***PARTIAL LEAST SQUARE* (PLS) DAN *PRINCIPAL COMPONENT REGRESSION* (PCR) UNTUK REGRESI LINEAR DENGAN MULTIKOLINEARITAS PADA KASUS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN GUNUNG KIDUL**

SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Sains

Oleh :

Aryani Dewi Astuti

NIM. 10305144035

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2014

PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul

"*PARTIAL LEAST SQUARE* (PLS) DAN *PRINCIPAL COMPONENT REGRESSION* (PCR) UNTUK REGRESI LINEAR DENGAN MULTIKOLINEARITAS PADA KASUS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN GUNUNG KIDUL"

Oleh :

Aryani Dewi Astuti
NIM. 10305144035

Telah disetujui dan disahkan oleh dosen pembimbing untuk diujikan kepada Dewan Penguji Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta

Disetujui pada tanggal :

27 Juni 2014

Menyetujui,
Dosen Pembimbing

Retno Subekti, M.Sc
NIP. 198111162005012002

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul

"*PARTIAL LEAST SQUARE* (PLS) DAN *PRINCIPAL COMPONENT REGRESSION* (PCR) UNTUK REGRESI LINEAR DENGAN MULTIKOLINEARITAS PADA KASUS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN GUNUNG KIDUL"

disusun oleh:

Nama : Aryani Dewi Astuti
NIM : 10305144035
Prodi : Matematika

telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi Fakulltas MIPA pada tanggal 4 Juli 2014 dan dinyatakan **Lulus**.

DEWAN PENGUJI

Nama	**Jabatan**	**Tanda Tangan**	**Tanggal**
Retno Subekti, M.Sc NIP. 19811162005012002	Ketua Penguji	....	10/7 14
Husna 'Arifah, M.Sc NIP. 19781015200212200I	Sekretaris Penguji	....	10/07 '14
Dr. Dhoriva Urwatul W NIP. 196603311993032001	Penguji Utama	....	08/07 '14
Mathilda Susanti, M.Si NIP. 196403141989012001	Penguji Pendamping	....	08/07 '14

Yogyakarta, 11 Juli 2014

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Dekan,

Dr. Hartono
NIP. 19620329 198702 1 002

HALAMAN PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama	:	Aryani Dewi Astuti
NIM	:	10305144035
Program Studi	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi	:	*PARTIAL LEAST SQUARE* (PLS) DAN *PRINCIPAL COMPONENT REGRESSION* (PCR) UNTUK REGRESI LINEAR DENGAN MULTIKOLINEARITAS PADA KASUS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN GUNUNG KIDUL

Menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya, tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali pada bagian-bagian tertentu yang diambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Apabila ternyata terbukti pernyataan saya ini tidak benar, maka sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya, dan saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan yang berlaku.

Yogyakarta, 25 Juni 2014

Yang Menyatakan,

Aryani Dewi Astuti
NIM. 10305144035

MOTTO

Sesungguhnya, setelah kesulitan itu ada kemudahan.
(Al-Insyiroh,6)

setelah kesulitan itu ada kemudahan.

PERSEMBAHAN

Teruntuk kedua orang tuaku,
atas keajaiban doa-doanya, atas cinta yang luar biasa
dan atas peluh yang menetes disetiap harinya.

PARTIAL LEAST SQUARE (PLS) DAN _PRINCIPAL COMPONENT REGRESSION_ (PCR) UNTUK REGRESI LINEAR DENGAN MULTIKOLINEARITAS PADA KASUS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN GUNUNG KIDUL

Oleh :
Aryani Dewi Astuti
NIM. 10305144035

ABSTRAK

Multikolinearitas adalah terjadinya korelasi antar variabel-variabel prediktor yang menyebabkan analisis regresi linear dengan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*) memberikan hasil yang tidak valid. Dalam penelitian ini digunakan metode *Principal Component Regression* (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) untuk mengatasi multikolinearitas. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui hasil analisis regresi dan membandingkan kedua metode menggunakan nilai koefisien determinasi (R^2) dan *Mean Square Eror* (MSE). Kedua metode tersebut diterapkan pada kasus Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Kabupaten Gunung Kidul yang digunakan sebagai variabel respon. IPM merupakan suatu indikator yang menggabungkan faktor ekonomi dan non ekonomi yang mendefinisikan kesejahteraan secara lebih luas.

