MODEL ANTRIAN WAKTU TUNGGU KENDARAAN DI PERSIMPANGAN LAMPU LALU LINTAS CONDONG CATUR DENGAN *COMPOUND POISSON ARRIVALS* DAN MEMPERHATIKAN SISA ANTRIAN SEBELUMNYA

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan
guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Oleh
Mita Riana
NIM 10305144027

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2014

HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul "Model Antrian Waktu Tunggu Kendaraan di Persimpangan Lampu Lalu Lintas Condong Catur dengan *Compound Poisson Arrivals* dan Memperhatikan Sisa Antrian Sebelumnya" yang disusun oleh Mita Riana, NIM 10305144027 ini telah disetujui oleh pembimbing untuk diujikan.

Disetujui pada tanggal:

6 Agustus 2014

Menyetujui,

Pembimbing

Dwi Lestari, M.Sc

NIP. 19850513 201012 2 006

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi dengan judul **"Model Antrian Waktu Tunggu Kendaraan di Persimpangan Lampu Lalu Lintas Condong Catur dengan *Compound Poisson Arrivals* dan Memperhatikan Sisa Antrian Sebelumnya"**

Disusun oleh:

Mita Riana
10305144027

Telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi FMIPA UNY pada tanggal 15 Agustus 2014 dan dinyatakan LULUS.

DEWAN PENGUJI

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Dwi Lestari, M.Sc NIP. 19850513 201012 2 006	Ketua Penguji	....	1-9-2014
Husna Arifah, M.Sc NIP. 19781015 200212 2 001	Sekretaris Penguji	....	26-8-2014
Sahid, M. Sc. NIP. 19650905 199101 1 001	Penguji Utama	....	26-8-2014
Nikenasih Binatari, M.Si NIP. 19841019 200812 2 005	Penguji Pendamping	....	29-8-2014

Yogyakarta, 1 September 2014
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan

Dr. Hartono
NIP. 19620329 198702 1 002

HALAMAN PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Mita Riana
NIM	: 10305144027
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi	: Model Antrian Waktu Tunggu Kendaraan di Persimpangan Lampu Lalu Lintas Condong Catur dengan *Compound Poisson Arrivals* dan Memperhatikan Sisa Antrian Sebelumnya

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Apabila ternyata terbukti bahwa pernyataan ini tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Yogyakarta, Juli 2014

Yang menyatakan,

Mita Riana

NIM. 10305144027

MOTTO:

“Man Jadda Wa Jadda”

“Man Shobaro Zafiro”

“Man Saro Darbi Ala Washola”

HALAMAN PERSEMBAHAN

Saya persembahkan karya ini untuk kalian:

Bapak, Ibu dan Kakak, yang tak pernah lelah memberikan semangat, nasehat, dukungan, do'a dan kasih sayang yang tulus, terimakasih.

Sahabat-sahabatku...Lina, Puji, Tika, Yudi, Yanti, Lita, Dhanty, Merry...terimakasih telah menjadi sahabat yang luar biasa. Let our story be the classics repertoire for the future.

Teman-teman Gg.Komojoyo 14C, terima kasih.

Teman-teman seperjuangan Matswa 2010, terimakasih atas kebersamaan ini, kalian luar biasa.

Teman-teman KKN 20 Klaten, terimakasih atas dukungannya.

Teman-teman Matematika 2010.

Teman-teman UNY 2010.

Semua pihak yang telah membantu tanpa terkecuali.

MODEL ANTRIAN WAKTU TUNGGU KENDARAAN DI PERSIMPANGAN LAMPU LALU LINTAS CONDONG CATUR DENGAN *COMPOUND POISSON ARRIVALS* DAN MEMPERHATIKAN SISA ANTRIAN SEBELUMNYA

Oleh
Mita Riana
NIM 10305144027

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur yang pola kedatangan kendaraan berdistribusi *Compound Poisson* dan memperhatikan sisa antrian sebelumnya. Selain itu model waktu tunggu yang telah diperoleh diaplikasikan dengan data riil.

Pada awal pembahasan, skripsi ini menentukan model waktu tunggu kendaraan dalam antrian pada fase lampu merah yang dilanjutkan model waktu tunggu pada fase lampu hijau dengan distribusi kedatangan *Compound Poisson*. Selanjutnya, menentukan waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur selama satu siklus.

Hasil dari penelitian menunjukkan bahwa model waktu tunggu kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur selama satu siklus adalah hasil bagi antara total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian dengan rata-rata kendaraan yang masuk ke dalam antrian. Dengan mengaplikasikan model waktu tunggu tersebut, diperoleh rata-rata waktu tunggu kendaraan di persimpangan Condong Catur adalah 94,4detik

Kata kunci: waktu tunggu, Compound Poisson, persimpangan Condong Catur.

KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa saya panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga saya dapat menyelesaikan tugas akhir skripsi dengan judul **"Model Antrian Waktu Tunggu Kendaraan Di Persimpangan Lampu Lalu Lintas Condong Catur dengan *Compound Poisson Arrivals* dan Memperhatikan Sisa Antrian Sebelumnya ".**

Skripsi ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Negeri Yogyakarta. Penyusun skripsi ini tidak lepas dari adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Hartono M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNY, yang telah mengesahkan skripsi ini,
2. Bapak Dr. Sugiman M.Si., selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika UNY yang telah memberikan izin dalam penyusunan skripsi ini,
3. Bapak Dr. Agus Maman Abadi, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika UNY yang telah memberikan izin dalam penyusunan skripsi ini,
4. Ibu Dwi Lestari, M.Sc., selaku pembimbing skripsi yang telah meluangkan waktu dan menyumbangkan pemikirannya dalam membimbing saya menyelesaikan skripsi ini,
5. Bapak Nur Hadi Waryanto, M.Eng., selaku penasihat akademik yang telah banyak memberi saran dan dukungan kepada saya selama masa studi di UNY,

6. Sahabat-sahabat saya, mahasiswa Matematika 2010 yang telah berbagi ilmu, pengetahuan, dan pengalaman sehingga perjalanan ini terasa begitu bermakna,
7. Semua pihak yang telah banyak membantu saya dalam menyelesaikan tugas akhir skripsi ini.

Penulis berharap skripsi ini bermanfaat bagi pembaca dan dunia pendidikan pada umumnya.

Yogyakarta, Juli 2014

Mita Riana

NIM. 10305144027

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR SIMBOL

d = rata-rata waktu tunggu setiap kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas (detik).

$E[W]$ = total waktu tunggu seluruh kendaraan dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas (detik).

W_1 = total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian pada fase lampu merah (detik).

W_2 = total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian pada fase lampu hijau (detik).

λ = laju kedatangan kendaraan yang memasuki antrian di persimpangan lampu lalu lintas (kendaraan/detik).

μ = laju keberangkatan kendaraan meninggalkan antrian di persimpangan lampu lalu lintas (kendaraan/detik).

$Q(0)$ = banyaknya kendaraan yang tersisa pada siklus sebelumnya (kendaraan).

$Q(t)$ = banyaknya kendaraan yang berada dalam antrian pada saat t (kendaraan).

$Q(R)$ = banyaknya kendaraan pada akhir fase lampu merah (kendaraan).

$Q(T)$ = banyaknya kendaraan selama satu siklus (kendaraan).

A_n = banyaknya kedatangan kendaraan pada fase lampu hijau (kendaraan).

r = perbandingan antara lama waktu lampu merah dengan lama satu siklus ($\frac{R}{T}$).

R = lama waktu lampu merah (detik).

T = lama waktu satu siklus (detik).

$N(T)$ = banyaknya kendaraan yang masuk ke dalam antrian selama satu siklus (kendaraan).

ρ = perbandingan antara laju kedatangan kendaraan yang memasuki antrian dengan laju kedatangan kendaraan meninggalkan antrian.

I = perbandingan antara variansi kedatangan kendaraan pada satu siklus dengan rata-rata kedatangan kendaraan.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Kondisi mengenai lalu lintas perkotaan khususnya kota-kota besar misalnya di Daerah Istimewa Yogyakarta, hingga saat ini transportasi di kota tersebut mengalami perkembangan yang pesat baik secara kualitas maupun kuantitas. Perkembangan secara kualitas dapat dilihat dari kendaraan bermotor yang dari tahun ke tahun selalu mengalami perubahan dalam bentuk maupun sistem mesinnya. Secara kuantitas, jumlah kendaraan bermotor juga mengalami kenaikan.

Kepala Dinas Bidang Penganggaran Pendapatan dan Pengelolaan Kas Aset Daerah (DPKAD) Daerah Istimewa Yogyakarta, Gamal Suwantoro menyampaikan laju pertumbuhan kendaraan bermotor di Daerah Istimewa Yogyakarta setiap tahunnya mengalami kenaikan dikisaran 14 sampai 15 persen. Jika laju pertumbuhan kendaraan baru di Daerah Istimewa Yogyakarta khusus yang berplat nomor AB sudah tinggi maka jumlah kendaraan bermotor di Daerah Istimewa Yogyakarta sudah *over load*. Jumlah kendaraan bermotor berplat AB di Daerah Istimewa Yogyakarta pada tahun 2010 mencapai 1,15 juta kendaraan, pada tahun 2011 tercatat 1,27 juta kendaraan, kemudian pada tahun 2012 naik menjadi 1,43 juta kendaraan. Sementara itu, untuk tahun 2013 jumlah kendaraan bermotor di Daerah Istimewa Yogyakarta mencapai lebih dari 1,6 juta kendaraan. Perbandingan jumlah kendaraan bermotor setiap tahunnya mobil 15 persen sedangkan motor 85 persen dari jumlah total kendaraan (Gamal Suwantoro dalam Agus Sigit, 2013).

Meningkatnya daya beli masyarakat terhadap kendaraan bermotor memicu meningkatnya jumlah kendaraan bermotor. Hal inilah yang menjadi salah satu alasan terjadinya kemacetan ataupun kecelakaan lalu lintas. Berdasarkan Manual Kapasitas Jalan Indonesia (Bernaldy,1997:1-2), meningkatnya kemacetan pada jalan perkotaan maupun jalan luar kota diakibatkan bertambahnya kepemilikan kendaraan, terbatasnya sumber daya untuk pembangunan jalan raya, dan belum optimalnya pengoperasian fasilitas lalu lintas yang ada. Hal ini merupakan persoalan utama di banyak kota.

Permasalahan kemacetan ini tidak bisa dibiarkan dan perlu langkah-langkah untuk mengatasinya. Solusi awal yang dapat dilakukan adalah dengan melebarkan jalan raya, namun hal tersebut memerlukan dana yang besar. Selain itu jalan raya yang terbatas, tidak mungkin lagi untuk diperlebar. Salah satu alternatif solusi dari masalah kemacetan adalah pengaturan rambu lalu lintas dalam hal ini lampu lalu lintas (*traffic light*).

Pada umumnya lampu lalu lintas (*traffic light*) dipergunakan untuk menghindari kemacetan simpang akibat konflik arus lalu lintas, sehingga terjamin bahwa suatu kapasitas tertentu dapat dipertahankan, bahkan selama kondisi lalu lintas jam puncak (jam sibuk). Selain itu, untuk memberi kesempatan kepada kendaraan dan/atau pejalan kaki dari jalan simpang untuk memotong jalan utama dan untuk mengurangi jumlah kecelakaan lalu lintas akibat tabrakan antara kendaraan-kendaraan dari arah yang bertentangan (Bernaldy,1997:2-2). Lampu lalu lintas ini berada pada persimpangan yang merupakan penghubung antara satu ruas jalan dengan ruas jalan lainnya.

Permasalahan yang terjadi di persimpangan adalah lamanya kendaraan berada pada persimpangan. Oleh karena itu, diperlukan model yang menjadikan lampu lalu lintas dapat menyelesaikan antrian di persimpangan lampu lalu lintas dan mengawali lampu lalu lintas selanjutnya tanpa ada antrian yang tersisa atau minimal tidak mengalami peningkatan jumlah antrian (Ortuzar & Willumsen, 1990).

Beberapa penelitian mengenai model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas pernah dibahas oleh Donald R.McNeil (1968), Newell, G.F. (1965), Sutrisno (2011) dan Ade Putri Maysaroh (2012). Dalam penelitian Donald R.McNeil (1968) membahas tentang solusi untuk waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas dengan distribusi kedatangan *Compound Poisson.* Hasilnya berupa model waktu tunggu setiap kendaraan selama satu siklus yaitu $\frac{1}{2}r(1-\rho)^{-1}\{2\lambda^{-1}E[Q(0)]+rT+\mu^{-1}(1+I(1-\rho)^{-1})\}$. Newell, G.F. (1965) membahas tentang metode pendekatan untuk waktu tunggu di persimpangan lampu lalu lintas dalam satu siklus. Hasilnya berupa model waktu tunggu yaitu $E[W]\sim\frac{\lambda R^2}{2(1-\frac{\lambda}{\mu})}+(R+G)E[Q(0)]$. Sutrisno (2011) membahas tentang model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas dengan memperhatikan pola kedatangan kendaraan yang masuk ke dalam antrian pada lampu lalu lintas tersebut. Hasilnya berupa model waktu tunggu yang sama dengan model waktu tunguu Mc.Neil (1968). Sementara itu, Ade Putri Maysaroh (2012) membahas tentang model waktu tunggu kendaraan pada persimpangan lampu lalu lintas saat jam sibuk dengan menggunakan metode P.D.Whiting. Hasilnya berupa model dengan rata-rata waktu tunggu kendaraan yang diperoleh adalah $\frac{Q(0)(T-R)+\frac{1}{2}\lambda(T^2-R^2)+\int_R^T Q_t(t)dt}{\lambda T}$.

Dalam skripsi ini akan dibahas model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur dengan pola kedatangan kendaraan yang berdistribusi *Compound Poisson* dan memperhatikan sisa antrian sebelumnya. Selain itu, model diaplikasikan dengan menggunakan data riil.

Persimpangan Condong Catur merupakan salah satu lokasi yang memiliki kepadatan tinggi di Kota Yogyakarta, terutama pada saat jam kerja. Dipilihnya persimpangan Condong Catur karena selain memiliki kepadatan tinggi juga presentase waktu pelayanannya kurang optimal. Hal ini dapat dilihat dari lama lampu hijau yaitu hanya sekitar 25-30 detik dengan laju kedatangan sekitar 2339-2735 kendaraan/jam. Selain itu, belum adanya kamera yang terletak di persimpangan tersebut yang terhubung dengan ruang *area traffic control system* (ATCS) Dishub Kominfo DIY. ATCS ini berfungsi untuk mengatur lalu lintas apabila terjadi kemacetan yang direkam oleh kamera yang berada dipersimpangan tersebut.

