PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING* PADA PORTOFOLIO OPTIMAL

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Yogyakarta

Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Disusun Oleh:

Rini Nurcahyani

NIM. 09305144039

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2014

PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING* PADA PORTOFOLIO OPTIMAL

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Oleh:
Rini Nurcahyani
09305144039

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2014

PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul **"PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING* PADA PORTOFOLIO OPTIMAL"** ini telah disetujui oleh dosen pembimbing untuk diujikan.

Disusun oleh:

Rini Nurcahyani

09305144039

Disetujui pada tanggal

22 Mei 2014

Mengetahui:

Dosen Pembimbing

Eminugroho Ratna S.MSc.

NIP. 198504142009122003

PENGESAHAN

SKRIPSI DENGAN JUDUL :

"PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING* PADA PORTOFOLIO OPTIMAL"

Yang Disusun Oleh :

Nama : Rini Nurcahyani

NIM : 09305144039

Prodi : Matematika

Skripsi ini telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi pada tanggal 6 Juni 2014 dan dinyatakan lulus.

Dewan Penguji

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Eminugroho Ratna S, M.Sc. 198504142009122003	Ketua Penguji	....	25 Juni 2014
Fitriana Yuli S, S.Pd., M.Si. 198407072008012003	Sekretaris Penguji	....	25 Juni 2014
Retno Subekti, M.Sc. 198111162005012002	Penguji Utama	....	24 Juni 2014
Rosita Kusumawati, S.Si., M.Sc. 198007072005012001	Penguji Pendamping	....	24 Juni 2014

Yogyakarta, 26 Juni 2014
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan

Dr. Hartono
NIP. 196203291987021002

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya :

Nama : Rini Nurcahyani

NIM : 09305144039

Prodi : Matematika

Judul Skripsi :Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan *Separable Programming* Pada Portofolio Optimal

Menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil kerja sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau dipergunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 22 Mei 2014

Yang menyatakan,

Rini Nurcahyani
NIM. 09305144039

MOTTO

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu pasti ada kemudahan. Maka apabila telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain". (Q.S Al-Insyirah: 6-7)

"Jika kekhawatiranmu akan hilang dengan mengkhawatirkannya, maka tidak ada lagi yang harus kau khawatirkan"

"Jadilah kamu manusia yang pada kelahiranmu semua orang tertawa bahagia, tetapi hanya kamu yang menangis, dan pada saat kematianmu semua orang menangis sedih, tetapi hanya kamu sendiri yang tersenyum" (Mahatma Gandhi)

"Berbaringlah di atas tikar keikhlasan. Tidurlah dalam kejujuran. Mimpikan jiwamu pada keimanan. Bangunkan dirimu dalam ketaqwaan. Cucilah tubuhmu dengan kesucian. N' jalani hidupmu dengan kesabaran"

"Ukuran tubuhmu tidak penting, ukuran otakmu cukup penting, ukuran hatimu itulah yang terpenting".

"Take time to THINK, it's the source of power. Take time to READ, it's the foundation of wisdom. Take time to QUIET, it's the opportunity to seek trust. Take time to DREAM, it's the future made of. Take time to PRAY, it's the greatest power on earth"

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk :

1. *Bapak, Ibu, Indry, dan Nanang adik-adikku tercinta yang tak pernah lelah memberikan kasih sayang, semangat, dan do'a bagi penulis.*
2. *Keluarga Besar dari Bapak dan Ibu yang luar biasa banyaknya, yang tak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih atas dukungannya.*
3. *Sahabat-sahabatku Septi, Sofya, Zuly, Mbak Prima, Mira, Mbak Ida, Risti, Unin, terima kasih sudah memberikan motivasi tanpa lelah dan spesial untuk Sahabatku Reni yang selalu setia menyemangatiku.*
4. *Semua teman-teman di kelas matematika swadana'09 terimakasih atas dukungan dan saling menyemangati satu sama lain.*
5. *Ibu emi selaku dosen pembimbingku yang dengan sabar membantu dan menyemangati penulis dalam perjalanan membuat karya ini.*
6. *Dan orang-orang yang penulis sayangi yang tak cukup rasanya jika penulis sebutkan satu-persatu.*

PENYELESAIAN MODEL NONLINEAR MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING* PADA PORTOFOLIO OPTIMAL

Oleh:
Rini Nurcahyani
09305144039

ABSTRAK

Optimasi merupakan suatu langkah yang dilakukan untuk menemukan hasil yang terbaik dengan memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi tujuan dengan tetap memperhatikan batasan yang ada. Masalah optimasi dapat diaplikasikan dalam masalah nyata antara lain portofolio. Penelitian ini bertujuan untuk membentuk model nonlinear portofolio optimal pada investasi saham di bidang Perbankan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013, dan menyelesaikan model menggunakan *Separable Programming.*

Separable Programming merupakan suatu metode penyelesaian dalam pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. Selanjutnya, masalah *Separable Programming* diselesaikan dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong (*piecewise linear function*) menggunakan formulasi lamda atau formulasi delta.

Model nonlinear pada portofolio disusun dengan mendefinisikan variabel-variabel penyimpangan, memformulasikan fungsi tujuan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan, selanjutnya fungsi tujuan utama dalam pola memaksimumkan *expected return* dengan tingkat risiko tertentu. Sebagai penerapan model nonlinear pada portofolio optimal diilustrasikan seorang investor ingin berinvestasi pada dua perusahaan yaitu BBCA dan BBRI dengan dana awal sebesar Rp 65.000.000,00 yang rencananya akan diinvestasikan semua dananya. Investor mengharapkan risiko yang sekecil mungkin atau minimum. Berdasarkan perhitungan, keputusan yang diperoleh adalah menginvestasikan dana awal dengan alokasi Rp 40.000.000,00 diinvestasikan di BBCA dan Rp 25.000.000,00 diinvestasikan di BBRI. Jika investor menjual sahamnya pada periode Juli 2013 maka keuntungan yang diperoleh yaitu sebesar Rp 4.250.950,00.

Kata kunci: Pemrograman Nonlinear, *Separable Programming*, Fungsi Linear Sepotong-sepotong, Portofolio

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, karunia, dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan penulisan Skripsi yang berjudul **"Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan *Separable Programming* Pada Portofolio Optimal"** ini dengan baik. Skripsi ini disusun untuk memenuhi persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari dukungan, motivasi, kerjasama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Hartono selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyelesaikan studi,
2. Bapak Dr. Sugiman selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika yang telah memberikan kelancaran dalam pelayanan akademik untuk menyelesaikan studi,
3. Bapak Dr. Agus Maman Abadi selaku Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan dalam penulisan skripsi ini,

4. Ibu Atmini Dhoruri, M.S selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan arahan selama penulis menjalani masa studi,
5. Ibu Eminugroho Ratna S, M.Sc selaku dosen pembimbing skripsi yang telah berkenan memberikan waktu bimbingan serta dengan penuh kesabaran memberikan pengarahan dalam penyusunan skripsi ini,
6. Seluruh Dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis,
7. Seluruh Mahasiswa Matematika Swadana 2009 yang telah menjadi keluarga kedua untukku.
8. Semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan dalam penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dan kesalahan dalam skripsi ini. Oleh karena itu, saran dan kritik yang membangun penulis harapkan sebagai sebuah koreksi. Demikian skripsi ini penulis susun. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan pembaca.

Yogyakarta, 22 Mei 2014

Penulis

Rini Nurcahyani

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR SIMBOL

R_p	: *Return* Portofolio
x_i	: Bobot/proporsi dana yang diinvestasikan pada saham *i*
R_{it}	: *Return* saham ke-*i* pada periode ke-*t*
P_{it}	: Harga penutupan saham ke-i pada periode ke- t
$P_{i(t-1)}$	: Harga penutupan saham ke-i pada periode ke-$(t-1)$
$E(R_p)$	: *Expected Return* Portofolio
$E(R_i)$	: *Expected Return* saham ke-*i*
σ_i^2	: Risiko saham ke-i
σ_p^2	: Risiko Portofolio
β	: Tingkat keinginan investor terhadap hubungan *Expected Return* dengan risiko
λ	: Formulasi Lamda pada hampiran fungsi linear sepotong-sepotong

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Suatu permasalahan yang dihadapi manusia dalam kehidupan sehari-hari dapat diselesaikan secara matematis. Contoh permasalahan yang dihadapi secara umum yaitu masalah optimasi. Masalah optimasi sering ditemukan dalam bidang ekonomi, industri, teknik, dan bidang-bidang lainnya. Pada dasarnya, optimasi adalah suatu langkah untuk menemukan hasil terbaik dari suatu permasalahan yang dapat dicari solusi optimum (maksimum atau minimum) sesuai dengan perumusan fungsi tujuan dan kendala yang ada (Frederick S, 2001: 7).

Pemecahan masalah optimasi dapat diselesaikan dengan pemrograman linear maupun nonlinear. Seiring dengan semakin kompleksnya permasalahan yang timbul, maka penggunaan model linear tidak selalu cocok sehingga sebagai alternatifnya digunakan model nonlinear. Suatu permasalahan optimasi disebut nonlinear jika fungsi tujuan dan kendalanya mempunyai bentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya.

Pemrograman nonlinear ada dua macam yaitu pemrograman nonlinear dengan kendala (*constrained*) dan pemrograman nonlinear tanpa kendala (*unconstrained*), sehingga dapat mengakibatkan cara penyelesaian yang berbeda. Pemrograman nonlinear dengan kendala yaitu memperhatikan faktor-faktor pembatas dalam penyelesaian optimasi. Sedangkan pemrograman nonlinear tanpa kendala hanya menyelesaikan masalah tanpa terdapat faktor-faktor pembatas yang mempengaruhi proses perhitungan sampai optimasi tercapai. Kemungkinan yang ada dalam pemrograman nonlinear yaitu fungsi tujuan dan kendala nonlinear, fungsi tujuan nonlinear dan fungsi kendala linear, fungsi tujuan linear dan kendala nonlinear. Beberapa metode penyelesaian dalam pemrograman nonlinear secara analitik antara lain *Lagrange Multiplier, The Karush-Kuhn-Tucker Conditions, Quadratic Programming, Separable Programming*.

Separable Programming merupakan suatu metode penyelesaian dalam pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. *Separable Programming* dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan *The Karush-Kuhn-Tucker conditions* (Budi Marpaung, 2012). Selain itu dapat juga diselesaikan dengan menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong (*piecewise linear function*) atau dengan metode lain seperti metode *cutting plane*, pemrograman dinamik dan lain-lain.

Separable Programming telah banyak digunakan untuk mengoptimasi model nonlinear. Penelitian mengenai *Separable Programming* telah dilakukan oleh Rince Putri (2009) menunjukkan bahwa *Separable Programming* dapat menangani masalah-masalah nonlinear berkendala yang selanjutnya diselesaikan menggunakan bantuan *Software LINDO 6.1*. Demikian juga penelitian yang dilakukan Desi Mariani (2003) yang menyatakan bahwa terdapat dua cara untuk memformulasikan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong (*piecewise linear function*) pada *Separable Programming* yaitu dengan formulasi lamda dan delta. Budi Marpaung (2012) melakukan perbandingan pendekatan *Separable Programming* dengan *The Karush-Kuhn-Tucker Conditions* dalam pemecahan masalah nonlinear yang menyimpulkan bahwa keduanya dapat memberikan solusi optimal yang sama dan hasilnya kan semakin baik apabila jumlah titik partisi ditambah. Selanjutnya Sanjay Jain (2012) mambahas Teknik Eliminasi Gauss pada penyelesaian *Separable Programming* yang menyimpulkan bahwa teknik tersebut membutuhkan sedikit waktu dalam perhitungan dan lebih sederhana daripada dengan metode simpleks.

Penelitian-penelitian yang telah dilakukan belum diaplikasikan pada masalah nyata. *Separable Programming* dapat diaplikasikan dalam masalah fitting data, ekonometrik, analisis jaringan listrik maupun dalam investasi saham. Investasi merupakan penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan untuk memperoleh keuntungan di masa mendatang. Menurut Jogiyanto (2003), investasi dapat didefinisikan sebagai penundaan konsumsi sekarang untuk dimasukkan ke aktiva produktif selama periode waktu yang tertentu. Ketika melaksanakan suatu investasi, investor sering dihadapkan dengan masalah tentang penaksiran risiko. Seorang investor membeli sejumlah saham saat ini dengan harapan memperoleh keuntungan dari kenaikan harga saham ataupun sejumlah *deviden* (pengembalian laba) di masa yang akan datang, sebagai imbalan atas waktu dan risiko yang terkait dengan investasi tersebut (Tandelilin, 2001).

Saham merupakan surat berharga yang menunjukkan kepemilikan perusahaan sehingga pemegang saham memiliki hak klaim atas dividen atau distribusi lain yang dilakukan perusahaan kepada pemegang saham lainnya. Jika perusahaan mendapat keuntungan dalam suatu periode, maka investor akan mendapat deviden berdasarkan jumlah saham yang dimilikinya pada perusahaan tersebut. Kelemahan berinvestasi saham adalah mempunyai risiko kehilangan dana yang besar pula. Investasi ini menuntut investor untuk selalu mengikuti pergerakan saham agar dapat meminimalisir kerugian.

Portofolio merupakan suatu kombinasi atau gabungan sekumpulan aset dengan mengalokasikan dana pada aset-aset tersebut. Tujuan dari portofolio investasi tentunya sangat bergantung pada masing-masing investor. Pada umumnya, investor menginginkan portofolio yang efisien. Portofolio efisien adalah portofolio yang memberikan nilai harapan *return* tertinggi dengan risiko tertentu atau portofolio yang memberikan risiko terendah dengan nilai harapan *return* tertentu. Dalam portofolio dikenal istilah *"High Risk High Return"* artinya semakin besar risiko yang diambil maka *return* yang diperoleh juga semakin besar.

Portofolio yang akan dioptimalkan pada skripsi ini yaitu dengan mengkombinasikan dua saham individual di bidang perbankan karena bank sangat berpengaruh dalam perekonomian suatu negara dan akan lebih mudah dalam menjual kembali saham tersebut apabila kondisi darurat investor membutuhkan dana segar. Bank-bank yang ada di Indonesia pada Januari sampai September 2012 meraih laba bersih mencapai 32,5 triliun, artinya naik

20,4% dibandingkan tahun 2011 yang hanya sebesar 27 triliun (M. Listiowati, 2013). Bank yang dipilih untuk portofolio optimal adalah Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia. Kedua bank tersebut termasuk perusahaan besar yang ada di Indonesia dan termasuk dalam daftar LQ-45. Bank Central Asia merupakan bank bertaraf internasional, sedangkan Bank Rakyat Indonesia mampu menjadi penggerak ekonomi pedesaan.

Skripsi ini akan membahas pembentukan model nonlinear untuk portofolio optimal dengan mengkombinasikan dua saham individual yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013. Model nonlinear pada portofolio optimal akan diselesaikan menggunakan *Separable Programming*.

B. Pembatasan Masalah

Penulisan skripsi ini akan membahas penyelesaian model nonlinear portofolio optimal menggunakan *Separable Programing* dengan mengkombinasikan dua saham individual yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, maka permasalahan dapat dirumuskan adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana membentuk model nonlinear portofolio optimal pada investasi saham di bidang perbankan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013?
2. Bagaimana menyelesaikan model menggunakan *Separable Programming*?

D. Tujuan

1. Memformulasikan model nonlinear portofolio optimal pada investasi saham di bidang perbankan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013?
2. Menyelesaikan model menggunakan *Separable Programming.*

E. Manfaat

Manfaat penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagi Penulis
   a. Menambah pengetahuan penulis mengenai Portofolio Optimal menggunakan *Separable Programming.*
   b. Menambah pengetahuan penulis mengenai langkah penyelesaian Portofolio Optimal menggunakan *Separable Programming.*
   c. Menambah pengetahuan penulis mengenai penerapan Portofolio Optimal menggunakan *Separable Programming* pada investasi saham.
2. Bagi Jurusan Pendidikan Matematika

   Menambah pengetahuan dan referensi untuk Portofolio Optimal menggunakan *Separable Programming* yang diterapkan pada investasi saham.
3. Bagi Pembaca
   a. Menambah pengetahuan calon investor dalam mengoptimalkan keuntungan yang diharapkan dengan tingkat risiko tertentu.
   b. Memberikan metode alternatif bagi pembaca untuk melakukan pengoptimalan portofolio menggunakan *Separable Programming*.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab landasan teori ini dibahas mengenai pemrograman linear, pemrograman nonlinear, *Separable Programming,* Hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi lamda, teori portofolio. Landasan teori tersebut akan digunakan untuk pembahasan pada bab-bab selanjutnya.

A. Pemrograman Linear

Manusia cenderung berprinsip ekonomi dalam kehidupan sehari-hari yaitu memperoleh hasil yang optimum dengan usaha yang sedikit mungkin. Riset operasi adalah penerapan metode-metode ilmiah terhadap masalah-masalah komplek dan rumit yang muncul dalam kehidupan manusia. Penerapan riset operasi didasarkan pada kebutuhan untuk mengalokasikan sumber daya yang terbatas sehingga lebih efektif dan efisien. Sumber daya dapat berupa tenaga, bahan mentah, waktu, dan dana. Pemrograman linear merupakan salah satu teknik riset operasi dalam mengalokasikan sumber daya untuk mencapai suatu tujuan seperti memaksimumkan keuntungan dan meminimumkan biaya. Pemrograman linear dapat diaplikasikan dalam masalah ekonomi, industri, militer dan lain-lain. Pada dasarnya, model pemrograman linear terdiri dari fungsi tujuan linear dengan beberapa kendala linear. Sasaran atau hasil yang akan dicapai merupakan fungsi tujuan, sedangkan persediaan sumber-sumber yang terbatas pada nilai tertentu merupakan fungsi kendala. Berikut diberikan definisi fungsi dan fungsi linear.