Metode PLS maupun PCR akan menghasilkan komponen-komponen baru yang bebas multikolinearitas. Komponen utama dalam PCR diperoleh dari tahapan analisis komoponen utama dengan cara menyederhanakan variabel yang diamati dengan mereduksi dimensinya. Sedangkan komponen PLS diperoleh dengan cara memaksimalkan kovarians antara variabel respon dengan semua kemungkinan kombinasi linear dari variabel-variabel prediktor. Terdapat enam variabel prediktor yang digunakan yaitu PDRB, angka harapan hidup, rata-rata lama sakit, angka melek huruf, rata-rata lama sekolah dan rasio murid-kelas

Hasil persamaan regresi linear dugaan yang diperoleh dari kedua metode tersebut adalah berikut :

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan berkah, rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi berjudul "*Partial Least Square* (PLS) dan *Principal Component Regression* (PCR) untuk Regresi Linear dengan Multikolinearitas Pada Kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Gunung Kidul".

Penulisan skripsi ini disusun sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. Penyusunan skripsi ini tidak akan berjalan dengan baik tanpa dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan penuh ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Hartono selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta atas izin penulisan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Sugiman selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika yang telah memberikan persetujuan penulisan skripsi ini.
3. Dr. Agus Maman Abadi, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika atas izin dan bimbingan penulisan skripsi.
4. Ibu Retno Subekti, M.Sc selaku dosen pembimbing yang dengan penuh kesabaran telah berkenan memberikan bimbingan dalam penulisan skripsi.
5. Dewan Penguji yang telah memberikan saran dalam penulisan skripsi ini.
6. Bapak Nur Hadi W, M.Eng sebagai dosen Penasehat Akademik yang telah memberikan bimbingan serta motivasi selama studi.
7. Anisa Jatus Anafauziah, Felasufah Kusumadewi, Metza Marisca dan Tri Aribowo untuk selalu mendampingi, menguatkan dan memberi semangat.

8. Teman-teman Matematika Swadana 2010 untuk kebersamaan, cerita dan hal-hal menakjubkan yang pernah kita lakukan.
9. Semua pihak yang telah membantu penulisan skripsi ini hingga selesai.

Penulis menyadari adanya ketidaktelitian, kekurangan dan kesalahan dalam penulisan tugas akhir skripsi ini. Oleh karena itu, penulis menerima kritik dan saran yang bersifat membangun. Semoga penulisan tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi pembaca dan pihak yang terkait.

Yogyakarta, 25 Juni 2014

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Analisis data bertujuan mendapatkan informasi yang relevan yang terkandung di dalam data dan menggunakan hasilnya untuk memecahkan suatu permasalahan. Ada beberapa teknik statistik yang dapat digunakan untuk menganalisis data, salah satu metode analisis data yang seringkali digunakan adalah analisis regresi. Analisis regresi merupakan studi mengenai ketergantungan variabel respon (terikat/dependen) dengan satu atau lebih variabel prediktor (variabel bebas/independen) yang umumnya dinyatakan dalam persamaan matematik (Imam Ghozali, 2013, hal. 95).

Terdapat dua jenis model regresi linear yaitu model regresi linear sederhana dan berganda. Model regresi linear sederhana digunakan jika peneliti ingin mengetahui hubungan atau pengaruh satu variabel prediktor terhadap variabel respon. Jika seorang peneliti ingin mengkaji hubungan atau pengaruh dua atau lebih variabel prediktor terhadap variabel respon, maka model regresi yang digunakan adalah model regresi linear berganda (*multiple linear regression model*). Model regresi linear sederhana maupun model regresi linear berganda dapat diperoleh dengan melakukan estimasi terhadap parameter-parameternya menggunakan metode tertentu. Adapun metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linear sederhana maupun model regresi linear berganda adalah dengan metode kuadrat terkecil (*ordinary least square*).

