi linear dan regresi nonlinear. Regresi linear menyatakan bentuk hubungan di mana variabel dependen dan variabel independennya berpangkat satu. Regresi linear dibedakan menjadi dua yaitu regresi linear sederhana dan regresi linear ganda. Apabila terdapat hubungan linear variabel dependen dengan satu variabel independen disebut regresi linear sederhana, sedangkan hubungan linear antara variabel dependen dengan dua atau lebih variabel independen disebut sebagai regresi linier ganda. Analisis regresi linear ganda lebih sering digunakan karena suatu peristiwa dapat disebabkan oleh berbagai faktor yang mempengaruhi, seperti harga suatu barang dipengaruhi oleh bahan baku, bahan tambahan, biaya pengolahan, biaya transportasi, dan lain sebagainya.

Regresi nonlinear adalah bentuk hubungan di mana variabel dependen dan atau variabel independennya mempunyai pangkat tertentu (contoh regresi nonlinear diantaranya yaitu: regresi polinomial, eksponensial, regresi geometrik atau perpangkatan, dan regresi hiperbola). Regresi nonlinear memiliki hubungan antara variabel dependen dan independen yang tidak linear pada parameter regresinya.

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi pada analisis regresi klasik yaitu memenuhi asumsi linearitas (asumsi ini terpenuhi bila pada plot *standardized residual* berpencar secara acak), tidak terjadi autokorelasi dengan melihat nilai Durbin Watson, jika $d < d_L,$ maka ada autokorelasi positif, sedangkan jika $4 - d < d_L,$ maka ada autokorelasi negatif, tidak terjadi multikolinearitas (nilai *Variance Inflation Factor (VIF)* kurang dari 5), memenuhi normalitas (dengan melihat nilai p-p plot, apabila titik-titik sisaan menyebar di sekitar garis normal maka asumsi normalitas terpenuhi), dan tidak terjadi heteroskedastisitas (plot *standardized predicted value* dengan sisaan yang dibakukan (*studentized residual*) tidak memiliki pola tertentu).

Salah satu asumsi analisis regresi linear ganda yaitu tidak terdapat autokorelasi. Apabila terjadi autokorelasi, estimasi metode kuadrat terkecil memiliki varians yang tidak minimum, sehingga uji statistik tidak dapat digunakan untuk menarik kesimpulan. Penanganan autokorelasi dapat dilakukan dengan menggunakan *Two Stages Least Square* (*TSLS*), *Generalized Least Square* (*GLS*) dan *Feasible Generalized Least Square* (*FGLS)*. *GLS* digunakan apabila koefisien autokorelasi diketahui, namun apabila koefisien korelasi tidak diketahui maka digunakan *FGLS*, dimana koefisien autokorelasi dapat diduga berdasarkan nilai Durbin Watson, nilai residual, dan *cochrane orcutt iterative procedure.*

Analisis regresi linear ganda diasumsikan pula tidak terdapat multikolinearitas. Jika terdapat multikolinearitas dalam model regresi, hal itu dapat menyebabkan hasil estimasi menggunakan metode kuadrat terkecil menjadi tidak valid. Terdapat berbagai cara untuk mengatasi pelanggaran asumsi multikolinearitas seperti dengan mentransformasi data, mengeluarkan peubah yang berkorelasi tinggi, menggunakan metode *Partial Least Square*, metode regresi ridge, dan lain sebagainya.

Metode estimasi pada regresi ridge cukup banyak mengalami perkembangan. M.El–Dereny dan N.I. Rashwan dalam jurnalnya *Solving Multicolinearity Problem Using Ridge Regression Models* (2011) menjelaskan perkembangan dari metode regresi *Ridge*, antara lain *Ordinary Ridge Regression (ORR), Generalized Ridge Regression* (*GRR*), dan *Directed Ridge Regression (DRR).* Pada jurnal tersebut menunjukkan bahwa estimator hasil dari metode-metode dalam regresi ridge lebih baik daripada estimator metode kuadrat terkecil apabila terjadi pelanggaran asumsi multikolinearitas.

Penelitian lain yang berkaitan dengan perkembangan regresi ridge yaitu pada jurnal *A New Estimator By Generalized Modified Jackknife Ridge Regression Estimator* oleh Feras Sh. M. Batah memperkenalkan *Modified Jackknife Ridge Regression* (*MJR*) dengan mengkombinasikan *Generalized Ridge Regression* (*GRR*) dengan *Jackknife Ridge Regression* (*JRR*). Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh I Ketut Utami, dkk dalam jurnalnya Penerapan Metode *Generalized Ridge Regression* dalam Mengatasi Masalah Multikolinearitas Mengenai Kebutuhan Akan Tenaga Kerja Pada 17 Rumah Sakit Angkatan Laut U.S.

Hussain Eledum dan Abdala Akhmed Alkhaifa dalam jurnalnya *Generalized Two Stage Ridge Regression Estimator GTSRR for Multicollinearity and Autocorelated Errors* (2012) memperkenalkan metode baru dalam regresi *Ridge* yaitu *Generalized Two Stage Ridge Regression* (*GTSRR*) yang merupakan kombinasi antara metode *Two Stages Least Squares* dan *Generalized Ridge Regression*. Dalam jurnal tersebut dilakukan penelitian mengenai hubungan antara produk yang dihasilkan dari sektor manufaktur dengan nilai impor, komoditas kapital, dan bahan mentah yang diimpor oleh negara Irak dengan menggunakan metode estimasi *Generalized Two Stage Ridge Regression*. Pada tahun 2013 dalam jurnalnya *Relaxation Method for Two Stages Ridge Regression Estimator* oleh Hussain Eledum dan Mostafa Zahri menjelaskan metode yang dikhususkan untuk mengatasi multikolinearitas dan autokorelasi. Estira Woro (2013) menjelaskan metode *Two Stage Ridge Regression* yang digunakan untuk mengatasi multikolinearitas saja.

Dalam tugas akhir ini, akan dibahas langkah-langkah untuk estimasi *GTSRR* yang merupakan kombinasi *Two Stages Least Squares* dan *Generalized Ridge Regression* dan penerapan *GTSRR* untuk mengatasi multikolinearitas sekaligus autokorelasi dalam suatu data.

B. Pembatasan Masalah

Dalam penelitian ini, asumsi-asumsi regresi klasik yaitu memenuhi asumsi linearitas, tidak terjadi autokorelasi, tidak terjadi multikolinearitas, memenuhi normalitas, dan tidak terjadi heteroskedastisitas. Penyimpangan terhadap asumsi-asumsi klasik yang akan dibahas difokuskan pada permasalahan multikolinearitas dan autokorelasi beserta cara penanganan pelanggaran asumsi tersebut dengan kombinasi antara *Two Stages Least Squares* dan *Generalized Ridge Regression.*

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimana langkah-langkah untuk estimasi *Generalized Two Stage Ridge Regression (GTSRR)*?
2. Bagaimana penerapan *Generalized Two Stages Ridge Regression (GTSRR)* dalam mengatasi multikolinearitas dan autokorelasi.

D. Tujuan

Berdasarkan permasalahan di atas, tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Mengetahui langkah-langkah untuk estimasi *Generalized Two Stage Ridge Regression* (*GTSRR*).
2. Mengetahui penerapan *Generalized Two Stages Ridge Regression* (*GTSRR*) dalam mengatasi multikolinearitas dan autokorelasi.

E. Manfaat Penulisan

Manfaat yang ingin dicapai dari penulisan ini adalah

1. Bagi penulis

   Menambah dan meningkatkan wawasan serta pengetahuan bidang Matematika khususnya mengenai metode statistika untuk mengatasi multikolinearitas dan autokorelasi.

2. Bagi Jurusan Matematika FMIPA UNY

   Menambah kelengkapan koleksi pustaka dan menjadi dasar pertimbangan untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini akan dibahas tentang matriks, regresi linear, turunan matriks, jumlah unsur diagonal suatu matriks, nilai eigen dan vektor eigen, multikolinearitas, autokorelasi, dan regresi ridge.

A. Matriks

1. Pengertian Matriks (R.K Sembiring, 1995)

Matriks adalah suatu susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang disusun dalam bentuk baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang terdapat pada suatu matriks disebut dengan elemen atau anggota dari suatu matriks. Suatu matriks A berukuran $m \times n$ bila matriks tersebut memiliki m baris dan n kolom. Secara umum matriks dapat dituliskan:

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

di mana a_{ij} adalah elemen baris ke-i dan kolom ke-j.

Contoh matriks C berukuran 3 x 2 adalah:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Terdapat beberapa jenis matriks:

a. Matriks Persegi

Matriks persegi adalah matriks yang banyaknya baris b dan kolom k sama. Bentuk umum matriks persegi berukuran $n \times n$ adalah

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Dalam hal ini $c_{11}, c_{22}, c_{33}, \dots, c_{nn}$ merupakan elemen diagonal utama dari matriks persegi.

b. Matriks diagonal

Matriks diagonal adalah matriks yang elemen selain elemen diagonal utamanya bernilai nol. Contoh matriks diagonal adalah matriks diagonal berukuran $n \times n$.

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{nn} \end{bmatrix}, d_{nn} \neq 0, n = 1,2,3 \dots, n \tag{2.3}$$

c. Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks berukuran nxn yang diagonal utamanya bernilai satu dan elemen-elemen selain elemen pada diagonal utamanya bernilai nol. Contoh: matriks A adalah matriks identitas dengan ukuran 4 x 4, maka

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Matriks identitas biasanya dilambangkan dengan I. Jika matriks B adalah suatu matriks berukuran $n \times n$, maka

$$BI_n = B \text{ dan } I_nB = B \tag{2.5}$$

2. Penjumlahan Matriks (W. Keith Nicholson, 2004)

Jika matrik A dan B memiliki ukuran yang sama, jumlah $A + B$

didefinisikan dengan matriks yang memiliki ukuran sama yang diperoleh dengan menambahkan bersama-sama entri yang bersesuaian dalam kedua matriks tersebut. Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$, maka

$$(A + B)_{ij} = [a_{ij}] + [b_{ij}] = [a_{ij} + b_{ij}] \quad (2.6)$$

Matriks-matriks yang berukuran berbeda tidak dapat dijumlahkan.

3. Pengurangan Matriks (W. Keith Nicholson, 2004)

Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama. Selisih antara matriks A dan B dapat ditulis $A - B$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan anggota-anggota A dengan anggota-anggota B yang berpadanan. Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$, maka

$$(A - B)_{ij} = [a_{ij}] - [b_{ij}] = [a_{ij} - b_{ij}] \quad (2.7)$$

Matriks-matriks yang berukuran berbeda tidak dapat dikurangkan.

4. Perkalian matriks (Howard Anton, 2000)

Jika A adalah matriks $m \times n$ dan B adalah matriks $n \times k$, maka hasil kali AB adalah matrik $m \times k$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut: untuk mencari entri dalam baris-i dan kolom-j dari AB dipilih baris-i dari matrik A dan kolom-j dari matriks B. Kemudian mengalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut bersama-sama dan selanjutnya menambahkan hasil kali yang dihasilkan.

Perkalian matriks A dengan B hanya bisa dilakukan jika ukuran kolom matriks A sama dengan ukuran baris matriks B. Contoh perkalian matriks A berukuran 2×3 dengan matriks B berukuran 3×1, maka hasil perkalian matrik AB berukuran 2×1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ -4 \end{bmatrix}$$

5. Perkalian Skalar (Howard Anton, 2000)

Jika A adalah suatu matriks dan c adalah suatu skalar, maka hasil kali cA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap anggota dari A dengan c.

Perkalian matriks dengan skalar menghasilkan sebuah matriks baru yang elemennya adalah hasil perkalian setiap elemen matriks aslinya dengan skalar. Dalam notasi matriks jika $A = [a_{ij}]$, maka

$$cA = c[a_{ij}] \tag{2.8}$$

6. Transpose Matriks (Howard Anton, 2000)

Jika A adalah sembarang matriks $m \times n$, maka transpose A dinyatakan oleh A' yang didefinisikan sebagai matriks berukuran $n \times m$ yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, dan seterusnya. Jadi transpose suatu matriks diperoleh dengan mempertukarkan baris dengan kolomnya.

Contoh matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$, maka $A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

Beberapa sifat transpose matriks:

a) $(A)' = A$

b) $(A + B)' = A' + B'$

c) $(kA)' = kA'$, dengan k sembarang skalar

d) $(AB)' = B'A'$

7. Matriks Simetris

Matriks simetris adalah matriks persegi yang elemennya simetris secara diagonal. Matriks C dikatakan simetris jika $c_{ij} = c_{ji}$ untuk semua i dan j, dengan c_{ij} menyatakan unsur pada baris ke i dan kolom ke j. Matriks yang simetri dapat dikatakan pula sebagai matriks yang transposenya sama dengan dirinya sendiri. Contoh matriks simetris yaitu:

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & 9 \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

8. Invers Matriks (Howard Anton, 2000)

Misalkan A adalah suatu matriks persegi berukuran $n \times n$ dan jika suatu matriks B yang berukuran sama $n \times n$ disebut invers (balikan) dari A jika dipenuhi $AB = BA = I$, maka A bisa dibalik dan B disebut invers dari A. Invers dari A dilambangkan dengan A^{-1}. Contoh suatu matriks A yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

diperoleh $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (2.11)

Jika A dan B adalah matriks-matriks yang dapat dibalik yang ukurannya sama, maka

a) AB dapat dibalik

b) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Jika A adalah sebuah matriks yang dapat dibalik, maka

a) A^{-1} dapat dibalik dan $(A^{-1})^{-1} = A$

b) $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$ untuk n = 0, 1, 2,....

c) Untuk skalar k, dimana $k \neq 0$, maka kA dapat dibalik dan $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$

9. Matriks Ortogonal

Matriks T dikatakan matriks ortogonal jika:

$$T'T = TT' = I \tag{2.12}$$

karena persamaan (2.12), maka

$$T^{-1} = T' \tag{2.13}$$

Sifat matriks ortogonal:

1) Invers matriks ortogonal juga matriks ortogonal

2) Hasil kali matriks-matriks ortogonal juga matriks ortogonal

3) Jika T matriks ortogonal, maka $\det(T) = 1$ atau $\det(T) = -1$

Contoh matriks ortogonal T berukuran 3 x 3 yaitu:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

B. Regresi Linear

Menurut Deny Kurniawan (2008: 1), regresi linear adalah metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel terikat (dependen; respons; Y) dengan satu atau lebih variabel bebas (independen, prediktor, X). Apabila terdapat hubungan linear variabel dependen (Y) dengan satu variabel independen (X) disebut regresi linear sederhana, sedangkan hubungan linear antara dua atau lebih variabel independen (X_1, X_2, ..., X_n) dengan variabel dependen (Y) disebut sebagai regresi linier ganda.

Model regresi linear ganda dengan k variabel yaitu

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \tag{2.15}$$

dengan $\beta_0, \beta_1 \dots, \beta_k$ adalah parameter,

Oleh karena i menunjukkan pengamatan ke- i, maka jika terdapat n pengamatan, model regresinya menjadi

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_k X_{1k} + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_k X_{2k} + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = \beta_0 + \beta_1 X_{31} + \beta_2 X_{32} + \cdots + \beta_k X_{3k} + \varepsilon_3$$

$$\vdots$$

$$Y_n = \beta_0 + \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \cdots + \beta_k X_{nk} + \varepsilon_n \tag{2.16}$$

dengan
Y_n adalah variabel tak bebas
$X_{11}, X_{12}, \dots, X_{nk}$ adalah variabel bebas
β adalah parameter atau koefisien regresi
ε_n adalah galat yang saling bebas dan menyebar normal $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

Dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$Y_{n\times 1} = X_{n\times(k+1)}\, \beta_{(k+1)\times 1} + \varepsilon_{n\times 1}$$

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{2.17}$$

dengan

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix},\ \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Keterangan:
Y menyatakan vektor respons berukuran $n \times 1$
β menyatakan vektor parameter berukuran $(k+1) \times 1$
X menyatakan matriks peubah bebas berukuran $n \times (k+1)$
ε menyatakan vektor galat berukuran $n \times 1$

Dalam analisis regresi linear ganda, terdapat asumsi-asumsi yang harus dipenuhi, yaitu

1. Nilai ekspektasi dari vektor residualnya adalah 0

   $E(\varepsilon_i) = 0, i = 1, 2, 3, \ldots, n$

   $$E\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \vdots\\ \varepsilon_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}E(\varepsilon_1)\\ E(\varepsilon_2)\\ \vdots\\ E(\varepsilon_n)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}$$

2. Variansinya konstan untuk semua residual

   $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2, i = 1, 2, 3, \ldots, n$

3. Tidak ada autokorelasi antar residual, $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0,\ i \neq j$

   Asumsi ini menyatakan bahwa nilai kovariansi antara variabel independen X dengan residual ε_i adalah nol. Artinya tidak terdapat korelasi antara residual dengan variabel independen.

4. Tidak terdapat hubungan linear antara variabel independen satu dengan yang lainnya atau tidak terjadi multikolinearitas.