Definisi 2.1. *Fungsi (Edwin J. Purcell, 1987:48)*

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan settiap obyek x dalam satu himpunan yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil fungsi tersebut.

Definisi 2.2. *Fungsi Linear (Winston, 2004)*

Fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ merupakan fungsi linear jika dan hanya jika fungsi f dapat dituliskan $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$, dengan $c_1, c_2, \dots, c_n$ merupakan kostanta.

Contoh 2.1

Diberikan fungsi sebagai berikut:

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 + 7x_2 \qquad (2.1)$$

$$f(x_1, x_2) = 6x_1x_2^3 \qquad (2.2)$$

Fungsi (2.1) merupakan fungsi linear dan fungsi (2.2) merupakan fungsi nonlinear.

Masalah pemrograman linear pada dasarnya memiliki ketentuan-ketentuan berikut ini (Winston, 2004)

a) Masalah pemrograman linear berkaitan dengan upaya memaksimumkan (pada umumnya keuntungan) atau meminimumkan (pada umumnya biaya) yang disebut sebagai fungsi tujuan dari pemrograman linear. Fungsi tujuan ini terdiri dari variabel-variabel keputusan.
b) Terdapat kendala-kendala atau keterbatasan, yang membatasi pencapaian tujuan yang dirumuskan dalam pemrograman linear. Kendala-kendala ini dirumuskan dalam fungsi-fungsi kendala yang terdiri dari variabel-variabel keputusan yang menggunakan sumber-sumber daya yang terbatas itu.
c) Ada pembatasan tanda untuk setiap variabel dalam masalah ini. Untuk sembarang x_i, pembatasan tanda menentukan x_i harus non negatif ($x_i \geq 0$) atau tidak dibatasi tandanya *(unretsricted in sign)*.
d) Memiliki sifat linearitas. Sifat ini berlaku untuk semua fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala.

Pemrograman linear merupakan salah satu teknik dari riset operasi untuk memecahkan permasalahan optimasi dengan memaksimumkan atau meminimumkan suatu bentuk fungsi objektif atau fungsi tujuan dengan kendala-kendala berupa fungsi yang linear. Pemecahan masalah *Linear Programming* dapat dilakukan dengan metode aljabar, metode grafik, metode simpleks atau dengan menggunakan perangkat lunak (*software*) komputer.

Masalah pemrograman linear dapat didefinisikan sebagai berikut (Dantzig, 1997:46)

Memaksimalkan/meminimalkan

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n \tag{2.3}$$

terhadap kendala

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1 \tag{2.4a}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2 \tag{2.4b}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m \tag{2.4c}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \tag{2.4d}$$

Masalah pemrograman linear persamaan (2.3) sampai persamaan (2.4) dapat ditulis ulang sebagai berikut (Dantzig, 1997: 47)

Memaksimumkan/meminimumkan

$$f(x_j) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{2.5}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j (\leq, =, \geq) b_i, \forall i, i = 1,2, \dots, m \tag{2.6a}$$

$$x_j \geq 0, \forall j, j = 1,2, \dots, n \tag{2.6b}$$

dengan

c_j, a_{ij} adalah konstanta-konstanta yang diketahui

x_j adalah variabel keputusan ke-j

b_m, adalah nilai ruas kanan dari persamaan kendala ke-m yang menunjukkan nilai syarat kendala tersebut

$i = 1,2,...,m$ (indeks untuk jumlah variabel kendala)

$j = 1,2,...,n$ (indeks untuk jumlah variabel keputusan)

Fungsi $f(x)$ pada rumusan pemrograman linear merupakan fungsi tujuan yang akan dicapai atau dioptimalkan. Selanjutnya, persamaan atau pertidaksamaan yang merepresentasikan keterbatasan atau keberadaan kendala yang membatasi pencapaian fungsi tujuan dinamakan fungsi kendala. Untuk m kendala pertama disebut kendala utama atau fungsional dan syarat bahwa nilai variabel keputusan harus lebih dari atau sama dengan $(x_j \geq 0)$ dinamakan kendala-kendala tidak negatif. Setiap kendala dapat berbentuk kendala pertidaksamaan atau persamaan. Fungsi-fungsi kendala dapat bertanda sama dengan (=), lebih kecil atau sama dengan (≤), lebih besar atau sama dengan (≥), atau kombinasi di antaranya (sebagian fungsi kendala bertanda ≤ dan sebagian lainnnya bertanda ≥).

B. Pemrograman Nonlinear

Penyelesaian optimum pada masalah optimasi yaitu memberikan nilai optimum (maksimum/minimum) pada fungsi tujuan dengan nilai variabel-variabel yang tidak bertentangan dengan kendala yang menyangkut variabel-variabel tersebut. Banyak permasalahan optimasi yang tidak dapat dimodelkan dalam bentuk pemrograman linear. Hal ini berkaitan dengan bentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala, yakni sebagian atau seluruh fungsi tersebut berupa fungsi nonlinear. Fungsi nonlinear dapat berupa fungsi kuadrat, fungsi eksponen, fungsi logaritma, fungsi pecahan dan lain-lain.

Pemrograman nonlinear merupakan salah satu teknik dari riset operasi untuk memecahkan permasalahan optimasi dengan menggunakan persamaan dan pertidaksamaan nonlinear untuk mencari hasil (*output*) yang optimum dengan memperhatikan sumber-sumber (*input*) yang persediaannya terbatas pada nilai tertentu. Suatu permasalahan optimasi disebut nonlinear jika fungsi tujuan dan kendalanya mempunyai bentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya. Tidak semua permasalahan dalam kehidupan dapat diselesaikan dengan pemrograman linear. Terdapat beberapa hal yang menyebabkan sifat ketidaklinearan.

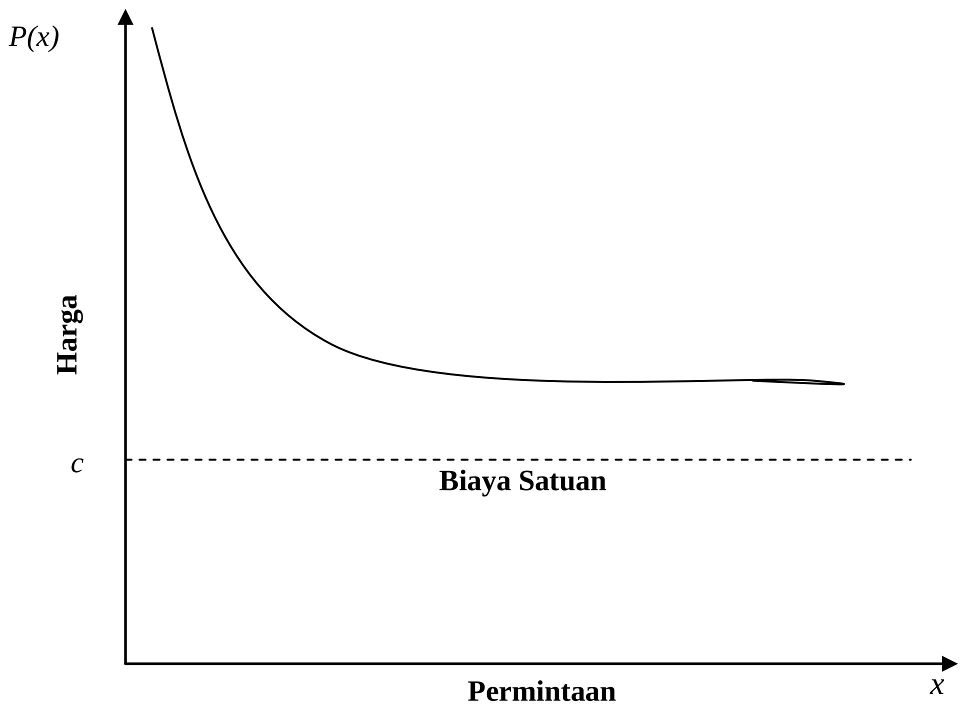
Misalnya untuk beberapa kasus diketahui bahwa ada keuntungan tetap yang berhubungan dengan setiap jenis produk, sehingga fungsi tujuan yang diperoleh akan berbentuk linear. Terdapat beberapa faktor yang menyebabkan *ketidaklinearan* dalam fungsi tujuan. Sebagai contoh, dalam suatu perusahaan besar kemungkinan menghadapi *elastisitas harga*, di mana banyaknya barang yang dapat dijual berbanding terbalik dengan harganya. Artinya semakin sedikit produk yang dihasilkan, maka semakin mahal harganya. Jadi kurva harga permintaan akan terlihat seperti kurva dalam Gambar 1, di mana $p(x)$ adalah harga yang ditetapkan agar terjual x satuan barang. Jika biaya satuan untuk memproduksi barang tersebut adalah konstan yaitu di c, maka keuntungan perusahaan tersebut dalam memproduksi dan menjual x satuan barang akan dinyatakan oleh fungsi nonlinear berikut (Frederick S, 2001:655)

$$P(x) = xp(x) - cx$$

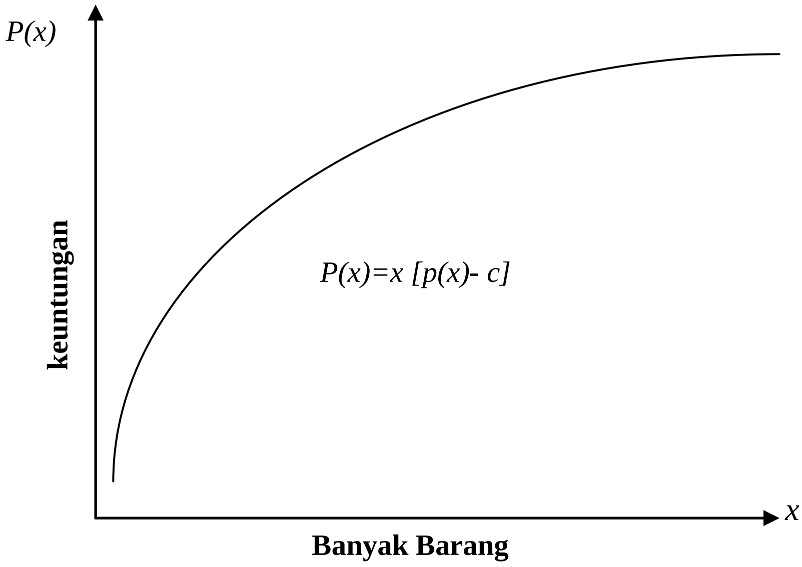
Seperti yang terlihat pada gambar 2. Misalkan bila setiap produk dari n jenis produknya mempunyai fungsi keuntungan yang serupa, didefinisikan $P_j(x_j)$ untuk produksi dan penjualan x_j satuan dari produk j dimana $(j = 1,2,\ldots,n)$, maka secara lengkap fungsi tujuannya yaitu

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} P_j(x_j)$$

yaitu penjumlahan dari beberapa fungsi nonlinear.



Gambar 1. Kurva Harga Permintaan



Gambar 2. Fungsi Keuntungan

Alasan lain yang menyebabkan sifat ketidaklinearan muncul pada fungsi tujuan, disebabkan oleh kenyataan bahwa *biaya marginal* untuk memproduksi satu satuan barang bergantung pada tingkat produksi. Sebagai contoh, biaya marginal akan turun apabila tingkat produksi naik, sebagai akibat efek dari *kurva belajar (learning curve)*. Di lain pihak, biaya marginal dapat saja naik karena dalam ukuran tertentu, seperti fasilitas lembur atau harga barang mahal, sehingga perlu menaikkan produksi.

Sifat ketidaklinearan dapat juga muncul pada fungsi kendala $g_i(x)$ dengan cara yang sama. Sebagai contoh, apabila terdapat kendala anggaran dalam biaya produksi total, maka fungsi biaya akan menjadi nonlinear jika biaya produksi marginal berubah. Kendala $g_i(x)$ akan berbentuk nonlinear apabila terdapat penggunaan yang tidak sebanding antara sumber daya dengan tingkat produksi dari masing-masing produk.

Model pemrograman nonlinear meliputi pengoptimuman suatu kondisi berikut (Sharma S, 2006: 1)

a. Fungsi tujuan nonlinear terhadap kendala linear

b. Fungsi tujuan nonlinear terhadap kendala nonlinear

c. Fungsi tujuan nonlinear tidak berkendala

Pemrograman nonlinear mempunyai dua kondisi yaitu mempunyai kendala dan tanpa kendala. Bentuk umum untuk fungsi nonlinear dengan kendala dapat dituliskankan sebagai berikut

$$Z = f(x)$$

dengan kendala : $a \leq x \leq b$

di mana $f(x)$ adalah sebuah fungsi nonlinear dan pencarian nilai optimumnya ditinjau pada selang *[a,b]* dengan $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Bentuk umum dari pemrograman nonlinier dengan kendala secara umum dapat dituliskan sebagai berikut

Maksimum/minimum

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

dengan kendala

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq atau = atau \geq) b_i,\ i = 1,2, \dots, m$$

$$x_i \geq 0$$

$f(x)$ merupakan fungsi tujuan dan $g_i(x)$ merupakan fungsi kendala dengan b_i menunjukkan nilai syarat kendala tersebut. Dengan $f(x)$ dan $g_i(x)$ merupakan fungsi yang kontinu dan differensiable. $f(x)$ dan $g_i(x)$ masing-masing adalah fungsi dengan n-variabel. $i = 1,2,\dots,n$ yang memenuhi kendala dan meminimalkan atau memaksimalkan fungsi tujuan. $f(x)$ dan $g_i(x)$ nonlinear atau hanya $f(x)$ nonlinear (S.M. Sinha, 2006: 323).

Jika $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq \emptyset$, maka pemrograman nonlinier tersebut dinamakan pemrograman nonlinier berkendala *(constrained),* dan jika $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \emptyset$, maka pemrograman tersebut dinamakan pemrograman nonlinier tidak berkendala *(unconstrained).* Batasan-batasan biasanya dinamakan kendala-kendala. Pada m-kendala pertama dinamakan kendala-kendala fungsional, sedangkan batasan-batasan $x_i \geq 0$ dinamakan kendala-kendala tak-negatif.

Bentuk umum pemrograman nonlinear sebagai berikut (Winston, 2004)

Memaksimalkan/meminimumkan

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.7}$$

terhadap kendala

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_1 \tag{2.8a}$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_2 \tag{2.8b}$$

$$\vdots$$

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_m \tag{2.8c}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, i = 1,2, \dots, m \tag{2.8d}$$

Seperti halnya dengan pemrograman linear, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi objektif/tujuan dari pemrograman nonlinear, dan $g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq$

$, =, \geq) b_1, \dots, g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq) b_m$ adalah kendala pemrograman nonlinear dengan b_m menunjukkan nilai syarat kendala tersebut. Jadi jika terjadi $m > n$ maka masalah tidak dapat diselesaikan. Akan tetapi untuk dapat menyelesaikannya maka $m \leq n$ (banyaknya kendala lebih sedikit atau sama dengan banyaknya variabel). Daerah fisibel untuk pemrograman nonlinear adalah himpunan dari nilai-nilai $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang memenuhi sejumlah m-kendala. Sebuah nilai di dalam daerah fisibel adalah nilai fisibel, dan sebuah nilai di luar daerah fisibel adalah nilai tidak fisibel.

C. *Separable Programming*

1. Pengertian *Separable Programming*

Separable Programming merupakan suatu metode penyelesaian dalam pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. *Separable Programming* berhubungan dengan fungsi yang berbentuk nonlinear, yang selanjutnya dipisahkan menjadi fungsi dengan variabel tunggal. Misalnya dalam kasus dua variabel fungsi $f(x, y)$ dipisahkan menjadi $h(x) + g(y)$.

Suatu fungsi $f(x)$ dapat dikatakan terpisah apabila fungsi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan dari fungsi-fungsi yang hanya memuat satu variabel, didefinisikan sebagai berikut (M. S. Bazaraa, 2006: 684)

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n) = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \quad (2.9)$$

Untuk memudahkan penulisan, masalah *Separable Programming* ditulis dengan Masalah P. Jadi bentuk umum persamaan (2.9) dapat dituliskan sebagai berikut

Masalah P

Memaksimalkan/Meminimalkan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \quad (2.10)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} g_{ij}(x_j)(\leq, =, \geq) b_i, i = 1,2, \dots, m \quad (2.11a)$$

$$x_j \geq 0 \quad , (j = 1,2, \dots, n) \quad (2.11b)$$

Dimana masing-masing fungsi f_j merupakan fungsi tujuan dan g_{ij} merupakan fungsi kendala dengan b_i menunjukkan nilai syarat kendala tersebut. Dalam hal ini, x_j merupakan variabel independen.

Fungsi pada persamaan (2.10) dan (2.11) dapat diselesaikan dengan *separable programming.* Suatu fungsi dapat dikatakan terpisah jika fungsi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan dari fungsi-fungsi yang memuat satu variabel sebagai jumlah dari n fungsi variabel tunggal yang dituliskan sebagai berikut

$$Z = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \cdots + f_n(x_n) \quad (2.12)$$

$$g_{ij}(x_j): g_{11}x_1 + g_{12}x_2 + \cdots + g_{1n}x_n(\leq, =, \geq) b_1 \quad (2.13a)$$

` $$g_{21}x_1 + g_{22}x_2 + \cdots + g_{2n}x_n(\leq, =, \geq) b_2 \quad (2.13b)$$

$$g_{m1}x_1 + g_{m2}x_2 + \cdots + g_{mn}x_n(\leq, =, \geq) b_m \quad (2.13c)$$

dan $$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.13d)$$

Jadi persamaan (2.12) dan (2.13) merupakan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang sudah dipisahkan.