Dalam statistika sebuah model regresi dikatakan baik atau cocok, jika dipenuhi asumsi-asumsi ideal (klasik), yakni tidak adanya autokorelasi, heteroskedastisitas dan multikolinearitas. Permasalahan yang sering muncul adalah multikolinearitas yaitu terjadinya korelasi yang cukup tinggi antara variabel-variabel prediktor. Multikolinearitas mengakibatkan determinan matriks $X'X$ mendekati nol sehingga menyebabkan matriks hampir singular yang berakibat nilai penduga parameter menjadi tidak stabil (Draper & Smith, 1992, hal. 247). Oleh karena itu, uji multikolinearitas perlu dilakukan untuk menelaah dipenuhi tidaknya asumsi multikolinearitas.

Multikolinearitas dalam model regresi linear dapat dideteksi dengan beberapa cara, misalnya dengan menganalisis matriks korelasi variabel-variabel prediktor, menghitung nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) dan *Tolerance* (TOL). Jika terdapat pelanggaran asumsi multikolinearitas, ada beberapa prosedur yang dapat digunakan untuk mengatasinya, seperti menambahkan data yang baru, menghilangkan satu atau beberapa variabel prediktor yang dianggap memiliki korelasi tinggi dari model regresi, melakukan transformasi variabel dengan prosedur *first difference* atau ln (logaritma natural) dan menggunakan metode analisis yang lain seperti regresi bayesian atau regresi *ridge* (Imam Ghozali, 2013, hal. 110)

Metode lain untuk mengatasi multikolinearitas adalah *Partial Least Square* (PLS) dan *Principal Component Regression* (PCR). Metode PCR merupakan salah satu teknik dalam mengatasi multikolinearitas dengan cara mereduksi variabel–variabel yang ada menjadi beberapa variabel baru yang saling bebas dan merupakan kombinasi linear dari variabel asal (Maitra & Yan, 2008). Sedangkan Metode PLS mempunyai kelebihan dibandingkankan dengan regresi berganda dalam mengatasi multikolinearitas data dengan variabel prediktor yang banyak (Abdi, 2003). Dalam pemodelannya setiap komponen dalam PLS diperoleh dengan cara memaksimalkan kovarians antara variabel respon dengan semua kemungkinan kombinasi linear dari variabel-variabel prediktor. Sehingga dengan cara ini akan diperoleh komponen yang mampu menjelaskan sebanyak mungkin keragaman variabel respon dibandingkan dengan komponen yang diperoleh dari analisis komponen utama (Abdi, 2003).

Berdasarkan hal tersebut, peneliti tertarik untuk membandingkan metode PCR dan PLS sebagai penyelesaian masalah multikolinearitas. Kedua metode ini akan diterapkan pada kasus Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Gunung Kidul. IPM merupakan salah satu alat ukur yang dapat digunakan untuk menilai kualitas pembangunan manusia, baik dari sisi dampaknya terhadap kondisi fisik (kesehatan dan kesejahteraan) maupun yang bersifat non-fisik (pendidikan) (Noorbakhsh, 1998). Pembangunan yang berdampak pada kondisi fisik masyarakat misalnya tercermin dalam angka harapan hidup serta kemampuan daya beli masyarakat, sedangkan dampak non-fisik dapat dilihat dari kualitas pendidikan masyarakat.