C. Turunan Matriks (Greene, 2012)

Turunan matriks sangat diperlukan dalam pembahasan *Generalized Two Stages Ridge Regression.* Misalkan terdapat dua vektor A dan X, dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \text{ maka } A' = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \dots a_n] \tag{2.18}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \text{ maka } X' = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \dots x_n] \tag{2.19}$$

dan

$X'A = A'X$, maka

$$\frac{\partial(X'A)}{\partial x} = \frac{\partial(A'X)}{\partial x} = A \tag{2.20}$$

Bukti:

1. $\frac{\partial(X'A)}{\partial x} = \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+x_3a_3+\cdots+x_na_n)}{\partial x}$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+x_3a_3+\cdots+x_na_n)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+x_3a_3+\cdots+x_na_n)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial(x_1a_1+x_2a_2+x_3a_3+\cdots+x_na_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = A \tag{2.21}$$

2. $\frac{\partial(A'X)}{\partial x} = \frac{\partial(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+\cdots+a_nx_n)}{\partial x}$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+\cdots+a_nx_n)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+\cdots+a_nx_n)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+\cdots+a_nx_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = A \tag{2.22}$$

Jadi, terbukti $\frac{\partial(X'A)}{\partial x} = \frac{\partial(A'X)}{\partial x} = A$

Misalkan fungsi linear $Y = AX$ (2.23)

dengan $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$ (2.24)

Setiap elemen y_t dari y adalah

$$y_t = a_t x \quad (2.25)$$

Di mana a_t adalah elemen-elemen baris ke-i dari A, maka

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

sehingga $\frac{\partial AX}{\partial x} = A$ (2.27)

Suatu persamaan

$$X'AX = [x_1 \ \ x_2 \ \ x_3 \ \ \ldots x_n] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$= a_{11}{x_1}^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + \cdots + 2a_{1n}x_1x_n + a_{22}{x_2}^2 +$$

$$2a_{23}x_2x_3 + \cdots + 2a_{2n}x_2x_n + \cdots + a_{nn}{x_n}^2 \quad (2.28)$$

Jika diambil turunan parsial terhadap elemen-elemen X akan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_1} = 2(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n)$$

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_2} = 2(a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x_n} = 2(a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + a_{3n}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n) \quad (2.29)$$

Jika diperhatikan hasil di atas, $a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + a_{3n}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n$ merupakan elemen-elemen dari hasil matriks A dan vektor X, yaitu AX dan memberikan suatu vektor kolom dengan n elemen. Jadi hasil di atas dapat diringkas sebagai berikut:

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial x} = 2AX \tag{2.30}$$

D. Jumlah Unsur Diagonal Suatu Matriks (R. K. Sembiring, 1995)

Bila A adalah suatu matriks persegi dengan ukuran $n \times n$, maka jumlah unsur diagonal matriks A dilambangkan matriks *tr (A)*, adalah

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} \tag{2.31}$$

Lambang *tr* adalah singkatan dari *trace* dalam bahasa Inggris.

E. Nilai Eigen dan Vektor Eigen (R. K. Sembiring, 1995)

Bila A suatu matriks $n \times n$ maka ada bilangan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ dan vektor $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ yang saling ortogonal, sehingga dipenuhi

$$Av_1 = \lambda_1 v_1 \tag{2.32}$$

Bilangan λ_1 disebut bilangan eigen, sedangkan v_1 disebut vektor eigen dari matriks A. Bila matriks A simetris, maka $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ bernilai real. Bila V adalah suatu matriks diagonal, maka unsur diagonal V adalah nilai eigennya, jadi

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ii} \tag{2.33}$$

Matriks persegi P disebut matriks idempoten bila $P^2 = P$ (2.34)

Bila P simetris ($P' = P$) dan idempoten, maka P disebut matriks proyeksi. Jika P idempoten, maka $I - P$ juga idempoten. Pada matriks proyeksi berlaku

$$x'Px = x'P^2x = (Px)'(Px). \tag{2.35}$$

F. Metode Kuadrat Terkecil

Menurut Suryanto (1998: 140), metode kuadrat terkecil adalah suatu metode yang digunakan untuk menaksir β dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG).

Persamaan Regresi Ganda

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

atau dapat dituliskan dengan $Y = X\beta + \varepsilon$

dan persamaan regresi dugaannya yaitu $\hat{Y} = X\hat{\beta} + \varepsilon$ (2.36)

Metode kuadrat terkecil digunakan untuk menentukan $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots.\ \beta_k$, supaya JKG minimum, maka

$$JKG = \sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2 = {\varepsilon_1}^2 + {\varepsilon_2}^2 + {\varepsilon_3}^2 + \cdots + {\varepsilon_n}^2$$

$$= [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \ldots \quad \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \varepsilon'\varepsilon \qquad (2.37)$$

Dari persamaan $\hat{Y} = X\hat{\beta} + \varepsilon$,

maka $\varepsilon = Y - X\hat{\beta}$ (2.38)

Untuk meminimumkan jumlah kuadrat terkecil , maka persamaan

$$\sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2 = \varepsilon'\varepsilon$$

$$= \left(Y - X\hat{\beta}\right)'\left(Y - X\hat{\beta}\right)$$

$$= (Y' - \hat{\beta}'X')(Y - X\hat{\beta})$$

$$= Y'Y - Y'X\hat{\beta} - \hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \tag{2.39}$$

Karena $\hat{\beta}'X'Y$ adalah suatu skalar, maka dengan menggunakan sifat transpose suatu matriks diperoleh transpose dari $\hat{\beta}'X'Y$ adalah $(\hat{\beta}'X'Y)' = Y'X\hat{\beta}$, maka

$$\sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2 = \varepsilon'\varepsilon$$

$$= (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta})$$

$$= (Y' - \hat{\beta}'X')(Y - X\hat{\beta})$$

$$= Y'Y - Y'X\hat{\beta} - \hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}$$

$$= Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \tag{2.40}$$

JKG minimum diperoleh dari $\hat{\beta}$ yang memenuhi persamaan $\frac{\partial JKG}{\partial \hat{\beta}} = 0$, sehingga diperoleh

$$-2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

$$2X'X\hat{\beta} = 2X'Y$$

$$X'X\hat{\beta} = X'Y$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \tag{2.41}$$

Sifat-sifat penduga metode kuadrat terkecil yaitu:

1. $\hat{\beta}$ Linear

   $\hat{\beta}$ linear jika $\hat{\beta}$ merupakan fungsi linear dari β

   $$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

   $$= (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon)$$

$= (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\,\varepsilon$

$$= I\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon \qquad (2.42)$$

Terbukti bahwa $\hat{\beta}$ funsi linear dari β

2. $\hat{\beta}$ tidak bias jika $E(\hat{\beta}) = \beta$

$E(\hat{\beta}) = E((X'X)^{-1}X'Y$

$E(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon)$

$= E(X'X)^{-1}X'X\beta + E(X'X)^{-1}X'\,\varepsilon$

$= \beta + (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon)$

$= \beta + 0$

$$= \beta \qquad (2.43)$$

3. $\hat{\beta}$ mempunyai variansi minimum

Bukti:

Misal U adalah matriks konstan $(k \times n)$

$E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I$

$\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'\,\varepsilon$

$$\hat{\beta} - \beta = (X'X)^{-1}X'\,\varepsilon \qquad (2.44)$$

Selanjutnya $Var(\hat{\beta})$ yaitu

$Var(\hat{\beta}) = E\big[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'\big]$

$= E[(X'X)^{-1}X'\,\varepsilon)((X'X)^{-1}X'\,\varepsilon)']$

$= E[(X'X)^{-1}X'\varepsilon\varepsilon'\,X(X'X)^{-1}]$

$= (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon\varepsilon')\,X(X'X)^{-1}$dengan $E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I$

$$= \sigma^2(X'X)^{-1} \qquad (2.45)$$

Misal $\hat{\beta}_1$ merupakan estimator lain dari β yang juga merupakan tak bias dan linear.

$$\hat{\beta}_1 = [(X'X)^{-1}X' + U]Y \tag{2.46}$$

Karena $\hat{\beta}_1$ tak bias, maka

$$E(\hat{\beta}_1) = E\left[[(X'X)^{-1}X' + U]Y\right]$$

$$E(\hat{\beta}_1) = E\left[[(X'X)^{-1}X' + U](X\beta + \varepsilon)\right]$$

$$= E[(X'X)^{-1}X'X\beta + UX\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon + U\varepsilon]$$

$$= E(\beta) + E(UX\beta) + E((X'X)^{-1}X'\varepsilon) + E(U\varepsilon)$$

$$= \beta + UX\beta \tag{2.47}$$

Agar $\hat{\beta}_1$ tidak bias maka UX harus sama dengan 0

$$Var(\hat{\beta}_1) = E\left[(\hat{\beta}_1 - \beta)(\hat{\beta}_1 - \beta)'\right]$$

$$= E[\{[(X'X)^{-1}X' + U]Y - \beta\}\{[(X'X)^{-1}X' + U]Y - \beta\}']$$

$$= E[\{[(X'X)^{-1}X' + U](X\beta + \varepsilon) - \beta\}\{[(X'X)^{-1}X' + U](X\beta + \varepsilon) - \beta\}']$$

$$= E[\{(X'X)^{-1}X'X\beta + UX\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon + U\varepsilon - \beta\}\{(X'X)^{-1}X'X\beta + UX\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon + U\varepsilon - \beta\}'] \tag{2.48}$$

Karena $UX = 0$, maka

$$Var(\hat{\beta}_1) = E[\{(X'X)^{-1}X'\varepsilon + U\varepsilon\}\{(X'X)^{-1}X'\varepsilon + U\varepsilon\}']$$

$$= E[\{(X'X)^{-1}X' + U\}\varepsilon\varepsilon'\{(X'X)^{-1}X' + U'\}]$$

$$= \{(X'X)^{-1}X' + U\}E(\varepsilon\varepsilon')\{(X'X)^{-1}X' + U'\}$$

$$= E(\varepsilon\varepsilon')\{(X'X)^{-1}X' + U\}\{(X'X)^{-1}X' + U'\}$$

$$= \sigma^2 I\{(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1} + (X'X)^{-1}U'X' + UX((X'X)^{-1} + UU'\}$$

$$= \sigma^2 I\{(X'X)^{-1}I + UU'\}$$

Terbukti $Var(\hat{\beta}_1) < Var(\hat{\beta})$ (2.49)

D. Multikolinearitas

1. Pengertian Multikolinearitas

Multikolinearitas atau kolinearitas ganda pertama kali dikemukakan oleh Ragnan Frisch dalam bukunya yang berjudul "*Statistical Conflurnce Analysis by Means Complete Regression Systems*" pada tahun 1934. Variabel ekonomi memiliki kecenderungan bergerak secara bersama-sama sepanjang waktu. Kecenderungan faktor-faktor dalam deret waktu dapat menjadi penyebab terjadinya multikolinearitas.

Menurut Gujarati (2003), multikolinearitas adalah adanya hubungan linear yang sempurna di antara beberapa atau semua variabel bebas dalam model regresi. Bedasarkan hubungan yang terjadi antara variabel-variabel bebas, multikolinearitas dibedakan menjadi dua:

a. Multikolinearitas Sempurna

Hubungan linear yang sempurna terjadi apabila berlaku hubungan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{k} \lambda_j X_j = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \cdots + \lambda_k X_k = 0 \qquad (2.50)$$

dimana $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_k$ seluruhnya tidak sama dengan nol ($\lambda_i \neq 0, i = 1, 2, 3, \ldots, k$). Untuk mengetahui multikolinearitas sempurna dimisalkan $\lambda_2 \neq 0$, sehingga persamaan X_{2i} dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_{2i} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2}X_{1i} - \frac{\lambda_3}{\lambda_2}X_{3i} - \cdots - \frac{\lambda_k}{\lambda_2}X_{ki} \quad (2.51)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bagaimana X_2 berhubungan secara linear sempurna dengan sisa variabel lainnya.

b. Multikolinearitas kurang sempurna

Multikolinearitas kurang sempurna terjadi jika berlaku suatu hubungan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{k} \lambda X_j = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \cdots + \lambda_k X_k + \varepsilon_i = 0 \quad (2.52)$$

dimana ε_i adalah galat sisa dengan syarat galat yang saling bebas dan menyebar normal $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, untuk mengetahui adanya multikolinearitas tidak sempurna, maka dimisalkan $\lambda_2 \neq 0$, sehingga persamaan X_{2i} dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_{2i} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2}X_{1i} - \frac{\lambda_3}{\lambda_2}X_{3i} - \cdots - \frac{\lambda_k}{\lambda_2}X_{ki} - \frac{1}{\lambda_2}\varepsilon_i \quad (2.53)$$

yang menunjukkan bahwa X_2 tidak berhubungan linear sempurna dengan sisa variabel lainnya , sebab tergantung pada ε_i.

2. Dampak multikolinearitas (Montgomery, 2006)

Menurut Montgomery (2006) dampak multikolinearitas dapat mengakibatkan koefisien regresi yang dihasilkan oleh analisis regresi berganda menjadi sangat lemah atau tidak dapat memberikan hasil analisis yang mewakili sifat atau pengaruh dari variabel bebas yang bersangkutan.

Dalam banyak hal masalah multikolinearitas dapat menyebabkan uji T menjadi tidak signifikan padahal jika masing-masing variabel bebas diregresikan secara terpisah dengan variabel tak bebas (*simple regression*) uji T menunjukkan hasil yang signifikan.

3. Cara Mendeteksi Multikolinearitas

Sebuah persamaan regresi linear yang dibuat berdasarkan data yang ada, kita belum mengetahui apakah model regresi tersebut mengalami multikolinearitas. Oleh karena itu, perlu diketahui cara-cara dalam mendeteksi adanya multikolinearitas. Menurut Montgomery (2006), terdapat beberapa cara untuk mendeteksi ada tidaknya multikolinearitas, antara lain sebagai berikut:

a. Menganalisis koefisien korelasi sederhana antara variabel bebasnya

Multikolinearitas dapat diduga dari tingginya nilai korelasi antara variabel bebasnya, disini kita dapat menduga kolinearitas antara variabel bebas dengan melihat nilai dari koefisien korelasi sederhana yang cukup tinggi ($0{,}8 \leq r \leq 1{,}0$).

b. Menggunakan *Variation Inflation Factor* (VIF)

Variance Inflation Factor (VIF) adalah salah satu cara dalam mendeteksi adanya multikolinearitas. Hal ini diperoleh berdasarkan fakta bahwa kenaikan dari variansi tergantung dari σ^2dan VIF itu sendiri. VIF dinyatakan dengan rumus :

$$(VIF)_j = \frac{1}{1-R_j{}^2} \qquad (2.54)$$

Dimana $R_j{}^2$ adalah koefisien determinasi dari variabel bebas X_j yang diregresikan terhadap variabel bebas lainnya. Multikolinearitas dari sebuah regresi dapat diketahui apabila nilai $(VIF)_j$ lebih dari 5.

Menurut Gujarati (2003) untuk mendeteksi multikolinearitas, selain menggunakan koefisien korelasi, dan VIF, juga dapat menggunakan metode TOL (*Tolerance Value*).

Metode TOL (*Tolerance Value*)

Ukuran lain yang biasa digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinearitas adalah TOL atau *Tolerance Value.* TOL adalah indikasi dari persen variansi dalam prediktor yang tidak dapat dihitung oleh variabel prediktor. Rumusan dari TOL adalah sebagai berikut:

$$TOL = \frac{1}{VIF_j} \tag{2.55}$$

Suatu X dikatakan memiliki kolinearitas yang tinggi dengan X yang lainnya jika memiliki nilai TOL $<$ 0,1.

4. Cata Mengatasi Multikolinearitas

Masalah multikolinearitas dapat dihilangkan dengan menempuh beberapa cara (Montgomery, 2006), diantara sebagai berikut:

a. Menambahkan data yang baru

Penambahan sampel baru dapat digunakan untuk mengatasi multikolinearitas. Oleh karena adanya kolinearitas merupakan gambaran sampel, ada kemungkinan bahwa untuk sampel lainnya yang mencakup variabel-variabel yang sama, persoalan multikolinearitas mungkin tidak seserius seperti sampel sebelumnya.

b. Menghilangkan satu atau beberapa variabel bebas

Pada permasalahan multikolinearitas yang serius, salah satu hal yang mudah untuk dilakukan ialah mengeluarkan salah satu variabel yang berkorelasi tinggi dengan variabel lainnya.

c. Estimasi Regresi Ridge

Estimasi Ridge untuk koefisien regresi dapat diperoleh dengan menyelesaikan suatu bentuk dari persamaan normal regresi. Asumsikan bahwa bentuk standar dari model regresi linear ganda adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

Parameter penting yang membedakan regresi ridge dari metode kuadrat terkecil adalah *c*. Tetapan bias *c* yang relatif kecil ditambahkan pada diagonal utama matriks $X'X$, sehingga koefisien estimator *regresi ridge* dipenuhi dengan besarnya tetapan bias *c*. (Hoerl dan Kennard, 1970).