Alasan dipilihnya pola kedatangan kendaraan berdistribusi *Compound Poisson* karena diantara pola kedatangan kendaraan yang berdistribusi *Binomial, Poisson, dan Compound Poisson, Compound Poisson* yang merupakan pola kedatangan kendaraan yang paling menggambarkan kondisi lalu lintas dalam kehidupan sehari hari (Rouphail, Tarko & Li, 2001). Selama satu siklus yaitu durasi waktu menyalanya lampu merah dan dilanjutkan lampu hijau. Model yang diperoleh tidak memperhatikan keterkaitan dengan lampu lalu lintas yang ada disekitarnya.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, masalah yang akan dibahas adalah bagaimana model antrian untuk waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur dengan *Compound Poisson arrivals* dan memperhatikan sisa antrian sebelumnya serta bagaimana aplikasi dari model tersebut dengan menggunakan data riil.

C. Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah yang dibahas sebelumnya, maka model antrian untuk waktu tunggu yang diperoleh hanya melihat satu persimpangan saja dan tidak memperhatikan antrian pada persimpangan lain. Lampu lalu lintas hanya terdiri dari lampu merah dilanjutkan lampu hijau. Tidak ada kendaraan yang menyalip, menggunakan disiplin antrian *first come first serve (FCFS)* serta tidak ada kendaraan yang berputar balik setelah memasuki persimpangan (*renege*).

D. Tujuan Penelitian

Dalam skripsi ini, sesuai dengan rumusan masalah, bertujuan untuk memodelkan waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas

Condong Catur yang pola kedatangannya berdistribusi *Compound Poisson* dan memperhatikan sisa antrian sebelumnya dengan menggunakan teori antrian. Selain itu mengaplikasikan model waktu tunggu yang diperoleh dengan data riil.

E. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan ini adalah:

1. mengetahui rata-rata waktu tunggu setiap kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur,
2. sebagai perkembangan ilmu pada umumnya dan perkembangan matematika pada khususnya,
3. menambah pustaka atau referensi keilmuan bidang penerapan matematika,
4. sebagai dasar penelitian selanjutnya.

BAB II

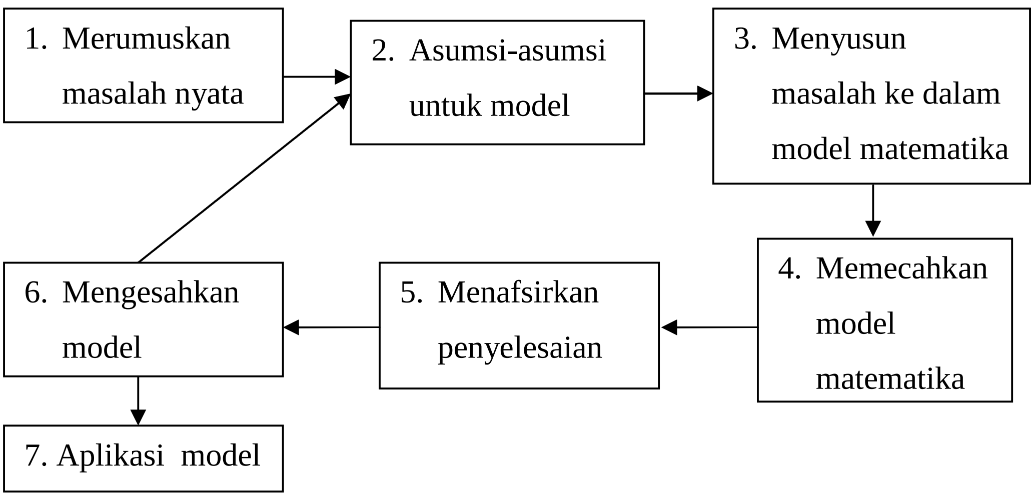
KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas teori-teori dasar yang digunakan yaitu teori model, teori antrian dan teori statistika.

A. Teori Model

Pengertian model menurut Meyer (1984), adalah suatu objek atau konsep yang digunakan untuk mewakili suatu hal yang menyatakan skala kecil dan mengubahnya ke bentuk yang dapat dimengerti. Sementara itu, model matematika merupakan suatu model yang di dalamnya memuat konsep-konsep matematika seperti konstanta, variabel, fungsi, persamaan, pertidaksamaan, dan lain sebagainya.

Langkah-langkah penyusunan model dapat dilihat pada alur berikut (Susanta, 1990:15-17).



Gambar 2.1 Langkah-langkah Penyusunan Model Matematika

Dalam penyusunan model, hal yang pertama kali dilakukan adalah merumuskan masalah. Seringkali masalah nyata yang diamati atau dihadapi sehari-hari itu tidak jelas atau terlalu luas sehingga perlu diperjelas. Oleh karena itu, diadakan penyederhanaan atau asumsi-asumsi agar didapat suatu penghampiran masalah sesungguhnya yang lebih sederhana dan diharapkan lebih mudah untuk dirumuskan.

Penyederhanaan yang dilakukan dapat berupa:

a. pengabaian beberapa faktor yang kurang relevan,
b. asumsi-asumsi, misalnya nonlinear dianggap linear, perubahan kontinu dianggap diskrit, bilangan yang cukup kecil dianggap nol, dan sebagainya.

Apabila asumsi yang dibuat terlalu banyak maka hasilnya akan jauh dari kenyataan. Lain halnya jika asumsi yang dibuat terlalu sedikit maka hasilnya akan mendekati kenyataan, namun akan ditemui banyak kesulitan dalam penyelesaian model matematika yang tertentu.

Suatu model dikatakan baik bila model tersebut mampu memberikan gambaran obyek dengan cukup jelas sehingga tujuan penyusunan model tercapai. Model dikatakan kurang baik bila tujuan penyusunan model tidak dapat tercapai sepenuhnya karena model atau hasilnya terlalu jauh dari keadaan obyek yang sesungguhnya. Oleh karena itu, perlu diadakan evaluasi seberapa jauh penyimpangan dari keadaan yang sesungguhnya. Apabila penyimpangan terlalu besar maka perlu dikaji penyederhanaan mana yang mungkin menyebabkan penyimpangan itu terjadi.

Tujuan penyusunan model matematika adalah untuk mengenali perilaku suatu objek dengan cara mencari keterkaitan antara unsur-unsurnya, untuk mengadakan optimalisasi dalam objek, dan untuk mengadakan pendugaan (prediksi) untuk memperbaiki keadaan objek. Sehingga manfaat penyusunan model matematika dapat diperoleh gambaran yang lebih jelas mengenai objek, mengadakan percobaan terhadap model tanpa mengganggu objek dan dapat membuat gambaran masa depan.

B. Teori Antrian

1. Pengertian Antrian

Teori antrian awalnya digunakan untuk mempelajari kemacetan lalu lintas telepon. Pelopor penyusunan teori antrian adalah seorang ahli matematika Denmark dengan mempublikasikan "*The Theory of Probabilities Telephone Conversation*" (Agner Kramp Erlang dalam Gross Harris, 1998:1).

Sistem antrian dapat dideskripsikan sebagai kedatangan pelanggan untuk suatu pelayanan, menunggu untuk mendapatkan pelayanan dan meninggalkan sistem setelah mendapat pelayanan. Istilah "pelanggan" digunakan secara umum dan tidak berarti hanya untuk manusia. Misalnya, pelanggan bisa juga sebagai pesawat menunggu *take off* atau program komputer yang menunggu untuk dijalankan (Gross Harris, 1998: 2).

2. Karakter Proses Antrian

a. Pola Kedatangan Pelanggan

Unsur dasar model antrian dalam sistem antrian, terdapat beberapa unsur dasar yang harus diperhatikan oleh penyedia fasilitas pelayanan dalam memberikan pelayanan terhadap para pelanggan. Salah satunya pola kedatangan pelanggan. Proses kedatangan pelanggan dapat terjadi secara individu maupun berkelompok baik dalam jumlah kecil maupun besar. Pola kedatangan pelanggan dapat dilihat dari waktu antar kedatangan dua pelanggan yang berurutan (*interarrival time*).

Pola kedatangan pelanggan dalam antrian dapat bersifat deterministik (pasti) maupun stokastik (acak). Pola kedatangan yang bersifat deterministik apabila pola kedatangan tetap/tidak berubah dan dapat ditentukan *interarrival time*. Selain itu pola kedatangan pelanggan yang bersifat deterministik juga menghasilkan pola dari panjang antrian yang tetap pula. Contohnya, pada pengemasan makanan menggunakan mesin dengan laju sebesar 1000 bungkus/jam. Sementara itu, pola kedatangan yang bersifat stokastik, kedatangannya belum ditentukan sehingga perlu dicari kesesuaiannya dengan suatu distribusi tertentu. Dengan pola kedatangan yang belum pasti yaitu yang berubah berdasarkan waktu, maka panjang antrian tidak memiliki pola dalam antrian tersebut. Misalnya, kedatangan pelanggan di kantor pos (Gross & Harris, 1998:4).

Hubungan antara pola kedatangan terhadap waktu ada dua, yaitu *stationary* dan *nonstationary*. *Stationary* merupakan distribusi kedatangan tidak bergantung pada waktu (*time-independent)* atau keadaan bebas terhadap waktu. Sebaliknya *nonstationary* distribusi kedatangan bergantung pada waktu (*time-dependent)* (Gross & Harris, 1998:4).

Perilaku pelanggan memainkan peranan yang penting dalam menganalisa antrian. Khusus untuk pelanggan “manusia” ada beberapa perilaku yang mungkin terjadi, yaitu di antaranya:

1) *jockey* adalah perilaku pelanggan yang menerobos antrian untuk mengurangi waktu tunggu,
2) *balk* adalah perilaku pelanggan yang tidak mengantri untuk mengantisipasi waktu tunggu yang lama,
3) *renege* adalah perilaku pelanggan yang memutuskan untuk membatalkan antrian karena sudah menunggu terlalu lama (Taha, 2007:552).

b. Pola Pelayanan

Pelayanan pada antrian juga dapat berupa *single* atau *batch* (berkelompok). Secara umum, pelanggan dilayani selama waktu tertentu oleh satu *server* yang telah ditentukan, tetapi dalam beberapa situasi pelanggan dilayani secara bersamaan oleh *server* yang sama. Misalnya, wisatawan yang sedang dipandu oleh *tour guide* atau kendaraan-kendaraan yang ada di persimpangan lampu lalu lintas yang keluar meninggalkan antrian.

Proses pelayanan mungkin bergantung pada banyaknya pelanggan yang menunggu untuk dilayani. Apabila terjadi antrian yang panjang maka *server* harus bisa bekerja lebih cepat, sebaliknya apabila *server* tidak bisa bekerja cepat maka maka akan terjadi penumpukan antrian dan itu tidak efisien. Situasi dimana *server* bergantung pada banyaknya pelanggan yang sedang menunggu disebut sebagai *state-dependent service* (Gross Harris, 1998:4).

Sama halnya dengan pola kedatangan pelanggan, pelayanan *server* dapat dibagi menjadi *stationary* dan *nonstationary*. *Stationary* merupakan pelayanan dari *server* yang tidak memperhatikan jumlah pelanggan yang ada dalam antrian, sedangkan *nonstationary* merupakan pelayanan dari *server* yang dapat mempercepat waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan pada saat jumlah pelanggan semakin meningkat.

Meskipun tingkat pelayanan tinggi, sangat mungkin beberapa pelanggan akan menunggu dalam antrian. Secara umum, kedatangan dan keberangkatan pelanggan terjadi pada waktu yang tidak beraturan, sehingga panjang antrian tidak mengikuti pola tertentu kecuali pola kedatangan dan keberangkatan pelanggan membentuk pola deterministik.

c. Disiplin Antrian

Bentuk-bentuk disiplin antrian yang terjadi tentu bermacam-macam. Bentuk pelayanan yang cukup dikenal dan mudah ditemui sehari-hari adalah *First Come First Serve* (FCFS), *Last Come First Serve* (LCFS), *Service in Random Order* (SIRO) dan *Priority*.

1) *First Come First Serve* (FCFS)

First Come First Serve (FCFS) artinya pelanggan dilayani berdasarkan urutan kedatangan, yang lebih depan akan dilayani terlebih dahulu. Contohnya, antrian kendaraan ketika membayar tiket tol.

2) *Last Come First Serve* (LCFS)

Last Come First Serve (LCFS) artinya pelanggan yang pertama dilayani adalah pelanggan yang terakhir datang. Contohnya, sistem bongkar muat barang dalam truk kontainer.

3) *Service in Random Order* (SIRO)

Service in Random Order (SIRO) artinya pelayanan dilakukan *secara* acak. Contohnya, antrian kendaraan keluar dari lahan parkir. Yang pertama keluar dan dilayani belum tentu yang pertama masuk lahan parkir.

4) Priority

Priority artinya pelayanan awal dilakukan pada pelanggan yang diprioritaskan. Contohnya, tamu VIP (*Very Important Person*) yang tidak perlu melewati antrian untuk mendapatkan pelayanan (Taha, 2007:552).

d. Kapasitas Sistem

Kapasitas sistem adalah jumlah maksimum pelanggan, mencakup pelanggan yang sedang dilayani dan pelanggan yang berada dalam antrian, yang dapat ditampung oleh fasilitas pelayanan pada saat yang sama. Suatu sistem antrian yang tidak membatasi jumlah pelanggan dalam fasilitas pelayanannya disebut berkapasitas tak berhingga. Misalnya, di bank, saat nasabah mengantri di *teller* untuk melakukan transaksi. Sementara itu, suatu sistem yang membatasi jumlah pelanggan dalam fasilitas pelayanannya disebut sistem berkapasitas terbatas. Jika pelanggan memasuki sistem pada saat fasilitas pelayanan penuh maka pelanggan akan ditolak dan meninggalkan sistem tanpa memperoleh pelayanan. Misalnya, sistem antrian dalam elevator untuk tujuan lantai yang sama (Nikenasih, 2013).

e. Saluran (*Channel*) Pelayanan

Dalam suatu sistem antrian, ada bermacam-macam desain dari fasilitas pelayanan, yaitu:

1. pelayanan paralel, beberapa *server* untuk jenis pelayanan yang sama. Contohnya, di bank BPD cabang UNY terdapat tiga teller,
2. pelayanan seri, satu jenis pelayanan harus dilakukan dalam satu rangkaian pelayanan. Contohnya, pada perpanjangan STNK yaitu pendaftaran, pembayaran kemudian pengambilan STNK baru,
3. pelayanan jaringan, kombinasi dari pelayanan seri dan paralel.