(Ayunanda & Ismaini, 2013) dalam penelitiannya yang dilakukan dengan pendekatan regresi panel terdapat 8 variabel yang mempengaruhi IPM yaitu : rasio siswa terhadap guru, angka partisipasi SMP/MTs, jumlah sarana kesehatan, persentase RT dengan akses air bersih , kepadatan penduduk, tingkat partisipasi angkatan kerja, dan PDRB perkapita. Sedangkan (Kartika Ayu, Maria, & Rahma, 2013) dalam penelitiannya dengan pendekatan *Partial Least Square Regression* (PLS-R) dalam regresi logistik ordinal menyimpulkan bahwa variabel yang mempengaruhi IPM adalah Angka Harapan Hidup (AHH), Angka Melek Huruf (AMH), Rata-rata Lama Sekolah (RLS), Pengeluaran per Kapita (PPK), Angka Kematian Bayi (AKB) dan Penduduk Usia > 15 tahun yang bekerja (PK).

Berdasarkan hal tersebut, variabel-variabel prediktor yang akan digunakan dalam skripsi ini adalah Pendapatan Daerah Regional Bruto per kapita (PDRB), Angka Harapan Hidup (AHH), Rata-rata Lama Sakit (RLST), Angka Melek Huruf (AMH), Rata-rata Lama Sekolah (RLSH) dan Rasio Murid-Kelas (RMK).

B. Perumusan Masalah

1. Bagaimana hasil analisis dengan metode *Principal Component Regression* (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) yang diterapkan pada pada data Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Gunung Kidul yang mengalami multikolinearitas ?
2. Bagaimana hasil perbandingan metode *Principal Component Regression* (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) yang diterapkan pada kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Gunung Kidul?

C. Tujuan Penelitian

1. Mengetahui hasil analisis metode *Principal Component Regression* (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) pada data Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Gunung Kidul yang mengalami multikolinearitas.
2. Mendapatkan hasil perbandingan metode *Principal Component Regression* (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) yang diterapkan pada kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Gunung Kidul.

D. Manfaat Penelitian

1. Memberikan pengetahuan dasar tentang metode *Principal Component Regression* (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) serta memberikan penjelasan tentang penerapan metode PLS dan PCR dalam menyelesaikan masalah *multikolinearitas* pada regresi linear berganda.
2. Menambah referensi dan sumber belajar bagi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika.

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Aljabar Matriks

Definisi 2. 1 (Ruminta, 2009, hal. 1)

Matriks adalah himpunan skalar yang disusun secara khusus dalam bentuk baris dan kolom sehingga membentuk empat persegi panjang atau persegi yang ditulis diantara dua kurung , yaitu ( ) atau [ ].

Sebuah matriks *A* yang berukuran *m* baris dan *n* kolom dapat ditulis sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

a_{ij} menyatakan elemen yang terdapat di dalam baris *i* dan kolom *j* dari *A*, dimana *i=1,2,…,m* (indeks baris) dan *j=1,2,…,n* (indeks kolom). Matriks *A* dapat juga dituliskan sebagai berikut :

$$A_{m\times n} = \left[a_{ij}\right]_{m\times n} \text{ dengan } i = 1,2,\dots,m\,; j = 1,2,\dots,n$$

Jenis-jenis matriks dan beberapa hal tentang matriks yang seringkali digunakan adalah sebagai berikut :

Definisi 2. 2 (Ruminta, 2009, hal. 5)

Matriks kuadrat/bujur sangkar *(square matrix)* adalah matriks dimana jumlah baris m sama dengan jumlah kolom n atau $m = n$. Misalkan *A* adalah matriks bujur sangkar berukuran *mxn*, maka :

$$A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ dengan } m = n$$

Elemen-elemen $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ disebut elemen diagonal utama.

Definisi 2. 3 (Ruminta, 2009, hal. 5)

Matriks diagonal adalah suatu matiks dimana semua elemen di atas dan di bawah diagonal utamanya nol dan minimal ada satu elemen pada diagonal utama yang bukan nol.