E. Autokorelasi

1. Pengertian Autokorelasi

Autokorelasi umumnya terjadi pada data *time series*. Hal ini karena observasi-observasi pada data *time series* mengikuti urutan alamiah antarwaktu, sehingga observasi-observasi secara berturut-turut mengandung interkorelasi, khususnya jika rentang waktu diantara observasi yang berurutan adalah rentang waktu yang pendek, seperti hari, minggu atau bulan. (Gujarati, 2003)

Istilah autokorelasi adalah korelasi di antara anggota dari observasi-observasi yang diurutkan berdasarkan waktu. Dalam kaitannya dengan asumsi metode kuadrat terkecil, autokorelasi merupakan korelasi antara satu variabel gangguan dengan variabel gangguan lain.

2. Dampak Autokorelasi

Menurut Gujarati (2003), keberadaan autokorelasi pada metode kuadrat terkecil memiliki konsekuensi antara lain: estimasi metode kuadrat terkecil masih linier dan tidak bias, namun estimator-estrimator tersebut tidak lagi efisien (memiliki varian terkecil). Oleh karen itu, interval estimasi maupun uji hipotesis yang didasarkan pada distribusi t maupun F tidak tidak dapat digunakan untuk evaluasi hasil regresi.

3. Cara Mendeteksi Autokorelasi

Uji Durbin Waston (DW) merupakan salah satu uji yang banyak dipakai untuk mengetahui ada tidaknya autokorelasi. Hampir semua program statistik sudah menyediakan fasilitas untuk menghitung nilai d (yang menggambarkan koefisien DW).

a) Hipotesis

$H_0: \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)

$H_1: \rho \neq 0$ (ada autokorelasi)

b) Taraf nyata $\alpha = 0.05$

c) Statistik Uji

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \qquad (2.56)$$

d) Kriteria Keputusan

Jika $d > d_U$, maka H_0 diterima (tidak ada autokorelasi)

Jika $d < d_L$, maka H_0 ditolak (ada autokorelasi positif)

Jika $4 - d > d_U$, maka H_0 diterima (tidak ada autokorelasi negatif)

Jika $4 - d < d_L$, maka H_0 ditolak (ada autokorelasi negatif)

4. Cara Mengatasi Autokorelasi (Gujarati, 2003)

Dalam mengatasi autokorelasi dapat dilakukan dengan menggunakan *Two Stages Least Square* (*TSLS*), *Generalized Least Square* (GLS) dan *Feasible Generalized Least Square* (*FGLS*). *GLS* digunakan apabila koefisien autokorelasi diketahui, namun apabila koefisien korelasi tidak diketahui maka digunakan *FGLS*, dimana koefisien autokorelasi dapat diduga berdasarkan nilai Durbin Watson, nilai residual, dan *cochrane orcutt iterative procedure.*

F. Regresi Ridge

Regresi ridge mulai diperkenalkan oleh Hoerl dan Kennard pada tahun 1970. Metode ini dipakai untuk mengatasi pelanggaran multikolinearitas.

Dengan menggunakan pengganda Lagrange, di mana $\hat{\beta}^*$ nilai yang meminimumkan fungsi tujuan dengan syarat $\hat{\beta}^{*'}\hat{\beta}^* \leq c^2$

$$F \equiv \left(Y^* - X^*\hat{\beta}^*\right)'\left(Y^* - X^*\hat{\beta}^*\right) + k\left(\hat{\beta}^{*'}\hat{\beta}^* - c^2\right) \qquad (2.57)$$

$$F \equiv (Y^{*'} - \hat{\beta}^{*'} X^{*'})(Y^* - X^*\hat{\beta}^*) + k\left(\hat{\beta}^{*'}\hat{\beta}^* - c^2\right) \quad (2.58)$$

$$F \equiv Y^{*'}Y^* - Y'X^*\hat{\beta}^* - \hat{\beta}^{*'}X^{*'}Y + \hat{\beta}^{*'}X^{*'}X^*\hat{\beta}^* + k\left(\hat{\beta}^{*'}\hat{\beta}^* - c^2\right) \quad (2.59)$$

karena $\hat{\beta}^{*'}X^{*'}Y$ merupakan skalar, maka dengan menggunakan sifat transpose $(\hat{\beta}^{*'}X^{*'}Y)' = Y'X^*\hat{\beta}^*$, sehingga (2.54) menjadi

$$F \equiv Y^{*'}Y^* - \hat{\beta}^{*'}X^{*'}Y^* - \hat{\beta}^{*'}X^{*'}Y^* + \hat{\beta}^{*'}X^{*'}X^*\hat{\beta}^* + k\left(\hat{\beta}^{*'}\hat{\beta}^* - c^2\right) \quad (2.60)$$

$$F \equiv Y^{*'}Y^* - 2\hat{\beta}^{*'}X^{*'}Y^* + \hat{\beta}^{*'}X^{*'}X^*\hat{\beta}^* + k\left(\hat{\beta}^{*'}\hat{\beta}^* - c^2\right) \quad (2.61)$$

Nilai F minimum jika $\frac{\partial F}{\partial \hat{\beta}^*} = 0$, maka,

$$0 = -2X^{*'}Y^* + 2X^{*'}X^*\hat{\beta}^* + 2kI\hat{\beta}^*$$

$$0 = -X^{*'}Y^* + \hat{\beta}^*(X^{*'}X^* + kI)$$

$$\hat{\beta}^*(X^{*'}X^* + kI) = X^{*'}Y^*$$

$$\hat{\beta}^* = (X^{*'}X^* + kI)^{-1}X^{*'}Y^* \quad (2.62)$$

Nilai k pada regresi ridge sama untuk setiap peubah bebas, sedangkan *Generalized Ridge Regression* merupakan pengembangan dari prosedur regresi ridge yang memungkinkan terdapat parameter bias (k) berbeda untuk setiap peubah bebas.

BAB III
PEMBAHASAN

Dalam bab III ini akan dibahas mengenai langkah-langkah dalam *Generalized Two Stages Ridge Regression (GTSRR)* untuk penanganan pelanggaran asumsi autokorelasi dan multikolinearitas beserta aplikasinya. Subbab yang akan dibahas yaitu estimasi *Two Stages Least Squares (TSLS)*, estimasi *Generalized Ridge Regression (GRR)*, estimasi *Generalized Two Stage Ridge Regression (GTSRR)*, metode *Centering and Rescaling*, pemilihan nilai *k*, langkah-langkah estimasi menggunakan *GTSRR* yang meliputi pengujian asumsi regresi linear ganda, uji endogenitas, analisis *TSLS*, transformasi data menggunakan metode *Centering and Rescaling*, pemilihan nilai *k*, menentukan persamaan *GTSRR*, transformasi persamaan *GTSRR* ke dalam bentuk awal. Pembahasan Bab III ini, diberikan pula contoh aplikasi penggunaan metode *GTSRR*.

A. Estimasi *Two Stages Least Squares (TSLS)*

Pertama, akan dibahas mengenai Estimasi *Two Stages Least Squares* untuk mengatasi autokorelasi.

Setiap persamaan simultan disusun oleh tiga variabel yaitu *variabel endogen, variabel predetermine,* dan variabel gangguan. Variabel endogen merupakan variabel tak bebas yang nilainya ditentukan di dalam persamaan simultan. Variabel *predetermine* merupakan variabel yang nilainya sudah ditentukan terlebih dahulu atau merupakan variabel *independent*. Variabel *predetermine* yang nilainya ditentukan di luar model disebut *variabel eksogen*, variabel endogen pada persamaan lain atau variabel endogen waktu lampau (*lagged-endogenousvariable*) juga dapat berperan sebagai variabel *predetermine.* Persamaan – persamaan yang ada dalam model disebut *persamaan struktural* sedangkan parameter-parameternya disebut *parameter struktural.* Parameter struktural mencerminkan pengaruh langsung dari setiap variabel eksogen terhadap variabel endogen. Suatu model simultan dikatakan lengkap jika banyaknya persamaan dalam sistem sama dengan banyak variabel endogennya.

Langkah-langkah dari metode *Two Stages Least Squares (TSLS)* yaitu:

1. Langkah pertama:

   Setiap variabel endogen diregresikan terhadap semua variabel eksogen dari suatu sistem sehingga diperoleh persamaan bentuk sederhana.

   Misalkan persamaan regresi linear berganda yaitu

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \tag{3.1}$$

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_k X_{1k} + \varepsilon_i$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_k X_{2k} + \varepsilon_i$$

$$\vdots$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_k X_{2k} + \varepsilon_i$$

   Persamaan (3.1) dapat dituliskan

$$Y_i = X\beta + \varepsilon_i \tag{3.2}$$

   Dalam notasi matriks, maka

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ X_{31} & X_{32} & & X_{3k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{i1} & X_{i2} & \cdots & X_{ik} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Dari persamaan (3.2), sehingga diperoleh

$$\varepsilon_i = Y_i - X\beta \tag{3.4}$$

Menurut Suryanto (1998), penaksir metode kuadrat terkecil atau *Ordinary Least Square (OLS)* diperlukan untuk meminimumkan Jumlah Kuadrat Galat (JKG), maka berdasarkan persamaan (2.31)

$$JKG = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i{}^2 = \varepsilon_1{}^2 + \varepsilon_2{}^2 + \varepsilon_3{}^2 + \cdots + \varepsilon_n{}^2$$

$$= [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \qquad \ldots \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \varepsilon' \varepsilon \tag{3.5}$$

atau

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i{}^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1k} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_k X_{ik})^2 \tag{3.6}$$

Seperti pada bab II, minimum persamaan (3.6) diperoleh dengan mencari turunan JKG terhadap $\beta_1, \ \beta_2, \ldots, \beta_k$ dan kemudian menyamakan setiap turunan tersebeut dengan nol.

$$\frac{\partial JKG}{\partial \beta_0} = -2 \sum (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1k} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_k X_{ik}) = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial \beta_1} = -2 \sum (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1k} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_k X_{ik})\,(X_{i1}) = 0$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial \beta_2} = -2 \sum (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1k} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_k X_{ik})\,(X_{i2}) = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial JKG}{\partial \beta_k} = -2 \sum (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{1k} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_k X_{ik})\,(X_{ik}) = 0 \tag{3.7}$$

misalkan $\beta_1, \ \beta_2, \ldots, \beta_k$ dinyatakan dengan $b_1, b_2 \ldots, b_k$**,** maka

$$\sum Y_i = n\, b_0 + b_1 \sum X_{i1} + b_2 \sum X_{i2} + \cdots + b_k \sum X_{ik}$$

$$\sum Y_i X_{i1} = b_0 X_{i1} + b_1 \sum {X_{i1}}^2 + b_2 \sum X_{i2}\, X_{i1} + \cdots + b_k \sum X_{ik}\, X_{i1}$$

$$\sum Y_i X_{i2} = b_0 X_{i2} + b_1 \sum X_{i1} X_{i2} + b_2 \sum {X_{i2}}^2 + \cdots + b_k \sum X_{ik}\, X_{i2}$$

$$\vdots$$

$$\sum Y_i X_{ik} = b_0 X_{ik} + b_1 \sum X_{i1} X_{ik} + b_2 \sum X_{i2} X_{ik} + \cdots + b_k \sum {X_{ik}}^2 \quad (3.8)$$

Persamaan (3.8) dapat dituliskan $(X'X)b = X'Y$

$$b = (X'X)^{-1} X'Y \quad (3.9)$$

Estimator b yaitu

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (3.10)$$

Kemudian dicari proyeksi X terhadap proyeksi Z yang merupakan matriks instrumen variabel

$$\hat{X} = Z\hat{\beta}$$
$$= (Z'Z)^{-1} Z'X$$
$$= P_z X \quad (3.11)$$

2. Langkah kedua

Tahap kedua, dilakukan regresi Y terhadap matriks proyeksi $\hat{X}$

$$Y = \hat{X}\beta + e$$

$$e = Y - \hat{X}\beta$$

$$e'e = \left(Y - \hat{X}\beta\right)'(Y - \hat{X}\beta)$$
$$= (Y' - \hat{X}'\beta')'(Y - \hat{X}\beta)$$
$$= Y'Y - Y'\hat{X}\beta - Y\beta'\hat{X}' + \beta'\hat{X}'\hat{X}\beta \quad (3.12)$$

JKG minimum diperoleh dari $\frac{\partial e' e}{\partial \beta} = 0$

$$\frac{\partial e' e}{\partial \beta} = -2\hat{X}'Y + 2\hat{X}'\hat{X}\beta$$

$0 = -2\hat{X}'Y + 2\hat{X}'\hat{X}\beta$

$2\hat{X}'\hat{X}\beta = 2\hat{X}'Y$

$$\hat{\beta} = (\hat{X}'\hat{X})^{-1}\hat{X}'Y \quad (3.13)$$

Sehingga diperoleh estimasi *Two Stages Least Square*

$$\begin{aligned}\hat{\beta} \quad &= (\hat{X}'\hat{X})^{-1}\hat{X}'Y` \\ &= \left((P_zX)'(P_zX)\right)^{-1} (P_zX)' \\ &= \left(X'P_z{}'P_zX\right)^{-1} X'P_z{}'Y \quad (3.14)\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.34), $P_z{}^2 = P_z$ dan matriks P_z simetris ($P_z{}' = P_z$) maka persamaan (3.14) dapat ditulis

$$\hat{\beta} \quad = (\hat{X}'\Omega\hat{X})^{-1}\hat{X}'\Omega Y \quad (3.15)$$

dengan $\Omega = P_z{}'P_z = P_z$

Selanjutnya akan dijelaskan tentang metode *Generalized Ridge Regression.*

B. Estimasi *Generalized Ridge Regression*

Pada Bab II telah dijelaskan bahwa regresi ridge mulai diperkenalkan oleh Hoerl dan Kennard pada tahun 1970. Metode tersebut dipakai untuk mengatasi pelanggaran multikolinearitas. Estimator regresi ridge yaitu:

$$\hat{\beta}^* = (X^{*'}X^* + kI)^{-1}X^{*'}Y^* \quad (3.16)$$

Nilai k pada regresi ridge sama untuk setiap peubah bebas, sedangkan

Generalized Ridge Regression merupakan pengembangan dari prosedur regresi ridge yang memungkinkan terdapat parameter bias (k) berbeda untuk setiap peubah bebas.

Suatu persamaan regresi linear ganda

$$Y_i^* = \beta_1 X_{i1}^* + \beta_2 X_{i2}^* + \cdots + \beta_k X_{ik}^* + \varepsilon_i \tag{3.17}$$

persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$Y_i^* = X^* \beta + \varepsilon_i \tag{3.18}$$

dengan

Y_i^* menyatakan vektor respon berukuran $(n \times 1)$
X^* menyatakan matriks peubah bebas berukuran $(n \times p)$
β menyatakan vektor parameter berukuran $(p \times 1)$
ε_i menyatakan vektor galat dengan rataan $E(\varepsilon) = 0$ dan ragam $V(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$

Berdasarkan persamaan (3.18), bentuk regresi ridge dengan mereduksi $X'X$. Mengingat $X'X$ merupakan matriks simetri, sehingga terdapat matriks ortogonal T, sedemikian hingga

$$T'(X'X)T = \Lambda$$

$$T'X'XT = \Lambda$$

$$(XT)'XT = \Lambda$$

$$X^{*'}X^* = \Lambda \tag{3.19}$$

dengan Λ merupakan matriks $p \times p$ dengan anggota dari diagonal utamanya merupakan nilai eigen ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_p$) atau dapat ditulis $\Lambda = diag$ (λ_1, $\lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_p$ dan matriks T adalah matriks ortogonal berukuran $p \times p$ yang elemen-elemennya adalah nilai eigen vektor dari $X'X$, sehingga

$X'X = T\Lambda T'$ dan $T'T = TT' = I$

sehingga persamaan regresi linear ganda dapat ditulis

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$Y = XTT'\beta + \varepsilon$$

$$Y = (XT)(T'\beta) + \varepsilon$$

$$Y = X^*\alpha + \varepsilon \tag{3.20}$$

dengan

X^*=XT dan $\alpha = T'\beta$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil estimator α adalah

$$\hat{\alpha} = \left(X^{*'}X^*\right)^{-1}X^{*'}Y \tag{3.21}$$

Bukti: Metode kuadrat terkecil digunakan untuk mengistimasi $\hat{\alpha}$ dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG), maka

$$\sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2 = \varepsilon'\varepsilon$$

$$= (Y - X^*\alpha)'(Y - X^*\alpha)$$

$$= (Y' - \alpha'X^{*'})(Y - X^*\alpha)$$

$$= Y'Y - Y'X^*\alpha - \alpha'X^{*'}Y + \alpha'X^{*'}X^*\alpha \tag{3.22}$$

Karena $\alpha'X^{*'}Y$ adalah skalar, maka dengan menggunakan sifat transpose $(\alpha'X^{*'}Y)' = Y'X^*\alpha$, sehingga persamaan (3.22) menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2 = Y'Y - \alpha'X^{*'}Y - \alpha'X^{*'}Y + \alpha'X^{*'}X^*\alpha$$

$$= Y'Y - 2\alpha'X^{*'}Y + \alpha'X^{*'}X^*\alpha \tag{3.23}$$

JKG minimum diperoleh dari α yang memenuhi persamaan $\frac{\partial JKG}{\partial \alpha} = 0$, sehingga diperoleh

$$-2X^{*'}Y + 2X^{*'}X^{*}\alpha = 0$$

$$-X^{*'}Y + X^{*'}X^{*}\alpha = 0$$

$$X^{*'}X^{*}\alpha = X^{*'}Y$$

$$\hat{\alpha} = \left(X^{*'}X^{*}\right)^{-1}X^{*'}Y \qquad (3.24)$$

sehingga estimator $\hat{\alpha} = \left(X^{*'}X^{*}\right)^{-1}X^{*'}Y$ (terbukti)