Saluran (*channel*) adalah jumlah pelayanan yang dapat memberikan pelayanan kepada pelanggan pada waktu yang bersamaan, sedangkan tahap (*phase*) adalah jumlah terminal-terminal pelayanan yang harus dilalui oleh pelanggan sebelum pelayanan dinyatakan lengkap atau selesai, maka sebuah rancangan sarana pelayanan dapat terbentuk:

1. satu saluran satu tahap (*single channel single phase*), artinya sarana pelayanan memiliki satu pelayanan dan pelayanan kepada pelanggan diselesaikan dalam satu kali proses pelayanan,
2. banyak saluran satu tahap (*multichannel single phase*), artinya sarana pelayanan memiliki lebih dari satu pelayanan dan pelayanan kepada pelanggan diselesaikan dalam satu kali proses pelayanan,

3. satu saluran banyak tahap (*single channel multiphase*), artinya sarana pelayanan memiliki satu pelayan dan pelayanan kepada pelanggan belum terselesaikan hanya dalam satu kali proses pelayanan,
4. banyak saluran banyak tahap (*multichannel multiphase*), artinya sarana pelayanan memiliki lebih dari satu pelayan dan pelayanan kepada pelanggan belum terselesaikan hanya dalam satu kali proses pelayanan. Desain ini disebut juga desain pelayanan jaringan atau antrian network (Nikenasih, 2013).

C. Variabel Acak

Istilah percobaan atau percobaan statistik telah digunakan untuk menjelaskan sebarang proses yang menghasilkan satu atau lebih ukuran bagi faktor kebetulan. Sering kali, kita tidak tertarik pada keterangan rinci setiap titik sampel, namun hanya pada suatu keterangan numerik hasil percobaan. Misalnya, ruang sampel yang rinci bagi percobaan pelemparan uang logam sebanyak tiga kali dapat dituliskan sebagai

$$S = \{GGG, GGA, GAG, AGG, GAA, AGA, AAG, AAA\}.$$

Bila kita hanya tertarik pada berapa kali sisi gambar muncul, maka nilai numerik $0, 1, 2$, dan 3 dapat diberikan pada setiap titik sampel adalah 0,1,2, atau 3.

Bilangan-bilangan $0, 1, 2$ dan 3 merupakan besaran acak yang nilainya ditentukan oleh hasil percobaan. Nilai-nilai itu dapat dipandang sebagai nilai-nilai yang dapat diambil oleh suatu peubah acak atau variabel acak X tertentu, yang dalam hal ini menyatakan berapa kali sisi gambar muncul bila sekeping uang logam dilempar tiga kali (Walpole, 1995:114).

Definisi 2.1 (Walpole, 1995:114)

Peubah acak adalah suatu fungsi yang nilainya berupa bilangan nyata yang ditentukan oleh setiap unsur dalam ruang sampel.

Kita akan menggunakan huruf kapital, misalnya X untuk melambangkan suatu peubah acak, dan huruf kecil dalam hal ini $x,$ untuk menyatakan salah satu di antara nilai-nilainya. Dalam ilustrasi pelemparan uang logam di atas, kita lihat bahwa peubah acak X bernilai 2 untuk semua unsur dalam himpunan bagian

$$E = \{GGA, GAG, AGG\}$$

ruang sampel dari $S.$ Jadi, setiap kemungkinan nilai X menyatakan kejadian yang merupakan himpunan bagian ruang sampel S bagi percobaannya.

Definisi 2.2 (Walpole, 1995:115)

Peubah acak diskret adalah jika suatu ruang sampel mengandung jumlah titik sampel yang terhingga atau suatu barisan unsur yang tidak pernah berakhir tetapi yang sama banyaknya dengan bilangan cacah.

Dalam prakteknya, peubah acak diskret digunakan untuk data yang berupa cacahan. Misalnya banyaknya produk cacat, banyaknya kecelakaan per tahun di suatu provinsi.

Definisi 2.3 (Walpole, 1995:116)

Peubah acak kontinu adalah jika suatu ruang sampel mengandung takhingga banyaknya titik sampel yang sama dengan banyaknya titik pada sebuah ruas garis.

Dalam kehidupan sehari-hari**,** peubah acak kontinu digunakan untuk data yang diukur. Misalnya tinggi, bobot, suhu, jarak atau umur.

D. *Probability Density Function* (pdf)

Probability density function (pdf) atau fungsi identitas/kerapatan peluang peubah acak dibagi menjadi dua yaitu: pdf dari peubah acak diskret dan pdf dari peubah acak kontinu.

Definisi 2.4 (Hogg & Tanis, 2001: 110)

Pdf dari peubah acak diskret X yang dinotasikan dengan $f(x)$ adalah suatu fungsi yang memenuhi syarat sebagai berikut:

a) $f(x) \geq 0, x \in S$

b) $\sum_{x \in S} f(x) = 1$

c) $P(X \in A) = \sum_{x \in S} f(x)$*, dengan* $A \subset S$.

Contoh 2.1: (Hogg & Tanis, 2001: 111)

Sebuah gulungan empat sisi dilempar dua kali. Misalkan X merupakan munculnya dua gulungan tersebut yang nilainya kurang dari atau sama dengan x, maka pdf untuk X sebagai berikut:

$S = \{(d_1, d_2): d_1 = 1,2,3,4;\ d_2 = 1,2,3,4\}, n(S) = 16.$

$P(X = 1) = P[(1,1)] = \dfrac{1}{16}, P(X = 2) = P[(1,2),(2,1),(2,2) = \dfrac{3}{16},$

$P(X = 3) = P[(1,3),(3,1),(2,3),(3,2),(3,3)] = \dfrac{5}{16}, P(X = 4) = \dfrac{7}{16}.$

Berikut peluang yang mungkin untuk model X dengan pdf sebagai berikut:

$$f(x) = P(X = x) = \frac{2x-1}{16}, x = 1,2,3,4$$

a) $S = \{(d_1, d_2): d_1 = 1,2,3,4;\ d_2 = 1,2,3,4\}$ dan $f(x) > 0$ untuk $x \in S$.

b) $\sum_{x=1}^{4} f(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16} = 1.$

c) $P(X = 3) = \frac{(2\cdot 3)-1}{16} = \frac{5}{16}$

Dari ketiga syarat tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{16}, & x = 1,2,3,4 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lain.} \end{cases}$$

Definisi 2.5 (Hogg & Tanis, 2001: 165)

Pdf dari peubah acak kontinu X dengan ruang sampel S merupakan fungsi integral $f(x)$ yang memenuhi syarat sebagai berikut:

a) $f(x) \geq 0, x \in S$

b) $\int_S f(x)\, dx = 1$

c) *Peluang kejadian $X \in A$ adalah*

$$P(X \in A) = \int_A f(x)\, dx.$$

Contoh 2.2: (Hogg & Tanis, 2001: 165-166)

Diketahui peubah acak X yang merupakan lama waktu (menit) saat menelepon 911 di sebuah kota kecil seperti dilaporkan di surat kabar pada bulan Februari. Berikut peluang yang mungkin untuk model X dengan pdf sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{20}e^{-\frac{x}{20}}, \qquad 0 \leq x \leq \infty$$

Penyelesaian:

Akan diselidiki apakah memenuhi tiga syarat sesuai Definisi 2.5.

a) $S = \{x: 0 \leq x \leq \infty\}$ dan $f(x) > 0$ untuk $x \in S$.

b) $\int_S f(x)dx = \int_0^\infty \frac{1}{20}e^{-\frac{x}{20}}dx$

$$= -e^{-\frac{x}{20}}\Big]_0^\infty$$

$$= -e^{-\frac{\infty}{20}} + e^{-\frac{0}{20}}$$

$$= 0 + 1 = 1.$$

c) Peluang lama waktu menelepon lebih dari 20 menit adalah

$$P(X > 20) = \int_{20}^{\infty} \frac{1}{20}e^{-\frac{x}{20}}dx = e^{-1} = 0.368.$$

Dari ketiga syarat tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20}e^{-\frac{x}{20}}, & 0 \leq x \leq \infty \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lain.} \end{cases}$$

E. *Probability Density Function* (pdf) Marjinal

Pdf marjinal dibagi menjadi dua yaitu: pdf marjinal diskret dan pdf marjinal kontinu.

Definisi 2.6 (Bain & Engelhardt, 1987:141)

Jika (X, Y) adalah peubah acak diskret yang mempunyai pdf bersama $f(x, y)$, maka pdf marjinal dari X dan Y adalah

$$f_1(x) = \sum_y f(x, y)$$

dan

$$f_2(y) = \sum_x f(x, y).$$

Contoh 2.3: (Hogg & Tanis, 2001: 225)

Diketahui pdf bersama dari X dan Y yang didefinisikan sebagai berikut:

$$f(x, y) = \frac{x + y}{21}, \quad x = 1,2,3, \quad y = 1,2$$

Tentukan pdf marjinal dari X dan Y.

Penyelesaian:

Pdf marjinal dari X adalah

$$f_1(x) = \sum_y f(x, y) = \sum_{y=1}^{2} \frac{x + y}{21}$$

$$= \frac{x + 1}{21} + \frac{x + 2}{21}$$

$$= \frac{2x + 3}{21}, \qquad x = 1,2,3$$

dan pdf marjinal dari Y adalah

$$f_2(y) = \sum_x f(x,y) = \sum_{x=1}^{3} \frac{x+y}{21}$$

$$= \frac{1+y}{21} + \frac{2+y}{21} + \frac{3+y}{21}$$

$$= \frac{6+3y}{21}, \qquad y = 1,2.$$

Definisi 2.7 (Bain & Engelhardt, 1987:147)

Jika (X,Y) *adalah peubah acak kontinu yang mempunyai pdf bersama* $f(x,y)$*, maka pdf marjinal dari* X *dan* Y *adalah*

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$$

dan

$$f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx.$$

Contoh 2.4: (Bain & Engelhardt, 1987:147)

Diketahui X menyatakan konsentrasi dari suatu unsur dalam percobaan pertama dan Y menyatakan konsentrasi dari suatu unsur pada percobaan kedua. Diasumsikan pdf bersama $f(x,y) = 4xy$; $0 < x < 1$, $0 < y < 1$ dan 0 untuk x dan y yang lain. Tentukan pdf marjinal dari X dan Y.

Penyelesaian:

Pdf marjinal dari X adalah

$$f_1(x) = \int_0^1 4xy\ dy$$

$$= 4x \int_0^1 y\ dy$$

$$= 2x, \qquad \text{untuk } 0 < x < 1$$

dan pdf marjinal dari Y

$$f_2(y) = \int_0^1 4xy\ dx$$

$$= 4y \int_0^1 x\ dx$$

$$= 2y, \qquad \text{untuk } 0 < y < 1.$$

F. *Probability Density Function* (pdf) Bersyarat

Pdf bersyarat dibagi menjadi dua yaitu pdf bersyarat dari peubah acak diskret dan pdf bersyarat dari peubah acak kontinu.

Definisi 2.8 (Bain & Engelhardt, 1987: 153)

Jika X dan Y adalah peubah acak diskret maupun kontinu dengan pdf bersama $f(x,y)$, maka pdf bersyarat dari Y dengan syarat $X = x$,, didefinisikan sebagai

$$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_1(x)}$$

untuk nilai x sedemikian sehingga $f_1(x) > 0$ dan 0 untuk yang lain..

Sementara itu, pdf bersyarat untuk peubah acak X dengan syarat $Y = y$, didefinisikan sebagai

$$f(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_2(y)}$$

untuk nilai x sedemikian sehingga $f_1(x) > 0$ dan 0 untuk yang lain.

Dimana $f_1(x)$ dan dengan $f_2(y)$ adalah pdf marjinal dari masing-masing X dan Y.

Contoh 2.5: (Hogg & Tanis, 2001: 244-245)

Misalkan X dan Y mempunyai pdf bersama, yaitu

$$f(x,y) = \frac{x+y}{21}, \quad x = 1,2,3, \quad y = 1,2$$

Tentukan pdf bersyarat dr X dan Y.

Penyelesaian:

Seperti Contoh 2.3, sudah dicari nilai dari $f_1(x)$dan $f_2(y)$ yaitu

$$f_1(x) = \frac{2x+3}{21}, \qquad x = 1,2,3$$

dan

$$f_2(y) = \frac{6+3y}{21}, \qquad y = 1,2$$

Pdf bersyarat dari X dengan $Y = y$ adalah

$$g(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_2(y)} = \frac{\frac{x+y}{21}}{\frac{6+3y}{21}}$$

$$= \frac{x+y}{6+3y}, \quad x = 1,2,3 \text{ saat } y = 1,2.$$

Misalnya,

$$P(X = 2|Y = 2) = g(2|2) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

Dengan melakukan hal yang sama, pdf bersyarat dari Y dengan $X = x$ adalah

$$h(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_1(x)} = \frac{\frac{x+y}{21}}{\frac{2x+3}{21}} = \frac{x+y}{2x+3}, \quad y = 1,2 \text{ saat } x = 1,2,3.$$

Misalnya,

$$P(X = 1|Y = 2) = h(1|2) = \frac{3}{5}.$$

G. Nilai Ekspektasi

Dalam memahami konsep statistika, diperlukan suatu konsep yaitu nilai ekspektasi atau nilai harapan. Konsep ini digunakan untuk menggambarkan banyaknya parameter statistik dan kesimpulan statistik. Nilai ekspektasi dibagi menjadi dua yaitu nilai ekspektasi untuk peubah acak diskret dan peubah acak kontinu.

Definisi 2.9 (Milton & Arnold,1995:52)

Misalkan X peubah acak diskret dengan pdf $f(x)$ dan $H(X)$ merupakan suatu peubah acak. Nilai ekspektasi dari $H(X)$ dinotasikan dengan $E[H(X)]$, adalah

$$E[H(X)] = \sum_{all\ x} H(x)f(x).$$

Contoh 2.6: (Milton & Arnold,1995:52)

Sebuah obat digunakan untuk menjaga kestabilan laju denyut jantung pada seorang pasien yang menderita penyakit jantung. Misalkan X dinotasikan sebagai denyut jantung per menit pada seorang pasien. Berikut tabel hipotesisnya.

x	40	60	68	70	72	80	100
$f(x)$	0.01	0.04	0.05	0.8	0.05	0.04	0.01

Hitunglah rata-rata laju denyut jantung semua pasien yang telah menerima obat.

$$E[X] = \sum_{all\ x} H(x)f(x)$$

$$= \sum_{all\ x} xf(x)$$

$$= 40(0.01) + 60(0.04) + 68(0.05) + \cdots + 100(0.01)$$

$$= 70.$$

Ini berarti, rata-rata laju denyut jantung pasien yang meminum obat adalah 70 denyut per menit.