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk } i \neq j \text{ dan } a_{ij} \neq 0 \text{ untuk } i = j.$$

Definisi 2. 4 (Ruminta, 2009, hal. 5)

Matriks identitas adalah suatu matriks dimana semua elemen pada diagonal utamanya bernilai satu (1) dan elemen di luar diagonal utama bernilai nol. Matriks identitas biasa diberi simbol *I*.

$$A = [a_{ij}] = I \leftrightarrow m = n\, ;\; a_{ij} = 1 \rightarrow i = j\, ;\; a_{ij} = 0 \rightarrow i \neq j$$

Suatu matriks identitas umumnya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$I_{n\times n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Definisi 2. 5 (Anton & Rorres, 2004, hal. 36)

Jika $A = [a_{ij}]$ adalah sebuah matriks *mxn*, maka transpose *A (transpose of A)* dinyatakan dengan A', didefinisikan sebagai matriks *nxm* yang didapatkan dengan mempertukarkan baris-baris dan kolom-kolom dari matriks *A*. Sehingga kolom pertama dari A' adalah baris pertama dari *A*, kolom kedua dari A' adalah baris kedua dari *A* dan seterusnya.

Matriks A dapat dituliskan :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

sehingga :

$$A'_{m\times n} = A_{n\times m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Definisi 2. 6 (Anton & Rorres, 2004, hal. 94)

Misalkan $A = [a_{ij}]$ adalah suatu matriks bujur sangkar. Fungsi determinan *(determinant function)* dinotasikan dengan *det* dan didefinisikan $\det(A)$ sebagai jumlah dari semua hasil kali elementer bertanda dari matriks A. Angka $\det(A)$ disebut determinan dari A. Misal A adalah matriks berukuran *2x2* dan B adalah matriks berukuran *3x3* maka :

$$\det(A) = \det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\det(B) = \det \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$= b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{12}b_{21}b_{33} - b_{11}b_{23}b_{32}$$

$$= b_{11}(b_{22}b_{33} - b_{23}b_{32}) + b_{12}(b_{23}b_{31} - b_{21}b_{33}) + b_{13}(b_{21}b_{32} - b_{22}b_{31}) \qquad (2.\ 1)$$

Definisi 2. 7 (Ruminta, 2009, hal. 7)

Suatu matriks persegi dikatakan matriks *non singular* atau *invertible* (dapat dibalik), jika nilai determinan matriks $\neq 0$ dan dikatakan *singular* jika nilai determinan matriks = 0 sehingga tidak mempunyai invers.

Definisi 2. 8 (Anton & Rorres, 2004, hal. 115)

Jika A adalah matriks bujur sangkar, maka minor dari elemen a_{ij} dinyatakan sebagai M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan dari submatriks yang tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari A. Bilangan $(-1)^{i+j} M_{ij}$ dinyatakan sebagai K_{ij} dan disebut sebagai kofaktor dari matriks . Jika dituliskan kofaktor (K) dari matriks A adalah sebagi berikut:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \text{dengan } K_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

Jika $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$ maka kofaktor dari B adalah :

$$K_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = (-1)^2 \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = (-1)^3 \begin{bmatrix} b_{21} & b_{23} \\ b_{31} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$K_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = (-1)^6 \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Definisi 2. 9 (Ruminta, 2009, hal. 131;146)

A matriks berukuran $n \times n$ dan jika ada matriks B berukuran $n \times n$ sedemikian rupa sehingga :

$$AB = BA = I$$

disebut *non singular* jika terdapat matriks B maka $AB = BA = I$. Dimana I adalah matriks identitas berukuran $n \times n$, maka matriks A disebut *non singular* atau *invertible* dan matriks A disebut invers dari B atau matriks B disebut invers dari A. Jika matriks A tidak mempunyai invers, maka matriks A disebut singular.

$$AB = BA = I \leftrightarrow B = A^{-1} \leftrightarrow A = B^{-1}$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Matriks invers dapat ditentukan dari matriks Adjoint (Adj). Jika A adalah suatu matriks *nxn* dan $\det(A) \neq 0$,maka :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} Adj(A)$$