Persamaan (3.24) dapat dibentuk menjadi

$$\hat{\alpha} = ((XT)'(XT))^{-1}(XT)'Y$$

$$= (T'X'XT)^{-1}T'X'Y$$

$$= (T'X'XT)^{-1}T'X'X\hat{\beta}$$

$$= (T'X'XT)^{-1}T'X'XTT'\hat{\beta}$$

$$= (T'X'XT)^{-1}(T'X'XT)T'\hat{\beta}$$

$$\hat{\alpha} = T'\hat{\beta} \qquad (3.25)$$

Dari persamaan (3.25), sehingga

$$\hat{\beta} = T\hat{\alpha} \qquad (3.26)$$

dengan menggunakan pengganda Lagrange, di mana $\hat{\alpha}\,(K)$ nilai yang meminimumkan fungsi tujuan dengan syarat $\hat{\alpha}\,(K)'\hat{\alpha}\,(K) \leq c^2$

$$F \equiv (Y^* - X^*\hat{\alpha}\,(K))'(Y^* - X^*\hat{\alpha}\,(K)) + k(\hat{\alpha}\,(K)'\hat{\alpha}\,(K) - c^2) \qquad (3.27)$$

$$F \equiv (Y^{*'} - \hat{\alpha}\,(K)'X^{*'})(Y^* - X^*\hat{\alpha}\,(K)) + k(\hat{\alpha}\,(K)'\hat{\alpha}\,(K)c^2) \qquad (3.28)$$

$$F \equiv Y^{*'}Y^* - Y^{*'}X^*\hat{\alpha}\,(K) - \hat{\alpha}\,(K)'X^{*'}Y^* + \hat{\alpha}\,(K)'X^{*'}X^*\hat{\alpha}\,(K) + k(\hat{\alpha}\,(K)'\hat{\alpha}\,(K)c^2) \qquad (3.29)$$

Karena $\hat{\alpha}\ (K)'X^{*'}Y^{*}$ merupakan skalar, maka dengan menggunakan sifat transpose $(\hat{\alpha}\ (K)'X^{*'}Y^{*})'= Y^{*'}X^{*}\hat{\alpha}\ (K)$, sehingga persamaan (3.29) menjadi

$$F \equiv Y^{*'}Y^{*} - 2\hat{\alpha}\ (K)'X^{*'}Y^{*} + \hat{\alpha}\ (K)'X^{*'}X^{*}\hat{\alpha}\ (K) + k(\hat{\alpha}\ (K)'\hat{\alpha}\ (K) - c^{2}) \quad (3.30)$$

Niliai F minimum jika $\frac{\partial F}{\partial \hat{\alpha}\ (K)} = 0$, maka,

$$0 = -2X^{*'}Y^{*} + \hat{\alpha}\ (K)'X^{*'}X^{*} + 2K\hat{\alpha}\ (K)$$

$$0 = -X^{*'}\hat{\alpha}\ (K) + \hat{\alpha}\ (K)(X^{*'}X^{*} + K)$$

$$\hat{\alpha}\ (K)(X^{*'}X^{*} + K) = X^{*'}Y^{*}$$

$$\hat{\alpha}\ (K) = (X^{*'}X^{*} + K)^{-1}X^{*'}Y^{*} \quad (3.31)$$

di mana k adalah K adalah matiks diagonal $(k_1,\ k_2, k_3, \dots, k_p)$

Jadi, estimasi *Generalized Ridge Regression* yaitu

$$\hat{\beta}_{GRR} = (X^{*'}X^{*} + K)^{-1}X^{*'}Y^{*} \quad (3.32)$$

C. Estimasi *Generalized Two Stages Ridge Regression*

Pada penjelasan sebelumnya, untuk metode *Two Stages Least Squares* berlaku

$$\hat{\beta} = (X'\Omega X)^{-1}X'\Omega Y \quad (3.33)$$

dengan $\Omega = P_z{}'P_z = P_z$

Husain Eledum dan Abdala Akhmed Alkhaifa dalam jurnalnya *Generalized Two Stages Ridge Regression Estimator GTSRR for Multicollinearity and Autocorelated Errors* (2012) memperkenalkan metode baru yang merupakan pengembangan dari regresi ridge dan merupakan gabungan antara metode *Two Stage Least Square* dan metode *Generalized Ridge Regression.* Estimasi *GTSRR* yaitu

$$\hat{\beta}^* = (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^* \tag{3.34}$$

Persamaan regresi linear ganda

$$Y^* = X^*\beta + \varepsilon \tag{3.35}$$

$$\rho\hat{Y}^* = \rho X^*\hat{\beta}^* + e^* \tag{3.36}$$

Berdasarkan persamaan (3.35), bentuk regresi ridge dengan mereduksi $X^{*'}\Omega X^*$. Mengingat $X^{*'}\Omega X^*$ merupakan matriks simetri, sehingga terdapat matriks ortogonal T, sedemikian hingga

$$Q'(X^{*'}\Omega X^*)Q = \Gamma$$

$$Q'X^{*'}\Omega X^* Q = \Gamma$$

$$(X^*Q)'X^* Q = \Gamma$$

$$M'M = \Gamma \tag{3.37}$$

di mana Γ merupakan matriks $q \times q$ dengan anggota dari diagonal utamanya merupakan nilai eigen ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_q$) atau dapat ditulis $\Gamma = diag\,(\lambda_1,$ $\lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_q$ dan matriks Q adalah matriks ortogonal berukuran $q \times q$ yang elemen-elemennya adalah nilai eigen vektor dari $X^{*'}\Omega X^*$, sehingga

$X^{*'}\Omega X^* = Q'\Gamma Q$ dan $Q'Q = QQ' = I$

persamaan regresi linear ganda dapat ditulis

$$Y^* = X^*\beta + \varepsilon$$

$$Y = X^*QQ'\beta + \varepsilon$$

$$Y = (X^*Q)(Q'\beta) + \varepsilon$$

$$Y = M\alpha + \varepsilon \tag{3.38}$$

dengan M=X^*Q dan $\alpha = Q'\beta$

karena $\alpha = Q'\beta$, maka estimasi $\hat{\alpha} = Q'\hat{\beta}$ (3.39) dari persamaan (3.20), sehingga

$$\hat{\beta} = Q\hat{\alpha} \tag{3.40}$$

Analog dengan estimasi regresi ridge yang diperoleh dengan metode *OLS*, pada persamaan (2.57) dan mengasumsikan $\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) \leq c^2$ di mana c adalah nilai konstanta. Dengan menggunakan pengganda Lagrange k, sehingga didapatkan fungsi

$$F \equiv (\rho Y^* - \rho X^*\hat{\alpha}(K))'(\rho Y^* - \rho X^*\hat{\alpha}(K)) + K(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2) \tag{3.41}$$

$$F \equiv (Y^{*'}\rho' - \hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho')(\rho Y^* - \rho X^*\hat{\alpha}(K)) + K(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$F \equiv Y^{*'}\rho'\rho Y^* - Y^{*'}\rho'\rho X^*\hat{\alpha}(K) - \hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho'\rho X^*\hat{\alpha}(K)$$

$$+ K(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2)$$

$$F \equiv Y^{*'}\rho'\rho Y^* - 2\hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho'\rho X^*\hat{\alpha}(K) + K(\hat{\alpha}(K)'\hat{\alpha}(K) - c^2) \tag{3.42}$$

Nilai F minimum jika $\frac{\partial F}{\partial \hat{\alpha}(K)} = 0$, maka,

$$0 = -2X^{*'}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)'X^{*'}\rho'\rho X^* + 2K\hat{\alpha}(K)$$

$$0 = -X^{*'}\rho'\rho Y^* + \hat{\alpha}(K)(X^{*'}\rho'\rho X^* + K)$$

$$\hat{\alpha}(K)(X^{*'}\rho'\rho X^* + K) = X^{*'}\rho'\rho Y^*$$

$$\hat{\alpha}(K) = (X^{*'}\rho'\rho X^* + 2K)^{-1}X^{*'}\rho'\rho Y^*$$

$$\hat{\alpha}(K) = (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^* \tag{3.43}$$

Dengan $\Omega = \rho'\rho = \rho'\rho$

Jadi, estimator GTSRR adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{GTR} = (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^* \tag{3.44}$$

Sifat-sifat Estimator *Generalized Two Stage Ridge Regression (GTSRR)*

1. Mean atau $E(\hat{\alpha}(K))$

$\hat{\alpha}(K) = (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^*$ (substitusi $Y^* = X^*\alpha(K) + \varepsilon$)

$= (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega(X^*\hat{\alpha}(K) + \varepsilon)$

$= (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega X^*\hat{\alpha}(K) + (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon$

$= (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega X^*\hat{\alpha}(K)$ (3.45)

$E(\hat{\alpha}(K)) = E\left[(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega X^*\hat{\alpha}(K)\right]$ ditambah dengan K)

$= E\left[(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}\left[X^{*'}\Omega X^* + K) - K\right]\hat{\alpha}(K)\right]$

$= E(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}(X^{*'}\Omega X^* + K\alpha(K) - (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}K\hat{\alpha}(K)$

$= I\alpha(K) - (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}K\alpha(K)$

$= \alpha(K) - (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}K\alpha(K)$ (3.46)

2. Variansi atau $Var(\hat{\alpha}(K))$

$\hat{\alpha}(K) = (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^*$

$= (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega(X^*\alpha(K) + \varepsilon)$ (substitusi $Y^* = X^*\alpha(K) + \varepsilon$)

$= (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega X^*\alpha(K) + (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon$

$= \alpha(K) + (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon$

$\hat{\alpha}(K) - \alpha(K) = (X^{*'}X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon$ (3.47)

$Var(\hat{\alpha}(K)) = Var[(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^*]$

$= (X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\Omega' X^*\left(X^{*'}\Omega X^* + K\right)^{-1} Var(Y)$

$= \sigma^2(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\Omega' X^*\left(X^{*'}\Omega X^* + K\right)^{-1}$

$= \sigma^2(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}$ (3.48)

3. Mean Square Error (MSE)

$MSE(\hat{\alpha}(K)) = E(\hat{\alpha}(K) - \hat{\alpha}(K))'(\hat{\alpha}(K) - \hat{\alpha}(K))$

$$= E\left[((X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon))'((X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon))\right]$$

$$= E\left[\varepsilon'\Omega' X^*(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\Omega\varepsilon)\right]$$

$$= \sigma^2 trace\left[X^*(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}(X^{*'}\Omega X^* + K)^{-1}X^{*'}\right]$$

$$= \sigma^2 trace\,(X^{*'}\Omega X^*)^{-1} \tag{3.49}$$

Trace adalah jumlahan matriks diagonal utama.

D. Metode *Centering and Rescaling*

Metode *centering and rescaling* atau metode pemusatan dan penskalaan data merupakan bagian dari membakukan (*standardized*) variabel. Modifikasi sederhana dari pembakuan atau standarisasi variabel ini adalah transformasi korelasi (*correlation transformation*). (*Kutner, et al., 2005*).

Pertama dilakukan prosedur *centering* yang mengakibatkan hilangnya β_0 yang membuat persamaan menjadi lebih sederhana dan lebih mudah. Dalam hal ini yang akan distandarisasi adalah model regresi linear berganda yang ditunjukkan pada model di bawah ini yaitu

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \tag{3.50}$$

Persamaan (3.50) dapat dibentuk menjadi

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(X_{i1} - \bar{X}_1) + \beta_1\bar{X}_1 + \beta_2(X_{i2} - \bar{X}_2) + \beta_2\bar{X}_2 + \cdots$$
$$+ \beta_k(X_{ik} - \bar{X}_k) + \beta_k\bar{X}_k + \varepsilon_i$$
$$= (\beta_0 + \beta_1\bar{X}_1 + \beta_2\bar{X}_2 + \cdots + \beta_k\bar{X}_k) + \beta_1(X_{i1} - \bar{X}_1) + \beta_2(X_{i2} - \bar{X}_2) +$$
$$\cdots + \beta_k(X_{ik} - \bar{X}_k) + \varepsilon_i \tag{3.51}$$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, β_0 dapat dicari dengan rumus:

$$\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1\bar{X}_1 - \beta_2\bar{X}_2 - \cdots - \beta_k\bar{X}_k \tag{3.52}$$

maka $\bar{Y} = \beta_0 + \beta_1\bar{X}_1 + \beta_2\bar{X}_2 + \cdots + \beta_k\bar{X}_k$ (3.53)

dengan menggunakan persamaan (3.46) dan (3.50), maka untuk mencari $Y_i - \bar{Y}$ yaitu

$$Y_i - \bar{Y} = (\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i) - (\beta_0 + \beta_1\bar{X}_1 + \beta_2\bar{X}_2 + \cdots + \beta_k\bar{X}_k)$$

$$= \beta_1(X_{i1} - \bar{X}_1) + \beta_2(X_{i2} - \bar{X}_2) + \cdots + \beta_k(X_{ik} - \bar{X}_k) + \varepsilon_i \quad (3.54)$$

Jika

$$y_i = Y_i - \bar{Y} \quad (3.55)$$

$$x_{i1} = X_{i1} - \bar{X}_1 \quad (3.56)$$

$$x_{i2} = X_{i2} - \bar{X}_2 \quad (3.57)$$

$$x_{ik} = X_{i1} - \quad \bar{X}_k \quad (3.58)$$

maka didapat model baru yaitu:

$$y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad (3.59)$$

selanjutnya dilakukan prosedur *Rescaling*

Menurut Kutner, et al. (2005) standarisasi variabel terikat Y dan variabel bebas $X_1, X_2, \ldots., X_k$ dapat ditentukan dengan

$$\frac{Y_i - \bar{Y}}{S_Y} \text{ dimana } S_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} \quad (3.60)$$

$$\frac{X_{ik} - \bar{X}_k}{S_{X_k}} \text{ dimana } S_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{ik} - \bar{X}_k)^2}{n-1}} k = 1,2, \ldots, p-1 \quad (3.61)$$

Keterangan:

$\bar{Y}$ = rata-rata Y

$\bar{X}_j$ =rata-rata dari pengamatan X_j

S_Y =standar deviasi dari Y

S_{X_j} =standar deviasi dari X_j

Transformasi korelasi merupakan fungsi sederhana dari standarisasi variabel, sehingga diperoleh transformasi sebagai berikut

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sqrt{n-1}S_Y} \tag{3.62}$$

$$X_{ij}^* = \frac{X_{ik} - \bar{X}_k}{\sqrt{n-1}S_X} \tag{3.63}$$

Berdasarkan Kutner, et.al (2005), persamaan (3.59) dibentuk persamaan

$$Y_i^* = \beta_1^* X_{i1}^* + \beta_2^* X_{i2}^* + \cdots + \beta_k^* X_{ik}^* + \varepsilon_i \tag{3.64}$$

Model di atas disebut sebagai model regresi baku (*standardized regression model*). Diantara parameter β_1^* , $\beta_2^*, \dots, \beta_k^*$ pada model regresi baku dengan parameter asli β_1, β_2,..., β_k pada model regresi linear berganda yang biasa terdapat suatu hubungan linear. Hubungan antara kedua parameter dari dua modelyang berbeda tersebut dijabarkan seperti di bawah ini (*Kutner*, *et al.*, *2005*):

$$\beta_j = \left(\frac{S_Y}{S_{X_j}}\right)\beta_j^* j = 1,2, \dots, k \tag{3.65}$$

$$\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1\bar{X}_1 + \beta_2\bar{X}_2 + \cdots + \beta_k\bar{X}_k \tag{3.66}$$

$$\beta_0 = \bar{Y} - \sum_{j=1}^{k} \beta_j \bar{X}_j \tag{3.67}$$

Prosedur ini disebut *rescaling*.