Definisi 2.10 (Milton & Arnold,1995:106)

Misalkan X peubah acak kontinu dengan pdf $f(x)$ dan $H(X)$ merupakan suatu peubah acak. Nilai ekspektasi dari $H(X)$ dinotasikan dengan $E[H(X)]$, adalah

$$E[H(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} H(x)f(x)dx.$$

Contoh 2.7: (Milton & Arnold,1995:106)

Diberikan pdf dari X yang merupakan konsentrasi senyawa utama pada bensin dalam gram per liter didefinisikan sebagai beikut:

$$f(x) = 12{,}5x - 1{,}25, \quad 0.1 < x < 0.5$$

Rata-rata atau nilai ekspektasi dari X adalah

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_{0.1}^{0.5} x(12.5x - 1.25) dx$$

$$= \left[\frac{12.5x^3}{3} - \frac{1,25x^2}{2}\right]_{0.1}^{0.5}$$

$$= \left[\frac{(12.5)(0.5)^3}{3} - \frac{(1,25)(0.5)^2}{2}\right] - \left[\frac{(12.5)(0.1)^3}{3} - \frac{(1,25)(0.1)^2}{2}\right]$$

$$= 0.3667.$$

Ini berarti, dalam satu liter bensin terdapat 0.3667 g konsentrasi senyawa utama.

Teorema 2.11 (Milton & Arnold, 1995:53)

Misalkan X dan Y adalah peubah acak dan c adalah bilangan riil.

i. $E[c] = c$

ii. $E[cX] = cE[X]$

iii. $E[X + Y] = E[X\} + E[Y]$

Bukti:

i. $E[c] = \sum_x cf(x) = c \sum_x f(x) = c$, karena $\sum_x f(x) = 1$.

ii. $E[cX] = cE[X]$

Tanpa mengurangi keumuman, misalkan X kontinu, maka

$$E[cX] = \int_{-\infty}^{\infty} (cx) f(x) dx$$

$$= c \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x) dx$$

$$= cE[X].$$

Secara analog pembuktian berlaku untuk X diskret.

$$E[cX] = \sum_{x} (cx) f(x)$$

$$= c \sum_{x} x f(x)$$

$$= cE[X].$$

iii. $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$

Tanpa mengurangi keumuman, untuk Xdan Y kontinu maka

$$E(X + Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x + y) f(x, y) dxdy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x \ f(x, y) \ dxdy + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y \ f(x, y) \ dxdy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \ dxdy + \int_{-\infty}^{\infty} y \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \ dxdy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} y f_y(y) dy$$

$$= E_x(X) + E_y(Y)$$

$$= E(X) + E(Y)$$

Secara analog pembuktian berlaku untuk Xdan Y diskret.

Contoh 2.8: (Milton & Arnold,1995:53)

Misalkan X dan Y peubah acak dengan $E[X] = 7$ dan $E[Y] = -5$, maka

$$E[4X - 2Y + 6] = E[4X] + E[-2Y] + E[6]$$

$$= 4E[X] + (-2)E[Y] + E[6]$$

$$= 4E[X] - 2E[Y] + 6$$

$$= 44(7) - 2(-5) + 6$$

$$= 44.$$

Definisi 2.12 (Bain & Engelhardt, 1987: 73)

Variansi dari peubah acak X adalah sebagai berikut:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2].$$

Teorema 2.13 (Milton & Arnold, 1995: 55)

Jika X peubah acak, maka

$$Var(X) = E(X^2) - (E[X])^2.$$

Bukti:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2]$$

$$= E[X^2 - 2\mu X + \mu^2]$$

$$= E[X^2] - 2\mu E[X] + \mu^2$$

Karena $\mu = E(X)$, maka

$$Var(X) = E(X^2) - 2(E[X])^2 + (E[X])^2$$

$$= E(X^2) - (E[X])^2.$$

Hal ini ekuivalen dengan

$$E(X^2) = Var(X) + (E[X])^2.$$

Teorema 2.14 (Bain & Engelhardt, 1987: 74)

Jika X peubah acak kontinu dan a dan b suatu konstanta, maka

$$Var(aX + b) = a^2\, Var(X).$$

Bukti:

$$\begin{aligned} Var(aX+b) &= E[(aX+b-a\mu_x-b)^2] \\ &= E[a^2(X-\mu_x)^2] \\ &= a^2Var(X). \end{aligned}$$

Teorema 2.15 (Bain & Engelhardt, 1987: 172)

Jika $X = (X_1, \dots, X_k)$ *mempunyai pdf bersama* $f(x_1, \dots, x_k)$ *dan jika* $Y = u(X_1, \dots, X_k)$ *adalah fungsi atas* X*, maka* $E[Y] = E_x[u(X_1, \dots, X_k)]$ *dengan*

$$E_x[u(X_1, \dots, X_k)] = \sum_{x_1} \dots \sum_{x_k} u(x_1, \dots, x_k) f(x_1, \dots, x_k)$$

untuk X *diskret, dan*

$$E_x[u(X_1, \dots, X_k)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} u(x_1, \dots, x_k) f(x_1, \dots, x_k) dx_1 \dots dx_k$$

untuk X *kontinu.*

Bukti:

Untuk X kontinu

$$\begin{aligned} E[Y] &= E[u(X_1, \dots, X_k)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} u(x_1, \dots, x_k) f(x_1, \dots, x_k)\, dx_1 \dots dx_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} u(x_1, \dots, x_k) \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, \dots, x_k)\, dx_1 \dots dx_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} u(x_1, \dots, x_k) f_X\,(x_1, \dots, x_k) dx_1 \dots dx_k \\ &= E_x[u(X_1, \dots, X_k)] \end{aligned}$$

Secara analog pembuktian berlaku untuk X diskret.

Teorema 2.16 (Bain & Engelhardt, 1987: 173)

Jika X dan Y adalah peubah acak yang saling bebas dan $g(x)$ dan $h(y)$ dalah fungsi, maka

$$E[g(X)h(Y)] = E[g(X)]E[h(Y)].$$

Bukti:

Untuk kasus kontinu

$$\begin{aligned} E[g(X)h(Y)] &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x)h(y)f(x,y)dx\,dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x)h(y)f_1(x)f_2(y)dx\,dy \\ &= \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(x)f_1(x)dx\right]\left[\int_{-\infty}^{\infty} h(y)f_2(x)\,dy\right] \\ &= E[g(X)]E[h(Y)]. \end{aligned}$$

Secara analog pembuktian berlaku untuk kasus diskret.

Jika $X_1, \dots, X_k$ adalah peubah acak yang saling bebas dan $u_1(x_1), \dots, u_k(x_k)$ adalah fungsi, maka

$$E[u_1(X_1) \dots u_k(X_k)] = E[u_1(X_1)] \dots E[u_k(X_k)].$$

H. Nilai Ekspektasi Bersyarat

Definisi 2.17 (Bain & Engelhardt, 1987: 180)

Jika X dan Y adalah distribusi peubah acak bersama, maka nilai ekspektasi Y dengan syarat $X = x$ adalah sebagai berikut

$$E(Y|x) = \sum_y y f(y|x) \qquad \textit{untuk } X \textit{ dan } Y \textit{ diskret}$$

$$E(Y|x) = \int_{-\infty}^{\infty} yf(y|x)dy \qquad \textit{untuk } X \textit{ dan } Y \textit{ kontinu.}$$

Teorema 2.18 (Bain & Engelhardt, 1987: 181)

Jika X dan Y adalah distribusi peubak acak bersama, maka

$$E[E(Y|X)] = E(Y).$$

Bukti:

$$\begin{aligned} E[E(Y|X)] &= \int_{-\infty}^{\infty} E(Y|x) f_1(x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} yf(y|x)f_1(x)dy\,dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} y \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} yf_2(x)dy \\ &= E(Y). \end{aligned}$$

Teorema 2.19 (Bain & Engelhardt, 1987: 181)

Jika X dan Y adalah peubak acak yang saling bebas, maka $E(Y|x) = E(Y)$ dan $E(X|y) = E(X)$.

Bukti:

Misalkan X dan Y adalah peubak acak yang saling bebas, maka $f(x,y) = f_1(x)f_2(y)$, sedemikian sehingga $f(y|x) = f_2(y)$ dan $f(x|y) = f_1(x)$.

$$E(Y|x) = \int_{-\infty}^{\infty} yf(y|x)dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} yf_2(y)\, dy$$

$$= E(Y).$$

Berlaku sama untuk kasus diskret.

Definisi 2.20 (Bain & Engelhardt, 1987: 182)

Variansi bersyarat dari Y dengan syarat $X = x$, diberikan sebagai berikut

$$Var(Y|x) = E\{[Y - E(Y|x)]^2|x\}.$$

Secara analog dengan Teorema 2.12, diperoleh

$$Var(Y|x) = E(Y^2|x) - [E(Y|x)]^2.$$

Teorema 2.21 (Bain & Engelhardt, 1987: 183)

Jika X dan Y adalah distribusi peubah acak gabungan, dan $g(x)$ adalah suatu fungsi, maka

$$E[g(X)Y|x] = g(X)E(Y|x).$$

Bukti:

Untuk kasus kontinu

$$E[g(X)Y|x] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)y\, f(\, y|x)dy$$

$$= g(x)\int_{-\infty}^{\infty} y\, f(\, y|x)dy$$

$$= g(X)E(Y|x)$$

Berlaku sama untuk kasus diskret.

I. Fungsi Pembangkit Momen

Nilai ekspektasi $E(X)$ merupakan momen pertama dari X, sedangkan $E(X^2)$ merupakan momen kedua dari X. Contoh-contoh sebelumnya menunjukkan bahwa menentukan momen, bahkan momen pertama tidak selalu mudah. Oleh karena itu, diperoleh sebuah fungsi yang disebut fungsi pembangkit momen yang mana memungkinkan untuk menemukan momen dengan mudah.

Definisi 2.22 (Milton & Arnold, 1995:60)

Misalkan X suatu peubah acak dengan pdf $f(x)$. Fungsi pembangkit momen dari X adalah $M_x(t)$ dan didefinisikan sebagai

$$M_x(t) = E(e^{tX})$$

ada untuk semua nilai t pada interval $-h < t < h$ untuk $h > 0$.

Diasumsikan bahwa X peubah acak diskret dengan nilai yang mungkin $x_1, \dots, x_m$. Fungsi pembangkit momen dari X adalah

$$M_x(t) = \sum_{i=1}^{m} e^{t\,x_i} f_x(x_i)$$

yang mana fungsi tersebut dapat diturunkan terhadap t. Berikut merupakan hasil dari turunannya

$$M'_x(t) = \sum_{i=1}^{m} x_i e^{t\,x_i} f_x(x_i).$$

Secara umum, untuk r bilangan bulat positif, maka

$$M^{(r)}{}_x(t) = \sum_{i=1}^{m} x_i{}^{(r)} e^{t\,x_i} f_x(x_i).$$

Jika kita akan menghitung $M^{(r)}{}_x(t)$ saat $t = 0$, diperoleh

$$M^{(r)}{}_x(0) = \sum_{i=1}^{m} x_i{}^{(r)} f_x(x_i) = E(X^r).$$

Untuk X peubah acak kontinu, maka fungsi pembangkit momen dari X adalah

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{t\,x_i} f_x(x_i) dx.$$

Contoh 2.8: (Bain & Engelhardt, 1987: 80)

Diketahui X peubah acak kontinu dengan pdf $f(x) = e^{-x}$ untuk $x > 0$, dan 0 untuk x yang lain. Fungsi pembangkit momen dari X adalah

$$\begin{aligned} M_x(t) &= \int_0^{\infty} e^{tx} e^{-x}\, dx \\ &= \int_0^{\infty} e^{-(1-t)x} dx \\ &= -\frac{1}{1-t} e^{-(1-t)x}\Big]_0^{\infty} \\ &= -\frac{1}{1-t}(e^{-\infty} - e^0) \\ &= -\frac{1}{1-t}(0-1) \\ &= \frac{1}{1-t}, \qquad t < 1 \end{aligned}$$

Teorema 2.23 (Bain & Engelhardt, 1987: 79)

Jika fungsi pembangkit momen X ada, maka

$$E(X^r) = M_X^{(r)}(0) \qquad \textit{untuk } r = 1,2,3,\dots$$

dan

$$M_x(t) = 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{E(X^r)t^r}{r!}.$$

Bukti:

Untuk X kontinu.

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f_X(x)\, dx$$

Karena fungsi pembangkit momennya ada, hal ini dapat dilihat dari turunan ke$-r$ ada, maka

$$M_X^{(r)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r e^{tx} f_X(x)\, dx, \quad r = 1,2,\dots$$

$$\begin{aligned} E(X^r) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^r f_X(x)\, dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x^r e^{0x} f_X(x)\, dx \\ &= M_X^{(r)}(0). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_x(t) &= 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{M_X^{(r)}(0)t^r}{r!} \\ &= 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{E(X^r)t^r}{r!}. \end{aligned}$$

Secara analog pembuktian berlaku untuk X diskret.

J. Deret Taylor (Rinaldi, 2002)

Deret Taylor adalah *tools* (alat) yang utama untuk menurunkan suatu metode numerik. Deret Taylor berguna untuk menghampiri fungsi ke dalam bentuk polinom. Suatu fungsi yang rumit menjadi sederhana dengan deret Taylor. Deret ini digunakan pada perhitungan mencari fungsi pembangkit momen.

Definisi Deret Taylor

Andaikan f dan semua $f', f'', f''', \dots, f^{(m)}$ adalah turunan fungsi f di dalam selang $[a, b]$. Misalkan $x_0 \in [a, b]$, untuk nilai-nilai x di sekitar x_0 dan $x \in [a, b]$ maka $f(x)$ dapat diperluas (diekspansi) ke dalam deret Taylor sebagai berikut*:*

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} f'''(x_0) + \cdots + \frac{(x - x_0)^m}{m!} f^{(m)}(x_0) + \cdots.$$

Misalkan $x - x_0 = h$, maka:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \cdots + \frac{h^m}{m!} f^{(m)}(x_0) + \cdots.$$

Berikut contoh penggunaan deret Taylor.