2. Hampiran Fungsi linear sepotong-sepotong Formulasi Lambda ($\boldsymbol{\lambda}$)

Pada umumnya, masalah *Separable Programming* dapat diselesaikan dengan menggunakan kondisi Karush-Kuhn-Tucker. Selain itu dapat juga diselesaikan dengan menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong atau dengan metode lain seperti metode *cutting plane*, pemrograman dinamik dan lain-lain. Hampiran suatu fungsi nonlinear dengan fungsi linear sepotong-sepotong dipengaruhi oleh banyaknya titik partisi. Jika titik partisi bertambah, maka pada masalah hampiran pemrograman linear akan bertambah. Menurut Desi Mariani (2003), terdapat dua cara untuk memformulasikan fungsi linear sepotong-sepotong (*piecewise linear function*), yaitu dengan Formulasi Lambda (λ) dan Formulasi Delta (δ). Formulasi Lambda didefinisikan untuk setiap titik partisi. Sedangkan Formulasi Delta didefinisikan untuk setiap interval di antara titik partisi.

Skripsi ini akan membahas penyelesaian masalah *Separable Programming* menggunakan hampiran pemrograman linear sepotong-sepotong dengan Formulasi Lambda. Didefinisikan $\theta(\mu)$ merupakan fungsi nonlinear yang kontinu, dengan μ pada interval $[a, b]$. Akan didefinisikan fungsi linear sepotong-sepotong $\hat{\theta}$ yang merupakan hampiran dari fungsi θ pada interval $[a, b]$. Lebih lanjut interval $[a, b]$ dipartisi menjadi interval-interval yang lebih kecil, dengan titik partisi (*grid point*) $a = \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k = b$ seperti pada Gambar 3. Titik- titik partisi ini tidak harus berjarak sama. Untuk itu, berikut diberikan definisi ruas garis untuk menjelaskan hubungan antara dua titik partisi.

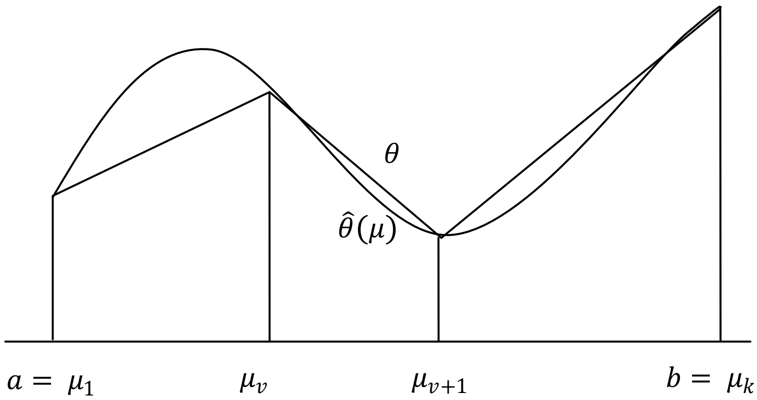
Definisi 2.3. *Ruas Garis* (Winston, 2004)

Diberikan $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \in R$.

$$L = \{\bar{x} | \bar{x} = \lambda \bar{x}_1 + (1-\lambda)\bar{x}_2,\ dengan\ 0 \le \lambda \le 1\}$$

disebut ruas garis yang menghubungkan $\bar{x}_1$ *dan* $\bar{x}_2$.

Gambar 3 Fungsi Linear Sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear θ pada interval $[\mu_v, \mu_{v+1}]$ dengan sedikit titik partisi.



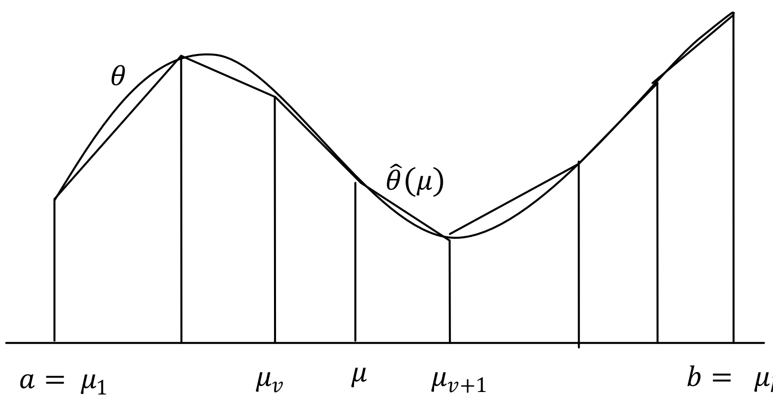
Gambar 3. Fungsi Linear Sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan sedikit titik partisi

Misalkan μ merupakan titik partisi pada ruas garis yang menghubungkan μ_v dengan μ_{v+1}, berdasarkan Definisi 2.3 μ dapat dituliskan sebagai berikut

$$\mu = \lambda \mu_v + (1-\lambda)\mu_{v+1} \text{ untuk } \lambda \in [0,1]. \tag{2.14}$$

Berdasarkan persamaan (2.14), fungsi $\theta(\mu)$ dapat dihampiri oleh $\hat{\theta}(\mu)$ pada interval $\theta(\mu_v)$ dan $\theta(\mu_{v+1})$ dengan cara berikut

$$\hat{\theta}(\mu) = \lambda\theta(\mu_v) + (1-\lambda)\theta(\mu_{v+1}) \tag{2.15}$$



Gambar 4. Fungsi Linear Sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan formulasi lamda

Titik-titik partisi tidak harus berjarak sama, semakin banyak titik partisi, maka akan diperoleh hampiran yang lebih baik. Secara umum hampiran linear dari fungsi $\theta(\mu)$ untuk titik-titik partisi $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ didefinisikan sebagai berikut

$$\hat{\theta}(\mu) = \sum_{v=1}^{k} \lambda_v\, \theta(\mu_v), \quad \sum_{v=1}^{k} \lambda_v = 1,\ \lambda_v \geq 0 \tag{2.16}$$

dengan μ yang diperoleh berdasarkan pada persamaan (2.14) yaitu

$$\mu = \sum_{v=1}^{k} \lambda_v\, (\mu_v), \text{ untuk } v = 1,2,\ldots,k. \tag{2.17}$$

Secara umum, untuk setiap dua titik partisi akan diperoleh satu hampiran sehingga total dari semua hampiran tersebut merupakan hampiran untuk fungsi nonlinear tersebut. Masalah pengoptimuman yang menghampiri Masalah P dapat dilakukan dengan mengganti fungsi f_j dan g_{ij} yang nonlinear dengan fungsi linear sepotong-sepotong. Didefinisikan $L = \{ j \mid f_j$ dan g_{ij} adalah fungsi linear untuk $i = 1,2,\dots,m\}$. Didefinisikan titik-titik partisi x_{vj} untuk $v = 1,2,\dots,k_j$ pada interval $[a_j, b_j]$ dengan $a_j, b_j \geq 0$ untuk setiap $j \notin L$.

Berdasarkan persamaan (2.16) dengan titik-titik partisi x_{vj} fungsi f_j dan g_{ij} untuk $i = 1,2,\dots,m$; $j \notin L$, maka diperoleh hampiran-hampiran linearnya yaitu

$$\hat{f}_j(x_j) = \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} f_j(x_{vj}) \text{ untuk } j \notin L \tag{2.18}$$

$$\hat{g}_{ij}(x_j) = \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} g_{ij}(x_{vj}) \;\; (i = 1,2,\dots,m \,;\, j \notin L) \tag{2.19a}$$

dengan $\sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} = 1$ untuk $j \notin L$ (2.19b)

$$\lambda_{vj} \geq 0 \text{ untuk } v = 1,2,\dots,k_j \,;\, j \notin L \tag{2.19c}$$

dengan x_j yang diperoleh berdasarkan pada persamaan (2.17) yaitu

$$x_j = \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj}(x_{vj}) \tag{2.20}$$

Untuk mempermudah penulisan, Hampiran Masalah P ditulis dengan Masalah AP. Berdasarkan persamaan (2.18), Masalah AP dapat didefinisikan sebagai berikut (M. S. Bazaraa, 2006: 686)

Masalah AP

Memaksimalkan/Meminimalkan

$$Z = \sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j) \tag{2.21}$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \notin L} \hat{g}_{ij}(x_j)\ (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1,2, \dots, m) \tag{2.22a}$$

$$x_j \geq 0, \text{ untuk } j = 1,2, \dots, n \text{ dan } j \notin L \tag{2.22b}$$

perhatikan bahwa fungsi objektif dan fungsi kendala pada Masalah AP adalah fungsi linear sepotong-sepotong.

Berdasarkan persamaan (2.18) dan (2.19), Masalah AP dapat ditulis ulang sebagai Masalah LAP yang dapat dituliskan sebagai berikut

Masalah LAP

Memaksimalkan/Meminimalkan

$$Z = \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} f_j(x_{vj}) \tag{2.23}$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} g_{ij}(x_{vj})\ (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1,2, \dots, m) \tag{2.24a}$$

$$\sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} = 1 \text{ untuk } j \notin L \tag{2.24b}$$

$$\lambda_{vj} \geq 0 \text{ untuk } v = 1,2, \dots, k_j\ ;\ j \notin L. \tag{2.24c}$$

$x_j \geq 0$ untuk $j \in L$. (2.24d)

3. Langkah penyelesaian *Separable Programming*

a. Memodelkan suatu masalah sehingga diperoleh fungsi tujuan f_j nonlinear dan fungsi kendala g_{ij} yang mempunyai bentuk nonlinear atau linear.

b. Fungsi-fungsi nonlinear tersebut harus dipisahkan menjadi fungsi-fungsi yang hanya memuat satu variabel yang dituliskan sebagai Masalah P.

c. Untuk mengubah fungsi yang sebelumnya berbentuk nonlinear menjadi bentuk linear yaitu dengan menggunakan hampiran linear sepotong-sepotong dengan Formulasi Lamda. Berdasarkan fungsi kendala, akan dibentuk interval $[a_j, b_j]$. Interval tersebut dipartisi menjadi interval-interval yang lebih kecil, dengan titik partisi $a_j = x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{vj} = b_j$, dengan $v = 1,2, \dots, k$. Selanjutnya akan dicari titik partisi x_{vj} terlebih dahulu pada interval $[a_j, b_j]$.

d. Selanjutnya akan dibentuk Masalah AP yang merupakan hampiran linear dari Masalah P.

e. Mensubstitusikan nilai-nilai yang bersesuaian dengan hasil yang diperoleh dari Masalah AP, yang selanjutnya disebut sebagai Masalah LAP.

f. Setelah terbentuk Masalah LAP dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala linear, selanjutnya diselesaikan dengan metode simpleks.

Untuk mempermudah perhitungan metode simpleks dapat menggunakan bantuan *software* salah satunya yaitu *Excel Solver*.

D. Teori Portofolio

1. Pengertian Portofolio

Menurut Sunariyah (2004 : 194), portofolio adalah serangkaian kombinasi beberapa sekuritas yang diinvestasi dan dipegang oleh investor, baik perorangan maupun lembaga. Sekuritas dapat berupa saham, surat berharga, obligasi, sertifikat dan lain-lain. Portofolio dapat didefinisikan sebagai suatu kombinasi atau gabungan sekumpulan aset dengan mengalokasikan dana pada aset-aset tersebut dengan tujuan memperoleh keuntungan dimasa yang akan datang. Portofolio efisien adalah portofolio memaksimalkan *Expected Return* dengan tingkat risiko tertentu, atau portofolio yang menawarkan risiko terendah dengan *Expected Return* tertentu.

Investasi merupakan penempatan dana pada saat ini dengan harapan memperoleh keuntungan di masa yang akan datang. Pada umumnya, investasi dibedakan menjadi dua yaitu investasi pada *financial assets* dan investasi pada *real assets*. Investasi pada *financial assets* dapat dilakukan di pasar uang, misalnya deposito, *commercial paper*, surat berharga dan lain-lain. Investasi pada *financial assets* dapat dilakukan juga di pasar modal misalnya saham, obligasi, waran, opsi dan lain-lain. investasi pada *real assets* diwujudkan dalam bentuk pembelian aset produktif, pendirian pabrik, pembukaan pertambangan, pembukaan perkebunan dan lain-lain (Abdulah Rahman, 2005).

Investor dapat menginvestasikan dananya pada berbagai aset, baik aset yang berisiko maupun aset yang bebas risiko, ataupun kombinasi dari kedua aset tersebut. Aset berisiko adalah aset-aset yang tingkat return aktualnya mengandung ketidakpastian dimasa yang akan datang. Salah satu contoh aset berisiko adalah saham. Aset bebas risiko merupakan aset yang tingkat *return*-nya dimasa yang akan datang sudah dapat dipastikan pada saat ini. Contoh aset bebas risiko adalah obligasi yang diterbitkan oleh pemerintah (ORI), Sertifikat Bank Indonesia (SBI) yang diterbitkan oleh Bank Indonesia. Pilihan investor terhadap aset-aset tersebut tergantung dari sejauh mana preferensi investor terhadap risiko. Preferensi risiko adalah kecenderungan seorang individu untuk memilih keputusan berisiko

Preferensi investor terhadap risiko dibedakan menjadi tiga yaitu investor yang berani mengambil risiko (*risk taker*), investor yang takut atau enggan menanggung risiko (*risk averter*) dan investor yang berani menanggung risiko yang sebanding dengan *return* yang diperolehnya (*risk moderate*). Investor cenderung menghindari risiko (*risk averter*) dalam pembentukan portofolio efisien yang artinya jika seorang investor dihadapkan pada *expected return* yang sama namun risiko yang berbeda maka investor tersebut akan memilih risiko yang terendah. Jika seorang investor dihadapkan risiko yang sama namun *expected return* yang berbeda maka investor akan memilih *expected return* yang tertinggi (Halim, 2003).

Seseorang yang telah mendapat pelatihan dan terbiasa dalam menghadapi risiko akan cenderung berperilaku memilih pilihan yang berisiko dibandingkan dengan orang lain. Tingkat tanggungjawab dapat mempengaruhi keputusan yang diambil apakah berisiko atau cenderung berhati-hati. Status pekerjaan seorang individu juga memegang peranan penting sebagai salah satu faktor yang mempengaruhi besarnya toleransi risiko yang diterima investor. Misalnya investor yang bekerja pada perusahaan yang dipercaya dapat menjamin masa depannya, akan cenderung memilih jenis investasi dengan risiko tidak terlalu tinggi seperti investasi di sektor riil. Sedangkan investor yang bekerja pada perusahaan yang dinilai belum cukup menjamin masa depannya akan lebih memilih investasi dengan *return* yang tinggi seperti saham.

2. Uji Normalitas

Pada dunia investasi, uji normalitas sering digunakan untuk melihat apakah *return* saham berdistribusi normal atau tidak. Saham tersebut dapat dimasukkan dalam portofolio jika *return* saham berdistribusi normal. Tujuan pengujian normalitas dalam *return* saham adalah untuk mengantisipasi terjadinya ketidakstabilan harga, sehingga dikhawatirkan akan mengalami penurunan harga saham yang sangat signifikan dan merugikan investor. Uji normalitas pada SPSS menggunakan pengujian *Kolmogorov-Smirnov*.

Berikut tahap pengujian menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*

a. Hipotesis

H_0 : data dapat diasumsikan normal,

H_1 : data tidak dapat diasumsikan berdistibusi normal

b. Tingkat signifikansi α

c. Statistik uji

Kolmogorov-Smirnov $T = \sup_{X} |F^*(X) - S(X)|$

$F^*(X)$ adalah distribusi kumulatif data sampel

$S(X)$ adalah distribusi kumulatif yang dihipotesakan

d. Kriteria uji

H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

e. Perhitungan

f. Kesimpulan

3. *Return*

Return merupakan hasil yang diperoleh dari investasi. Adanya hubungan positif antara *return* dan risiko dalam berinvestasi yang dikenal dengan *high risk - high return,* yang artinya semakin besar risiko yang ditanggung, semakin besar pula *return* yang diperoleh. Hal ini dimaksudkan sebagai harus ada pertambahan *return* sebagai kompensasi dari pertambahan resiko yang akan ditanggung oleh investor. *Return* dapat berupa *realized return* yang sudah terjadi atau *expected return* yang belum terjadi tetapi diharapkan akan diperoleh pada masa mendatang (Jogiyanto, 2003:205).

Realized return adalah *return* yang sudah terjadi yang dihitung berdasarkan data historis. *Realized return* berguna sebagai dasar perhitungan tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dan risiko dimasa yang akan datang. *Realized return* merupakan salah satu komponen penting dalam dunia bisnis karena merupakan salah satu alat ukur kinerja dari sebuah perusahaan. *Return* ini juga merupakan dasar penentuan *return* ekspektasi dan risiko dimasa mendatang. Menurut kegunaannya *return* realisasi dibagi menjadi 3 macam yaitu *Return Total* (*Net Return*), *Return* Relatif (*Gross Return*), dan *Log return*.

Jika seseorang menginvestasikan dananya pada saham ke-i periode t_1 dengan harga $P_{i(t-1)}$ dan harga pada periode selanjutnya t_2 adalah $P_{i(t-2)}$, maka *return* total pada periode t_1 sampai t_2 adalah $(P_{i(t-2)} - P_{i(t-1)})/P_{i(t-1)}$. *Return* total dapat digambarkan sebagai pendapatan relatif atau tingkat keuntungan (*profit rate*).