Adjoint matriks A adalah suatu matriks yang elemen-elemennya terdiri dari semua elemen-elemen kofaktor matriks A, dengan K_{ij} adalah kofaktor elemen-elemen a_{ij}; $i, j = 1,2, \dots, n$. Adjoint A adalah transpose dari matriks kofaktor, dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$Adj(A) = K' = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{n1} \\ K_{12} & K_{22} & \cdots & K_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{1n} & K_{2n} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix}$$

Definisi 2. 10 (Anton & Rorres, 2004, hal. 37)

Jika A dalah sebuah matriks bujur sangkar, maka *trace dari A*, yang dinyatakan sebagai $tr(A)$, didefinisikan sebagai jumlah elemen pada diagonal utama A. Trace dari A tidak dapat didefinisikan jika A bukan matriks bujur sangkar.

$$A_{nxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \ \ ; i = j$$

Definisi 2. 11(Ruminta, 2009, hal. 9)

Matriks orthogonal adalah matriks persegi A yang transposenya sama dengan inversnya, $A^{-1} = A'$ atau $A^{'}A = I$

Contoh :

$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ dan $A' = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ maka diperoleh :

$AA^{'} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

Sehingga matriks A adalah matriks orthogonal.

B. Variansi dan Simpangan Baku *(Standard Deviation)*

Simpangan baku merupakan salah satu ukuran dispersi yang diperoleh dari akar kuadrat positif varians. Varians adalah rata-rata hitung dari kuadrat simpangan setiap amatan terhadap rata-rata hitungnya (Supranto, 2008, hal. 139).

Rumus varians (σ^2) dan simpangan baku (σ) dari suatu populasi adalah sebagai berikut:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}} \qquad (2.\ 2)$$

Dengan $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$ adalah rata-rata populasi, sehingga Persamaan (2.2) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} {X_i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right)^2}{N}\right)}$$

Rumus varians (S^2) dan simpangan baku (S) sampel adalah sebagai berikut :

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

$$\boldsymbol{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \qquad (2.\ 3)$$

Dengan $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ adalah rata-rata sampel, sehingga Persamaan (2.3) dapat ditulis sebagai berikut:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n}\right)}$$

C. Standarisasi Data

Pemusatan dan penskalaan data merupakan bagian dari membakukan (*standardized*) variabel. Modifikasi sederhana dari pembakuan atau standarisasi variabel ini adalah transformasi korelasi (*correlation transformation*). Pemusatan merupakan perbedaan antara masing-masing pengamatan dan rata-rata dari semua pengamatan untuk variabel. Sedangkan penskalaan meliputi gambaran pengamatan pada kesatuan (unit) standar deviasi dari pengamatan untuk variabel (Kutner, 2004, hal. 98). Berikut ini merupakan pembakuan variabel respon *Y* dan variabel prediktor *X* :

$$\frac{Y_i - \bar{Y}}{S_y};\ \frac{X_i - \bar{X}}{S_x}$$

dengan S adalah simpangan baku pada Persamaan (2.3). Dalam persamaan regresi linear berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

Persamaan dapat dituliskan dalam bentuk lain, yaitu :

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_0 + \beta_1 \bar{X}_1 + \beta_1 (X_{1i} - \bar{X}_1) + \beta_2 \bar{X}_2 + \beta_2 (X_{2i} - \bar{X}_2) + \varepsilon_i \\ &= (\beta_0 + \beta_1 \bar{X}_1 + \beta_2 \bar{X}_2) + \beta_1 (X_{1i} - \bar{X}_1) + \beta_2 (X_{2i} - \bar{X}_2) + \varepsilon_i \end{aligned}$$

Maka berlaku :

$$Y_i - (\beta_0 + \beta_1 \bar{X}_1 + \beta_2 \bar{X}_2) = \beta_1 (X_{1i} - \bar{X}_1) + \beta_2 (X_{2i} - \bar{X}_2) + \varepsilon_i$$

Karena $\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1 \bar{X}_1 - \beta_2 \bar{X}_2$ sehingga,

$$Y_i - \bar{Y} = \beta_1 (X_{1i} - \bar{X}_1) + \beta_2 (X_{2i} - \bar{X}_2) + \varepsilon_i$$