Contoh:

Hampiri fungsi $f(x) = \sin(x)$ ke dalam deret Taylor di sekitar $x_0 = 1$.

Penyelesaian:

$$f(x) = \sin(x), f'(x) = \cos(x), f''(x) = -\sin(x)$$

$$f'''(x) = -\cos(x), f^{(4)}(x) = \sin(x).$$

$$\sin(x) = \sin(1) + \frac{(x-1)}{1!}\cos(1) + \frac{(x-1)^2}{2!}(-\sin(1))$$
$$+ \frac{(x-1)^3}{3!}(-\cos(1)) + \frac{(x-1)^4}{4!}\sin(1) + \cdots.$$

Dimisalkan $x - 1 = h$, maka:

$$\sin(x) = \sin(1) + \frac{h}{1!}\cos(1) + \frac{h^2}{2!}(-\sin(1)) + \frac{h^3}{3!}(-\cos(1))$$
$$+ \frac{h^4}{4!}\sin(1) + \cdots$$
$$= 0.8415 + 0.5403h - 0.4208h^2 - 0.0901h^3 + 0.0315h^4 + \cdots$$

Kasus khusus, jika $x_0 = 0$, maka deretnya dinamakan deret Maclaurin yang merupakan deret Taylor baku.

Berikut contoh penggunaan deret Maclaurin (deret Taylor baku).

e^x masing-masing dalam deret Maclaurin

$$e^x = e^0 + \frac{(x-0)}{1!}e^0 + \frac{(x-0)^2}{2!}e^0 + \frac{(x-0)^3}{3!}e^0 + \frac{(x-0)^4}{4!}e^0 + \cdots$$
$$= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

Karena suku-suku deret Taylor tidak berhingga banyaknya, maka untuk alasan praktis deret Taylor dipotong sampai suku orde tertentu.

Deret Taylor dipotong sampai suku orde ke-n dinamakan deret Taylor terpotong dan dinyatakan oleh:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!}f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \frac{(x-x_0)^3}{3!}f'''(x_0)$$

$$+ \cdots + \frac{(x-x_0)^n}{n!}f^{(n)}(x_0) + R_n(x),$$

dengan

$$R_n(x) = \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(c), \qquad x_0 < c < x$$

$R_n(x)$ merupakan galat/residu/sisa.

K. Distribusi *Poisson*

Percobaan yang menghasilkan nilai-nilai bagi suatu peubah acak X, yaitu banyaknya percobaan yang terjadi selama suatu selang waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu disebut percobaan *Poisson.* Selang waktu tersebut, misalnya semenit, sejam, sehari, seminggu, sebulan, atau bahkan setahun. Dalam hal ini, peubah acak X menyatakan banyaknya dering telepon perjam di suatu kantor, banyaknya pertandingan yang tetunda karena hujan selama suatu musim kompetisi sepakbola. Daerah tertentu yang dimaksudkan di atas dapa beupa suatu luasan, suatu volume. contohnya, X menyatakan banyaknya salah ketik perhalaman, banyaknya bakteri dalam suatu kultur biakan.

Distribusi dari sebuah peubah acak *Poisson* X, yang menyatakan banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama suatu selang waktu atau daerah tertentu, adalah

$$f(x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}, \text{untuk } x = 1,2,3, \dots$$

dimana μ adalah rata-rata banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama selang waktu atau dalam daerah yang dinyatakan, dan $e = 2{,}71828 \dots$.

Kejadian yang berdistribusi *Poisson* memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau suatu daerah tertentu, tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah,
2. peluang terjadinya satu hasil percobaan selama suatu selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut,
3. peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah yang kecil tersebut, dapat diabaikan.

Poisson merupakan kejadian diskret yang muncul pada interval waktu kontinu dengan parameter λ. Jika W dinotasikan sebagai waktu kemunculan kejadian pertama, maka W suatu peubah acak kontinu dan berdistribusi eksponensial dengan $\beta = 1/\lambda$. Fungsi kumulatif dari W adalah $F(W)$.

$$F(W) = P[W \leq w] = 1 - P[W > w].$$

Misalkan X banyaknya kemunculan kejadian pada interval $[0, w]$ dan X berdistribusi *Poisson* dengan parameter λw, maka diperoleh

$$P[W > w] = P[X = 0] = \frac{e^{-\lambda w}(\lambda w)^0}{0!} = e^{-\lambda w},\ \ w \geq 0.$$

Akibatnya,

$$F(W) = P[W \leq w] = 1 - P[W > w] = 1 - e^{-\lambda w},\ \ w \geq 0.$$

Diberikan, $f(w)$ merupakan fungsi densitas peluang atas interval waktu w, maka $\int_0^w f(w)dw = P[W \leq w]$.

Jadi, $f(w) = \frac{d}{dw}\left(1 - e^{-\lambda w}\right) = \lambda e^{-\lambda w},\ w \geq 0.$

Dari sini diperoleh $f(w) = \lambda e^{-\lambda w},\ w \geq 0$ yang merupakan distribusi eksponensial dengan mean $E[w] = \frac{1}{\lambda}$.

L. Distribusi *Compound Poisson* (Ross,1996:87-88)

Proses acak $\{X(t), t \geq 0\}$ dikatakan proses *Compound Poisson* jika proses tersebut dapat dipresentasikan sebagai berikut, dengan $t \geq 0$,

$$X(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$$

dimana $\{N(t), t \geq 0\}$ merupakan proses *Poisson*, dan $\{X_i, i = 1, 2, 3, \dots\}$ variabel acak yang saling bebas dan identik, serta saling bebas dengan $\{N(t), t \geq 0\}$. Jika $\{X(t), t \geq 0\}$ merupakan proses *Compound Poisson* maka $X(t)$ merupakan variabel acak *Compound Poisson*.

Sebagai contoh dari proses *Compound Poisson* adalah pelanggan yang datang di sebuah toko dengan laju kedatangan *Poisson* λ. Banyaknya jumlah uang yang dihabiskan setiap pelanggan di toko membentuk suatu himpunan variabel acak yang saling bebas dan identik, serta saling bebas dengan proses kedatangannya. Jika $X(t)$ dinotasikan sebagai jumlah total uang yang dihabiskan di toko oleh seluruh pelanggan yang datang saat waktu t, maka $\{X(t), t \geq 0\}$ merupakan proses *Compound Poisson.*

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur serta aplikasi dari model yang diperoleh dengan menggunakan data riil.

A. Model Waktu Tunggu Kendaraan

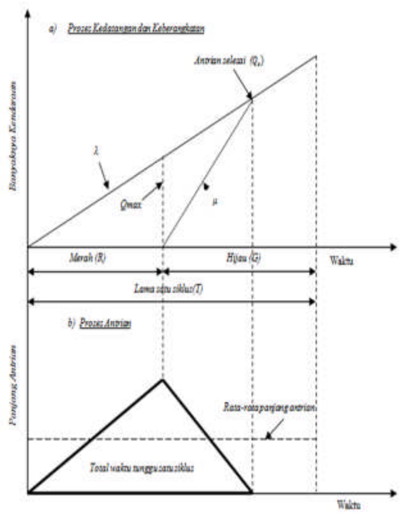
Lampu lalu lintas memainkan peran penting dalam infrastruktur kota dan seluruh kota di dunia. Dalam pengaturan lalu lintas, hal yang berpengaruh pada kelancaran arus lalu lintas adalah jumlah kedatangan kendaraan, jumlah kendaraan yang mengantri serta lamanya kendaraan pada persimpangan. Menunggu pada persimpangan merupakan gangguan yang tidak terelakkan disetiap hari. Menurut Mc Neil (1968), di dalam matematika, masalah yang mendasar dari teori lalu lintas adalah memperoleh ekspektasi lama waktu tunggu dari setiap kendaraan yang ada di persimpangan lampu lalu lintas.

Dalam satu siklus yaitu periode dimana lampu merah menyala sampai lampu hijau mati, diharapkan dapat meminimalisir waktu tunggu kendaraan dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas sehingga dapat menyelesaikan antrian dan tidak meninggalkan sisa kendaraan dalam antrian untuk siklus selanjutnya. Ketika antrian kendaraan tidak terselesaikan dalam satu siklus lampu lalu lintas, maka hal ini dapat menimbulkan antrian yang lebih panjang pada siklus selanjutnya.

Pada skripsi ini, akan dibahas konsep dasar dalam pemodelan waktu tunggu kendaraan dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas pada durasi waktu tertentu yang bersifat deterministik. Dalam konsep tersebut ada beberapa hal yang harus diperhatikan yaitu (Rouphail, Tarko & Li, 2001:9-2):

1. pada awal fase lampu hijau, seluruh kendaraan dalam antrian mulai bergerak meninggalkan antrian,
2. adanya keseragaman dari pola rata-rata kedatangan kendaraan selama satu siklus. Pola kedatangan tidak bergantung terhadap waktu (*stasionary arrival pattern*),
3. adanya keseragaman dari pola keberangkatan kendaraan ketika meninggalkan antrian,
4. kedatangan kendaraan tidak melebihi dari kapasitasnya yang ditentukan oleh batas maksimum jumlah kendaraan dalam antrian.

Berikut komponen model waktu tunggu yang bersifat deterministik.



Gambar 3.1 Komponen model waktu tunggu yang bersifat deterministik

Gambar 3.1 menggambarkan proses waktu tunggu seluruh kendaraan yang berada dalam persimpangan lampu lalu lintas. Untuk menghitung waktu tunggu setiap kendaraan di persimpangan lalu lintas adalah total waktu tunggu seluruh kendaraan dibagi dengan total kedatangan per satu siklus.

Untuk memodelkan waktu kendaraan di persimpangan lalu lintas, diasumsikan:

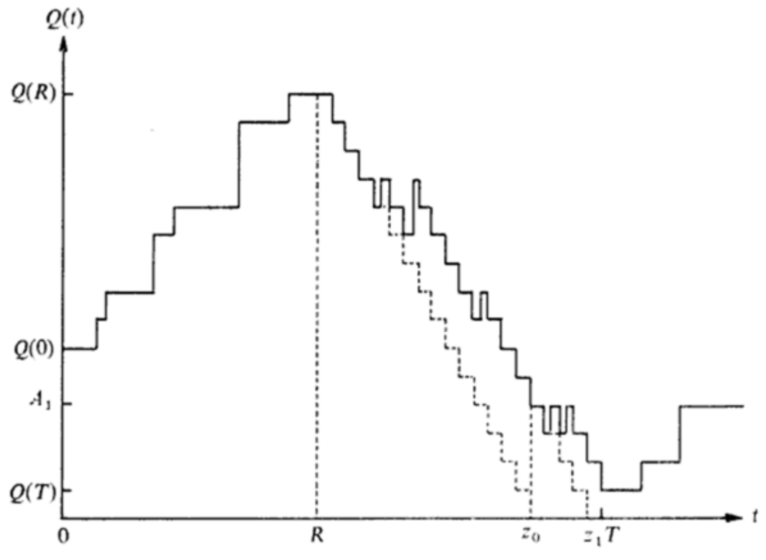
1. pola kedatangan yang bersifat deterministik sehingga dapat ditentukan waktu antar kedatangan dua pelanggan yang berurutan (*interarrival time*) atau jumlah kedatangan pelanggan dalam suatu waktu (*arrival time*),
2. hanya memperhatikan dari satu arah saja yaitu dari arah timur,
3. pada persimpangan tidak ada jalur putar balik, karena dapat menimbulkan perbedaan distribusi keberangkatan kendaraan,
4. jika kendaraan sudah masuk ke dalam antrian maka kendaraan tidak bisa keluar dari antiran (*renegeed*),
5. tidak memperhatikan percepatan dan perlambatan kendaraan saat membelok pada persimpangan atau terhenti karena lampu merah,
6. mengikuti disiplin antrian *First Come First Serve* (FCFS) yaitu setiap kendaraan yang datang lebih awal akan keluar lebih awal pula.

Menurut Mc Neil (1968), terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi waktu tunggu kendaraan dalam antrian, antara lain:

1. lama waktu lampu merah menyala dinotasikan R,
2. lama durasi satu siklus dinotasikan T,

3. banyaknya kendaraan yang masuk ke dalam antrian pada waktu t dinotasikan $N(t)$,
4. banyaknya kendaraan yang berada dalam antrian pada saat t (panjang antrian) dinotasikan $Q(t)$.

Kondisi banyaknya kendaraan dalam antrian lalu lintas diharapkan dapat memenuhi kondisi seperti Gambar 3.2 dengan notasi-notasi yang digunakan sesuai dengan definisi diatas.



Gambar 3.2 Proses antrian dalam satu siklus menurut Mc Neil (1968).

Berdasarkan Gambar 3.2, menunjukkan grafik banyaknya kendaraan dalam interval $0 \leq t \leq T$ pada antrian di suatu persimpangan lampu lalu lintas yang dipengaruhi oleh waktu t. Interval waktu $0 \leq t \leq T$ dibagi menjadi dua fase, yaitu fase lampu merah pada interval $0 \leq t \leq R$ dan fase lampu hijau pada interval $R \leq t \leq T$.

Pada fase lampu merah yaitu pada interval $0 \leq t \leq R,$ saat $t = 0$, banyaknya kendaraan dalam antrian merupakan sisa antrian dari siklus sebelumnya yaitu $Q(0)$. Selanjutnya, banyaknya kendaraan yang berada dalam antrian lalu lintas dinotasikan dengan $Q(t)$. Fungsi $Q(t)$ akan bertambah secara bertahap berdasarkan penambahan dari kendaraan yang datang memasuki antrian, $N(t)$. Banyaknya kendaraan akan mencapai maksimum pada akhir fase menyalanya lampu merah yang dinotasikan dengan $Q(R)$.

Kendaraan yang datang memasuki persimpangan akan mengantri untuk melewati garis henti (pelayanan). Kendaraan dikatakan memasuki antrian apabila kendaraan tersebut sudah memasuki pendekat. Pendekat merupakan daerah dari lengan persimpangan jalan untuk kendaraan mengantri sebelum keluar melewati garis henti.