Setelah melakukan transformasi menggunakan metode *Centering and Rescaling*, selanjutnya akan ditentukan bentuk persamaan matriks yang didapat melalui prosedur *Centering and Rescaling.*

Misalkan $X_{ij}{}^*$ adalah matriks hasil transformasi yang disimbolkan Z_{ij}, maka persamaan yang diperoleh melalui prosedur *Centering and Rescaling* yaitu

$Y_i{}^* = \beta_1{}^* X_{i1}{}^* + \beta_2{}^* X_{i2}{}^* + \cdots + \beta_k{}^* X_{ik}{}^* + \varepsilon_i$ dapat ditulis menjadi

$$Y_i{}^* = \beta_1{}^* Z_{i1} + \beta_2{}^* Z_{i2} + \cdots + \beta_k{}^* Z_{ik} + \varepsilon_i \tag{3.68}$$

bila dituliskan dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1k} \\ z_{21} & z_{22} & & z_{2k} \\ z_{31} & z_{23} & & z_{3k} \\ \vdots & \vdots & & \\ z_{i1} & z_{i2} & & z_{ik} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \end{bmatrix} \tag{3.69}$$

$$Z'Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{21} & z_{31} & \cdots & z_{i1} \\ z_{12} & z_{22} & z_{23} & \cdots & z_{i2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{1k} & z_{2k} & z_{3k} & & z_{ik} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1k} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2k} \\ z_{31} & z_{23} & & z_{3k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{i1} & z_{i2} & & z_{ik} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{i1}}^2 & \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{i1}}^2\, \mathrm{Z_{i2}} & \cdots & \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{i1}}^2 \mathrm{Z_{i2}} \\ \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{i2}}^2\, \mathrm{Z_{2i}} & \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{i2}}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{i2}}^2\, \mathrm{Z_{ik}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{ik}}^2\, \mathrm{Z_{i1}} & \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{ik}}^2 \mathrm{Z_{i2}} & \cdots & \sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z_{ik}}^2 \end{bmatrix}$$

Untuk

$$\sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z}_{1\mathrm{i}}{}^{2} = \sum \left\{\frac{X_{1i}-\bar{X}_1}{\sqrt{n-1}S_1}\right\} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2}{(n-1){S_1}^2} = \frac{(n-1){S_1}^2}{(n-1){S_1}^2} = 1 \tag{3.70}$$

$$\sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z}_{2\mathrm{i}}{}^{2} = \sum \left\{\frac{X_{2i}-\bar{X}_2}{\sqrt{n-1}S_2}\right\} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2}{(n-1){S_2}^2} = \frac{(n-1){S_2}^2}{(n-1){S_2}^2} = 1$$

Begitu pula untuk $\sum_{i=1}^{k} \mathrm{Z}_{3\mathrm{i}}{}^{2} = 1,$ dan seterusnya, sehingga berlaku $\Sigma \mathrm{Z}_{\mathrm{ik}}{}^{2} = 1$

sedangkan untuk

$$\Sigma \mathrm{Z}_{1\mathrm{i}}\mathrm{Z}_{2\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{k}} \left\{\frac{X_{1i}-\bar{X}_1}{\sqrt{n-1}S_1}\right\}\left\{\frac{X_{2i}-\bar{X}_2}{\sqrt{n-1}S_2}\right\} \tag{3.71}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \left\{\frac{(X_{1i}-\bar{X}_1)(X_{2i}-\bar{X}_2)}{(n-1)S_1 S_2}\right\}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_{1i}-\bar{X}_1)(X_{2i}-\bar{X}_2)}{(n-1)\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2}{(n-1)}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2}{(n-1)}}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_{1i}-\bar{X}_1)(X_{2i}-\bar{X}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{k}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2}}$$

$$r_{12} = r_{21} \tag{3.72}$$

Maka berlaku juga untuk $r_{XY} = r_{YX}$

Sehingga persamaan korelasi untuk persamaan regresinya adalah

$$Z'Z = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & & \\ & & \ddots & \\ r_{i1} & r_{i2} & & 1 \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

E. Pemilihan nilai *k* (Montgomery, 2006)

Beberapa metode dalam pemilihan k menurut Montgomery diantaranya yaitu:

1. Ridge Trace

Ridge Trace merupakan plot yang terbentuk antara nilai individu dari komponen $\hat{\beta}(k)$ dengan nilai $k(0 < k < 1)$. Nilai k yang dipilih adalah yang meminimumkan MSE.

2. Menurut Hoerl, Kennard (1970)

Hoerl dan Kennard memperkenalkan metode pemilihan k yang dihitung dengan rumusan

$$k = \frac{\sigma^2}{{a_j}^2} \tag{3.74}$$

dimana σ^2 adalah *Mean Square Error* dari estimator *Ordinary Least Square* data transformasi dan a_j adalah estimator *Ordinary Least Square* data transformasi.

F. Langkah- Langkah dalam estimasi *GTSRR*

1) Pengujian asumsi regresi linear ganda

a) Uji Linearitas

Model regresi linear ganda diasumsikan memenuhi asumsi linearitas. Asumsi ini dapat dideteksi dengan plot *standardized residual*, apabila plot berpencar secara acak, maka asumsi linearitas terpenuhi.

b) Uji Autokorelasi

Model regresi linear ganda diasumsikan tidak terjadi autokorelasi. Uji Durbin Waston (DW) merupakan salah satu uji yang banyak dipakai untuk mengetahui ada tidaknya autokorelasi. Hampir semua program statistik sudah menyediakan fasilitas untuk menghitung nilai d (yang menggambarkan koefisien DW).

(1) Hipotesis

$H_0: \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)

$H_1: \rho \neq 0$ (ada autokorelasi)

(2) Taraf nyata $\alpha = 0.05$

(3) Statistik Uji

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} {e_t}^2}$$

(4) Kriteria Keputusan

Jika $d > d_U$, maka H_0 diterima (tidak ada autokorelasi)

Jika $d < d_L$, maka H_0 ditolak (ada autokorelasi positif)

Jika $4 - d > d_U$, maka H_0 diterima (tidak ada autokorelasi negatif)

Jika $4 - d < d_L$, maka H_0 ditolak (ada autokorelasi negatif)

c) Uji Multikolinearitas

Regresi linear ganda diasumsikan tidak tejadi multikolinearitas. Pengujian multikoninearitas dapat dilakukan dengan berbagai cara dengan melihat nilai VIF. Kriteria terjadinya multikolinearitas adalah $VIF > 5$.

d) Uji Normalitas

Model regresi linear ganda diasumsikan memenuhi normalitas atau data berdistribusi normal. Cara mendeteksi normalitas dapat dilakukan dengan melihat *normal p-p plot,* jika titik-titik sisaan menyebar di sekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi memenuhi asumsi normalitas. Apabila titik-titik sisaan menyebar jauh dari garis diagonal atau tidak mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi tidak memenuhi asumsi normalitas.

e) Uji Heteroskedastisitas

Model regresi linear ganda diasumsikan tidak terjadi heteroskedastisitas. Cara mendeteksi heteroskedastisitas adalah dengan membuat plot *standardized predicted value* dengan *studentized residual.* Asumsi ini dipenuhi apabila plot tidak memiliki pola tertentu.

2) Analisis *Two Stage Least Square*

a) Uji Endogenitas (Hausman)

Pengujian Hausman dilakukan dengan langkah

(1) Misalkan kita memiliki model sebagai berikut

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 y_2 + \beta_2 z_1 + \beta_3 z_3 + +\mu_i \quad (3.75)$$

Dimana variabel y_2 diduga endogen dan membutuhkan instrumen variabel.

(2) Misalkan telah diasumsikan variabel y_2 dipengaruhi z_1, z_2, dan z_1 merupakan instrumen variabel bagi y_2.

$$y_2 = \pi_0 + \pi_1 z_1 + \pi_2 z_2 + \pi_3 z_3 + v \quad (3.76)$$

(3) Akan digunakan residual y_2 yang diperoleh dari persamaan (3.76) sebagai variabel baru pada persamaan (3.75) untuk mengetahui apakah y_2 merupakan variabel endogen yang membutuhkan instrumen variabel.

(4) Selanjutnya dilakukan uji signifikansi, jika Res_y_2 signifikan maka dapat disimpulkan bahwa y_2 adalah variabel endogen dan membutuhkan instrumen variabel.

Pengujian Hausman

a) Hipotesis:

$H_0 : \beta_{residual\ \ y_2} = 0$ (y_2 merupakan variabel eksogen yang tidak memerlukan instrumen variabel

$H_0 : \beta_{residual\ \ y_2} \neq 0$ (y_2 merupakan variabel endogen yang memerlukan instrumen variabel)

b) Taraf nyata $\alpha = 0.05$

c) Statistik Uji : P_{value}

d) Kriteria Keputusan H_0 ditolak jika $P_{value} < \alpha$

Selanjutnya dilakukan analisis *Two Stage Least Square*

3) Transformasi data menggunakan *Centering and Rescaling*

4) Penentuan nilai *k*

5) Menentukan persamaan *GTSRR*

Dalam menentukan persamaan regresi Ridge yaitu dengan mensubstitusikan nilai K yang telah diperoleh ke persamaan

$$F \equiv (Y^{*'}\rho' - \hat{a}(K)' X^{*'} \rho')(\rho Y^* - \rho X^* \hat{a}(K)) + K(\hat{a}(K)' \hat{a}(K) - c^2) \quad (3.77)$$

6) Transformasi persamaan *GTSRR* ke dalam bentuk awal

$$\hat{\beta}_i = \frac{s_Y}{s_i} \hat{\beta}_i^{\ *} \quad (3.78)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1^{\ *} \bar{X}_1 + \hat{\beta}_2^{\ *} \bar{X}_2 + \cdots + \hat{\beta}_k^{\ *} \bar{X}_k \quad (3.79)$$

G. Aplikasi *Generalized Two Stage Ridge Regression (GTSRR)*

Data yang digunakan dalam skripsi ini yaitu data sekunder yang diperoleh dari website *Bank Indonesia* dan website *Badan Pusat Statistik*. Variabel-variabel ekonomi cenderung mengalami pelanggaran asumsi multikolinearitas dan autokorelasi. Oleh karena itu, dalam skripsi ini metode *Generalized Two Stage Ridge Regression (GTSRR)* diaplikasikan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah uang yang beredar. Jumlah uang yang beredar merupakan salah satu unsur dalam kebijakan moneter pemerintah guna menjaga stabilitas perekonomian melalui sektor keuangan, sehingga diharapkan dengan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah uang yang beredar, pemerintah dapat mengambil kebijakan yang tepat agar keuangan di Indonesia dapat stabil. Perkembangan jumlah uang yang beredar akan berpengaruh langsung terhadap kegiatan ekonomi dan keuangan dalam perekonomian, sehingga penting untuk mengetahui jumlah uang yang beredar.

Aplikasi *Generalized Two Stage Ridge Regression (GTSRR)* ini digunakan untuk mengetahui hubungan antara jumlah uang yang beredar (JUB) dengan kurs Rupiah terhadap USD (KURS), suku bunga Bank Sentral (SBBS) dan Indeks Harga Konsumen (IHK). Kurs Rupiah terhadap USD (KURS) dipengaruhi oleh variabel perbedaan suku bunga antara bank sentral Indonesia dan US (PSB), Surat Utang Negara (SUN) dan Sertifikat Bank Indonesia (SBI), sehingga variabel kurs Rupiah terhadap USD (KURS) merupakan variabel eksogen yang mempengaruhi variabel JUB sekaligus sebagai variabel endogen yang dipengaruhi oleh variabel perbedaan suku bunga antara bank sentral Indonesia dan US (PSB), Surat Utang Negara (SUN) dan Sertifikat Bank Indonesia (SBI). Oleh karena terdapat variabel kurs Rupiah terhadap USD (KURS) yang merupakan variabel endogen dan eksogen, maka metode kuadrat terkecil tidak dapat digunakan.

Penggunaan metode *GTSRR* dalam kasus ini untuk memodelkan hubungan antara jumlah uang yang beredar (JUB) dengan kurs Rupiah terhadap USD (KURS), suku bunga Bank Sentral (SBBS) dan Indeks Harga Konsumen (IHK). Jadi, untuk lebih menyederhanakan dalam penulisan, dibuat singkatan data yang digunakan dalam contoh aplikasi penggunaan metode *GTSRR* ini yaitu:

JUB : jumlah uang yang beredar

KURS : kurs Rupiah terhadap USD

SBBS : suku bunga Bank Sentral

IHK : Indeks Harga Konsumen

PSB : perbedaan suku bunga antara bank sentral Indonesia dan US

SUN : Surat Utang Negara

SBI : Sertifikat Bank Indonesia

Berikut data bulanan mengenai jumlah uang beredar (JUB), kurs Rupiah terhadap USD (KURS), suku bunga Bank Sentral (SBBS), Indeks Harga Konsumen (IHK), perbedaan suku bunga bank sentral Indonesia dan US (PSB), Surat Utang Negara (SUN) dan Sertifikat Bank Indonesia (SBI) mulai tahun 2011 sampai 2013.

Tabel. 3.1 Data JUB, Kurs Rupiah terhadap USD,suku bunga Bank Sentral, IHK, Perbedaan Suku Bunga Indonesia dan US, SUN, dan SBI

Tahun	Bulan	JUB (puluhan triliyun Rupiah)	Kurs Rupiah terhadap USD (Rupiah)	Suku Bunga Bank Sentral (persen)	IHK (persen)	Perbedaan Suku Bunga Indonesia dan US (persen)	SUN (milyar rupiah)	SBI (milyar rupiah)
	Januari	243,67	9057	6,50	126,29	6,25	624,231	195,314
	Februari	242,02	8823	6,75	126,46	6,50	627,152	194,635
	Maret	245,14	8709	6,75	126,05	6,50	639,352	230,148
	April	243,45	8574	6,75	125,66	6,50	642,482	230,071
	Mei	247,53	8537	6,75	125,81	6,50	650,807	197,871
	Juni	256,46	8597	6,75	126,50	6,50	654,475	185,946
	Juli	256,46	8508	6,75	127,35	6,50	663,625	181,996
	Agustus	262,13	8578	6,75	128,54	6,50	665,781	171,228
	September	264,33	8823	6,75	128,89	6,50	658,363	149,228
	Oktober	267,78	8835	6,50	128,74	6,25	673,018	143,069
	November	272,95	9170	6,00	129,18	5,75	684,768	138,010
2011	Desember	287,72	9068	6,00	129,91	5,75	684,618	119,777
	Januari	285,71	9000	6,00	130,90	5,75	696,636	106,355
	Februari	285,20	9085	5,75	130,96	5,50	714,837	99,074
	Maret	291,42	9180	5,75	131,05	5,50	707,447	94,497
	April	292,96	9190	5,75	131,32	5,50	715,897	95,497
	Mei	299,45	9565	5,75	131,41	5,50	721,522	95,664
	Juni	305,28	9480	5,75	132,23	5,50	730,972	89,734
	Juli	305,73	9485	5,75	133,16	5,50	738,992	82,178
	Agustus	309,16	9560	5,75	134,43	5,50	741,845	81,477
	September	312,82	9588	5,75	134,45	5,50	750,765	68,188
	Oktober	316,44	9615	5,75	134,67	5,50	770,974	69,560
	November	320,79	9605	5,75	134,76	5,50	771,516	75,805
2012	Desember	330,75	9670	5,75	135,49	5,50	757,231	78,873
	Januari	326,88	9698	5,75	136,88	5,50	770,381	84,272
	Februari	328,42	9667	5,75	137,91	5,50	783,868	88,070
	Maret	332,25	9719	5,75	138,78	5,50	787,33	91,999
	April	336,09	9722	5,75	138,64	5,50	798,63	95,379
	Mei	342,63	9802	5,75	138,60	5,50	817,613	94,729
	Juni	341,34	9929	6,00	140,03	5,75	808,764	81,920
	Juli	350,66	10278	6,50	144,63	6,25	826,614	74,101
	Agustus	350,24	10924	7,00	146,25	6,75	840,811	66,079
2013	September	358,41	11613	7,25	145,74	7,00	855,17	64,974

	Oktober	357,69	11234	7,25	145,87	7,00	896,175	89,260
	November	361,45	11977	7,50	146,04	7,25	915,175	89,295
	Desember	372,77	12189	7,50	146,84	7,25	908,078	91,392

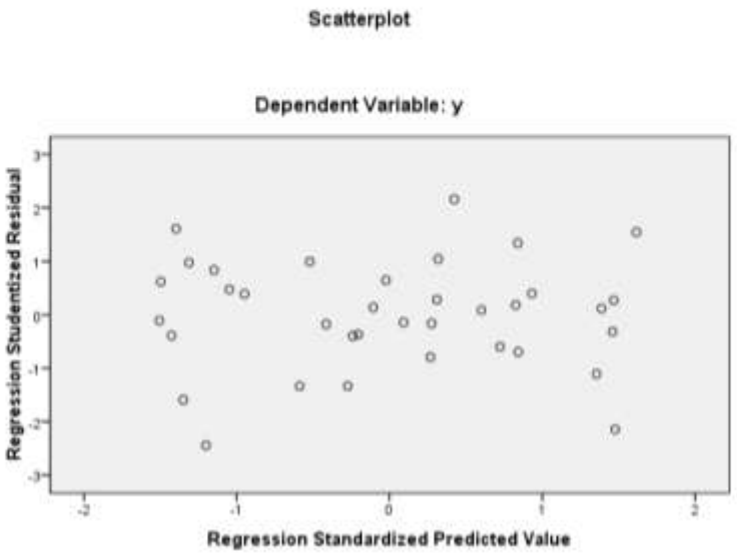
Sumber: *www.bi.go.id* dan *www.bps.go.id*

1. **Pengujian asumsi regresi linear ganda**

Pengujian asumsi regresi linear ganda yang dilakukan meliputi uji asumsi linearitas, autokorelasi, multikolinearitas, normalitas, dan heteroskedastisitas.

a. **Uji Linearitas**

Asumsi linearitas dapat dideteksi dengan melihat plot *standardized residual*, apabila plot berpencar secara acak, maka asumsi linearitas terpenuhi. Berdasarkan output SPSS yaitu



Gambar 3.1. Plot *Standardized residual*

karena plot *standardized residual* berpencar secara acak, sehingga asumsi linearitas terpenuhi.

b. Uji Autokorelasi

Cara untuk mendeteksi ada atau tidaknya autokorelasi, salah satunya menggunakan metode Uji Durbin-Waston (DW). Hipotesis yang digunakan yaitu:

1) Hipotesis

$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)

$H_0 : \rho \neq 0$ (ada autokorelasi)

2) Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

3) Statistik Uji

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} {e_t}^2}$$

4) Kriteria Keputusan

$\text{Jika} d > d_U$, maka H_0 diterima (tidak ada autokorelasi)

$\text{Jika} d < d_L$, maka H_0 ditolak (ada autokorelasi positif)

$\text{Jika } 4 - d > d_U$, maka H_0 diterima (tidak ada autokorelasi negatif)

$\text{Jika} 4 - d < d_L$, maka H_0 ditolak (ada autokorelasi negatif)

5) Hitungan

Tabel 3.2. Tabel Output uji Autokorelasi

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.991[a]	.983	.981	5.39144	1.020

a. Predictors: (Constant), IHK, SBBS, KURS

b. Dependent Variable: JUB

dasarkan Output SPSS di atas diperoleh nilai Durbin Watson sebesar 1.020.