Secara umum *return* total antara periode $t-1$ sampai t adalah sebagai berikut (Jogiyanto, 2003: 206)

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{i(t-1)}}{P_{i(t-1)}} \qquad (2.25)$$

dengan

R_{it} = *Return Capital Gain* atau *Capital Loss* saham ke-i pada periode t

P_{it} = Harga penutupan saham ke-i pada periode ke-t

$P_{i(t-1)}$ = Harga penutupan saham ke-i pada periode ke-$(t-1)$

Jika harga investasi sekarang P_{it} lebih tinggi dari harga investasi periode lalu $P_{i(t-1)}$ ini berarti terjadi keuntungan modal *(Capital Gain)*, sebaliknya terjadi kerugian modal (*Capital Loss).*

Nilai *return* total dapat bernilai positif atau negatif, bergantung dari selisih harga sekuritas periode sekarang dan sebelumnya. Investor mendapat keuntungan jika nilai *return* total > 0 (positif) dan mengalami kerugian jika nilai *return* total < 0 (negatif).

Realized return portofolio saham didefinisikan sebagai rata-rata tertimbang dari *return-return realized* setiap saham tunggal di dalam portofolio. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut (Jogiyanto, 2003: 147)

$$R_P = \sum_{i=1}^{n} x_i R_i \tag{2.26}$$

dengan

R_P = *return* portofolio

x_i = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i

R_i = *return* saham ke- i

n = jumlah dari saham tunggal

4. *Expected Return*

Seorang investor mengetahui jika suatu investasi mempunyai risiko, artinya bahwa tingkat keuntungan yang akan diperoleh bersifat tidak pasti. Investor hanya akan mengharapkan untuk memperoleh tingkat keuntungan tertentu. *Expected return* adalah *return* (pengembalian) yang diharapkan akan diperoleh oleh investor pada masa mendatang dan belum terjadi.

Dibandingkan dengan *return* historis, *return* ekspektasi merupakan *return* yang penting karena dapat digunakan sebagai pengambilan keputusan investasi.

a. *Expected Return* Saham Individual

Expected return secara sederhana merupakan rata-rata tertimbang dari berbagai *return*. *Expected return* saham individual dapat menggunakan rumus berikut (Jogiyanto, 2003: 208):

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^{n} R_{it}}{N} \qquad (2.27)$$

dengan

$E(R_i)$ = *Expected return* saham ke- i

R_{it} = *Return* saham ke- i pada periode t

N = Banyaknya *return* yang terjadi pada periode observasi

b. *Expected Return* Portofolio

Expected return portofolio adalah rata-rata tertimbang dari *return-return* ekspetasi masing-masing saham tunggal di dalam portofolio yang dinotasikan $E(R_p)$ dengan persamaan berikut (Jogiyanto, 2003: 254):

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i) \qquad (2.28)$$

dengan

$E(R_p)$ = *Expected return* dari portofolio

$E(R_i)$ = *Expected return* saham ke- i

x_i = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i

n = jumlah dari saham tunggal

5. Risiko

Risiko didefinisikan sebagai besarnya penyimpangan antara tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dengan tingkat pengembalian yang dicapai secara nyata (*realized return*). (Halim, 2003) Semakin besar penyimpangannya maka berarti semakin besar pula tingkat risikonya.

Jika mengacu pada definisi risiko tersebut, maka risiko keuangan didefinisikan sebagai ketidakpastian *return* mendatang dari suatu investasi, atau bahwa investasi mendapatkan hasil yang lebih kecil dari return yang diperkirakan dan kadang menghasilkan suatu kerugian, yaitu *return* yang bernilai negatif. Jenis risiko dapat dikelompokkan menjadi dua yaitu risiko sistematis (*systematic risk*) dan risiko tidak sistematis (*unsystematic risk*). Salah satu pengukur risiko adalah standar deviasi atau varians yang merupakan kuadrat dari standar deviasi. (Jogiyanto, 2003: 256)

a. Risiko Saham Individual

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(R_{it} - E(R_i))^2}{N} \qquad (2.29)$$

dengan

σ_i^2 = risiko saham ke-i

R_{it} = *return* saham i pada periode t

$E(R_i)$ = *Expected return* saham i

N = Banyaknya *return* yang terjadi pada periode observasi

b. Risiko Portofolio

Risiko dapat dianggap sebagai tingkat kerugian tidak terduga yang besarnya tergantung pada portofolio yang dibentuk. Salah satu pengukur risiko adalah standar deviasi atau varians yang merupakan kuadrat dari standar deviasi. Risiko portofolio dapat diukur dengan besarnya varians dari nilai-nilai *return* saham-saham tunggal yang ada di dalamnya (Jogiyanto, 2003: 256).

Banyaknya saham dalam suatu portofolio juga dapat mempengaruhi nilai varians dari risiko. Untuk membentuk suatu portofolio minimal diperlukan dua sekuritas, dimana besar risiko dari kedua sekuritas tersebut dapat dihitung dengan besarnya varians dari nilai-nilai kedua sekuritas yang ada dalam portofolio.

Untuk aktiva sebanyak *n* maka rumus varians untuk portofolio dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \qquad (2.30a)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i x_j cov(R_i R_j) \qquad (2.30b)$$

dengan

σ_p^2 = *Risiko* portofolio

σ_i^2 = *Risiko* saham individual

x_i = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i

x_j = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham j

dengan rumus $cov(R_i R_j)$ sebagai berikut

$$cov(R_i R_j) = \frac{\sum_{t=1}^{n}\{R_{it} - E(R_i)\}\{R_{jt} - E(R_j)\}}{N} \qquad (2.31)$$

dengan

R_{it} = *return* saham i pada periode t

$E(R_i)$ = *Expected return* saham i

R_{jt} = *return* saham j pada periode t

$E(R_j)$ = *Expected return* saham *j*

N = Banyaknya *return* yang terjadi pada periode observasi

$cov(R_i R_j)$ = kovarian *return* antara saham i dengan saham j.

c. Operasi Perpangkatan Bentuk Aljabar

Operasi perpangkatan diartikan sebagai perkalian berulang dengan bilangan yang sama. Hal ini juga berlaku pada perpangkatan bentuk aljabar. Pada perpangkatan bentuk aljabar suku dua, koefisien tiap suku ditentukan menurut segitiga Pascal. Perhatikan barisan segitiga pascal berikut,

$(a+b)^0 \longrightarrow$ 1

$(a+b)^1 \longrightarrow$ 1 1

$(a+b)^2 \longrightarrow$ 1 2 1

$(a+b)^3 \longrightarrow$ 1 3 3 1

$(a+b)^4 \longrightarrow$ 1 4 6 4 1

$(a+b)^5 \longrightarrow$ 1 5 10 10 5 1

Demikian seterusnya untuk $(a+b)^n$ dengan n merupakan bilangan asli. Pangkat dari a (unsur pertama) pada $(a+b)^n$ dimulai dari a^n kemudian berkurang satu demi satu dan terakhir a^1 pada suku ke-n. Sebaliknya, pangkat dari b (unsur kedua) dimulai dengan b^1 pada suku ke-2 yang selanjutnya bertambah satu demi satu dan terakhir b^n pada suku ke-$n+1$.

Berdasarkan barisan segitiga pascal, maka bentuk aljabar suku dua $(a+b)^2$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{2.32}$$

persamaan (2.32) dapat ditulis ulang sebagai berikut

$$ab = \frac{1}{2}(a+b)^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 \tag{2.33}$$

Untuk perkalian lebih dari dua variabel, misalkan perkalian abc. Maka perkalian tersebut dapat dituliskan sebagai berikut

$$abc = \frac{1}{2}[\left(\frac{1}{2}(a+b)^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 + c\right)^2 - \left(\frac{1}{2}(a+b)^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2\right)^2 - c^2]$$

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini, dibahas mengenai pembentukan model beserta penyelesaiannya untuk portofolio optimal menggunakan *Separable Programming* pada harga penutupan saham mingguan Bank Central Asia Tbk. (BBCA) dan Bank Rakyat Indonesia Tbk. (BBRI) periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013.

A. Model Nonlinear Pada Portofolio Optimal

Investor pada umumnya merupakan pihak yang sangat tidak menyukai risiko tetapi menginginkan *return* yang maksimal, sehingga jika dirumuskan sebuah model optimasi akan terdapat dua fungsi objektif yang dipertimbangkan investor yaitu memaksimumkan nilai *expected return* dan meminimumkan risiko. Teori dasar pemilihan portofolio pertama kali dicetuskan oleh Harry Markowitz (1952). Pemilihan portofolio membahas permasalahan bagaimana menghasilkan dana agar penanaman tersebut dapat memberi keuntungan yang terbanyak dengan risiko yang kecil.

Tidak semua model optimasi untuk penyusunan portofolio dapat diselesaikan menggunakan pemrograman linear. Terdapat beberapa hal yang menyebabkan suatu model pembentukan portofolio yang hanya dapat diselesaikan menggunakan pemrograman nonlinear. *Separable Programming* merupakan salah satu metode penyelesaian masalah nonlinear menjadi model linear yang selanjutnya diselesaikan dengan metode simpleks. Dalam model *Mean Variance Markowitz* terdapat dua macam model dalam menentukan proporsi dana yaitu meminimumkan risiko dengan menetapkan expected return terlebih dahulu dan memaksimumkan expected return dengan mepertahankan risiko pada tingkat tertentu.

Selanjutnya berikut akan dilakukan pembentukan model nonlinear pada portofolio optimal yang mengkombinasikan dua fungsi tujuan yaitu memaksimumkan *expected return* dan meminimumkan risikonya. Didefinisikan variabel keputusan x_i $(i = 1, 2, \dots, n)$ menyatakan banyaknya proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i. $R(x)$ sebagai *expected return* portofolio yang merupakan total dari *expected return* masing-masing saham. Jadi berdasarkan persamaan (2.28), $R(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$R(x) = \sum_{j=1}^{n} E(R_i)x_i \; . \tag{3.1}$$

Didefinisikan $V(x)$ sebagai risiko portofolio yang merupakan total dari risiko masing-masing saham. Berdasarkan persamaan (2.30a), $V(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \; . \tag{3.2}$$

Sebuah model pemrograman nonlinier pada portofolio yang memaksimalkan *Expected return* dengan tingkat risiko tertentu, di mana parameter β merupakan konstanta tak negatif yang mengukur tingkat keinginan investor terhadap hubungan antara *Expected return* dan risikonya. Untuk $\beta = 0$, artinya risiko diabaikan. Dinyatakan apabila nilai β yang diambil besar artinya investor sangat memperhatikan risiko dan ingin meminimalkan risikonya. Nilai untuk β yaitu $0 < \beta \leq 1$. Model pemrograman nonlinear untuk portofolio yang bertujuan memaksimalkan *Expected return* dengan tingkat risiko tertentu dapat diformulasikan sebagai berikut (Frederick S, 2001: 658)

Memaksimumkan

$$f(x) = R(x) - \beta V(x) \tag{3.3}$$

Berdasarkan persamaan (3.1) dan (3.2), maka persamaan (3.3) dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} E(R_i)x_i - \beta(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}) \tag{3.4}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leq B \tag{3.5a}$$

dan $x_j \geq 0$, untuk $j = 1,2, \ldots, n$ (3.5b)

dengan *B* adalah jumlah dana yang dianggarkan untuk portofolio.

Berdasarkan persamaan (3.1), (3.2), dan (2.30b), maka persamaan (3.4) dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x) = R(x) - \beta V(x)$$

$$= E(R_p) - \beta(\sigma_p^2)$$

$$= \left[\sum_{j=1}^{n} E(R_i)x_i\right] - \beta\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} x_i x_j\, cov(R_i R_j)\right] \tag{3.6}$$

Persamaan (3.6) merupakan model portofolio optimal nonlinear dengan kendala pada persamaan (3.5).

B. Penerapan Model Pada Investasi Saham BBCA dan BBRI

1. Deskripsi data

Objek penelitian pada studi kasus ini adalah data harga penutupan saham mingguan Bank Central Asia Tbk. (BBCA) dan Bank Rakyat Indonesia Tbk. (BBRI) periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 yang diambil dari *yahoofinance.com*. Investasi di bidang perbankan merupakan salah satu pilihan bagi para investor yang ingin memutarkan dananya melalui bursa saham. Investor berharap dengan adanya selisih dari harga saham saat harga beli dan harga jual akan mendapat keuntungan yang besar dan dalam waktu singkat.

Penelitian ini akan dipilih saham di bidang perbankan karena bank sangat berpengaruh dalam perekonomian negara dan akan lebih mudah dalam menjual kembali saham apabila kondisi darurat investor membutuhkan dana segar. Investor akan menginvestasikan dananya kepada dua saham dibidang perbankan yaitu BBCA dan BBRI. Alasan investor memilih dua saham tersebut dalam investasinya yaitu karena kedua saham tersebut merupakan perusahaan besar yang ada di Indonesia. BBCA merupakan bank swasta yang bertaraf internasional. BBCA selalu menawarkan beragam solusi finansial dengan layanan transaksi perbankan untuk berbagai kalangan dan rentang usia. Melalui beragam produk dan layanan yang berkualitas dan tepat sasaran, solusi finansial BCA mendukung perkembangan setiap jenis usaha yang dimiliki nasabah, baik bisnis berskala besar maupun berskala besar.

BBRI merupakan salah satu bank milik pemerintah yang terbesar di Indonesia. BBRI mampu menjadi penggerak ekonomi pedesaan. Persebaran cabang hingga kepelosok Indonesia membuat BBRI berbeda dari bank lainnya. Harga penutupan dari saham BBCA dan BBRI dapat dilihat pada Lampiran I.

2. Uji Normalitas *Return* Saham BBCA dan BBRI

Data sekunder yang telah diperoleh harus diuji terlebih dahulu untuk mengetahui karakteristik dari data sekunder tersebut. Salah satu jenis pengujian yang dilakukan yaitu uji normalitas data. Pengujian normalitas bertujuan untuk mengetahui suatu distribusi data normal atau tidak. Maksud dari data berdistribusi normal adalah bahwa data akan mengikuti bentuk distribusi normal. Uji normalitas yang digunakan dalam skripsi ini yaitu uji *Kolmogorov Smirnov* dengan menggunakan software SPSS.

Uji Kolmogorov Smirnov adalah pengujian normalitas yang banyak dipakai, terutama setelah adanya banyak program statistik yang beredar. Kelebihan dari uji ini adalah sederhana dan tidak menimbulkan perbedaan persepsi di antara satu pengamat dengan pengamat yang lain, yang sering terjadi pada uji normalitas dengan menggunakan grafik.

Pada dunia investasi, uji normalitas sering digunakan untuk melihat apakah *return* saham berdistribusi normal atau tidak, karena saham tersebut dapat dimasukkan dalam portofolio jika *return* saham berdistribusi normal. Tujuan pengujian normalitas dalam *return* saham adalah untuk mengantisipasi terjadinya ketidakstabilan harga, sehingga dikhawatirkan akan mengalami penurunan harga saham yang sangat signifikan dan merugikan investor.

Selanjutnya akan dilakukan Uji Normalitas *Kolmogorov-Smirnov* terhadap *return* saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 untuk melihat *return* saham memenuhi asumsi berdistribusi normal atau tidak. Hasil uji normalitas menggunakan *Software SPSS* dapat dilihat pada Lampiran III.

Taraf signifikansi merupakan tingkat kepercayaan dalam pengambilan keputusan hipotesis. Pada umumnya, taraf signifikansi yang digunakan dalam penelitian yaitu 0,05, 0,01 dan 0,1. Pada penelitian ini diambil taraf signifikansi 0,05. Berdasarkan output dapat diketahui bahwa nilai signifikansi pada BBCA yaitu 0,775 > 0,05 yang berarti data diasumsikan berdistribusi normal, sementara nilai signifikansi pada BBRI yaitu 0,789 > 0,05 yang berarti data diasumsikan berdistribusi normal. Jadi dapat disimpulkan bahwa data saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 berdistribusi normal.

3. *Return*, *Excpected Return* dan *Risiko* saham BBCA dan BBRI

a) *Return*

Untuk mencari *return* saham portofolio menggunakan persamaan (2.25). Hasil perhitungan *return* dari saham BBCA dan BBRI terdapat pada Lampiran II.

Dari perhitungan *return* dari saham BBCA dan BBRI diperoleh Total *return* untuk masing-masing saham yaitu

Tabel 1. Total *Return*

No.	Saham	Total *Return*
1.	BBCA	0,372977
2.	BBRI	0,386766

b) *Excpected Return*

Perhitungan *Expected Return* dapat menggunakan persamaan (2.27) dan hasil dari Tabel 1. Jadi diperoleh *Expected Return* untuk masing-masing saham sebagai berikut

Tabel 2. *Expected Return*

No.	Saham	*Expected Return*
1.	BBCA	0,00666
2.	BBRI	0,006907

c) Risiko

Risiko saham individual dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.29) dan kovarian *return* antara saham BBCA dengan BBRI dapat dicari dengan menggunakan persamaan (2.31). Sehingga diperoleh

Tabel 3. *Risiko dan kovarian*

No.	Saham	*Risiko*	*Kovarian*
1.	BBCA	0,00106	0,000546
2.	BBRI	0,001538	

4. Model nonlinear portofolio optimal pada investasi saham BBCA dan BBRI

Diilustrasikan seorang investor mempunyai dana sebesar Rp 65.000.000,00 yang rencananya akan dinvestasikan semua dananya kepada dua perusahaan besar di bidang perbankan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia. Investor adalah seorang pemula dalam hal berinvestasi dan termasuk dalam kategori *risk averter* yang artinya investor kurang berani dalam mengambil risiko. Dinyatakan apabila nilai β yang diambil besar artinya investor sangat memperhatikan risiko dan ingin meminimalkan risikonya. Pada skripsi ini dipilih $\beta = 1$ karena diasumsikan investor sangat memperhatikan risiko dan ingin meminimalkan risikonya. Variabel x_1 menyatakan banyaknya proporsi dana yang akan diinvestasikan di BBCA, variabel x_2 menyatakan banyaknya proporsi dana yang akan diinvestasikan di BBRI.