Pada fase lampu hijau yaitu pada interval $R \leq t \leq T$, saat $t = R$, seluruh kendaraan yang berada dalam antrian mulai bergerak meninggalkan antrian di persimpangan lampu lalu lintas. Berdasarkan asumsi, model yang akan dibahas menggunakan disiplin antrian FCFS (*First Come First Serve).* Artinya, kendaraan yang terdepan akan keluar antrian terlebih dahulu disusul kendaraan yang berada di belakangnya. Pada fase lampu hijau, jumlah kendaraan yang meninggalkan antrian harus lebih banyak dibandingkan jumlah kendaraan yang masuk ke dalam antrian sehingga jumlah kendaraan dalam antrian sebanyak $Q(R)$ akan terus berkurang hingga akhir fase lampu hijau. Pada akhir fase lampu hijau yaitu saat $t = T$, diharapkan jumlah kendaraan yang tersisa di dalam antrian lampu lalu lintas tidak lebih banyak dari jumlah kendaraan sebelumnya, atau dengan kata lain $Q(T) \leq Q(0)$.

Misalkan λ adalah laju kedatangan kendaraan yang masuk dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas dinyatakan dengan kendaraan per detik (kend/detik). Sementara itu, μ adalah laju keberangkatan kendaraan meninggalkan antrian dinyatakan dengan kendaraan per detik (kend/detik).

Berdasarkan grafik pada Gambar 3.2, pada satu siklus menyalanya lampu lalu lintas, total waktu tunggu yang dibutuhkan oleh kendaraan dipengaruhi oleh banyaknya kendaraan yang berada dalam antrian di perismpangan lampu lalu lintas. W menyatakan total waktu tunggu seluruh kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas yang diperoleh dengan cara mengintegralkan kurva $Q(t)$ pada interval $0 \leq t \leq T$ dengan menggunakan integral Riemann sebagai berikut:

$$W = \int_0^T Q(t)\,dt. \tag{3.1}$$

Berdasarkan sifat integral mengenai sifat penjumlahan pada interval, interval $0 \leq t \leq T$ dapat dibagi menjadi dua interval yaitu $0 \leq t \leq R$ dan $R \leq t \leq T$. Persamaan (3.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$W = \int_0^R Q(t)\,dt + \int_R^T Q(t)\,dt\,. \tag{3.2}$$

Jika pada fase lampu merah total waktu tunggu yang dibutuhkan seluruh kendaraan saat berada dalam antrian dinyatakan dengan $W_1 = \int_0^R Q(t)\,dt$ dan pada fase lampu hijau dinyatakan dengan $W_2 = \int_R^T Q(t)\,dt$, maka total waktu tunggu kendaraan pada Persamaan (3.2) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$W = \int_0^R Q(t)\,dt + \int_R^T Q(t)\,dt$$

$$= W_1 + W_2. \tag{3.3}$$

Selanjutnya, akan dijelaskan masing-masing fase lampu lalu lintas sebagai berikut.

1. **Fase Lampu Merah**, $\mathbf{W_1 = \int_0^R Q(t)dt}$

Pada fase lampu merah yaitu pada interval $0 \leq t \leq R,$ banyaknya kendaraan pada waktu t dinotasikan dengan $Q(t)$. Di dalam antrian, $Q(t)$ dipengaruhi oleh:

a. $Q(0)$ yaitu saat $t = 0$, banyaknya kendaraan dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas yang merupakan sisa antrian dari siklus sebelumnya,

b. $N(t)$ yaitu banyaknya kedatangan kendaraan yang memasuki antrian di persimpangan lampu lalu lintas pada waktu t.

Berdasarkan pengaruh di atas, $Q(t)$ pada fase lampu merah dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Q(t) = Q(0) + N(t).$$

Dengan demikian, saat fase lampu merah total waktu tunggu yang dibutuhkan seluruh kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas adalah:

$$W_1 = \int_0^R Q(t)dt$$

$$= \int_0^R [Q(0) + N(t)]dt. \tag{3.4}$$

Karena $N(t)$ merupakan banyaknya kedatangan kendaraan yang memasuki antrian pada waktu t yang tidak diketahui nilainya dan menghasilkan bilangan riil maka $N(t)$ merupakan variabel acak.

Misalkan

$N(t)$ = banyaknya kendaraan yang masuk kedalam antrian pada waktu t.

$P(t)$ = jumlah gelombang yang masuk kedalam antrian pada waktu t.

X_i = banyaknya kendaraan yang masuk pada gelombang ke-i.

Jika $N(t)$ berdistribusi *Compound Poisson*, maka

$$X = N(t) = \sum_{i=1}^{P(t)} X_i.$$

Berdasarkan ciri dari distribusi *Compound Poisson*, $P(t)$ berdistribusi *Poisson* dan X_i berdistribusi sebarang yang saling bebas dan identik. Fungsi $N(t)$ mempunyai fungsi pembangkit momen yaitu $E\left[e^{tN(t)}\right] = E[e^{tX}]$. Fungsi pembangkit moment dari $N(t)$ yang nilainya bergantung pada $P(t)$ diberikan sebagai berikut:

$$E[e^{tX}] = \sum_{n=0}^{\infty} E[e^{tX}|P(t) = n]P\{P(t) = n\}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left[e^{t(X_1+\cdots+X_n)}\middle|P(t) = n\right]e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^n}{n!}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left[e^{t(X_1+\cdots+X_n)}\right]e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^n}{n!} \qquad (3.5)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E[e^{tX_i}]^n e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^n}{n!}. \qquad (3.6)$$

Pada Persamaan (3.5), $X_1, X_2, \dots, X_n$ saling bebas dan saling bebas juga terhadap $P(t)$. Pada Persamaan (3.6), X_i saling bebas kemudian dimisalkan

$$E[e^{tX_i}] = \phi(x).$$

Fungsi $E[e^{tX_i}]$ dinotasikan sebagai fungsi pembangkit momen dari X_i. Selanjutnya, pada Persamaan (3.6) dapat ditulis menjadi

$$E[e^{tX}] = \sum_{n=0}^{\infty}[\phi(x)]^n e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^n}{n!}$$

$$= e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\frac{\alpha t(\phi(x))}{1} + e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^2(\phi(x))^2}{2!} + e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^3(\phi(x))^3}{3!} + \cdots$$

$$= e^{-\alpha t}\left(1 + \frac{\alpha t(\phi(x))}{1} + \frac{(\alpha t)^2(\phi(x))^2}{2!} + \frac{(\alpha t)^3(\phi(x))^3}{3!} + \cdots\right).$$

Dengan mengunakan deret Taylor diperoleh:

$$E[e^{tX}] = e^{-\alpha t}e^{\alpha t\phi(x)}$$

$$= e^{\alpha t(\phi(x)-1)}.$$

Jadi, fungsi pembangkit moment dari $N(t)$ yang nilainya bergantung pada $P(t)$ adalah

$$E[e^{tX}] = e^{\alpha t(\phi(x)-1)}. \qquad (3.7)$$

Kemudian Persamaan (3.7) diturunkan terhadap x dan misalkan $x = 1$.

$$E[X] \qquad = \phi'(x)\alpha t e^{\alpha t(\phi(x)-1)}.$$

Diketahui $X = N(t)$, substitusikan $x = 1$ ke persamaan di atas, sehingga diperoleh

$$E[N(t)] = \phi'(1)\alpha t e^{\alpha t(\phi(1)-1)}.$$

Karena $\phi(1) = 1$ maka

$$E[N(t)] = \phi'(1)\alpha t e^{\alpha t(1-1)}$$

$$= \phi'(1)\alpha t e^{\alpha t(0)}$$

$$= \phi'(1)\alpha t.$$

Diperoleh ekspektasi banyaknya kendaraan yang masuk dalam antrian pada waktu t adalah

$$E[N(t)] = \alpha t \phi'(1) \tag{3.8}$$

Karena laju kedatangan kendaraan di persimpangan adalah

$$\lambda = \alpha \phi'(1)$$

maka Persamaan (3.8) menjadi

$$E[N(t)] = \lambda t. \tag{3.9}$$

Karena $N(t)$ merupakan variabel acak dan W, W_1, W_2 merupakan fungsi dari variabel acak, maka W, W_1, W_2 juga merupakan variabel acak. Dengan menggunakan Persamaan (3.9), diperoleh ekspektasi dari W_1 yaitu

$$E[W_1] = E\left[\int_0^R [Q(0) + N(t)]dt\right]$$

$$= \int_0^R E[Q(0) + N(T)]dt$$

$$= \int_0^R \{E[Q(0)] + E[N(T)]\}\, dt$$

$$= \int_0^R \{E[Q(0)] + \lambda t\}\, dt$$

$$= E[Q(0)]\Big]_0^R + \frac{1}{2}\lambda t^2\Big]_0^R$$

$$= E[Q(0)]\,R + \frac{1}{2}R^2\lambda - (\,E[Q(0)].\,0 + \frac{1}{2}.\,0^2.\,\lambda)$$

$$= E[Q(0)]R + \tfrac{1}{2}R^2\lambda. \qquad (3.10)$$

Jadi, total waktu tunggu seluruh kendaraan pada fase lampu merah adalah

$$E[W_1] = E[Q(0)]R + \tfrac{1}{2}R^2\lambda.$$

Setelah melewati fase lampu merah, kendaraan yang sedang mengantri di persimpangan mulai bergerak memasuki fase lampu hijau yang merupakan fase akhir dalam satu siklus.

2. Fase Lampu Hijau, $\mathbf{W_2} = \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{T}} \mathbf{Q(t)dt}$

Fase menyalanya lampu hijau merupakan fase pelayanan terhadap kendaraan yang sudah masuk ke dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas. Kendaraan yang berada pada antrian terdepan akan keluar meninggalkan antrian terlebih dahulu disusul kendaraan yang berada di belakangnya.

Selain kendaraan-kendaraan yang meninggalkan antrian di persimpangan lampu lalu lintas, di sisi lain terdapat kendaraan yang memasuki antrian. Oleh karena itu pada interval $R \leq t \leq T$, banyaknya kendaraan yang berada dalam antrian dipengaruhi oleh tiga faktor yaitu banyaknya kendaraan maksimum pada fase lampu merah, banyaknya kendaraan yang datang memasuki antrian dan banyaknya kendaraan yang meninggalkan antrian.

Banyaknya kendaraan yang meninggalkan antrian atau dilayani oleh sistem berjumlah tetap pada persimpangan lampu lalu lintas tersebut serta tidak memperahatikan sedikit atau banyaknya kendaraan yang ada dalam antrian.

Dengan demikian sesuai definisi di subbab B.2.b, bentuk pelayanan dalam persimpangan lampu lalu lintas ini bersifat *stasionary*.

Untuk fase lampu hijau, total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian, dipengaruhi oleh beberapa hal, yaitu:

a. banyaknya kendaraan pada antrian dalam waktu t dinotasikan dengan $Q_1(t)$. Pada fase awal lampu hijau, banyaknya kendaraan adalah $Q(R)$ yaitu banyaknya kendaraan pada fase akhir fase lampu merah,
b. rata-rata lamanya pelayanan kendaraan dalam antrian atau waktu yang dibutuhkan setiap kendaraan keluar dari dalam antrian, dinotasikan dengan $\frac{1}{\mu}$,
c. banyaknya kendaraan yang datang pada fase lampu hijau dinotasikan A_n.

Dengan menggunakan teori pada subbab H, selanjutnya akan dicari model waktu tunggu kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas selama satu siklus.

$$E[W] = E[W_1] + E[W_2]$$
$$= \left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}R^2\lambda\right) + E[W_2]$$

Total waktu tunggu yang dibutuhkan seluruh kendaraan saat berada dalan antrian pada fase lampu hijau (W_2), dipengaruhi oleh kedatangan dan keberangkatan kendaraan. Hal ini menghasilkan model yang berbeda pula. Untuk mencari W_2 akan dihitung $Q(t)$ pada interval $R \leq t \leq T$. Karena banyaknya kendaraan yang ada dalam antrian pada fase lampu hijau dipengaruhi oleh kendaraan yang masuk dan juga kendaraan yang keluar, maka akan dibagi interval waktu berdasarkan waktu yang dibutuhkan untuk melayani kendaraan yang ada dalam antrian. Selanjutnya didefinisikan $Q_1(t)$ identik dengan $Q(t)$ pada interval $T < t < \infty$. Karena $Q_1(t)$ pada interval $T < t < \infty$ identik dengan $Q(t)$ pada interval $R < t < T$, maka $Q_1(t)$ pada interval $R < t < \infty$.

Dengan demikian

$$W_2 = \int_R^T Q(t)dt. \tag{3.11}$$

Berdasarkan sifat dari integral, maka Persamaan (3.11) dapat ditulis menjadi persamaan berikut:

$$\begin{aligned} W_2 &= \int_R^T Q(t)dt \\ &= \int_R^\infty Q_1\,(t)dt - \int_T^\infty Q_1(t)dt. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Misalkan

$$W_3 = \int_R^\infty Q_1\,(t)dt \tag{3.13}$$

dan $W_4 = \int_T^\infty Q_1\,(t)dt,$ (3.14)

Persamaan (3.12) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_2 &= \int_R^\infty Q_1\,(t)dt - \int_T^\infty Q_1(t)dt \\ &= W_3 - W_{4.} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Jika pada fase lampu merah, banyaknya kedatangan kendaraan dinotasikan dengan $N(t)$, maka pada fase lampu hijau banyaknya kedatangan kendaraan dinotasikan dengan A_n, $n = 1, 2, 3, \ldots$, dimana n merupakan banyaknya pelayanan kendaraan yang dilakukan dalam fase lampu hijau. Seperti halnya $N(t)$, notasi A_n juga belum diketahui nilainya.