Langkah selanjutnya menentukan nilai d_L dan d_U . Dengan taraf nyata 0,05, observasi sebanyak 36 data, dan variabel independennya sebanyak 3, maka diperoleh nilai $d_L = 1{,}295$, sedangkan nilai $d_U = 1{,}654$.

6) Kesimpulan

Karena $d = 1{,}020 < d_L = 1{,}295$, maka dapat disimpulkan bahwa data mengalami autokorelasi positif (terjadi pelanggaran asumsi autokorelasi)

c. Uji Multikolinearitas

Salah satu cara untuk mengetahui ada tidaknya multikolinearitas yaitu menggunakan uji *Variation Inflation Factor* (VIF).

Tabel 3.3. Nilai VIF dari variabel X berdasarkan output SPSS yaitu

Coefficients[a]

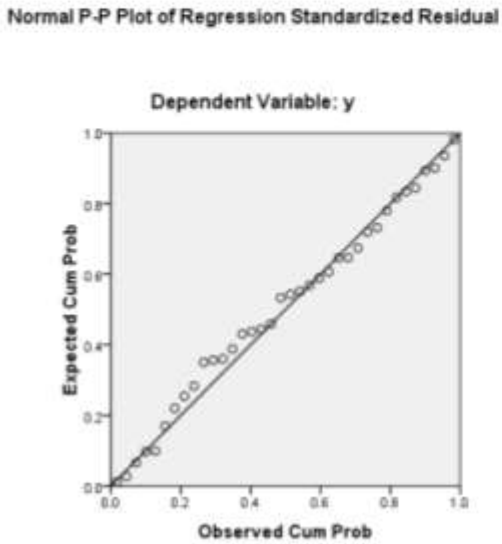
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-321.487	34.822		-9.232	.000		
	KURS	.009	.003	.219	2.901	.007	.094	10.635
	SBBS	-17.887	1.872	-.267	-9.557	.000	.686	1.458
	IHK	4.838	.419	.821	11.545	.000	.106	9.456

a. Dependent Variable: JUB

dari output SPSS tabel 3.3 dapat dilihat bahwa terdapat nilai $VIF > 5$, maka dapat disimpulkan bahwa model regresi mengalami pelanggaran multikolinearitas.

d. Uji Normalitas

Cara mendeteksi normalitas dapat dilakukan dengan melihat *normal p-p plot.* Berdasarkan output SPSS yaitu

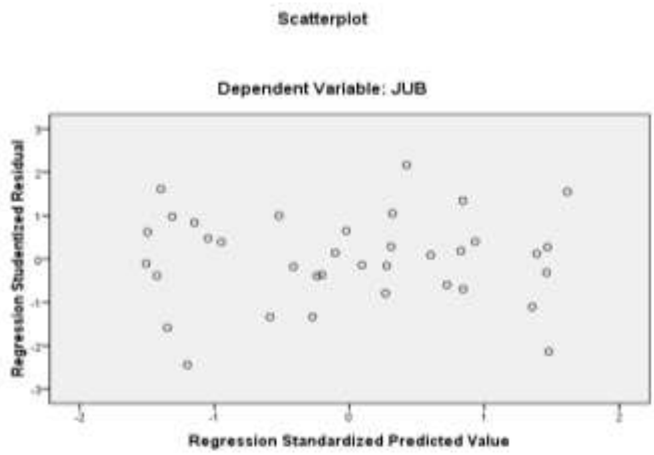


Gambar 3.2. *Normal p-p Plot*

Berdasarkan gambar di atas, dapat dilihat bahwa titik-titik sisaan menyebar di sekitar garis normal maka asumsi normalitas terpenuhi.

e. Uji Heteroskedastisitas

Cara mendeteksi heteroskedastisitas adalah dengan membuat plot *standardized predicted value* dengan *studentized residual.* Asumsi ini dipenuhi apabila plot tidak memiliki pola tertentu. Output SPSS yaitu



Gambar 3.3. Plot *standardized predicted value* dengan *studentized residual*

Plot *standardized predicted value* dengan sisaan yang dibakukan (*studentized residual*) tidak memiliki pola tertentu, sehingga tidak terjadi heteroskedastisitas.

Kesimpulan: berdasarkan pengujian asumsi-asumsi regresi linear ganda yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa data mengalami pelanggaran asumsi autokorelasi dan multikolinearitas, sedangkan asumsi yang lain terpenuhi.

2. Uji *Two Stage Least Square*

Sebelum melakukan uji *Two Stage Least Square*, dilakukan uji endogenitas untuk menguji adanya variabel endogen yang membutuhkan instrumen variabel pada data. Hal ini dilakukan karena JUB dipengaruhi oleh variabel KURS, SBBS, dan IHK, sedangkan KURS juga dipengaruhi oleh variabel PSB, SUN, dan SBI. Terlebih dahulu dilakukan uji hubungan regresi.

Uji Hubungan Regresi

Variabel Kurs Rupiah terhadap USD merupakan variabel eksogen yang mempengaruhi JUB dan sekaligus merupakan variabel endogen yang dipengaruhi oleh variabel perbedaan suku bunga Indonesia dan US, variabel SUN, dan SBI.

Terlebih dahulu dilakukan uji hubungan regresi antara variabel Kurs Rupiah terhadap USD dengan variabel perbedaan suku bunga antara Indonesia dan US, Surat Utang Negara (SUN) dan Sertifikat Bank Indonesia (SBI)

a. Hipotesis

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

$H_1 : \beta_i \neq 0, i = 1,2,3$

b. Taraf nyata $\alpha = 0,05$

c. Statistik Uji

$$F = \frac{JKR/k}{JKG/(n-k-1)}$$

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(k,n-k-1)}$

e. Hitungan

Dengan menggunakan software SPSS diperoleh

Tabel 3.4. Analisis Regresi

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	53468.976	3	17822.992	613.157	.000[a]
	Residual	930.162	32	29.068		
	Total	54399.138	35			

a. Predictors: (Constant), IHK, SBBS, KURS

b. Dependent Variable: JUB

Dari output SPSS dapat dilihat bahwa F_{hit} =155,813

f. Kesimpulan

Karena $F_{hit} = 155{,}813 > F_{0,05(3,32)} = 2{,}90112$, maka H_0 ditolak. Jadi, dengan taraf nyata 0.05 dapat disimpulkan bahwa ada hubungan antara variabel Kurs Rupiah terhadap US dengan variabel perbedaan suku bunga Indonesia dan US, variabel SUN, dan SBI.

Uji Endogenitas (Hausman)

a. Model yang dimiliki adalah

$$JUB = \beta_0 + \beta_1 KURS + \beta_1 SBBS + \beta_1 IHK + \mu_i$$

Dimana variabel KURS diduga endogen dan membutuhkan instrumen variabel. Faktor yang mempengaruhi KURS yaitu perbedaan suku bunga antara bank sentral Indonesia dan US (PSB) , Surat Utang Negara (SUN), dan Setifikat Bank Indonesia (SBI).

b. Telah diasumsikan variabel KURS dipengaruhi PSB, SUN, dan SBI merupakan instrumen variabel bagi KURS.

$$KURS = \pi_0 + \pi_1 PSB + \pi_2 SUN + \pi_3 SBI$$

c. Akan digunakan residual KURS yang diperoleh dari persamaan KURS sebagai variabel baru pada persamaan JUB untuk mengetahui apakah KURS merupakan variabel endogen yang membutuhkan instrumen variabel.

d. Selanjutnya lakukan uji signifikansi, jika Res_JUB signifikan maka dapat disimpulkan bahwa KURS adalah variabel endogen dan membutuhkan instrumen variabel.

Pengujian Hausman

a. Hipotesis:

$H_0: \beta_{residual\ \ KURS} = 0$ (KURS merupakan variabel eksogen yang tidak memerlukan instrumen variabel

$H_0: \beta_{residual\ \ KURS} \neq 0$ (KURS merupakan variabel endogen yang memerlukan instrumen variabel)

b. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

c. Statistik Uji

$$P_{value} = 0{,}000$$

d. Kriteria Keputusan H_0 ditolak jika $P_{value} < \alpha$

e. Hitungan

Tabel 3.5 Uji Endogenitas JUB

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-178.536	45.223		-3.948	.000
	KURS	.025	.005	.589	5.360	.000
	SBBS	-22.735	1.941	-.339	-11.711	.000
	IHK	2.895	.588	.491	4.925	.000
	RES_KURS	-.023	.006	-.137	-4.076	.000

a. Dependent Variable: JUB

f. Kesimpulan

Karena nilai residual JUB memiliki $P_{value} = 0{,}000 < 0{,}05$, maka dengan menggunakan taraf nyata 0,05 dapat disimpulkan bahwa variabel KURS adalah variabel endogen yang membutuhkan instrumen variabel.

Selanjutnya dilakukan analisis menggunakan metode *Two Stage Least Square*

Dilakukan estimasi parameter β dengan metode *Two Stage Least Square* menggunakan software SPSS dengan menginput variabel JUB sebagai dependen, variabel KURS, SBBS, IHK sebagai variabel predictor, dan variabel PSB, SUN, SBI sebagai instrumen variabel.

Tabel 3.6 Tabel parameter dengan metode TSLS

Variabel	Penduga parameter
Konstanta	-541,723
X_1	-0,012
X_2	-11,620
X_3	7,722

Tabel 3.7 ANAVA menggunakan metode*Two Stage Least Square*

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Equation 1	Regression	53434.881	3	17811.627	243.848	.000
	Residual	2337.411	32	73.044		
	Total	55772.292	35			

Uji Kecocokan Model Regresi Linear Berganda

a. Hipotesis

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ (model regresi tidak cocok digunakan)

$H_1: \beta_i \neq 0, i = 1,2,3$ (model regresi cocok digunakan)

b. Taraf nyata $\alpha = 0,05$

c. Statistik Uji

$$F = \frac{JKR/k}{JKG/(n-k-1)}$$

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(k,n-k-1)}$

e. Hitungan

Dengan menggunakan software SPSS diperoleh

Tabel 3.8. ANAVA Regresi Data Awal

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	53468.976	3	17822.992	613.157	.000[a]
	Residual	930.162	32	29.068		
	Total	54399.138	35			

a. Predictors: (Constant), IHK, SBBS, KURS

b. Dependent Variable: JUB

Dari dari dari output SPSS dapat dilihat bahwa F_{hit} =613,157

f. Kesimpulan

Karena $F_{hit} = 613.157 > F_{0.05(3,32)} = 2,90112$, maka H_0 ditolak. Jadi dengan taraf nyata 0,05, maka dapat disimpulkan bahwa ada hubungan antara variabel JUB dengan variabel KURS, SBBS, dan IHK.

Uji Koefisien masing-masing Variabel

Tabel 3.9 Uji signifikansi

Variabel	Signifikansi
Konstanta	0,000
KURS (X_1)	0,007
SBBS (X_2)	0,000
IHK (X_3)	0,000

Uji Koefisien Konstanta

a. Hipotesis

$H_0: \beta_0 = 0$ (koefisien konstanta tidak layak digunakan)

$H_1: \beta_0 \neq 0$ (koefisien konstanta layak digunakan)

b. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

c. Statistik Uji

p-value = 0,000

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

e. Kesimpulan

Karena $p - value = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$, maka H_0 ditolak. Jadi, dengan taraf nyata 0,05 dapat disimpulkan bahwa koefisien konstanta layak digunakan.

Uji Koefisien variabel KURS

a. Hipotesis

$H_0: \beta_1 = 0$ (koefisien variabel KURS tidak layak digunakan)

$H_1: \beta_1 \neq 0$ (koefisien variabel KURS layak digunakan)

b. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

c. Statistik Uji

p-value = 0,007

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

e. Kesimpulan

Karena $p - value = 0{,}007 < \alpha = 0{,}05$, maka H_0 ditolak. Jadi, dengan taraf nyata 0,05 dapat disimpulkan bahwa koefisien variabel KURS layak digunakan.

Uji Koefisien SBBS

a. Hipotesis

$H_0: \beta_2 = 0$ (koefisien variabel SBBS tidak layak digunakan)

$H_1: \beta_2 \neq 0$ (koefisien variabel SBBS layak digunakan)

b. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

c. Statistik Uji

p-value = 0,000

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

e. Kesimpulan

Karena $p - value = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$, maka H_0 ditolak. Jadi, dengan taraf nyata 0,05 dapat disimpulkan bahwa koefisien variabel SBBS layak digunakan.

Uji Koefisien variabel IHK

a. Hipotesis

$H_0 : \beta_3 = 0$ (koefisien variabel IHK tidak layak digunakan)

$H_1 : \beta_3 \neq 0$ (koefisien variabel IHK layak digunakan)

b. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

c. Statistik Uji

p-value = 0,00

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

e. Kesimpulan

Karena $p - value = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$, maka H_0 ditolak. Jadi, dengan taraf nyata 0,05 dapat disimpulkan bahwa koefisien variabel IHK layak digunakan.

Variabel konstanta, KURS, SBBS, IHK layak digunakan, sehingga diperoleh model regresi:

$$\hat{Y} = -321{,}487 + 0{,}009X_1 - 17{,}887X_2 + 4{,}838X_3$$

3. Transformasi menggunakan Metode *Centering and Rescaling*

Telah dijelaskan bahwa metode *centering and rescaling* merupakan bagian dari (*standardized*) membakukan variabel.

Transformasinya yaitu

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sqrt{n-1}S_Y}$$

$$X_{ij}^* = \frac{X_{ik} - \bar{X}_k}{\sqrt{n-1}S_X}$$

dengan: $\bar{Y}$ = rata-rata Y

$\bar{X}_j$ =rata-rata dari pengamatan X_j

S_Y =standar deviasi dari Y

S_{X_j} =standar deviasi dari X_j

Dalam menghitung transformasi dicari terlebih dahulu rata-rata dan simpangan baku. Hasil dari perhitungan nilai rata-rata dan simpangan baku dituliskan dalam tabel 3.9.

Tabel 3.9. Rata-Rata dan Simpangan Baku variabel JUB, KURS, SBBS, IHK

Variabel	Rata-rata (Mean)	Simpangan Baku
JUB (Y)	302,88	39,42412
KURS(X_1)	9584,8	944,94361
SBBS (X_2)	6,2778	0,58791
IHK (X_3)	134,18	6,68691

Dari tabel di atas dapat diketahui bahwa JUB memiliki rata-rata 302,88 dan simpangan baku 39,42412, KURS memiliki rata-rata 9584,8 dan simpangan baku 944,94361, SBBS memiliki rata-rata 6,2778 dan simpangan baku 0,58791, sedangkan IHK memiliki rata-rata 134,18 dan simpangan baku 6,68691. Hasil transformasi dapat dilihat pada lampiran 9 (halaman 84). Selanjutnya dilakukan pemilihan nilai k.

4. Penentuan nilai k

Menurut Hoerld, Kennard dalam menentukan nilai k menggunakan rumusan

$$k = \frac{\sigma^2}{{a_j}^2}$$

dimana σ^2 adalah *Mean Square Error* dari estimator *Ordinary Least*

Square data transformasi dan a_j adalah estimator *Ordinary Least Square* data transformasi.