Berdasarkan persamaan (2.30b), persamaan (3.6) dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x) = [\sum E(R_i)x_i] - \beta\left[\sum x_i^2\sigma_i^2 + 2x_ix_j\,cov(R_iR_j)\right], \qquad (3.7)$$

untuk $i = 1,\ j = 2$.

Berdasarkan persamaan (3.7), Tabel 2 dan Tabel 3, maka diperoleh

$$f(x) = [0{,}00666x_1 + 0{,}006907x_2] - \beta[0{,}00106x_1^2 + 0{,}001538x_2^2 + 2x_1x_2\ (0{,}000546)] \qquad (3.8)$$

berdasarkan persamaan (2.33), maka persamaan (3.8) dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x) = [0{,}00666x_1 + 0{,}006907x_2] - \beta\left[0{,}00106x_1^2 + 0{,}001538x_2^2 + 2(\tfrac{1}{2}(x_1 + x_2)^2 - \tfrac{1}{2}x_1^2 - \tfrac{1}{2}x_2^2)(0{,}000546)\right] \quad (3.9)$$

persamaan (3.9) dapat dituliskan ulang sebagai berikut

$$f(x) = [0{,}00666x_1 + 0{,}006907x_2] - \beta[0{,}00106x_1^2 + 0{,}001538x_2^2 + ((x_1 + x_2)^2 - x_1^2 - x_2^2)(0{,}000546)]$$

$$= [0{,}00666x_1 + 0{,}006907x_2] - \beta[0{,}000514x_1^2 + 0{,}000992x_2^2 + 0{,}000546\,(x_1 + x_2)^2] \quad (3.10)$$

Misal $x_1 + x_2 = x_3$, maka persamaan (3.10) dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x) = 0{,}00666x_1 + 0{,}006907x_2 - \beta[0{,}000514x_1^2 + 0{,}000992x_2^2 + 0{,}000546x_3^2]. \quad (3.11)$$

Berdasarkan persamaan (2.10), persamaan (3.11) dengan $\beta = 1$ dapat ditulis sebagai berikut

$$f_j(x_j) = 0{,}00666x_1 - 0{,}000514x_1^2 + 0{,}006907x_2 - 0{,}000992x_2^2 - 0{,}000546x_3^2 \quad (3.12)$$

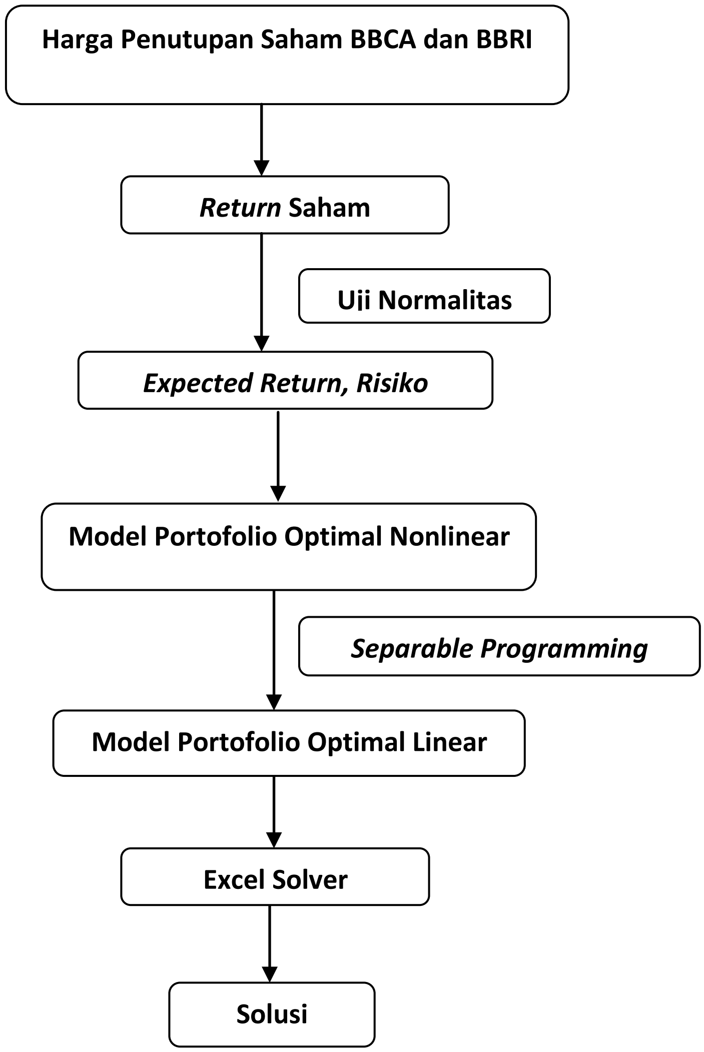
Seorang investor akan menggunakan semua dananya pada investasi seperti yang sudah diilustrasikan sebelumnya. Selanjutnya untuk mempermudah perhitungan, dana tersebut dibagi dengan 10.000.000. Berdasarkan persamaan (2.11) dan (3.5) fungsi kendala dapat dituliskan sebagai berikut ini

$$x_1 + x_2 = 6{,}5 \quad (3.13a)$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0 \tag{3.13b}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0\ ;\ j = 1,2,3;\ \beta = 1 \tag{3.13c}$$

Fungsi tujuan pada persamaan (3.12) dengan kendala (3.13) merupakan model portofolio optimal nonlinear pada harga penutupan saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013. Bagan penyelesaian model nonlinear menggunakan *Separable Programming* pada portofolio optimal dapat dilihat bagan berikut.



Gambar 5. Bagan penyelesaian model nonlinear menggunakan *Separable Programming* pada portofolio optimal

C. Penyelesaian Model Menggunakan *Separable Programming*

Selanjutnya model akan diselesaikan menggunakan *Separable Programming* dengan langkah-langkah sebagai berikut

1. Pembentukan *Fungsi Separable*

Berdasarkan persamaan (2.12), persamaan (3.12) merupakan Masalah P dengan fungsi-fungsi sebagai berikut

$$f_1(x_1) = 0{,}00666x_1 - 0{,}000514x_1^2 \quad (3.14a)$$

$$f_2(x_2) = 0{,}006907x_2 - 0{,}000992x_2^2 \quad (3.14b)$$

$$f_3(x_3) = -0{,}000546x_3^2 \quad (3.14c)$$

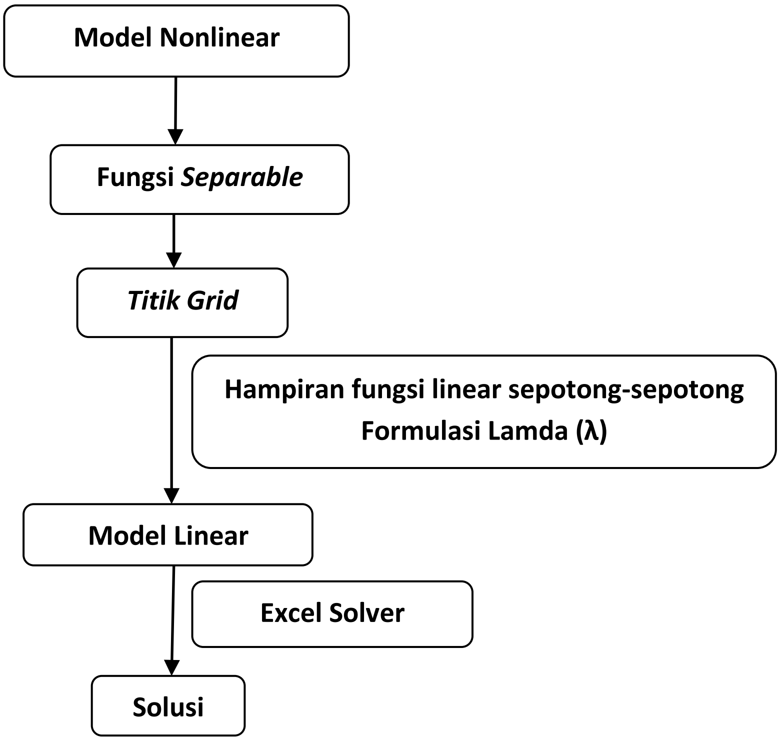
Grafik untuk persamaan (3.14) dapat dilihat pada Lampiran IV. Berdasarkan persamaan (2.13) dan (3.13), fungsi tujuan (3.14) mempunyai kendala sebagai berikut

$$g_{11}(x_1) = x_1 \ , \qquad g_{12}(x_2) = x_2 \quad (3.15a)$$

$$g_{21}(x_1) = x_1 \ , \qquad g_{22}(x_2) = x_2 \ , \qquad g_{23}(x_3) = -x_3 \quad (3.15b)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \ ; \ j = 1,2,3 \quad (3.15c)$$

Jadi persamaan (3.14) dan (3.15) merupakan Masalah P yang sudah dipisahkankan menjadi fungsi-fungsi yang hanya memuat satu variabel. Bagan penyelesaian optimasi nonlinear menggunakan *Separable Programming* dapat dilihat pada bagan berikut.



Gambar 6. Bagan penyelesaian optimasi nonlinear menggunakan *Separable Programming*

2. Menentukan titik partisi

Sebelum melakukan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong untuk $f_j(x_{vj})$ dan $g_{ij}(x_{vj})$ perlu ditentukan a_j dan b_j untuk $j = 1,2, \dots, n$ sedemikian sehingga nilai pada solusi optimal akan memenuhi $a_j \leq x_{vj} \leq b_j$. Interval $[a_j, b_j]$ dibentuk berdasarkan fungsi kendala yang ada. Selanjutnya pilih titik partisi x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{kj} dengan

$$a_j = x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{vj} = b_j \quad \text{dengan } v = 1,2, \dots, k \tag{3.16}$$

Berdasarkan persamaan (3.16) akan dipilih 13 titik partisi untuk mempermudah perhitungan $(v = 1,2, \dots, 13;\ j = 1,2,3)$ dengan interval [0; 6,5] untuk setiap variabel dengan titik partisi 0;1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5;

5; 5,5; 6 dan 6,5 sehingga diperoleh nilai-nilai x_{vj} untuk 13 titik partisi tersebut yaitu sebagai berikut

$$x_{11} = 0, x_{21} = 1, x_{31} = 1{,}5,\ x_{41} = 2,\ x_{51} = 2{,}5,\ x_{61} = 3,\ x_{71} = 3{,}5,\ x_{81} = 4,$$
$$x_{91} = 4{,}5, x_{101} = 5, x_{111} = 5{,}5,\ x_{121} = 6,\ x_{131} = 6{,}5, \quad (3.17a)$$
$$x_{12} = 0, x_{22} = 1, x_{32} = 1{,}5,\ x_{42} = 2,\ x_{52} = 2{,}5,\ x_{62} = 3,\ x_{72} = 3{,}5,\ x_{82} = 4,$$
$$x_{92} = 4{,}5, x_{102} = 5, x_{112} = 5{,}5,\ x_{122} = 6,\ x_{132} = 6{,}5, \quad (3.17b)$$
$$x_{13} = 0, x_{23} = 1, x_{33} = 1{,}5,\ x_{43} = 2,\ x_{53} = 2{,}5,\ x_{63} = 3,\ x_{73} = 3{,}5,\ x_{83} = 4,$$
$$x_{93} = 4{,}5, x_{103} = 5, x_{113} = 5{,}5,\ x_{123} = 6,\ x_{133} = 6{,}5, \quad (3.17c)$$

3. Pembentukan model linear dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi lamda

Berdasarkan persamaan (2.18) dan (2.19), Masalah AP yang merupakan hampiran dari Masalah P dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{f}_1(x_1) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) \quad (3.18a)$$
$$\hat{f}_2(x_2) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) \quad (3.18b)$$
$$\hat{f}_3(x_3) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) \quad (3.18c)$$

Dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v1} g_{11}(x_{v1}) \quad (3.19a)$$
$$\hat{g}_{12}(x_2) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v2} g_{12}(x_{v2}) \quad (3.19b)$$
$$\hat{g}_{21}(x_1) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v1} g_{21}(x_{v1}) \quad (3.19c)$$
$$\hat{g}_{22}(x_2) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v2} g_{22}(x_{v2}) \quad (3.19d)$$
$$\hat{g}_{23}(x_3) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v3} g_{23}(x_{v3}) \quad (3.19e)$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} + \lambda_{61} + \lambda_{71} + \lambda_{81} + \lambda_{91} + \lambda_{101} + \lambda_{111} + \lambda_{121} + \lambda_{131} = 1 \quad (3.20a)$$

$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} + \lambda_{62} + \lambda_{72} + \lambda_{82} + \lambda_{92} + \lambda_{102} + \lambda_{112} + \lambda_{122} + \lambda_{132} = 1$ (3.20b)

$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} + \lambda_{63} + \lambda_{73} + \lambda_{83} + \lambda_{93} + \lambda_{103} + \lambda_{113} + \lambda_{123} + \lambda_{133} = 1$ (3.20c)

$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3} \geq 0$ untuk $v = 1,2, \ldots ,13$ (3.20d)

dengan x_j yang diperoleh berdasarkan pada persamaan (2.20) yaitu

$x_1 = 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1{,}5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2{,}5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3{,}5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4{,}5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5{,}5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6{,}5\lambda_{131}$ (3.21a)

$x_2 = 0\lambda_{12} + 1{,}5\lambda_{22} + 1{,}5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2{,}5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3{,}5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4{,}5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5{,}5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6{,}5\lambda_{132}$ (3.21b)

$x_3 = 0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 1{,}5\lambda_{33} + 2\lambda_{43} + 2{,}5\lambda_{53} + 3\lambda_{63} + 3{,}5\lambda_{73} + 4\lambda_{83} + 4{,}5\lambda_{93} + 5\lambda_{103} + 5{,}5\lambda_{113} + 6\lambda_{123} + 6{,}5\lambda_{133}$ (3.21c)

Berdasarkan persamaan (2.21), fungsi tujuan Masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j) = \hat{f}_1(x_1) + \hat{f}_2(x_2) + \hat{f}_3(x_3) \quad (3.22)$$

berdasarkan persamaan (3.18), persamaan (3.22) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_{vj}) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) + \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) + \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) \quad (3.23)$$

berdasarkan persamaan (2.23), persamaan (3.23) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{f}_j(x_{vj}) = [\lambda_{11} f_1(x_{11}) + \cdots + \lambda_{131} f_1(x_{131})] + [\lambda_{12} f_2(x_{12}) + \cdots + \lambda_{132} f_2(x_{132})] + [\lambda_{13} f_3(x_{13}) + \cdots + \lambda_{133} f_3(x_{133})] \quad (3.24)$$

Nilai untuk $f_j(x_{vj})$ dan $g_{ij}(x_{vj})$ dengan titik partisi x_{vj} dapat dilihat pada Lampiran V yang dihitung dengan menggunakan bantuan *Software Excel*. Berdasarkan persamaan (3.14), (3.15) dan Lampiran V diperoleh tabel sebagai berikut

Tabel 4. Nilai untuk $f_j(x_{vj})$ dan $g_{ij}(x_{vj})$ dengan titik partisi x_{vj}

x_{vj}	Fungsi							
	$f_1(x_{v1})$	$f_2(x_{v2})$	$f_3(x_{v3})$	$g_{11}(x_{v1})$	$g_{12}(x_{v2})$	$g_{21}(x_{v1})$	$g_{22}(x_{v2})$	$g_{23}(x_{v3})$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,006146	0,005915	-0,00055	1	1	1	1	-1
1,5	0,008834	0,008129	-0,00123	1,5	1,5	1,5	1,5	-1,5
2	0,011264	0,009846	-0,00218	2	2	2	2	-2
2,5	0,013438	0,011068	-0,00341	2,5	2,5	2,5	2,5	-2,5
3	0,015354	0,011793	-0,00491	3	3	3	3	-3
3,5	0,017014	0,012023	-0,00669	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
4	0,018416	0,011756	-0,00874	4	4	4	4	-4
4,5	0,019562	0,010994	-0,01106	4,5	4,5	4,5	4,5	-4,5
5	0,02045	0,009735	-0,01365	5	5	5	5	-5
5,5	0,021082	0,007981	-0,01652	5,5	5,5	5,5	5,5	-5,5
6	0,021456	0,00573	-0,01966	6	6	6	6	-6
6,5	0,021574	0,002983	-0,02307	6,5	6,5	6,5	6,5	-6,5

Berdasarkan persamaan (3.24) dan Tabel 4, substitusikan nilai dari $f_j(x_{vj})$ sehingga diperoleh hampiran fungsi tujuan linear sebagai berikut

$$\hat{f}_j(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 0{,}006146\lambda_{21} + 0{,}008834\lambda_{31} + 0{,}011264\lambda_{41} + 0{,}013438\lambda_{51} + 0{,}015354\lambda_{61} + 0{,}017014\lambda_{71} + 0{,}018416\lambda_{81} + 0{,}019562\lambda_{91} + 0{,}02045\lambda_{101} + 0{,}021082\lambda_{111} + 0{,}021456\lambda_{121} +$$

$$0{,}021574\lambda_{131}] + [0\lambda_{12} + 0{,}005915\lambda_{22} + 0{,}008129\lambda_{32} + 0{,}009846\lambda_{42} + 0{,}011068\lambda_{52} + 0{,}011793\lambda_{62} + 0{,}012023\lambda_{72} + 0{,}011756\lambda_{82} + 0{,}010994\lambda_{92} + 0{,}009735\lambda_{102} + 0{,}007981\lambda_{112} + 0{,}005736\lambda_{122} + 0{,}002983\lambda_{132}] + [-0\lambda_{13} - 0{,}00055\lambda_{23} - 0{,}00123\lambda_{33} - 0{,}00218\lambda_{43} - 0{,}00341\lambda_{53} - 0{,}00491\lambda_{63} - 0{,}00669\lambda_{73} - 0{,}00874\lambda_{83} - 0{,}01106\lambda_{93} - 0{,}01365\lambda_{103} - 0{,}01652\lambda_{113} - 0{,}01966\lambda_{123} - 0{,}02307\lambda_{133}] \quad (3.25)$$