Fungsi $Q_1(t)$ pada interval $R < t < \infty$, notasi A_1 didefinisikan sebagai banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $R < t < R + \frac{1}{\mu}Q(R)$, notasi A_2 didefinisikan sebagai banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $R + \frac{1}{\mu}Q(R) < t < R + \frac{1}{\mu}\{Q(R) + A_1\}$, notasi A_3 didefinisikan sebagai banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $R + \frac{1}{\mu}\{Q(R) + A_1\} < t < R + \frac{1}{\mu}\{Q(R) + A_1 + A_2\}$ dan seterusnya. Secara umum A_n didefinisikan sebagai banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $R + \frac{1}{\mu}\{Q(R) + A_1 + \cdots + A_{n-2}\} < t < R + \frac{1}{\mu}\{Q(R) + A_1 + \cdots + A_{n-1}\}, n = 3,4,....$

Untuk penulisan notasi interval waktu di atas lebih sederhana, maka dimisalkan

$$Z_0 = R + \frac{1}{\mu}Q(R),$$

$$\begin{aligned}
Z_1 &= R + \frac{1}{\mu}(Q(R) + A_1) \\
&= R + \frac{1}{\mu}\ Q(R) + \frac{1}{\mu}A_1 \\
&= Z_0 + \frac{1}{\mu}A_1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_2 &= R + \frac{1}{\mu}(Q(R) + A_1 + A_2) \\
&= R + \frac{1}{\mu}Q(R) + \frac{1}{\mu}A_1 + \frac{1}{\mu}A_2 \\
&= Z_0 + \frac{1}{\mu}(\ A_1 + A_2), \text{ dan seterusnya.}
\end{aligned}$$

Secara umum diperoleh

$$Z_n = Z_0 + \frac{1}{\mu}(\,A_1 + \cdots + A_n), n = 1, 2, 3, ... \tag{3.16}$$

Berdasarkan sifat penjumlahan pada interval, W_3 pada Persamaan (3.13) dan W_4 pada Persamaan (3.14) dapat ditulis sebagai berikut:

$$W_3 = \int_R^\infty Q_1(t)dt$$

$$= \int_R^{R+\frac{1}{\mu}Q(R)} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt$$

$$= \int_R^{Z_0} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt \tag{3.17}$$

dan

$$W_4 = \int_T^\infty Q_1(t)dt$$

$$= \int_R^{R+\frac{1}{\mu}Q(R)} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt$$

$$= \int_T^{Z_0} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt. \tag{3.18}$$

Untuk menghitung $\sum_{n=0}^{\infty} \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt$ digunakan sifat ekspektasi yang dibahas pada Definisi 2.18 yaitu $E(X) = E(E(X|Y))$. Hal ini dikarenakan banyaknya kendaraan dipengaruhi oleh banyaknya kedatangan kendaraan yang masuk ke dalam antrian, sehingga

$$E\left(\int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt\right) = E\left(E\left(\int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt \,\middle|\, A_{n+1}\right)\right).$$

Integral pada persamaan di atas dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu bagian pertama menggambarkan waktu tunggu hingga A_{n+1} kendaraan dalam antrian pada waktu Z_n, bagian kedua menggambarkan waktu tunggu kendaraan dalam antrian yang datang pada interval waktu (Z_n, Z_{n+1}), kemudian

$$E\left(\int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}A_{n+1}(1 + A_{n+1}) + E\left(\int_{Z_n}^{Z_{n+1}} N(t)dt \,\middle|\, A_{n+1}\right)\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}\left(A_{n+1} + {A_{n+1}}^2\right) + \frac{\lambda}{2\mu^2}{A_{n+1}}^2\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}\left(A_{n+1} + {A_{n+1}}^2 + \frac{\lambda}{\mu}{A_{n+1}}^2\right)\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}\left[A_{n+1} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right){A_{n+1}}^2\right]\right)$$

$$= \frac{1}{2\mu}E\left(A_{n+1} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right){A_{n+1}}^2\right). \tag{3.19}$$

Akan dicari nilai dari A_{n+1} dan ${A_{n+1}}^2$ dengan menggunakan sifat ekspektasi $E(X|Y) = E(X)$.

Dengan menggunakan Persamaan (3.9) dan (3.16), dimisalkan $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, dan

$$I = \frac{\text{variansi dari jumlah kedatangan kendaraan/ siklus}}{\text{rata} - \text{rata jumlah kedatangan kendaraan/siklus}}$$

$$= \frac{\text{var } N(t)}{\lambda t}$$

$$\text{var } N(t) = I\lambda t, \tag{3.20}$$

serta A_{n+1} dan ${A_{n+1}}^2$ saling bebas, maka

$$E\{A_{n+1}\} = E\{A_{n+1}|A_n\}$$

$$= \lambda\left(\frac{1}{\mu}A_n\right)$$

$$= \frac{\lambda}{\mu} A_n$$

$$= \rho A_{n.} \tag{3.21}$$

Diketahui $var\{A_{n+1}|A_n\} = E\{{A_{n+1}}^2|A_n\} - E^2\{A_{n+1}|A_n\}$ ekuivalen dengan $E\{{A_{n+1}}^2|A_n\} = E^2\{A_{n+1}|A_n\} + var\{A_{n+1}|A_n\}$.

$$E\{{A_{n+1}}^2|A_n\} = E^2\{A_{n+1}|A_n\} + var\{A_{n+1}|A_n\}$$

$$= (\rho A_n)^2 + I\lambda \frac{A_n}{\mu}$$

$$= \rho^2 {A_n}^2 + I \frac{\lambda}{\mu} A_n$$

$$= \rho^2 {A_n}^2 + I\rho A_n. \tag{3.22}$$

Dengan menggunakan Persamaan (3.19), (3,20), (3.21) dan (3.22) maka

$$E\left(\int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt\right) = \frac{1}{2\mu} E\left(A_{n+1} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right){A_{n+1}}^2\right)$$

$$= \frac{1}{2\mu} E\left\{\rho A_n + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\rho^2 {A_n}^2 + I\rho A_n\right)\right\}.$$

Karena $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, maka

$$E\left(\int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_1(t)dt\right) = \frac{1}{2\mu} E\{\rho A_n + (1 + \rho)\left(\rho^2 {A_n}^2 + I\rho A_n\right)\}$$

$$= \frac{1}{2\mu} E\{\rho A_n + \rho^2 {A_n}^2 + I\rho A_n + \rho^3 {A_n}^2 + I\rho^2 A_n\}$$

$$= \frac{1}{2\mu} E\{\rho A_n + I\rho A_n + I\rho^2 A_n + \rho^2 {A_n}^2 + \rho^3 {A_n}^2\}$$

$$= \frac{1}{2\mu} E\left\{\rho A_n(1 + I + I\rho) + \rho^2 {A_n}^2(1 + \rho)\right\}$$

$$= \frac{1}{2\mu} E\left\{\rho A_n\big(1 + I(1 + \rho)\big) + \rho^2 {A_n}^2(1 + \rho)\right\}$$

$$= \frac{1}{2\mu}\left\{\rho^{n+1}E[Q(R)]\left[1 + \frac{I(1+\rho)(1-\rho^{n+1})}{1-\rho}\right]\right.$$

$$\left. + \rho^{n+2}E[Q^2(R)](1+\rho)\right\}.$$

Subtitusikan persamaan di atas ke Persamaan (3.17) dan (3.18). Selanjutnya hitung dengan menggunakan penjumlahan deret geometri, diperoleh

$$E[W_3] = \frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)E[Q(R)] + (1-\rho)E[Q^2(R)]\}.$$

(3.23)

Dengan cara yang sama,

$$E[W_4] = \tfrac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)E[Q(T)] + (1-\rho)E[Q^2(T)]\}.$$

(3.24)

Berdasarkan Persamaan (3.15), (3.23) dan (3.24) diperoleh

$$W_2 = W_3 - W_4$$

$$= \left(\frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)E[Q(R)] + (1-\rho)E[Q^2(R)]\}\right)$$

$$-\left(\frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)E[Q(T)] + (1-\rho)E[Q^2(T)]\}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)(E[Q(R)] - E[Q(T)])$$

$$+(1-\rho)(E[Q^2(R)] - E[Q^2(T)])\}. \quad (3.25)$$

Diasumsikan bahwa antrian di persimpangan lampu lalu lintas berada dalam keseimbangan statis. Berdasarkan Gambar 3.2, kondisi yang harus dipenuhi adalah rata-rata banyaknya kedatangan kendaraan per satu siklus harus kurang dari banyaknya kendaraan yang meninggalkan antrian selama fase lampu hijau, yaitu

$$\lambda T < (T - R)\mu$$

$$\frac{\lambda}{\mu} < \frac{(T - R)}{T}.$$

Karena $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ dan misalkan $r = \frac{R}{T}$, maka

$$\rho < 1 - r.$$

Dalam kondisi keseimbangan, $E[Q(0)] = E[Q(T)]$, $E[Q^2(0)] = E[Q^2(T)]$ dan $E[Q(R)] = E[Q(0)] + E[N(R)]$. Berdasarkan Persamaan (3.24), akan dicari nilai dari $E[Q(R)] - E[Q(T))]$ dan $E[Q^2(R)] - E[Q^2(T)]$.

$$\begin{aligned} E[Q(R)] - E[Q(T))] &= E[Q(0)] + E[N(R)] - E[Q(T)] \\ &= E[Q(0)] + E[N(R)] - E[Q(0)] \\ &= E[N(R)] \\ &= \lambda R \qquad (3.26) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} E[Q^2(R)] - E[Q^2(T)] &= 2E[N(R)]\,E[Q(0)] + E[N^2(R)] \\ &= 2\lambda R E[Q(0)] + (\lambda R)^2 + \lambda R I \\ &= 2\lambda R E[Q(0)] + \lambda^2 R^2 + \lambda R I. \qquad (3.27) \end{aligned}$$

Pada fase lampu hijau, total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian diperoleh dengan menggunakan Persamaan (3.25), (3.26) dan (3.27).

$$E[W_2] = \frac{1}{2}\mu^{-1}(1 - \rho)^{-2}\{(1 + I\rho - \rho)(E[Q(R)] - E[Q(T)])$$

$$+(1 - \rho)(E[Q^2(R)] - E[Q^2(T)])\}$$

$$= \frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)(\lambda R)+(1-\rho)$$

$$(2\lambda RE[Q(0)]+\lambda^2R^2+\lambda RI)\}. \tag{3.28}$$

Dengan demikian, diperoleh total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian pada fase lampu hijau adalah

$$E[W_2] = \frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)(\lambda R)+(1-\rho)$$

$$(2\lambda RE[Q(0)]+\lambda^2R^2+\lambda RI)\}.$$

Selanjutnya, akan dicari total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas dalam satu siklus. Dari Persamaan (3.3), (3.10) dan (3.28) menghasilkan

$$E[W] = E[W_1] + E[W_2]$$

$$= \left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \left(\frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho)\lambda R +\right.$$

$$\left.(1-\rho)(2\lambda RE[Q(0)]+\lambda^2R^2+\lambda RI)\right)$$

$$= \left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \left(\frac{1}{2\mu(1-\rho)^2}\{(1+I\rho-\rho)\lambda R +\right.$$

$$(1-\rho)(2\lambda RE[Q(0)]+\lambda^2R^2+\lambda RI)\})$$

$$= \left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \left(\frac{1}{2(1-\rho)^2}\left\{(1+\rho I-\rho)\frac{\lambda}{\mu}R +\right.\right.$$

$$\left.\left.(1-\rho)\left(\frac{2\lambda}{\mu}RE[Q(0)] + \frac{\lambda^2}{\mu}R^2 + \frac{\lambda}{\mu}RI\right)\right\}\right)$$

$$= \frac{2(1-\rho)^2}{2(1-\rho)^2}\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \frac{1}{2(1-\rho)^2}\left\{(1+\rho I-\rho)\frac{\lambda}{\mu}R\right.$$

$$\left.+(1-\rho)\left(\frac{2\lambda}{\mu}RE[Q(0)] + \frac{\lambda^2}{\mu}R^2 + \frac{\lambda}{\mu}RI\right)\right\}$$

$$= \frac{2(1-\rho)^2}{2(1-\rho)^2}\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \frac{1}{2}\left\{\frac{(1+\rho I-\rho)\frac{\lambda}{\mu}R}{(1-\rho)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\rho)}{(1-\rho)^2}\left(2\frac{\lambda}{\mu}RE[Q(0)] + \frac{\lambda^2}{\mu}R^2 + \frac{\lambda}{\mu}RI\right)\right\}$$

$$= \frac{2(1-\rho)^2}{2(1-\rho)^2}\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1-\rho}{(1-\rho)^2} + \frac{\rho I}{(1-\rho)^2}\right)\rho R\right.$$

$$+ \frac{(1-\rho)}{(1-\rho)^2}(2\rho RE[Q(0)] + \rho\lambda R^2 + \rho RI)$$

$$= \frac{2(1-\rho)^2}{2(1-\rho)^2}\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{(1-\rho)} + \frac{\rho I}{(1-\rho)^2}\right)\rho R\right.$$

$$\left. + \frac{1}{(1-\rho)}(2\rho RE[Q(0)] + \rho\lambda R^2 + \rho RI)\right\}$$

$$= \frac{2(1-\rho)(1-\rho)}{2(1-\rho)(1-\rho)}\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \frac{1}{2(1-\rho)}$$

$$\left\{\left(1 + \frac{\rho I}{(1-\rho)}\right)\rho R + (2\rho RE[Q(0)] + \rho\lambda R^2 + \rho RI)\right\}$$

$$= \frac{2(1-\rho)}{2(1-\rho)}\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \frac{1}{2(1-\rho)}$$

$$\left\{\left(1 + \frac{\rho I}{(1-\rho)}\right)\rho R + (2\rho RE[Q(0)] + \rho\lambda R^2 + \rho RI)\right\}$$

$$= \frac{1}{2(1-\rho)}\left\{2(1-\rho)\left(E[Q(0)]R + \frac{1}{2}\lambda R^2\right) + \left(1 + \frac{\rho I}{(1-\rho)}\right)\rho R\right.$$

$$+(2\rho RE[Q(0)] + \rho\lambda R^2 + \rho RI)\}$$

$$= \frac{1}{2(1-\rho)}\{2\,E[Q(0)]R + \lambda R^2 - 2\rho E[Q(0)]R - \rho\lambda R^2 +$$

$$\left.\rho R + \frac{\rho^2 IR}{(1-\rho)} + 2\rho RE[Q(0)] + \rho\lambda R^2 + \rho RI\right\}$$

$$= \frac{1}{2(1-\rho)}\left\{2\,E[Q(0)]R + \lambda R^2 + \rho R + \rho R I + \frac{\rho^2 I R}{(1-\rho)}\right\}$$

$$= \frac{1}{2(1-\rho)}\left\{2\,E[Q(0)]R + \lambda R^2 + \rho R(1+I) + \frac{\rho^2 I R}{(1-\rho)}\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{\rho}{\lambda}(1+I) + \frac{\rho^2 I}{\lambda(1-\rho)}\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{1}{\mu}(1+I) + \frac{\rho I}{\mu(1-\rho)}\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{1}{\mu(1-\rho)}\big((1+I)(1-\rho) + \rho I\big)\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{1}{\mu(1-\rho)}(1-\rho+I-\rho I+\rho I)\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{1}{\mu(1-\rho)}(1-\rho+I)\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{1}{\mu}\left(\frac{(1-\rho)}{(1-\rho)} + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}$$

$$= \frac{\lambda R}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + R + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}$$

$$= \frac{\lambda r T}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + rT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}$$