Diperoleh nilai untuk k untuk masing-masing variabel sebagai berikut:

Tabel 3.11. Nilai k untuk
variabel KURS, SBBS, dan IHK

Variabel	Nilai k
KURS	0,004102
SBBS	0,0039776
IHK	0,0011542

Pada tabel dapat dilihat bahwa nilai k untuk variabel KURS yaitu 0,004102, nilai k untuk variabel SBBS 0,0039776, dan nilai k untuk variabel IHK yaitu 0,0011542.

5. Menentukan persamaan *GTSRR*

   $Y^* = 0{,}5809813X_1{}^* - 0{,}58196X_2{}^* + 0{,}3780207X_3{}^*$

6. Transformasi persamaan GTSRR ke dalam bentuk awal

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_Y}{S_{X1}}\hat{\beta}_1{}^* = \left(\frac{39{,}42412}{944{,}94361}\right)(0{,}2094147)$$
$$= 0{,}0087370189$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{S_Y}{S_{X2}}\hat{\beta}_2{}^* = \left(\frac{39{,}42412}{0{,}58791}\right)(-0{,}258486)$$

$$= -17.33357671$$

$$\hat{\beta}_3 = \frac{S_Y}{S_{X3}}\hat{\beta}_3{}^* = \left(\frac{39{,}42412}{6{,}68691}\right)(0{,}8416928)$$

$$= 4{,}962381421$$

Selanjutnya dicari nilai $\hat{\beta}_0$ dengan menggunakan rumus:

$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1{}^*\bar{X}_1 - \hat{\beta}_2{}^*\bar{X}_2 - \cdots - \hat{\beta}_k{}^*\bar{X}_k$

$= 302{,}88\ - (0{,}0087370189\ \times\ 9584{,}4) - (-17{,}33357671 \times\ 6{,}2778)$

$-(4{,}962381421 \times\ 134{,}18)$

$= -337{,}89819$

Jadi persamaan GTSRR adalah

$Y = -337{,}89819 + 0{,}0087370189 KURS - 17{,}33357671 SBBS$

$+4{,}962381421 IHK$

Interpretasi:

a) Konstanta berpengaruh negatif terhadap jumlah uang yang beredar. Hal ini ditunjukkan oleh koefisien konstanta sebesar -337.89819 artinya jika nilai kurs rupiah terhadap US, suku bunga Bank Sentral, indeks harga konsumen (IHK) bernilai 0, maka jumlah uang yang beredar sebesar $-337{,}89819$ puluhan milyar Rupiah (tidak bermakna). Pada kasus ini, konstanta tidak menjadi masalah karena kurs Rupiah terhadap US, suku bunga Bank Sentral, Indeks Harga Konsumen tidak mungkin sama dengan 0.

b) Kurs rupiah terhadap US (KURS) berpengaruh positif terhadap jumlah uang yang beredar. Hal ini ditunjukkan oleh koefisien KURS sebesar $0{,}0087370189$ artinya setiap kenaikan kurs rupiah terhadap US sebesar 1 rupiah dan variabel SBBS dan IHK tetap, maka jumlah uang yang beredar naik sebesar $0{,}0087370189$ puluhan milyar Rupiah.

c) Suku bunga Bank Sentral (SBBS) berpengaruh negatif terhadap jumlah uang yang beredar. Hal ini ditunjukkan oleh koefisien SBBS sebesar

$-17,33357671$ artinya setiap kenaikan suku bunga Bank Sentral sebesar 1 persen dan variabel KURS dan IHK tetap, maka jumlah uang yang beredar turun sebesar $17,33357671$ puluhan milyar Rupiah.

d) Indeks Harga Konsumen (IHK) berpengaruh positif terhadap jumlah uang yang beredar. Hal ini ditunjukkan oleh koefisien IHK sebesar $4,962381421$ artinya setiap kenaikan IHK sebesar 1 persen dan variabel KURS dan SBBS tetap, maka jumlah uang yang beredar naik sebesar $4,962381421$ puluhan milyar Rupiah.

Jadi, dapat diambil kesimpulan bahwa koefisien kurs rupiah terhadap US dan indeks harga konsumen berpengaruh positif terhadap jumlah uang yang beredar, sedangkan suku bunga bank sentral berpengaruh negatif terhadap jumlah uang yang beredar.

BAB IV
KESIMPULAN DAN SARAN

A. KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari penulisan skripsi ini adalah metode *Generalized Two Stages Ridge Regression (GTSRR)* merupakan gabungan antara metode *Two Stages Least Square (TSLS)* dan *Generalized Ridge Regression (GRR).* Metode *GTSRR* digunakan untuk mengatasi model regresi linear ganda yang mengalami permasalahan multikolinearitas dan autokorelasi. Estimator *Generalized Two Stages Ridge Regression* yaitu:

$$\hat{\beta}_{GTR} = (X^{*'}\Omega X^{*} + K)^{-1}X^{*'}\Omega Y^{*}$$

1. Langkah-langkah untuk estimasi *Generalized Two Stages Ridge Regression* yaitu:
   a. Pengujian asumsi regresi linear ganda (uji linearitas, autokorelasi, multikolinearitas, normalitas, dan heteroskedastisitas)
   b. Analisis *Two Stage Least Square*
   c. Transformasi data menggunakan *Centering and Rescaling*
   d. Penentuan nilai *k* untuk masing-masing variabel bebas
   e. Menentukan persamaan *GTSRR*
   f. Transformasi persamaan *GTSRR* ke dalam bentuk awal
2. Berdasarkan contoh aplikasi *GTSRR* mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah uang yang beredar di Indonesia bulan Januari tahun 2011 sampai Desember 2013 dengan variabel kurs Rupiah terhadap US, suku bunga Bank Sentral, dan Indeks Harga Konsumen diperoleh

persamaan $Y = -337,89819 + 0,0087370189KURS - 17,33357671SBB + 4,962381421IHK$. Dari persamaan tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa koefisien kurs rupiah terhadap US dan indeks harga konsumen berpengaruh positif terhadap jumlah uang yang beredar, sedangkan suku bunga bank sentral berpengaruh negatif terhadap jumlah uang yang beredar.

B. SARAN

Metode regresi ridge terus mengalami perkembangan, di antaranya terdapat metode *Jackknife Ridge Regression* (*JRR*) dan *Directed Ridge Regression* (*DRR*). Penelitian selanjutnya dapat membahas tentang pengembangan regresi ridge tersebut beserta contoh aplikasinya.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard. (2000). *Dasar-dasar Aljabar Linear*. Jilid 2. Batam: Interaksara.

Badan Pusat Statitik (BPS) Indonesia. (2014). *Ekonomi dan Perdagangan: Data Inflasi dan IHK*. Diakses dari dari http://www.bps.go.id pada tanggal 15 April 2014, Jam 07.11 WIB.

Bank Indonesia. (2014). *Statistika Ekonomi dan Keuangan Indonesia (SEKI).* Diakses dari http://www.bi.go.id pada tanggal 15 April 2014, Jam 09.33 WIB.

Batah, Feras Sh. Abas. (2011). *A New Estimator By Generalized Modified Jackknife Ridge Regression Estimator.* Journal of Basrah Researches ((Sciences)) Volume 37. Number 4. C.

Cody, Ronald P. & Smith, Jeffrey K. (2006). *Applied Statistics and The SAS Programming Language Fifth Edition.* USA: Pearson Prentice Hall.

El- Dereni, M. & Rashwan, N.I., (2011). *Solving Multicolinearity problem using ridge regression models*. Int. J. Contemp. Math. Sciences, Vol. 6, 2011, no. 12. Hlm. 585 – 600.

Eledum, Hussein Yousif Abd., & Abdalla Ahmed Alkhaifa. (2012). *Generalized Two Stage Ridge Regression Estimator GTR for Multicollinearity and Autocorrelated Errors*. Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics Vol 3. No. 3. Hlm. 79-83.

Eledum, Hussain & Zahri, Mostafa. (2013). *Relaxation Method for Two Stages Ridge Regression Estimator*. International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 85 No. 4. Hlm. 653-667

Estira Woro Astrini. (2013). *Analisis Regresi Ridge Dua Tahap untuk Permasalahan Multikolinearitas*. *Skripsi*. Universitas Gajah Mada.

Greene, William H. (2012). *Econometric Analysis Seven Edition*. New York: Prentice Hall.

Gujarati, Damodar N. (2003). *Basic Econometric Forth Edition*. New York: Mc Graw-Hill.

Iriawan, N. & Astuti S.P. (2006). *Mengolah data Statistik dengan menggunakan Minitab 14*. Yogyakarta: Andi.

Deny Kurniawan. (2008). *Regresi Linear*. Diakses dari http://www.scribd.com pada tanggal 15 Februari 2014, Jam 11.19 WIB.

Kutner, Michael H. et al. (2005). *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*. New York: Mc Graw-Hill.

Montgomery, Douglas C., Elizabeth A. Peck, G. Geoffrey Vining. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis Fourth Edition*. New York: John Willey and Sons.

Nicholson, W. Keith. (2004). *Elementary Linear Algebra Second Edition*. Singapura: Mc. Graw-Hill Education (Asia).

Sembiring, R. K. (1995). *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.

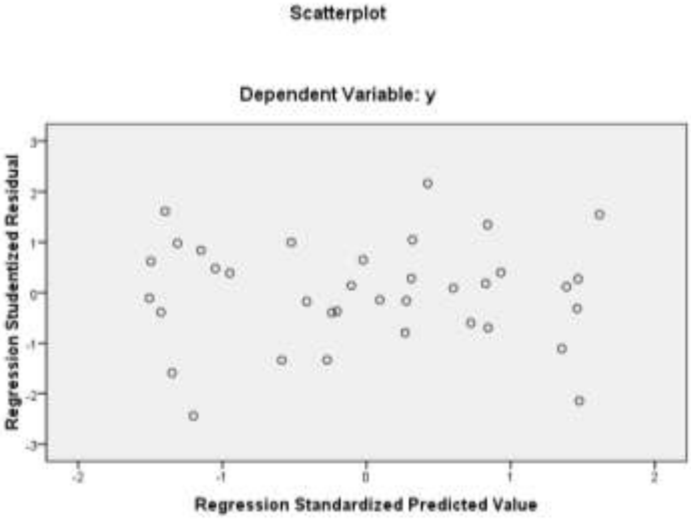
Suryanto. (1998). *Metode Statistika Multivariat*. P2LPTK.

Smith, H. & Draper, N. R. (1981). *Applied Regression Analysis Second Edition*. New York: John Willey & Sons Inc.

I Ketut Utami, dkk. (2013). *Penerapan Metode Generalized Ridge Regression Dalam Mengatasi Masalah Multikolinearitas***.** e-Jurnal Matematika Vol. 2, No. 1. Hlm. 54-59.

LAMPIRAN

1. UJI LINEARITAS



2. UJI AUTOKORELASI

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.991[a]	.983	.981	5.39144	1.020

a. Predictors: (Constant), IHK, SBBS, KURS

b. Dependent Variable: JUB

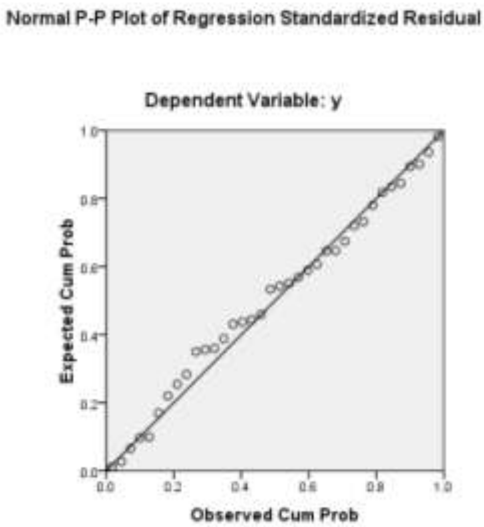
3. UJI MULTIKOLINEARITAS

Coefficients[a]

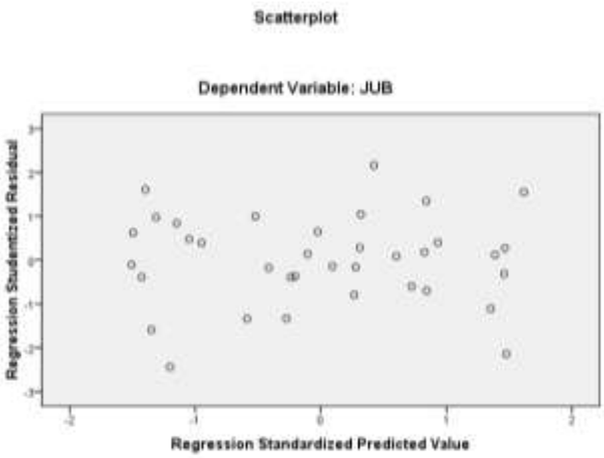
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-321.487	34.822		-9.232	.000		
	KURS	.009	.003	.219	2.901	.007	.094	10.635
	SBBS	-17.887	1.872	-.267	-9.557	.000	.686	1.458
	IHK	4.838	.419	.821	11.545	.000	.106	9.456

a. Dependent Variable: JUB

4. UJI NORMALITAS



5. UJI HETEROSKEDASTISISTAS



6. ANALISIS REGRESI LINEAR BERGANDA

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	53468.976	3	17822.992	613.157	.000[a]
	Residual	930.162	32	29.068		
	Total	54399.138	35			

a. Predictors: (Constant), IHK, SBBS, KURS

b. Dependent Variable: JUB

7. UJI ENDOGENITAS

a. Variabel KURS, PSB, SUN, SBI

KURS	PSB	SUN	SBI	RES_KURS
9057.0	6.25	624.231	195.314	646.7448553912393
8823.0	6.50	627.152	194.635	237.35827285732196
8709.0	6.50	639.352	230.148	198.69730611531935
8574.0	6.50	642.482	230.071	38.641141706682035
8537.0	6.50	650.807	197.871	-219.5606711536866
8597.0	6.50	654.475	185.946	-246.09366778499646
8508.0	6.50	663.625	181.996	-426.3347704902761
8578.0	6.50	665.781	171.228	-425.35453594721264
8823.0	6.50	658.363	149.228	-228.12889799206033
8835.0	6.25	673.018	143.069	-212.3846301896395
9170.0	5.75	684.768	138.010	303.6537584746782
9068.0	5.75	684.618	119.777	114.75877738993515
9000.0	5.75	696.636	106.355	-112.8565837831961
9085.0	5.50	714.837	99.074	-57.4972608631
9180.0	5.50	707.447	94.497	73.67263290013116
9190.0	5.50	715.897	95.497	21.863863075608975
9565.0	5.50	721.522	95.664	353.31000225840603
9480.0	5.50	730.972	89.734	165.13823987398214
9485.0	5.50	738.992	82.178	70.389225851321
9560.0	5.50	741.845	81.477	119.50322467349977
9588.0	5.50	750.765	68.188	12.962183980951078
9615.0	5.50	770.974	69.560	-112.78488145098285
9605.0	5.50	771.516	75.805	-96.89162523019924
9670.0	5.50	757.231	78.873	95.5850966320377
9698.0	5.50	770.381	84.272	45.96078848210378
9667.0	5.50	783.868	88.070	-73.05514275834754
9719.0	5.50	787.330	91.999	-29.37783232226733
9722.0	5.50	798.63	95.379	-99.16559533877818
9802.0	5.50	817.613	94.729	-172.0116753380352
9929.0	5.75	808.764	81.920	-186.17243942648622
10278.0	6.25	826.614	74.101	-313.85568486544975
10924.0	6.75	840.811	66.079	-116.71080979333428
11613.0	7.00	855.170	64.974	304.6409339839348
11234.0	7.00	896.175	89.260	-280.41979458923583
11977.0	7.25	915.175	89.295	163.8384926876629
12189.0	7.25	908.078	91.392	441.93770298243135

b. Uji Endogenitas Kurs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-178.536	45.223		-3.948	.000
	KURS	.025	.005	.589	5.360	.000
	SBBS	-22.735	1.941	-.339	-11.711	.000
	IHK	2.895	.588	.491	4.925	.000
	RES_KURS	-.023	.006	-.137	-4.076	.000

a. Dependent Variable: JUB

8. OUTPUT TSLS

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Equation 1	Regression	53434.881	3	17811.627	243.848	.000
	Residual	2337.411	32	73.044		
	Total	55772.292	35			

9. RATA-RATA DAN SIMPANGAN BAKU

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
JUB	36	242.02	372.77	3.0288E2	39.42412
KURS	36	8508.00	12189.00	9.5848E3	944.94361
SBBS	36	5.75	7.50	6.2778	.58791
IHK	36	125.66	146.84	1.3418E2	6.68691
Valid N (listwise)	36				