Berdasarkan persamaan (2.22a), fungsi kendala untuk Masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j\notin L} \hat{g}_{1j}(x_j) = \hat{g}_{11}(x_1) + \hat{g}_{12}(x_2) \le b_1 \quad (3.26a)$$

$$\sum_{j\notin L} \hat{g}_{2j}(x_j) = \hat{g}_{21}(x_1) + \hat{g}_{22}(x_2) + \hat{g}_{23}(x_3) \le b_2 \quad (3.26b)$$

berdasarkan persamaan (3.19), persamaan (3.26) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j\notin L} \hat{g}_{1j}(x_{vj}) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v1} g_{11}(x_{v1}) + \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v2} g_{12}(x_{v2}) \le b_1 \quad (3.27a)$$

$$\sum_{j\notin L} \hat{g}_{2j}(x_{vj}) = \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v1} g_{21}(x_{v1}) + \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v2} g_{22}(x_{v2}) + \sum_{v=1}^{13} \lambda_{v3} g_{23}(x_{v3}) \le b_2 \quad (3.27b)$$

berdasarkan persamaan (2.24a), persamaan (3.27) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [\lambda_{11} g_{11}(x_{11}) + \cdots + \lambda_{131} g_{11}(x_{131})] + [\lambda_{12} g_{12}(x_{12}) + \cdots + \lambda_{132} g_{12}(x_{132})] \quad (3.28a)$$

$$\hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [\lambda_{11} g_{21}(x_{21}) + \cdots + \lambda_{131} g_{21}(x_{131})] + [\lambda_{12} g_{22}(x_{12}) + \cdots + \lambda_{132} g_{22}(x_{132})] + [\lambda_{11} g_{23}(x_{11}) + \cdots + \lambda_{131} g_{23}(x_{131})] \quad (3.28b)$$

Berdasarkan persamaan (3.28) dan Tabel 4, substitusikan nilai dari $g_{ij}(x_{vj})$ sehingga diperoleh hampiran fungsi kendala linear sebagai berikut

$$\hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1{,}5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2{,}5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3{,}5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4{,}5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5{,}5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6{,}5\lambda_{131}] + [0\lambda_{12} + 1{,}5\lambda_{22} + 1{,}5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2{,}5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3{,}5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4{,}5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5{,}5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6{,}5\lambda_{132}] = 6{,}5 \quad (3.29a)$$

$$\hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1{,}5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2{,}5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3{,}5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4{,}5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5{,}5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6{,}5\lambda_{131}] + [0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 1{,}5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2{,}5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3{,}5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4{,}5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5{,}5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6{,}5\lambda_{132}] + [-0\lambda_{13} - 1\lambda_{23} - 1{,}5\lambda_{33} - 2\lambda_{43} - 2{,}5\lambda_{53} - 3\lambda_{63} - 3{,}5\lambda_{73} - 4\lambda_{83} - 4{,}5\lambda_{93} - 5\lambda_{103} - 5{,}5\lambda_{113} - 6\lambda_{123} - 6{,}5\lambda_{133}] = 0 \quad (3.29b)$$

Jadi berdasarkan persamaan (3.20), (3.25) dan (3.29) diperoleh pemrograman linear dengan fungsi-fungsi linear sebagai berikut

$$\hat{f}_j(x_{vj}) = 0\lambda_{11} + 0{,}006146\lambda_{21} + 0{,}008834\lambda_{31} + 0{,}011264\lambda_{41} + 0{,}013438\lambda_{51} + 0{,}015354\lambda_{61} + 0{,}017014\lambda_{71} + 0{,}018416\lambda_{81} + 0{,}019562\lambda_{91} + 0{,}02045\lambda_{101} + 0{,}021082\lambda_{111} + 0{,}021456\lambda_{121} + 0{,}021574\lambda_{131} + 0\lambda_{12} + 0{,}005915\lambda_{22} + 0{,}008129\lambda_{32} + 0{,}009846\lambda_{42} + 0{,}011068\lambda_{52} + 0{,}011793\lambda_{62} + 0{,}012023\lambda_{72} + 0{,}011756\lambda_{82} + 0{,}010994\lambda_{92} + 0{,}009735\lambda_{102} + 0{,}007981\lambda_{112} + 0{,}005736\lambda_{122} + 0{,}002983\lambda_{132} - 0\lambda_{13} - 0{,}00055\lambda_{23} - 0{,}00123\lambda_{33} - 0{,}00218\lambda_{43} - 0{,}00341\lambda_{53} - 0{,}00491\lambda_{63} -$$

$$0{,}00669\lambda_{73} - 0{,}00874\lambda_{83} - 0{,}01106\lambda_{93} - 0{,}01365\lambda_{103} - 0{,}01652\lambda_{113} - 0{,}01966\lambda_{123} - 0{,}02307\lambda_{133}$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{1j}(x_{vj}) = 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1{,}5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2{,}5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3{,}5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4{,}5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5{,}5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6{,}5\lambda_{131} + 0\lambda_{12} + 1{,}5\lambda_{22} + 1{,}5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2{,}5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3{,}5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4{,}5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5{,}5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6{,}5\lambda_{132} = 6{,}5$$

$$\hat{g}_{2j}(x_{vj}) = 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1{,}5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2{,}5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3{,}5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4{,}5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5{,}5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6{,}5\lambda_{131} + 0\lambda_{12} + 1{,}5\lambda_{22} + 1{,}5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2{,}5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3{,}5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4{,}5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5{,}5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6{,}5\lambda_{132} - 0\lambda_{13} - 1\lambda_{23} - 1{,}5\lambda_{33} - 2\lambda_{43} - 2{,}5\lambda_{53} - 3\lambda_{63} - 3{,}5\lambda_{73} - 4\lambda_{83} - 4{,}5\lambda_{93} - 5\lambda_{103} - 5{,}5\lambda_{113} - 6\lambda_{123} - 6{,}5\lambda_{133} = 0$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} + \lambda_{61} + \lambda_{71} + \lambda_{81} + \lambda_{91} + \lambda_{101} + \lambda_{111} + \lambda_{121} + \lambda_{131} = 1$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} + \lambda_{62} + \lambda_{72} + \lambda_{82} + \lambda_{92} + \lambda_{102} + \lambda_{112} + \lambda_{122} + \lambda_{132} = 1$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} + \lambda_{63} + \lambda_{73} + \lambda_{83} + \lambda_{93} + \lambda_{103} + \lambda_{113} + \lambda_{123} + \lambda_{133} = 1$$

$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3} \geq 0$ untuk $v = 1,2, \dots ,13$ (3.30)

Dari fungsi tujuan dan fungsi kendala linear yang diperoleh pada persamaan (3.30), maka dapat diketahui bahwa terdapat 39 variabel dan 5 kendala.

4. Perhitungan menggunakan *excel solver*

Variabel yang digunakan pada persamaan (3.30) sebanyak 39 variabel. Akan kesulitan jika diselesaikan menggunakan metode simpleks biasa. Jadi untuk mempermudah perhitungan, model linear pada persamaan (3.30) akan diselesaikan menggunakan *software excel solver*. Langkah-langkah penyelesaian menggunakan *excel solver* dapat dilihat pada Lampiran VI.

5. Menentukan Keuntungan Optimal dan Proporsi Dana

Hasil Output *Sheet Answer Report* dapat dilihat pada lampiran VII. Diinterpretasikan untuk $X11 = \lambda_{11}, X21 = \lambda_{21}, \dots, X133 = \lambda_{133}$. Berdasarkan output diperoleh nilai dari $\lambda_{81} = 1$, $\lambda_{52} = 1$, $\lambda_{133} = 1$.

Berdasarkan persamaan (3.21) dapat diperoleh nilai x_1, x_2, dan x_3 sebagai berikut

$$x_1 = 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1{,}5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2{,}5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3{,}5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4{,}5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5{,}5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6{,}5\lambda_{131} = 4(1) = 4$$

$$x_2 = 0\lambda_{12} + 1{,}5\lambda_{22} + 1{,}5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2{,}5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3{,}5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4{,}5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5{,}5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6{,}5\lambda_{132} = 2{,}5(1) = 2{,}5$$

$$x_3 = 0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 1{,}5\lambda_{33} + 2\lambda_{43} + 2{,}5\lambda_{53} + 3\lambda_{63} + 3{,}5\lambda_{73} + 4\lambda_{83} + 4{,}5\lambda_{93} + 5\lambda_{103} + 5{,}5\lambda_{113} + 6\lambda_{123} + 6{,}5\lambda_{133} = 6{,}5(1) = 6{,}5$$

Untuk mencari keuntungan optimal yang diharapkan investor dengan tingkat risiko tertentu pada investasi saham Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia yaitu dengan mensubstitusikan nilai x_1 dan x_2 pada persamaan (3.12) sehingga diperoleh

$f_j(x_j) = 0{,}00666x_1 - 0{,}000514x_1^2 + 0{,}006907x_2 - 0{,}000992x_2^2 - 0{,}000546x_3^2 = 0{,}00666(4) - 0{,}000514(4)^2 + 0{,}006907(2{,}5) - 0{,}000992(2{,}5)^2 - 0{,}000546(6{,}5)^2 = 0{,}006415$

Model nonlinear pada portofolio optimal saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 diselesaikan menggunakan *Separable Programming* dengan 13 titik partisi menghasilkan nilai $x_1 = 4$; $x_2 = 2{,}5$; $x_1 = 6{,}5$ dan nilai optimumnya yaitu 0,006415. Untuk model nonlinear yang diselesaikan dengan bantuan *Software WinQsb* menghasilkan nilai $x_1 = 4{,}2$; $x_2 = 2{,}3$; $x_1 = 6{,}5$ dan nilai optimumnya yaitu 0,01. Penyelesaian model nonlinear menggunakan *Separable Programming* dan *Software WinQsb* memperoleh hasil yang berbeda. Hal itu dikarenakan penyelesaian model nonlinear mennggunakan *Separable Programming* dipengaruhi oleh banyaknya titik partisi. Untuk penyelesaian model nonlinear menggunakan *Software WinQsb* dapat dilihat pada Lampiran VIII.

Selanjutnya akan dicari proporsi dana yang akan diinvestasikan pada Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia.

Untuk proporsi dana Bank Central Asia diperoleh

$x_1 = 4 \text{ x } 10.000.000 = 40.000.000$

Untuk proporsi dana Bank Rakyat Indonesia diperoleh

$x_2 = 2{,}5 \text{ x } 10.000.000 = 25.000.000$

Investor akan berinvestasi pada dua perusahaan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia dengan dana awal sebesar Rp 65.000.000,00 yang rencananya akan dinvestasikan semua dananya. β merupakan konstanta tak negatif yang mengukur tingkat keinginan investor terhadap hubungan antara *Expected return* dan risikonya. Dinyatakan apabila nilai β yang diambil besar artinya investor sangat memperhatikan risiko dan ingin meminimalkan risikonya. Untuk $\beta = 0$, artinya risiko diabaikan (Frederick S, 2001: 504).

Dalam hal ini dipilih $\beta = 1$ karena diasumsikan investor ingin meminimalkan risikonya. Berdasarkan perhitungan untuk alokasi modal investasi saham Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 keputusan yang diperoleh adalah menginvestasikan dana awal dengan alokasi Rp 40.000.000,00 diinvestasikan di Bank Central Asia dan Rp 25.000.000,00 diinvestasikan di Bank Rakyat Indonesia.

Berikut diberikan tabel untuk nilai $f_j(x_j)$ berdasarkan persamaan (3.11) dan proporsi dana yang dialokasikan jika diberikan nilai β adalah 0,025; 0,15; 0,165 dan 1 pada investasi Saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013.

Tabel 5. Nilai $f_j(x_j)$ untuk proporsi dana yang berbeda

β	Proporsi Dana		$V(x)$	$f_j(x_j)$
	BBCA (x_1)	BBRI (x_2)		
0,025	10.000.000	55.000.000	535.295	433.087
0,15	15.000.000	50.000.000	490.250	424.144
0,165	20.000.000	45.000.000	452.125	365.964
1	40.000.000	25.000.000	374.295	64.150

Berdasarkan sudut pandang dari investor yang berani mengambil risiko artinya investor hanya sedikit memperhatikan risiko pada tingkat $\beta = 0{,}025$, maka keuntungan yang diharapkan sebesar Rp 433.087,00. Apabila dilihat dari sudut pandang investor yang kurang berani dalam mengambil risiko yang artinya investor sangat memperhatikan risiko pada tingkat $\beta = 1$ maka keuntungan yang diharapkan sebesar Rp 64.150,00 pada investasi saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013.

Berdasarkan Tabel 5 diperoleh kesimpulan bahwa pada investasi saham BBCA dan BBRI periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013, apabila nilai β yang diambil besar artinya investor sangat memperhatikan risiko atau kurang berani dalam mengambil risiko, maka keuntungan yang diharapkan menjadi lebih kecil. Sebaliknya, jika nilai β yang diambil kecil artinya investor sedikit memperhatikan risiko atau berani mengambil risiko, maka keuntungan yang diharapkan akan semakin besar.

Setelah didapatkan proporsi dana untuk setiap saham kemudian ditentukan proporsi lembar untuk masing-masing saham yang harus dibeli oleh investor jika investor akan membeli saham tersebut dapat menggunakan rumus sebagai berikut :

$$Lembarsaham = \frac{[Jumlah\ dana\ \times bobot\ \ saham]}{Harga\ \ Penutupan\ \ \ Saham\ Terakhir} \tag{3.31}$$

Berdasarkan persamaan (3.31) diperoleh hasil untuk jumlah lembar saham yang dibeli jika investor akan membeli saham tersebut pada tanggal 24 Juni 2013 sebagai berikut

Tabel 6. Jumlah Lembar Saham yang Dibeli

No.	Saham	Harga Beli 24-06-2013 (Rp)	Lembar
1.	BBCA	10.000	3997
2.	BBRI	7.750	3229

Selanjutnya akan dicari keuntungan yang didapatkan oleh investor apabila saham dijual kembali. Jika investor berencana untuk menjual saham tersebut pada bulan Juli 2013, maka diperoleh keuntungan sebagai berikut

Tabel 7. Keuntungan yang Diperoleh

No.	Saham	Lembar	Selisih Harga	Keuntungan
1.	BBCA	3997	700	2.797.900
2.	BBRI	3229	400	1.453.050
Total				4.250.950

Perhitungan keuntungan yang diperoleh jika saham dijual kembali pada periode 7 Juli 2013, 29 Juli 2013 atau periode 28 April 2014 dapat dilihat pada Lampiran IX dengan hasil sebagai berikut

Tabel 8. Keuntungan yang diperoleh pada periode tertentu

β	Proporsi Dana		$V(x)$	$f_j(x_j)$	7 Juli 2013	29 Juli 2013	28 April 2014
	(x_1)	(x_2)					
0,025	10.000.000	55.000.000	535.295	433.087	-500.000	3.538.800	17.323.100
0,15	15.000.000	50.000.000	490.250	424.144	-750.000	3.360.700	16.336.000
0,165	20.000.000	45.000.000	452.125	365.964	-1.000.000	3.722.400	15.353.800
1	40.000.000	25.000.000	374.295	64.150	-1.998.500	4.250.950	11.423.700

Berdasarkan Tabel 8 dapat diketahui bahwa jika investor akan menjual saham pada periode 7 Juli 2013 akan mengalami kerugian, sedangkan jika investor menjual saham pada periode 29 Juli 2013 atau 28 April 2014 maka akan memperoleh keuntungan yang semakin besar.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut

1. Model nonlinear portofolio optimal pada investasi saham di bidang Perbankan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 dapat dituliskan sebagai berikut

   Memaksimumkan keuntungan yang diharapkan dengan tingkat risiko tertentu

   $f(x) = 0{,}00666x_1 - 0{,}000514x_1^2 + 0{,}006907x_2 - 0{,}000992x_2^2 - 0{,}000546x_3^2$

   dengan kendala

   $x_1 + x_2 = 6{,}5$

   $x_1 + x_2 - x_3 = 0$

   $x_1, x_2, x_3 \geq 0\ ;\ j = 1{,}2{,}3;\ \beta = 1$

   Variabel x_1 menyatakan banyaknya proporsi dana yang akan diinvestasikan di BBCA, variabel x_2 menyatakan banyaknya proporsi dana yang akan diinvestasikan di BBRI. Misal $x_1 + x_2 = x_3$. Pada skripsi ini dipilih $\beta = 1$ karena diasumsikan investor merupakan pemula dalam hal berinvestasi sehingga ingin meminimalkan risikonya. Investor mempunyai dana sebesar Rp 65.000.000,00 yang rencananya akan dinvestasikan semua dananya kepada dua perusahan besar di bidang perbankan yaitu Bank Central Asia dan Bank Rakyat Indonesia.