Jadi, total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas dalam satu siklus adalah

$$E[W] = \frac{\lambda r T}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\,E[Q(0)] + rT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}.$$

Akan dicari rata-rata total waktu tunggu kendaraan saat berada dalam antrian selama satu siklus yang merupakan hasil pembagian antara total waktu tunggu seluruh kendaraan saat berada dalam antrian selama satu siklus (detik) dengan rata-rata kendaraan yang masuk ke dalam antrian selama satu siklus (kendaraan) adalah

$$d = \frac{E[W]}{E[N(T)]}$$

$$= \frac{\frac{\lambda r T}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2}{\lambda}\ E[Q(0)] + rT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}}{\lambda T}$$

$$= \frac{\lambda r T\left\{\frac{2}{\lambda}\ E[Q(0)] + rT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}}{2(1-\rho)\lambda T}$$

$$= \frac{r\left\{\frac{2}{\lambda}\ E[Q(0)] + rT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right)\right\}}{2(1-\rho)}$$

$$= \frac{1}{2} r(1-\rho)^{-1}\{2\lambda^{-1}E[Q(0)] + rT + \mu^{-1}(1 + I(1-\rho)^{-1})\}.$$

Jadi, rata-rata waktu tunggu kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas selama satu siklus adalah

$$d = \frac{1}{2} r(1-\rho)^{-1}\{2\lambda^{-1}E[Q(0)] + rT + \mu^{-1}(1 + I(1-\rho)^{-1})\}.$$

B. Aplikasi Model

Pada sub bab ini akan dibahas aplikasi dari model waktu tunggu kendaraan di persimpangan yang sudah diperoleh di atas. Untuk memberikan aplikasi model waktu tunggu tersebut digunakan data persimpangan Condong Catur tahun 2012 yang diperoleh dari Dinas Perhubungan dan Kominfo DIY. Dalam aplikasi model ini digunakan data persimpangan Condong Catur yang dari arah timur. Dipilih dari arah timur karena kondisi jalan yang mempunyai derajat kejenuhan lebih dari satu yaitu 1,0319.

Contoh permasalahan (data Persimpangan Condong Catur tahun 2012 dari arah timur)

Diketahui:

Rata-rata laju kedatangan kendaraan (λ)	: 2339 kendaraan/jam
Lama satu siklus (T)	: 98 detik
Lama lampu hijau (G)	: 25 detik
Banyaknya kendaraan yang keluar saat lampu hijau menyala (m)	: 6774 smp/jam hijau
Sisa kendaraan pada siklus sebelumnya (Q(0))	: 30 kendaraan

Berdasarkan data di atas diketahui laju kedatangan kendaraan (λ) adalah 2339 kendaraan/jam sehingga diperoleh $\lambda = 0{,}6497$ kend/detik. Dalam satu siklus (T) dimana lampu merah menyala kemudian dilanjutkan lampu hijau menyala yaitu 98 detik. Lama lampu hijau menyala (G) adalah 25 detik. Untuk mencari lama lampu merah menyala (R) diperoleh dengan lama satu siklus dikurangi lama menyala lampu hijau yaitu $R = T - G = 98 - 25 = 73$ detik. Selanjutnya, $r = \frac{R}{T} = \frac{73}{98} = 0{,}7448$. Kendaraan yang keluar saat lampu hijau menyala dinotasikan dengan m, sebanyak 6774 smp/jam hijau. Diketahui lama lampu hijau menyala adalah 25 detik sehingga banyaknya kendaraan yang meninggalkan persimpangan selama 25 detik adalah 47,0417 kendaraan.

Diketahui bahwa $m = (1 - r)T\mu$. Pada fase hijau merupakan fase dimana kendaraan meninggalkan antrian atau fase pelayanan. Akan dicari laju pelayanan kendaraan saat meninggalkan antrian (μ). Dari rumus sebelumnya, μ dapat ditulis sebagai $\mu = \frac{m}{(1-r)T}$ sehingga $\mu = \frac{47{,}0417}{(1-0{,}7448)\times 98} = 1{,}8817$ kend/detik. $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0{,}6497}{1{,}8817} = 0{,}3453$. Variansi kedatangan kendaraan pada sati siklus yaitu 11,2246. Sehingga rasio antara variansi kedatangan kendaraan dengan rata-rata kedatangan kendaraan pada satu siklus (I) adalah 0,1762.

Kemudian substitusikan nilai-nilai yang diketahui ke persamaan berikut:

$$d = \frac{W}{N(T)}$$

$$= \frac{r}{2(1-\rho)}\left\{rT + \frac{2Q(0)}{\lambda} + \frac{1}{\mu}\left[1 + \frac{I}{(1-\rho)}\right]\right\}$$

$$= \frac{0{,}7448}{2(1-0{,}3453)}\left\{(0{,}7448 \times 98) + \left(\frac{2 \times 30}{0{,}6497}\right) + \frac{1}{1{,}8817}\left[1 + \frac{0{,}1762}{(1-0{,}3453)}\right]\right\}$$

$$= 0{,}5688\left\{73 + 92{,}3471 + \frac{1}{1{,}8817}[1{,}2692]\right\}$$

$$= 0{,}5688\{73 + 92{,}3471 + 0{,}6745\}$$

$$= 94{,}4459 \approx 94{,}4$$

Jadi, rata-rata waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur dari arah timur adalah 94,4 detik. Artinya, selama satu siklus yaitu menyalanya lampu merah dilanjutkan lampu hijau, waktu tunggu kendaraan di persimpangan Condong Catur adalah 94,4 detik.

BAB IV

SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Dari pembahasan pada Bab 3, dapat disimpulkan bahwa:

1. permasalahan waktu tunggu kendaraan pada persimpangan lampu lalu lintas pada umumnya dapat dimodelkan secara matematis. Dalam menentukan model dari lama waktu tunggu kendaran di dalam antrian pada persimpangan lampu lalu lintas, diperlukan pola kedatangan yang deterministik sehingga dapat terbentuk pola panjang antrian kendaraan di lalu lintas tersebut. Model yang diperoleh adalah model waktu tunggu kendaraan dengan pola kedatangan berdistribusi *Compound Poisson*, sebagai berikut

$$d = \frac{E[W]}{E[N(T)]}$$

$$= \frac{1}{2}r(1-\rho)^{-1}\{2\lambda^{-1}E[Q(0)] + rT + \mu^{-1}(1 + I(1-\rho)^{-1})\},$$

2. dari aplikasi model diperoleh waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur dari arah timur pada tahun 2012 adalah $94{,}4459 \approx 94{,}4$ detik.

B. Saran

Topik skripsi tentang pemodelan lampu lalu lintas ini diharapkan dapat mengatur waktu siklus lampu lalu lintas secara otomatis yang akan menjadi suatu hal penting di masa depan. Dengan demikian, dapat meminimalkan waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas.

DAFTAR PUSTAKA

Ade Putri M. (2012). Model Waktu Tunggu Kendaraan pada Persimpangan dengan Lampu Lalu Lintas Saat Jam Sibuk. *Skripsi*. Depok: Universitas Indonesia.

Agus Sigit.(2013). *Jumlah Kendaraan Bermotor DIY "Over Load"*. Diakses (http://krjogja.com/read/188172/jumlah-kendaraan-bermotor-diy-over-load.kr) pada tanggal 28 Februari 2014, Jam 10:15 WIB.

Bain, Lee J & Engelhardt, Max. (1987). *Introduction To Probability and Mathematical Statistic.* 2nd. ed. USA: Duxubury.

Bernaldy. (1997). *Manual Kapasitas Jalan Indonesia.* Bandung: Direktorat Jenderal Bina Marga.

Gross, Donald & Harris, Carl M. (1998). *Fundamentals of Queueing Theory.* 3rd. ed. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Hogg, Robert V & Tanis, Elliot A. (2001). *Probability and Statistical Inference.* New Jersey: Prentice Hall International, Inc.

McNeil, Donald R. (1968). A Solution to The Fixed-Cycle Light Problem for Compound Poisson Arrivals. Israel. *Journal of Applied Probability*. Vol 5, No. 3 (Dec.,1968), pp 624-635.

Meyer, Walker J. (1984). *Concept of Mathematical Modeling*. New York: McGraw-Hill Book Company.

Milton,J.S & Arnold, Jesse C. (1995). *Introduction To Probability And Statistic.* 3rd. ed. Singapore: McGraw-Hill, Inc.

Newell, G.F. (1965). Approximation Methods For Queues With Application To The Fixed-Cycle Traffict Light. *Journal SIAM Review*. Vol 7, No.2 (April.,1965).

Nikenasih Binatari. (2013). *Teori Antrian*. Diakses dari https://www.facebook.com/groups/190751884437113/ pada tanggal 23 Maret 2014, Jam 19.33 WIB.

Ortuzar & Willumsen. (1990). *Modeling Transport.* Chicester: John Wiley & Sons, Ltd.

Rinaldi Munir. (2002). *Deret Taylor dan Analisis Galat*. Diakses dari http://informatika.stei.itb.ac.i/~rinaldi.munir/Buku/Metode%20Numerik/Bab-%2002%20Deret%20Taylor%20dan%20Analisis%20Galat.pdf. Pada tanggal 24 Juni 2014, Jam 8.44 WIB.

Ross, Sheldon M. (1996). *Stochastic Processes.* 2nd. ed. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Rouphail, Nagui., Tarko, Andrzej., & Li, Jing. (2001). *Traffic Flow at Signalized Intersections.* Traffic Flow Theory Monograph, Chapter 9.

Susanta, B. (1990). *Model Matematika*. FMIPA, Universitas Gajah Mada. Yogyakarta.

Sutrisno, M. T. (2011). Model Waktu Tunggu pada Persimpangan Lalu Lintas. *Skripsi.* Depok: Universitas Indonesia.

Taha, Hamdy A. (2007). *An Introduction Operation Research.* 8th. ed. USA: Pearson Education, Inc.

Taylor, Howard M & Karlin, Samuel. (1984). *An Introduction to Stochastic Modeling.* rev. ed. USA: Academic press, Inc.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika.* 3rd. ed. (Alih bahasa: Ir. Bambang Sumantri). Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1

HASIL PERHITUNGAN LALU LINTAS DI SIMPANG 4 CONDONG CATUR

Rabu, 7 Maret 2012

Kaki : Timur

Tanggal : 07-Mar-12

Periode Waktu	Belok Kanan							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU,TK	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	97	33	0	2	1	0	3	0
11.45-12.00	97	36	0	3	1	0	2	0
12.00-12.15	81	33	0	5	1	0	0	0
12.15-12.30	86	31	0	4	1	0	2	0

Periode Waktu	Lurus							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	230	131	0	20	1	0	15	3
11.45-12.00	281	152	0	24	1	1	20	3
12.00-12.15	265	154	2	20	2	0	23	2
12.15-12.30	269	148	1	21	2	1	26	2

Kaki : Utara

Tanggal : 07-Mar-12

Periode Waktu	Belok Kanan							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU,TK	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	100	29	0	2	1	0	0	1
11.45-12.00	85	24	0	3	2	0	0	0
12.00-12.15	93	26	0	1	1	0	0	0
12.15-12.30	86	25	0	2	1	0	0	2

Periode Waktu	Lurus							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	327	37	3	2	1	0	0	0
11.45-12.00	330	45	2	4	2	1	2	0
12.00-12.15	346	50	1	7	2	0	4	0
12.15-12.30	329	48	2	5	1	0	2	0

Kaki : Barat

Tanggal : 07-Mar-12

Periode Waktu	Belok Kanan							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU,TK	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	194	64	0	5	4	0	3	0
11.45-12.00	182	71	1	9	3	0	4	0
12.00-12.15	188	76	2	7	3	0	6	0
12.15-12.30	176	74	3	7	2	0	5	0

Periode Waktu	Lurus							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	237	152	0	23	0	0	10	7
11.45-12.00	240	143	0	24	1	0	10	6
12.00-12.15	243	164	0	26	1	0	11	3
12.15-12.30	231	160	0	25	1	0	10	7

Kaki : Selatan

Tanggal : 07-Mar-12

Periode Waktu	Belok Kanan							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU,TK	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	213	50	4	3	1	0	1	0
11.45-12.00	238	52	5	8	0	0	0	0
12.00-12.15	226	53	4	10	1	0	0	0
12.15-12.30	241	49	3	7	2	0	2	0

Periode Waktu	Lurus							
	MC	Kendaraan Ringan (LV)				Kendaraan Berat (HV)		
	SPM	MP	AUP	PU	BUSS	BUSB	T2AS	T3AS
11.30-11.45	302	52	0	4	1	0	0	0
11.45-12.00	370	40	3	7	1	0	0	0
12.00-12.15	341	28	2	8	0	0	2	0
12.15-12.30	357	32	2	6	1	0	1	0

LAMPIRAN 2

HASIL ANALISIS WAKTU SINYAL DAN KAPASITAS DI SIMPANG 4 CONDONG CATUR

Rabu, 7 Maret 2012

Kode pendekat	Nilai disesuaikan smp/jam hijau	Arus lalu lintas smp/jam	Waktu hijau det	Kapasitas smp/jam	Derajat kejenuhan
Selatan	6.185	907	30	1325,25	0,6840
Barat	6.921	1.500	30	1483,0179	1,0117
Utara	7.208	687	35	1801,9719	0,3813
Timur	6.774	1.248	25	1209,5536	1,0319

Waktu siklus pra penyesuaian c us (det)	140
Waktu siklus disesuaikan c (det)	98,02

LAMPIRAN 3

HASIL ANALISIS PANJANG ANTRIAN, JUMLAH KENDARAAN TERHENTI SIMPANG 4 CONDONG CATUR

Rabu, 7 Maret 2012

Kode pendekat	Arus lalu lintas smp/jam	Kapasitas smp/jam	Derajat kejenuhan	Rasio hijau	Jumlah kendaraan antri (smp)				Panjang Antrian (m)
					NQ1	NQ2	Total	NQ max	
Selatan	907	1.325	0,68	0,214	0,6	32	33	47	111
Barat	1.500	1.483	1,01	0,214	24,3	59	83	112	238
Utara	687	1.802	0,38	0,250	(0,2)	22	22	32	66
Timur	1.248	1.210	1,03	0,179	30,0	49	79	107	232