10. SHYNTAX SAS

```
data JUB;
input Y X1 X2 X3;
datalines;
 -0.253862779549552         -0.0944124942324781        0.0638850420644916  -
0.199442405230757
 -0.260937151889643         -0.136270250296138         0.135762902173056   -
0.19514516709524
 -0.24756015691929         -0.156662490429717          0.135762902173056   -
0.205509094363251
 -0.254806029194898         -0.180811195851059         0.135762902173056   -
0.215367464203555
 -0.237313035772128         -0.187429729929501         0.135762902173056   -
0.211575783495746
 -0.199025675167881         -0.17669697196446          0.135762902173056   -
0.194134052239824
 -0.199025675167881         -0.192617229612604         0.135762902173056   -
0.17264786156224
 -0.174715559308297         -0.18009567865339          0.135762902173056   -
0.142567194613621
 -0.165283062854843         -0.136270250296138         0.135762902173056   -
0.133719939628733
 -0.150491193416472         -0.13412369870313          0.0638850420644916  -
0.137511620336542
 -0.128324826750855         -0.0741991333983174        -0.0798706781526363 -
0.126389356926969
 -0.0649984755610742        -0.0924448219388873        -0.0798706781526363 -
0.107936510815632
 -0.0736163473208211        -0.104608614299267         -0.0798706781526363 -
0.0829114181440915
 -0.0758029714986672        -0.0894038738487923        -0.1517485382612    -
0.0813947458609678
 -0.0491347315257197        -0.0724103404041439        -0.1517485382612    -
0.0791197374362823
 -0.042531984008302         -0.0706215474099704        -0.1517485382612    -
0.0722947121622265
 -0.0147061194706125        -0.00354181012846344       -0.1517485382612    -
0.0700197037375409
 0.0102899961310407         -0.0187465505789383        -0.1517485382612    -
0.0492918492015182
 0.012219370405611         -0.0178521540818516         -0.1517485382612    -
0.0257834288131019
 0.0269254898762235         -0.00443620662555019       -0.1517485382612
      0.00631946784634844
 0.0426177339760606         0.000572413758135656       -0.1517485382612
      0.00682502527405585
 0.0581384781403805         0.00540215484240415        -0.1517485382612
      0.0123861569788424
 0.076789096127892          0.00361336184823064        -0.1517485382612
      0.014661165403528
 0.119492580071711          0.0152405163103585         -0.1517485382612
      0.0331140115148659
 0.102899961310408          0.0202491366940444         -0.1517485382612
      0.0682502527405628
```

```
 0.109502708827826          0.0147038784121064        -0.1517485382612
       0.0942864602675184
 0.125923827653612          0.0240056019818087        -0.1517485382612
       0.116278208372811
 0.142387821463277          0.0245422398800608        -0.1517485382612
       0.112739306378856
 0.170428060920363          0.0388525838334489        -0.1517485382612
       0.11172819152344
 0.164897187999929          0.0615702548594526        -0.0798706781526363
       0.147875547604553
 0.204856672975471          0.123999130356108  0.0638850420644916
       0.264153755977364
 0.203055923652538          0.239555157779718  0.20764076228162
       0.305103907621702
 0.238084785481956          0.362802995078273  0.279518622390183
       0.292212193215152
 0.234997786642644          0.295007740599097  0.279518622390183
       0.295498316495253
 0.251118780581275          0.427915060066189  0.351396482498747
       0.299795554630769
 0.299653262332684         0.465837471542668   0.351396482498747
       0.320017851739085
;
run;
prog reg;
model Y= X1 X2 X3/ TOL VIF COOLLIN;
proc iml;
reset log print;
y={-0.253862779549552,
 -0.260937151889643,
 -0.24756015691929,
 -0.254806029194898,
 -0.237313035772128,
 -0.199025675167881,
 -0.199025675167881,
 -0.174715559308297,
 -0.165283062854843,
 -0.150491193416472,
 -0.128324826750855,
 -0.0649984755610742,
 -0.0736163473208211,
 -0.0758029714986672,
 -0.0491347315257197,
 -0.042531984008302,
 -0.0147061194706125,
 0.0102899961310407,
 0.012219370405611,
 0.0269254898762235,
 0.0426177339760606,
 0.0581384781403805,
 0.076789096127892,
 0.119492580071711,
 0.102899961310408,
 0.109502708827826,
```

```
 0.125923827653612,
 0.142387821463277,
 0.170428060920363,
 0.164897187999929,
 0.204856672975471,
 0.203055923652538,
 0.238084785481956,
 0.234997786642644,
 0.251118780581275,
 0.299653262332684
};
print y;
x= { -0.0944124942324781  0.0638850420644916  -0.199442405230757,
 -0.136270250296138         0.135762902173056   -0.19514516709524,
 -0.156662490429717         0.135762902173056   -0.205509094363251,
 -0.180811195851059         0.135762902173056   -0.215367464203555,
 -0.187429729929501         0.135762902173056   -0.211575783495746,
 -0.17669697196446          0.135762902173056   -0.194134052239824,
 -0.192617229612604         0.135762902173056   -0.17264786156224,
 -0.18009567865339          0.135762902173056   -0.142567194613621,
 -0.136270250296138         0.135762902173056   -0.133719939628733,
 -0.13412369870313          0.0638850420644916  -0.137511620336542,
 -0.0741991333983174        -0.0798706781526363 -0.126389356926969,
 -0.0924448219388873        -0.0798706781526363 -0.107936510815632,
 -0.104608614299267         -0.0798706781526363 -0.0829114181440915,
 -0.0894038738487923        -0.1517485382612    -0.0813947458609678,
 -0.0724103404041439        -0.1517485382612    -0.0791197374362823,
 -0.0706215474099704        -0.1517485382612    -0.0722947121622265,
 -0.00354181012846344       -0.1517485382612    -0.0700197037375409,
 -0.0187465505789383        -0.1517485382612    -0.0492918492015182,
 -0.0178521540818516        -0.1517485382612    -0.0257834288131019,
 -0.00443620662555019       -0.1517485382612    0.00631946784634844,
 0.000572413758135656       -0.1517485382612    0.00682502527405585,
 0.00540215484240415        -0.1517485382612    0.0123861569788424,
 0.00361336184823064        -0.1517485382612    0.014661165403528,
 0.0152405163103585         -0.1517485382612    0.0331140115148659,
 0.0202491366940444         -0.1517485382612    0.0682502527405628,
 0.0147038784121064         -0.1517485382612    0.0942864602675184,
 0.0240056019818087         -0.1517485382612    0.116278208372811,
 0.0245422398800608         -0.1517485382612    0.112739306378856,
 0.0388525838334489         -0.1517485382612    0.11172819152344,
 0.0615702548594526         -0.0798706781526363 0.147875547604553,
 0.123999130356108          0.0638850420644916  0.264153755977364,
 0.239555157779718          0.20764076228162    0.305103907621702,
 0.362802995078273          0.279518622390183   0.292212193215152,
 0.295007740599097          0.279518622390183   0.295498316495253,
 0.427915060066189          0.351396482498747   0.299795554630769,
 0.465837471542668          0.351396482498747   0.320017851739085
};
print x;
xt=t(x);
xtx=(t(x))*x;
p=eigvec(xtx);
print p;
```

```
xstar=x*p;
print xstar;
xstart=t(xstar);
print xstart;
z= { 0.063891731          -0.244606594 0.27068619,
0.135769929              -0.238516562 0.268361,
0.135769929              -0.213080621 0.389972923,
0.135769929              -0.206554843 0.389709242,
0.135769929              -0.18919794  0.279442468,
0.135769929              -0.181550478 0.238606093,
0.135769929              -0.162473523 0.225079579,
0.135769929              -0.15797845  0.188205274,
0.135769929              -0.173444336 0.112867727,
0.063891731              -0.142889933 0.091776638,
-0.079864664              -0.118392202 0.074452426,
-0.079864664              -0.118704939 0.012014722,
-0.079864664              -0.093648452 -0.033948031,
-0.151742862              -0.055700947 -0.058881335,
-0.151742862              -0.071108456 -0.074554969,
-0.151742862              -0.053490939 -0.071130535,
-0.151742862              -0.041763302 -0.070558655,
-0.151742862              -0.022060872 -0.090865548,
-0.151742862              -0.005339868 -0.116740571,
-0.151742862               0.000608389 -0.119141099,
-0.151742862               0.019205815 -0.164648402,
-0.151742862               0.061339826 -0.159950079,
-0.151742862               0.062469849 -0.138564489,
-0.151742862               0.032686864 -0.128058325,
-0.151742862               0.060103473 -0.109569806,
-0.151742862               0.088222697 -0.096563806,
-0.151742862               0.095440667 -0.083109205,
-0.151742862               0.119000186 -0.071534618,
-0.151742862               0.158578094 -0.0737605,
-0.079864664               0.140128697 -0.117624075,
 0.063891731               0.177344398-0.144399724,
 0.207648127               0.206943911-0.171870534,
 0.279526325               0.236881179-0.175654533,
 0.279526325               0.322373046-0.09248873,
 0.351404522               0.361986397-0.092368875,
 0.351404522               0.347189768-0.085187836
};
print z;
zt=t(z);
ztz=(t(z))*z;
pz=z*(inv((t(z))*z))*t(z);
pzt=t(pz);
phi=(t(pz)*pz);
print phi;
q=eigvec(t(x)*phi*x);
print q;
alphat=(inv(xstart*phi*xstar))*(xstart*phi*y);
print alphat;
SSE=(t(y-(xstar*alphat)))*(y-(xstar*alphat));
print SSE;
```

```
np1=36-3-1;
print np1;
sigma2=SSE/np1;
print sigma2;
d=sum(vecdiag(inv(xstart*phi*xstar)));
print d;
MSE=sigma2*d;
print MSE;
kk=(sigma2)/(alphat#alphat);
print kk;
K=diag(kk);
print K;
alphatk=((inv((xstart*phi*xstar)+K))*xstart*phi*y);
print alphatk;
betaridge=q*alphatk;
print betaridge;
quit;
```

11. OUTPUT SAS

```
 ALPHAT
0.5766592
-0.585605
1.0870982

   KK
0.004102
0.0039776
0.0011542

 ALPHATK
0.5809813
-0.58196
0.3780207

BETARIDGE
0.2094147
-0.258486
0.8416928
```

12. LAMPIRAN MENCARI TRANSFORMASI MENGGUNAKAN EXCEL

No	Y	X1	X2	X3
1	243,67	9057	6,50	126,29
2	242,02	8823	6,75	126,46
3	245,14	8709	6,75	126,05
4	243,45	8574	6,75	125,66
5	247,53	8537	6,75	125,81
6	256,46	8597	6,75	126,5
7	256,46	8508	6,75	127,35
8	262,13	8578	6,75	128,54
9	264,33	8823	6,75	128,89
10	267,78	8835	6,50	128,74
11	272,95	9170	6,00	129,18
12	287,72	9068	6,00	129,91
13	285,71	9000	6,00	130,9
14	285,20	9085	5,75	130,96
15	291,42	9180	5,75	131,05
16	292,96	9190	5,75	131,32
17	299,45	9565	5,75	131,41
18	305,28	9480	5,75	132,23
19	305,73	9485	5,75	133,16
20	309,16	9560	5,75	134,43
21	312,82	9588	5,75	134,45
22	316,44	9615	5,75	134,67
23	320,79	9605	5,75	134,76
24	330,75	9670	5,75	135,49
25	326,88	9698	5,75	136,88
26	328,42	9667	5,75	137,91
27	332,25	9719	5,75	138,78
28	336,09	9722	5,75	138,64
29	342,63	9802	5,75	138,6
30	341,34	9929	6,00	140,03
31	350,66	10278	6,50	144,63
32	350,24	10924	7,00	146,25
33	358,41	11613	7,25	145,74
34	357,69	11234	7,25	145,87
35	361,45	11977	7,50	146,04
36	372,77	12189	7,50	146,84

Y bar	X1 bar	X2 bar	X3 bar
302,88	9584,8	6,2778	134,18
std (Y)	std(X1)	std(X2)	std(X3)
39,42412	944,94361	0,58791	6,68691

y-ybar	X1-X1bar	X2-X2bar	X3-X3bar
-59,21	-527,800	0,2222	-7,89
-60,86	-761,800	0,4722	-7,72
-57,74	-875,800	0,4722	-8,13
-59,43	-1.010,800	0,4722	-8,52
-55,35	-1.047,800	0,4722	-8,37
-46,42	-987,800	0,4722	-7,68
-46,42	-1.076,800	0,4722	-6,83
-40,75	-1.006,800	0,4722	-5,64
-38,55	-761,800	0,4722	-5,29
-35,10	-749,800	0,2222	-5,44
-29,93	-414,800	-0,2778	-5
-15,16	-516,800	-0,2778	-4,27
-17,17	-584,800	-0,2778	-3,28
-17,68	-499,800	-0,5278	-3,22
-11,46	-404,800	-0,5278	-3,13
-9,92	-394,800	-0,5278	-2,86
-3,43	-19,800	-0,5278	-2,77
2,40	-104,800	-0,5278	-1,95
2,85	-99,800	-0,5278	-1,02
6,28	-24,800	-0,5278	0,25
9,94	3,200	-0,5278	0,27
13,56	30,200	-0,5278	0,49
17,91	20,200	-0,5278	0,58
27,87	85,200	-0,5278	1,31
24,00	113,200	-0,5278	2,7
25,54	82,200	-0,5278	3,73
29,37	134,200	-0,5278	4,6
33,21	137,200	-0,5278	4,46
39,75	217,200	-0,5278	4,42
38,46	344,200	-0,2778	5,85
47,78	693,200	0,2222	10,45
47,36	1.339,200	0,7222	12,07
55,53	2.028,200	0,9722	11,56
54,81	1.649,200	0,9722	11,69

58,57	2.392,200	1,2222	11,86
69,89	2.604,200	1,2222	12,66

n-1=36-1=35

akar (n-1)	5,916079783

akar(n-1)*y	akar(n-1)*x1	akar(n-1)*x2	akar(n-1)*x3
233,23624	5.590,36179	3,478122465	39,5602931

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sqrt{n-1}S_Y} \text{ dan } X_{ij}^* = \frac{X_{ik} - \bar{X}_k}{\sqrt{n-1}S_X}$$

y*	x1*	x2*	x3*
-0.253862779549552	-0.0944124942324781	0.0638850420644916	-0.199442405230757
-0.260937151889643	-0.136270250296138	0.135762902173056	-0.19514516709524
-0.24756015691929	-0.156662490429717	0.135762902173056	-0.205509094363251
-0.254806029194898	-0.180811195851059	0.135762902173056	-0.215367464203555
-0.237313035772128	-0.187429729929501	0.135762902173056	-0.211575783495746
-0.199025675167881	-0.17669697196446	0.135762902173056	-0.194134052239824
-0.199025675167881	-0.192617229612604	0.135762902173056	-0.17264786156224
-0.174715559308297	-0.18009567865339	0.135762902173056	-0.142567194613621
-0.165283062854843	-0.136270250296138	0.135762902173056	-0.133719939628733
-0.150491193416472	-0.13412369870313	0.0638850420644916	-0.137511620336542
-0.128324826750855	-0.0741991333983174	-0.0798706781526363	-0.126389356926969
-0.0649984755610742	-0.0924448219388873	-0.0798706781526363	-0.107936510815632
-0.0736163473208211	-0.104608614299267	-0.0798706781526363	-0.0829114181440915
-0.0758029714986672	-0.0894038738487923	-0.1517485382612	-0.0813947458609678
-0.0491347315257197	-0.0724103404041439	-0.1517485382612	-0.0791197374362823
-0.042531984008302	-0.0706215474099704	-0.1517485382612	-0.0722947121622265
-0.0147061194706125	-0.00354181012846344	-0.1517485382612	-0.0700197037375409
0.0102899961310407	-0.0187465505789383	-0.1517485382612	-0.0492918492015182
0.012219370405611	-0.0178521540818516	-0.1517485382612	-0.0257834288131019
0.0269254898762235	-0.00443620662555019	-0.1517485382612	0.00631946784634844
0.0426177339760606	0.000572413758135656	-0.1517485382612	0.00682502527405585
0.0581384781403805	0.00540215484240415	-0.1517485382612	0.0123861569788424
0.076789096127892	0.00361336184823064	-0.1517485382612	0.014661165403528
0.119492580071711	0.0152405163103585	-0.1517485382612	0.0331140115148659
0.102899961310408	0.0202491366940444	-0.1517485382612	0.0682502527405628
0.109502708827826	0.0147038784121064	-0.1517485382612	0.0942864602675184

0.125923827653612	0.0240056019818087	-0.1517485382612	0.116278208372811
0.142387821463277	0.0245422398800608	-0.1517485382612	0.112739306378856
0.170428060920363	0.0388525838334489	-0.1517485382612	0.11172819152344
0.164897187999929	0.0615702548594526	-0.0798706781526363	0.147875547604553
0.204856672975471	0.123999130356108	0.0638850420644916	0.264153755977364
0.203055923652538	0.239555157779718	0.20764076228162	0.305103907621702
0.238084785481956	0.362802995078273	0.279518622390183	0.292212193215152
0.234997786642644	0.295007740599097	0.279518622390183	0.295498316495253
0.251118780581275	0.427915060066189	0.351396482498747	0.299795554630769
0.299653262332684	0.465837471542668	0.351396482498747	0.320017851739085