2. Berdasarkan perhitungan pada pembahasan yang diselesaikan menggunakan *Separable Programming* diperoleh alokasi modal investasi saham sebesar Rp 40.000.000,00 untuk Bank Central Asia dan Rp 25.000.000,00 untuk Bank Rakyat Indonesia. Diilustrasikan investasi sebesar Rp 65.000.000,00. Jika investor menjual sahamnya pada periode Juli 2013 maka keuntungan yang diperoleh yaitu sebesar Rp 4.250.950,00.

B. Saran

Penulisan skripsi ini hanya dibahas mengenai Penyelesaian Portofolio Optimal menggunakan *Separable Programing* dengan mengkombinasikan dua saham individual. Bagi pembaca yang ingin mengkaji lebih lanjut tentang *Separable Programming* dapat membahas portofolio optimal menggunakan *Separable Programing* dengan kondisi *Karush-Kuhn-Tucker* atau dengan metode yang lain yaitu *Cutting Plane*.

DAFTAR PUSTAKA

Abdulah Rahman. (2005). Analisis Portofolio Optimal Pada Saham LQ-45 dengan Pemrograman Nonlinear. *Jurnal Ekonomi Perusahaan.* Vol. 12 No. 2.

Bazaraa M. S., H. D. Sherali and C. M. Shetty. (2006). *Nonlinear Programming.* Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Inc.

Budi Marpaung. (2012). Perbandingan Pendekatan Separable Programming dengan The Kuhn-Tucker Conditions dalam Pemecahan Masalah Nonlinear. *Jurnal Teknik dan Ilmu Komputer*. Vol. 01 No. 2.

Desi Mariani. (2003). *Pemrograman Terpisahkan*. Skripsi : IPB.

George, B. Dantzig and Mukund, N. Thapa. (1997). *Linear Programming : Theory and Extension.* New York : Springer Verlag Inc.

Halim, A. (2003). *Analisis Investasi*. Jakarta: Salemba empat.

Hillier, F.S and Gerald, L. Lieberman. (2001). *Introduction to Operation Research 7th ed.* Singapore : McGraw-Hill, Inc.

Jogiyanto. (2003). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*. Edisi Ketiga. Yogyakarta : BPFE.

Li, Han L. and Tsai, Jung F. (2008). A Distributed Computation Algorithm for Solving Portfolio Problems with Integer Variables. *European Journal of Operation Research* Vol. 186, 882-891.

M. Listiowati. (2013). *Pengaruh Kinerja Keuangan Terhadap Harga Saham Perusahaan Pada Sektor Perbankan Yang Terdaftar Di Bursa Efek Indonesia Periode 2008-2012.* Skripsi : Universitas Widyatama.

Markowitz, Harry. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance.* Vol. 7, No. 1, 77-91.

Purcell, J. Edwin and Valberg, Dale. (1987). *Calculus with Analytic Geometry 5thed*. New York: Prentice-Hall Inc

Putri A. R. (2009). Optimasi Nonlinear dengan Pemrograman Terpisah. *Jurnal Gradien* Vol. 5 No. 1, 434-437.

Sharma, S. (2006). *Applied Nonlinear Programming.* New Delhi : New Age International.

Sinha, S. M. (2006). *Mathematical Programming : Theory and Methods 1nd ed* . New Delhi : Elsevier Inc.

Sanjay, Jain. (2012). Modified Gauss Elimination Technique for Separable Nonlinear Programming. *Jurnal Industrial Mathematics*. Vol. 4 No. 3, 163-170

Sunariyah. (2004). *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal.* Edisi Ketiga. Yogyakarta : UPP AMP YKP

Tandelilin, Eduardus. (2001). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio*. Yogyakarta : BPFE.

Winston, L. W. (2004). *Operation Research : Applications and Algorithms 4th ed.* Duxbury: New York.

http://www.bca.co.id/, diakses pada 27 Juni 2013

http://www.bri.co.id/, diakses pada 27 Juni 2013

http://www.finance.yahoo.com , diakses pada 27 Juni 2013

Historical Price PT. Bank Central Asia Tbk tahun 2012 – 2013. Diakses dari www.yahoofinance.com. Pada tanggal 27 Juni 2013.

Historical Price PT. Bank Rakyat Indonesia Tbk tahun 2012 – 2013. Diakses dari www.yahoofinance.com. Pada tanggal 27 Juni 2013.

LAMPIRAN I

Harga Penutupan Saham Mingguan Periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013 dalam Rupiah

NO.	TANGGAL	BBCA	BBRI
1	01/06/2012	7100	5500
2	04/06/2012	7050	5900
3	11/06/2012	7100	5950
4	18/06/2012	7250	5950
5	25/06/2012	7300	6350
6	02/07/2012	7400	6700
7	09/07/2012	7450	6550
8	16/07/2012	7850	6550
9	23/07/2012	8000	6700
10	30/07/2012	7700	7000
11	06/08/2012	7950	7200
12	13/08/2012	8050	7150
13	20/08/2012	7800	7300
14	27/08/2012	7750	6950
15	03/09/2012	8050	7350
16	10/09/2012	8050	7400
17	17/09/2012	7950	7250
18	24/09/2012	7900	7450
19	01/10/2012	7850	7400
20	08/10/2012	8150	7500
21	15/10/2012	8150	7750
22	22/10/2012	8150	7550
23	29/10/2012	8350	7150
24	05/11/2012	8550	7250
25	12/11/2012	9050	7250
26	19/11/2012	9050	7050
27	26/11/2012	8800	7050
28	03/12/2012	8800	7050
29	10/12/2012	9250	7000
30	17/12/2012	8900	6950
31	24/12/2012	9200	6950
32	31/12/2012	9150	7350
33	07/01/2013	8850	7450
34	14/01/2013	9500	8000
35	21/01/2013	9350	7850

NO.	TANGGAL	BBCA	BBRI
36	28/01/2013	9850	8000
37	04/02/2013	9950	8050
38	11/02/2013	10050	8700
39	18/02/2013	10350	8500
40	25/02/2013	10700	9200
41	04/03/2013	10800	8800
42	11/03/2013	10750	8800
43	18/03/2013	10600	8500
44	25/03/2013	11400	8750
45	01/04/2013	11050	8500
46	08/04/2013	10900	8300
47	15/04/2013	11000	8750
48	22/04/2013	10750	9150
49	29/04/2013	10750	8900
50	06/05/2013	11050	9300
51	13/05/2013	11000	9350
52	20/05/2013	10950	9300
53	27/05/2013	10350	8900
54	03/06/2013	9600	8250
55	10/06/2013	9800	7850
56	17/06/2013	9200	7200
57	24/06/2013	10000	7750

Sumber : http://www.finance.yahoo.com

LAMPIRAN II

Return Saham BBCA dan BBRI Periode 1 Juni 2012 sampai 24 Juni 2013

NO.	TANGGAL	BBCA	BBRI
1	01/06/2012	-	-
2	04/06/2012	-0,00704	0,072727
3	11/06/2012	0,007092	0,008475
4	18/06/2012	0,021127	0
5	25/06/2012	0,006897	0,067227
6	02/07/2012	0,013699	0,055118
7	09/07/2012	0,006757	-0,02239
8	16/07/2012	0,053691	0
9	23/07/2012	0,019108	0,022901
10	30/07/2012	-0,0375	0,044776
11	06/08/2012	0,032468	0,028571
12	13/08/2012	0,012579	-0,00694
13	20/08/2012	-0,03106	0,020979
14	27/08/2012	-0,00641	-0,04795
15	03/09/2012	0,03871	0,057554
16	10/09/2012	0	0,006803
17	17/09/2012	-0,01242	-0,02027
18	24/09/2012	-0,00629	0,027586
19	01/10/2012	-0,00633	-0,00671
20	08/10/2012	0,038217	0,013514
21	15/10/2012	0	0,033333
22	22/10/2012	0	-0,02581
23	29/10/2012	0,02454	-0,05298
24	05/11/2012	0,023952	0,013986
25	12/11/2012	0,05848	0
26	19/11/2012	0	-0,02759
27	26/11/2012	-0,02762	0
28	03/12/2012	0	0
29	10/12/2012	0,051136	-0,00709
30	17/12/2012	-0,03784	-0,00714
31	24/12/2012	0,033708	0
32	31/12/2012	-0,00543	0,057554
33	07/01/2013	-0,03279	0,013605
34	14/01/2013	0,073446	0,073826
35	21/01/2013	-0,01579	-0,01875

NO.	TANGGAL	BBCA	BBRI
36	28/01/2013	0,053476	0,019108
37	04/02/2013	0,010152	0,00625
38	11/02/2013	0,01005	0,080745
39	18/02/2013	0,029851	-0,02299
40	25/02/2013	0,033816	0,082353
41	04/03/2013	0,009346	-0,04348
42	11/03/2013	-0,00463	0
43	18/03/2013	-0,01395	-0,03409
44	25/03/2013	0,075472	0,029412
45	01/04/2013	-0,0307	-0,02857
46	08/04/2013	-0,01357	-0,02353
47	15/04/2013	0,009174	0,054217
48	22/04/2013	-0,02273	0,045714
49	29/04/2013	0	-0,02732
50	06/05/2013	0,027907	0,044944
51	13/05/2013	-0,00452	0,005376
52	20/05/2013	-0,00455	-0,00535
53	27/05/2013	-0,05479	-0,04301
54	03/06/2013	-0,07246	-0,07303
55	10/06/2013	0,020833	-0,04848
56	17/06/2013	-0,06122	-0,0828
57	24/06/2013	0,086957	0,076389

LAMPIRAN III

Uji Normalitas *Return* Saham BBCA dan BBRI

Menggunakan Kolmogorov – Smirnov

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		BCA	BRI
N		56	56
Normal Parameters[a,b]	Mean	,00666030	,00690653
	Std. Deviation	********	********
Most Extreme Differences	Absolute	,088	,087
	Positive	,083	,087
	Negative	-,088	-,063
Kolmogorov-Smirnov Z		,661	,652
Asymp. Sig. (2-tailed)		,775	,789

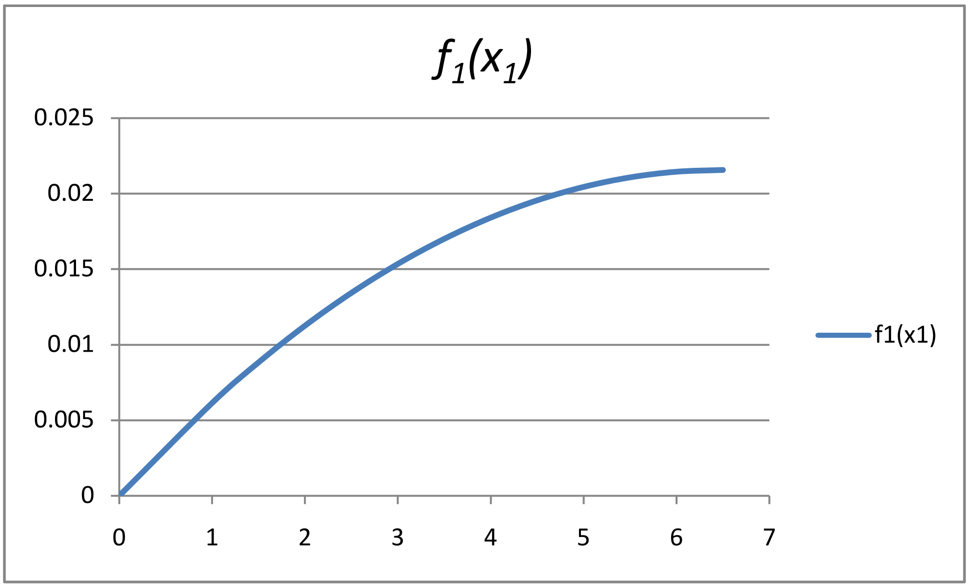
a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

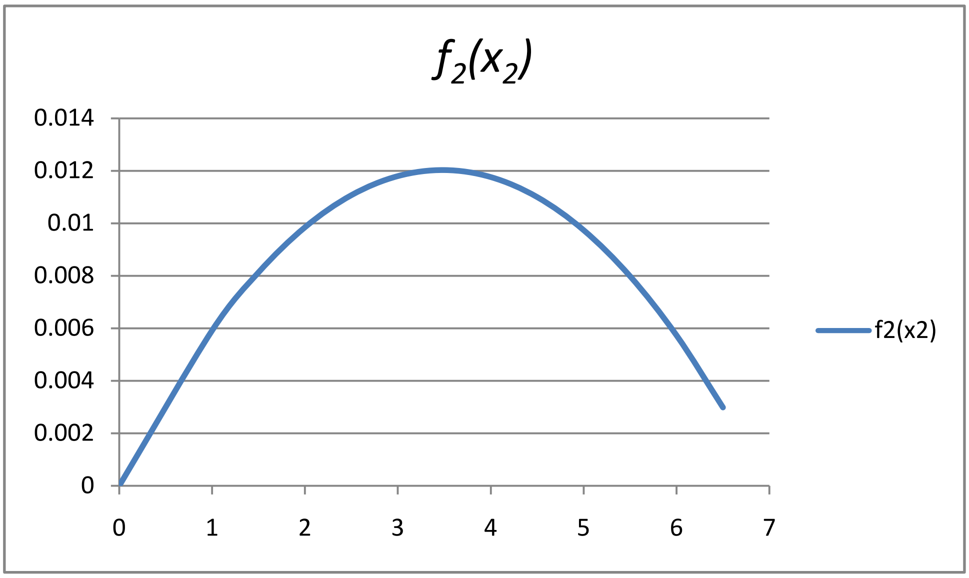
LAMPIRAN IV

Grafik Fungsi $f_j(x_j)$

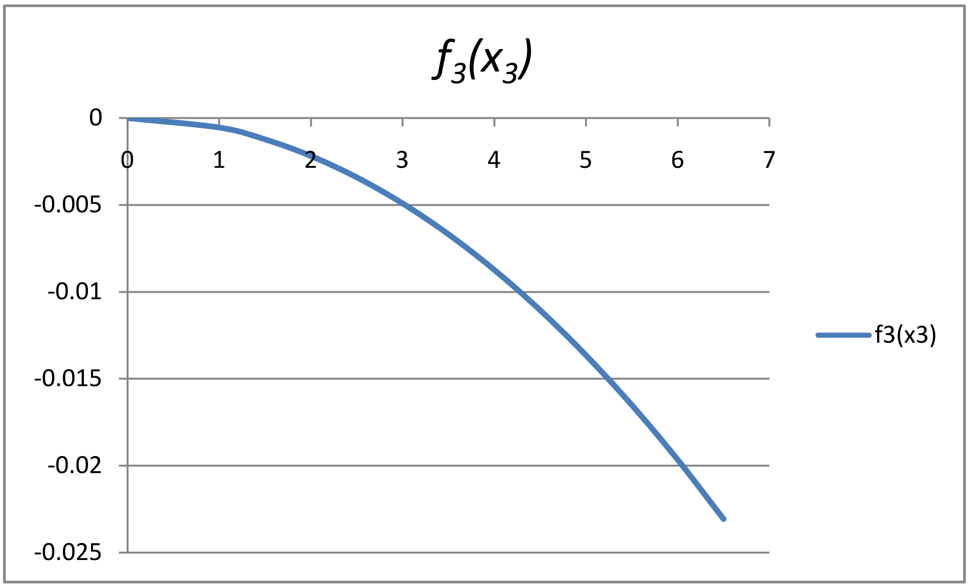
1. $f_1(x_1) = 0{,}00666x_1 - 0{,}000514x_1^2$



2. $f_2(x_2) = 0{,}006907x_2 - 0{,}000992x_2^2$



3. $f_3(x_3) = -0{,}000546x_3^2$



LAMPIRAN V

Nilai untuk $f_j(x_{vj})$ dan $g_{ij}(x_{vj})$ dengan titik partisi x_{vj}

Tabel 1. Nilai $f_1(x_{v1})$ dan $g_{i1}(x_{v1})$ dengan Titik Partisi x_{v1}

v	λ_{v1}	x_{v1}	$f_1(x_{v1})$	$g_{11}(x_{v1})$	$g_{21}(x_{v1})$
1	λ_{11}	0	0	0	0
2	λ_{21}	1	0,006146	1	1
3	λ_{31}	1,5	0,008834	1,5	1,5
4	λ_{41}	2	0,011264	2	2
5	λ_{51}	2,5	0,013438	2,5	2,5
6	λ_{61}	3	0,015354	3	3
7	λ_{71}	3,5	0,017014	3,5	3,5
8	λ_{81}	4	0,018416	4	4
9	λ_{91}	4,5	0,019562	4,5	4,5
10	λ_{101}	5	0,02045	5	5
11	λ_{111}	5,5	0,021082	5,5	5,5
12	λ_{121}	6	0,021456	6	6
13	λ_{131}	6,5	0,021574	6,5	6,5

Tabel 2. Nilai $f_2(x_{v2})$ dan $g_{i2}(x_{v2})$ dengan Titik Partisi x_{v2}

v	λ_{v2}	x_{v2}	$f_2(x_{v2})$	$g_{12}(x_{v2})$	$g_{22}(x_{v2})$
1	λ_{12}	0	0	0	0
2	λ_{22}	1	0,005915	1	1
3	λ_{32}	1,5	0,008129	1,5	1,5
4	λ_{42}	2	0,009846	2	2
5	λ_{52}	2,5	0,011068	2,5	2,5
6	λ_{62}	3	0,011793	3	3
7	λ_{72}	3,5	0,012023	3,5	3,5
8	λ_{82}	4	0,011756	4	4
9	λ_{92}	4,5	0,010994	4,5	4,5
10	λ_{102}	5	0,009735	5	5
11	λ_{112}	5,5	0,007981	5,5	5,5
12	λ_{122}	6	0,00573	6	6
13	λ_{132}	6,5	0,002983	6,5	6,5

