

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Masalah

Aljabar *max-plus* merupakan salah satu topik dari aljabar yang memiliki aplikasi cukup luas antara lain pada teori graf, kombinatorik, teori sistem, dan teori antrian. Beberapa peneliti telah membahas tentang aljabar *max-plus* yang ditulis dalam bentuk buku atau jurnal antara lain Baccelli, et al (2001), Heidergott, et al (2005), Butkovic (2008), Farlow (2009) dan Sombatboriboon, et al (2011).

Baccelli (2001: 102) mendefinisikan aljabar *max-plus* adalah himpunan  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  yang dilengkapi dengan dua operasi biner yaitu  $\oplus$  dan  $\otimes$ , operasi maksimum dinotasikan dengan  $\oplus$  dan operasi penjumlahan yang dinotasikan dengan  $\otimes$ .  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  dinotasikan  $\mathbb{R}_\varepsilon$  dilengkapi dua operasi biner ( $\oplus$  dan  $\otimes$ ) selanjutnya  $(\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \oplus, \otimes)$  dinotasikan  $\mathbb{R}_{\max}$ . Elemen identitas (elemen netral) pada operasi  $\oplus$  adalah  $\varepsilon = -\infty$  dan elemen identitas pada operasi  $\otimes$  adalah  $e = 0$ .

Dalam aljabar linear biasa, jika diberikan  $A$  matriks persegi, ada matriks  $B$  sehingga memenuhi persamaan  $AB = BA = I$ , maka matriks  $A$  dikatakan *invertible* dan matriks  $B$  adalah invers matriks  $A$ . Anton (1987: 74) mengungkapkan bahwa matriks  $A$  *invertible* jika dan hanya jika  $\det(A) \neq 0$  maka matriks  $A$  disebut juga matriks non singular. Jika  $\det(A) = 0$  maka matriks  $A$  disebut matriks singular sehingga matriks  $A$  tidak memiliki invers. Oleh karena itu, tidak semua matriks dalam aljabar linear biasa memiliki invers.

Demikian juga invers matriks atas aljabar *max-plus* bisa jadi lebih terbatas. Invers matriks memiliki peranan penting dalam operasi perhitungan matriks. Matriks dalam aljabar *max-plus* belum tentu memiliki invers matriks terhadap operasi  $\otimes$ . Diberikan matriks  $A$  atas aljabar *max-plus*, matriks  $A$  dapat memiliki invers jika memenuhi syarat perlu dan syarat cukup matriks  $A$  *invertible* atas aljabar *max-plus*.

Berdasarkan penyelesaian persamaan linear *max-plus*  $Ax = b$  dengan menentukan subsolusi terbesar yang memiliki subsolusi terbesar  $\hat{x}$  dengan  $-\hat{x} = A^t \otimes (-b)$  didapat  $\hat{x}$  sebagai solusi sehingga  $\hat{x}$  memenuhi  $A\hat{x} = b$ . Penerapan cara ini akan dikembangkan pada penyelesaian sistem persamaan linear *max-plus*  $A \otimes C = B$  untuk menentukan matriks  $C$  yang memenuhi persamaan  $A \otimes C = B$ . Hal ini dilakukan sebagai langkah pendekatan penyelesaian untuk menentukan matriks  $B$  dengan cara menentukan subsolusi terbesar dari persamaan linear *max-plus*  $A \otimes B = E$  dan  $B \otimes A = E$ . Jika matriks  $A$  *invertible* maka matriks  $B$  adalah matriks balikan dari matriks  $A$ . Berdasarkan uraian, penulis tertarik mengambil judul “Keterbalikan Matriks atas Aljabar *Max-Plus*”.

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah, maka didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Apa syarat perlu dan syarat cukup matriks  $A$  *invertible* atas aljabar *max-plus* ?

2. Bagaimana menentukan matriks  $B$  yaitu invers dari matriks ?

### **C. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menentukan syarat perlu dan syarat cukup matriks  $A$  *invertible* atas aljabar *max-plus*.
2. Menentukan matriks  $B$  yaitu invers dari matriks  $A$  atas aljabar *max-plus*.

### **D. Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menambah pengetahuan yang bermanfaat bagi penulis dan pembaca tentang keterbalikan matriks atas aljabar *max-plus*.
2. Menambah khasanah ilmu pengetahuan dan referensi untuk pengembangan matematika, khususnya dalam bidang aljabar dan matematika terapan.