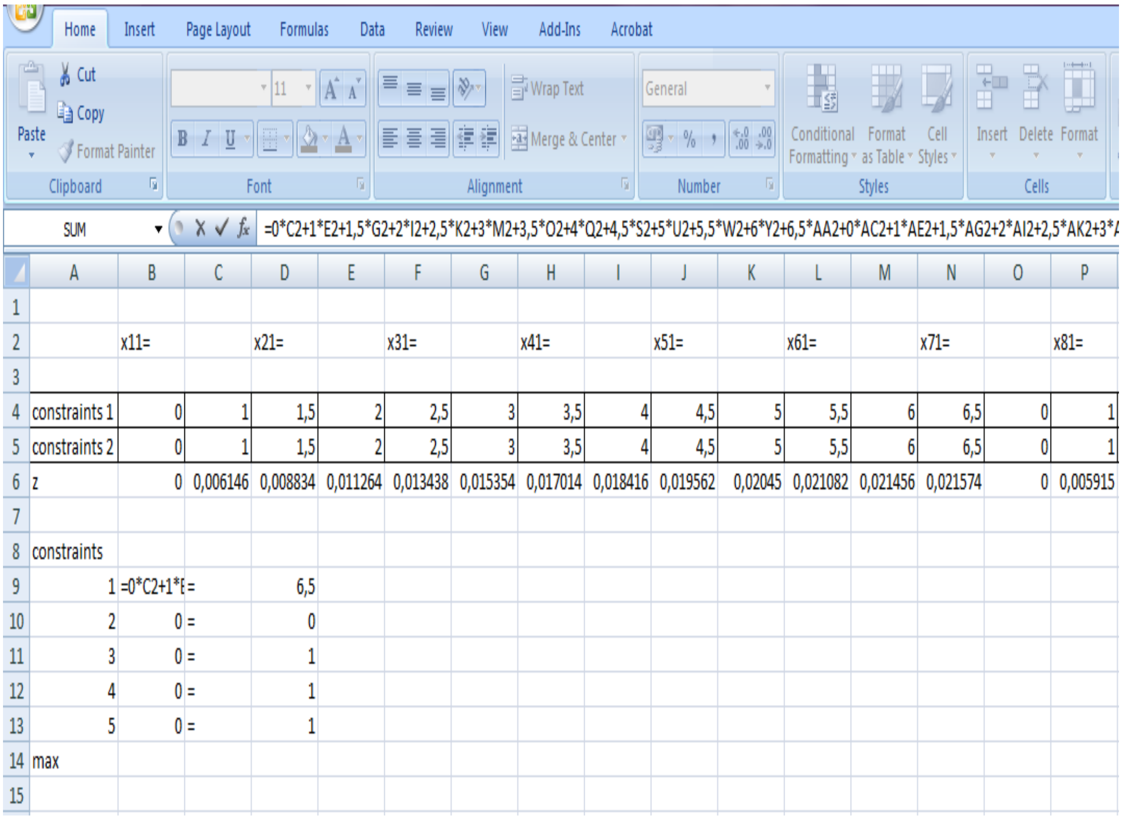
Tabel 3. Nilai $f_3(x_{v3})$ dan $g_{i3}(x_{v3})$ dengan Titik Partisi x_{v3}

v	λ_{v3}	x_{v3}	$f_3(x_{v3})$	$g_{23}(x_{v3})$
1	λ_{13}	0	0	0
2	λ_{23}	1	-0,00055	-1
3	λ_{33}	1,5	-0,00123	-1,5
4	λ_{43}	2	-0,00218	-2
5	λ_{53}	2,5	-0,00341	-2,5
6	λ_{63}	3	-0,00491	-3
7	λ_{73}	3,5	-0,00669	3,5
8	λ_{83}	4	-0,00874	-4
9	λ_{93}	4,5	-0,01106	-4,5
10	λ_{103}	5	-0,01365	-5
11	λ_{113}	5,5	-0,01652	-5,5
12	λ_{123}	6	-0,01966	-6
13	λ_{133}	6,5	-0,02307	-6,5

LAMPIRAN VI

Langkah-langkah penyelesaian metode simpleks dengan menggunakan *excel solver* sebagai berikut

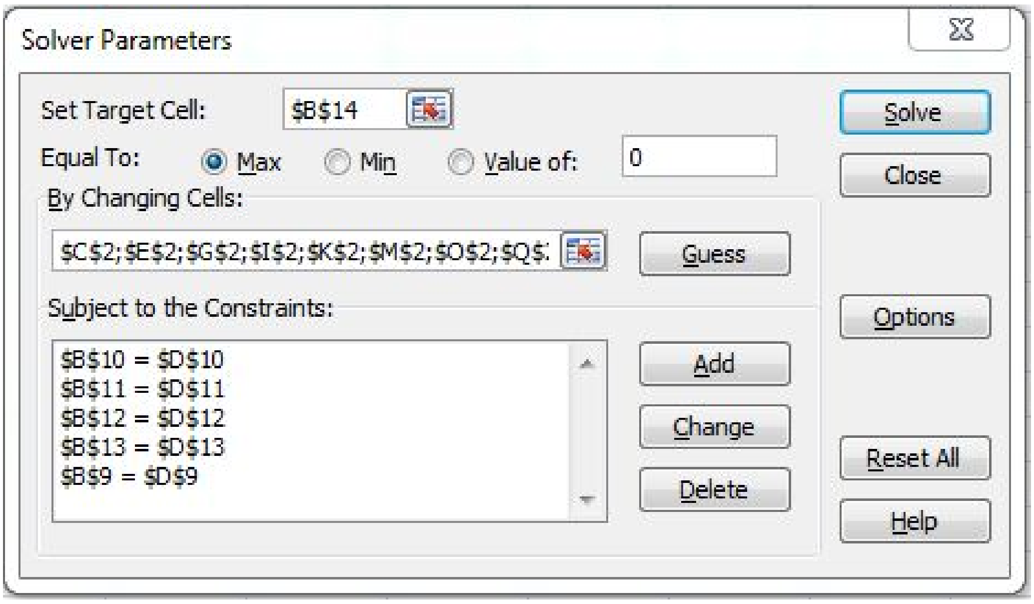
a. Masukkan persamaan-persamaan kedalam *Microsoft Excel*



Gambar 1.

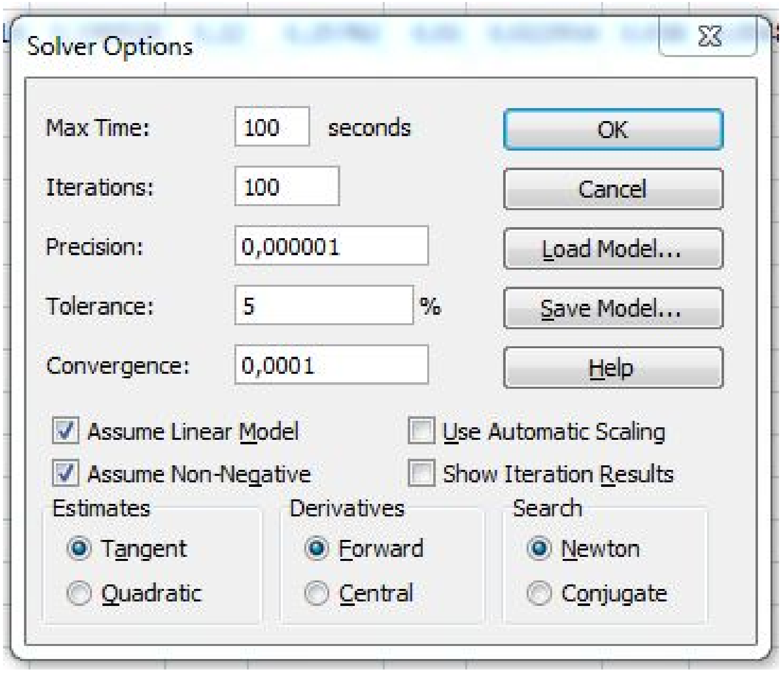
b. Pilih menu *Data, Solver*.

c. Akan muncul box seperti di bawah ini, klik *Option*,



Gambar 2.

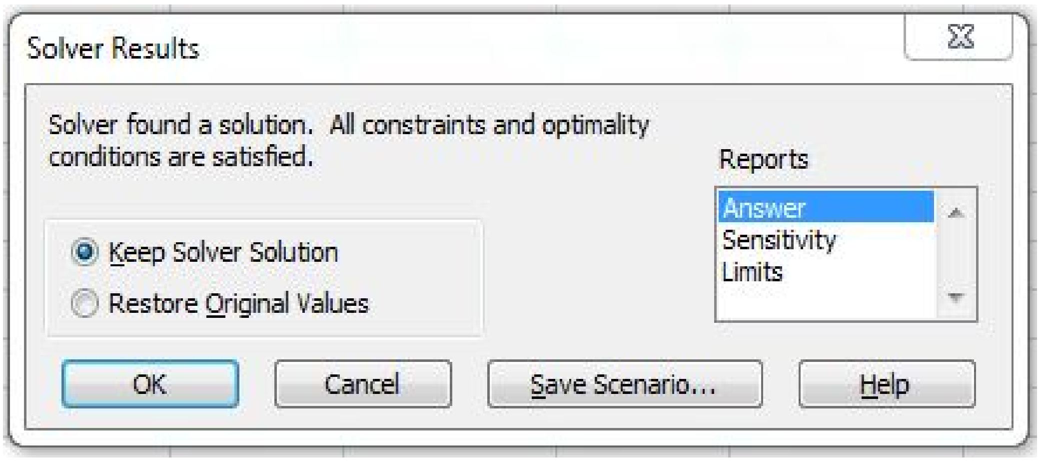
d. Pilih *Assume Linear Model* dan *Assume Non-Negative*, klik *OK*



Gambar 3.

e. Akan muncul box seperti pada Gambar 2, Klik *Solver*

f. Akan muncul box *Solver Results*, Pilih *Keep Solver Solution*, pada report pilih *Answer*, klik *OK*



LAMPIRAN VII

Output pada Microsoft Excel Answer Report

Microsoft Excel 12.0 Answer Report
Worksheet: [Book1]Sheet1
Report Created: 18/03/2014 9:21:18

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
$B$14	max x11=	0	0,006414

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
$C$2	x11=	0	0
$E$2	x21=	0	0
$G$2	x31=	0	0
$I$2	x41=	0	0
$K$2	x51=	0	0
$M$2	x61=	0	0
$O$2	x71=	0	0
$Q$2	x81=	0	1
$S$2	x91=	0	0
$U$2	x101=	0	0
$W$2	x111=	0	0
$Y$2	x121=	0	0
$AA$2	x131=	0	0
$AC$2	x12=	0	0
$AE$2	x22=	0	0
$AG$2	x32=	0	0
$AI$2	x42=	0	7,21645E-16
$AK$2	x52=	0	1
$AM$2	x62=	0	0
$AO$2	x72=	0	0
$AQ$2	x82=	0	0
$AS$2	x92=	0	0
$AU$2	x102=	0	0
$AW$2	x112=	0	0
$AY$2	x122=	0	0
$BA$2	x132=	0	0

Cell	Name	Original Value	Final Value
$BC$2	x13=	0	0
$BE$2	x23=	0	0
$BG$2	x33=	0	0
$BI$2	x43=	0	0
$BK$2	x53=	0	0
$BM$2	x63=	0	0
$BO$2	x73=	0	0
$BQ$2	x83=	0	0
$BS$2	x93=	0	0
$BU$2	x103=	0	0
$BW$2	x113=	0	0
$BY$2	x123=	0	-7,21645E-16
$CA$2	x133=	0	1

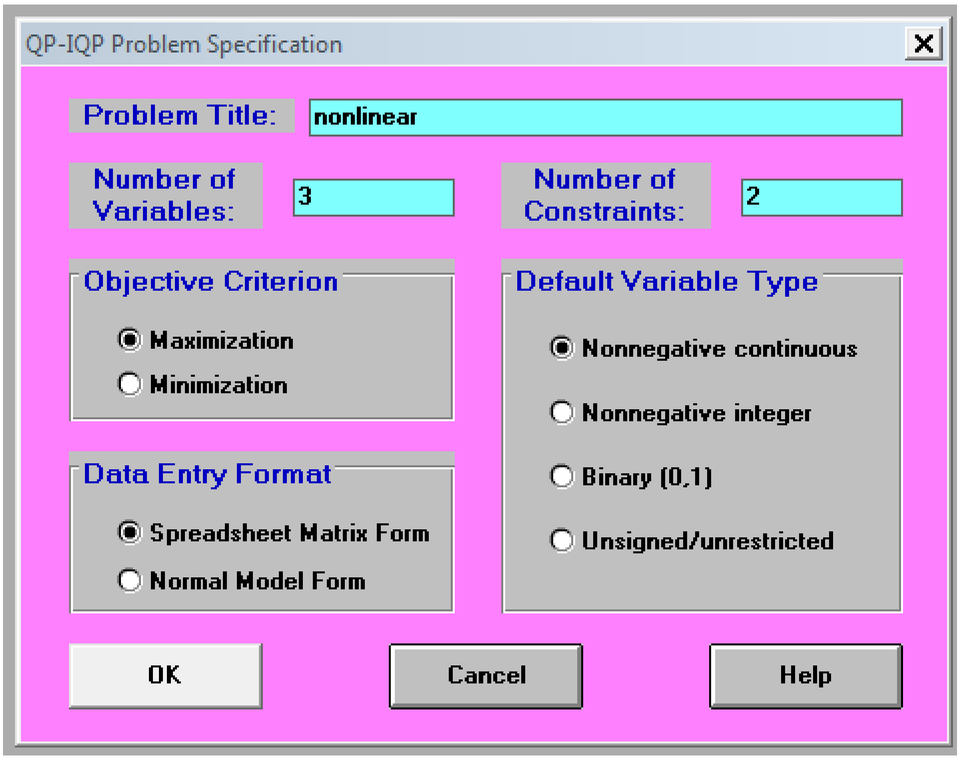
Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
$B$9	x11=	6,5	$B$9=$D$9	Not Binding	0
$B$10	x11=	0	$B$10=$D$10	Not Binding	0
$B$11	x11=	1	$B$11=$D$11	Not Binding	0
$B$12	x11=	1	$B$12=$D$12	Not Binding	0
$B$13	x11=	1	$B$13=$D$13	Not Binding	0

LAMPIRAN VIII

Langkah-langkah penyelesaian model nonlinear menggunakan *Software WinQsb* sebagai berikut:

a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



b. Masukkan fungsi tujuan dan kendala pada kolom-kolom berikut

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	0.00666	0.006907	0		
X1 *	-0.000514	0	0		
X2 *	0	-0.000992	0		
X3 *	0	0	-0.000546		
C1	1	1	0	=	6.5
C2	1	1	-1	=	0
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	6.5	6.5	6.5		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

c. Pilih menu *Analysis and Solve Problem*, kemudian klik *OK*

d. Akan muncul output sebagai berikut

	19:50:21		Friday	June	20	2014		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Dual Slack	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	4,20	0,01	0,03	0	basic	-0,01	0,01
2	X2	2,30	0,01	0,02	0	basic	0,00	0,02
3	X3	6,50	0	0	0	basic	-M	0,00
4	X1	* X1	0,00	-0,01				
5	X2	* X2	0,00	-0,01				
6	X3	* X3	0,00	-0,02				
	Objective	Function	(Max.) =	0,01				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	6,50	=	6,50	0	0	6,50	M
2	C2	0	=	0	0	0,01	0	4,35

LAMPIRAN IX

Keuntungan yang diperoleh pada periode tertentu

1. Keuntungan yang diperoleh jika saham dijual kembali pada periode 7 Juli 2013

Jumlah lembar saham yang dibeli jika investor akan membeli saham tersebut pada tanggal 24 Juni 2013 dapat menggunakan formula pada persamaan (3.11) sehingga diperoleh hasil sebagai berikut

β	Proporsi Dana		Lembar	
	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)
0,025	10.000.000	55.000.000	1000	7097
0,15	15.000.000	50.000.000	1501	6450
0,165	20.000.000	45.000.000	2000	5806
1	40.000.000	25.000.000	3997	3229

Keuntungan yang didapatkan oleh investor apabila saham dijual kembali pada tanggal 7 Juli 2013, maka diperoleh keuntungan sebagai berikut

β	Lembar		Selisih Harga		Keuntungan		Total
	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)	
0,025	1000	7097	-500	0	-500.000	0	-500.000
0,15	1501	6450	-500	0	-750.000	0	-750.000
0,165	2000	5806	-500	0	-1.000.000	0	-1.000.000
1	3997	3229	-500	0	-1.998.800	0	-1.998.800

2. Keuntungan yang diperoleh jika saham dijual kembali pada periode 29 Juli 2013

β	Lembar		Selisih Harga		Keuntungan		Total
	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)	
0,025	1000	7097	-500	0	700.000	3.193.650	3.893.650
0,15	1501	6450	-500	0	1.050.700	2.902.500	3.953.200
0,165	2000	5806	-500	0	1.400.000	2.612.700	4.012.700
1	3997	3229	-500	0	2.797.700	1.453.050	4.250.950

3. Keuntungan yang diperoleh jika saham dijual kembali pada periode 28 April 2014 sebagai berikut

β	Lembar		Selisih Harga		Keuntungan		Total
	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)	(x_1)	(x_2)	
0,025	1000	7097	1000	2300	1.000.000	16.323.100	17.323.100
0,15	1501	6450	1000	2300	1.501.000	14.835.000	16.336.000
0,165	2000	5806	1000	2300	2.000.000	13.353.800	15.353.800
1	3997	3229	1000	2300	3.997.000	4.426.700	11.423.700