Jika $y_i = Y_i - \bar{Y},; x_{1i} = X_{1i} - \bar{X}_1; x_{2i} = X_{2i} - \bar{X}_2$ maka diperoleh persamaan baru, yaitu :

$$y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

Prosedur untuk membentuk persamaan menjadi persamaan disebut dengan prosedur *centering* (pemusatan) yang mengakibatkan hilangnya β_0 sehingga perhitungan untuk mencari persamaan regresi lebih sederhana (Draper & Smith, 1992, hal. 249). Misalkan dibentuk suatu persamaan :

$$Y_i^* = \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \varepsilon_i^{'}$$

Dengan :

$Y_i^*\ : \frac{y_i}{\sqrt{n-1}S_y} = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sqrt{n-1}S_y}$

$Z_{1i} : \frac{x_{1i}}{\sqrt{n-1}S_1} = \frac{X_{1i} - \bar{X}_1}{\sqrt{n-1}S_1}$

$Z_{2i} : \frac{x_{2i}}{\sqrt{n-1}S_1} = \frac{X_{2i} - \bar{X}_2}{\sqrt{n-1}S_1}$

Maka prosedur ini disebut *rescaling* (penskalaan). Keseluruhan prosedur disebut *centering and rescaling.*

D. Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi, dinotasikan dengan *r* digunakan untuk mengukur eratnya hubungan antara dua variabel dalam analisis korelasi. Koefisien korelasi sampel antara X dan Y dinotasikan dengan r_{xy} adalah :

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_{xx}}\sqrt{s_{yy}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{[\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2]^{1/2}}$$

dengan s_{xy} adalah kovariansi dari *x* dan *y* sedangkan s_x dan s_y adalah simpangan bakunya. Koefisien korelasi mengukur hubungan antara dua variableldengan nilai $-1 \leq r_{xy} \leq 1$. Apabila *r* bernilai 1 atau -1 maka hubungan linear antara kedua variabel sempurna (sangat kuat). Jika koefisien korelasi bernilai positif maka kedua variabel mempunyai hubungan searah, sedangkan nilai koefisien korelasi yang negatif menunjukkan hubungan yang berlawan arah (Supranto, 2008, hal. 162).

E. Matriks Korelasi

Matriks korelasi *R* diperoleh dari perkalian antara transpose matriks *X* dengan matriks *X*.

$$X'X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{n1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nn} \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} \sum X_{i1}{}^2 & \sum X_{i1}X_{i2} & \dots & \sum X_{i1}X_{in} \\ \sum X_{i1}X_{i2} & \sum X_{i2}{}^2 & \dots & \sum X_{i2}X_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{i1}X_{in} & \sum X_{i2}\, X_{in} & \dots & \sum X_{in}{}^2 \end{bmatrix}$$

Matriks $X'X$ yang telah distandarkan dapat ditulis sebagai berikut :

$$X'X = \begin{bmatrix} \sum X_{i1}{}^{*2} & \sum X_{i1}{}^{*}\, X_{i2}^{*} & \dots & \sum X_{i1}{}^{*}X_{in}{}^{*} \\ \sum X_{i1}{}^{*}\, X_{i2}^{*} & \sum X_{i2}{}^{*2} & \dots & \sum X_{i2}{}^{*}X_{in}{}^{*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{i1}{}^{*}X_{in}{}^{*} & \sum X_{i2}{}^{*}X_{in}{}^{*} & \dots & \sum X_{in}{}^{*2} \end{bmatrix}$$

Dengan

$$\sum_{i=1}^{n} X_{i1}{}^{*2} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_{i1} - \bar{X}_1}{\sqrt{n-1}S_1} \right)^2$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{(n-1)S_1^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{(n-1)\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{(n-1)}} = 1$$

$$\sum X_{i1}{}^{*}\, X_{i2}^{*} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_{i1} - \bar{X}_2}{\sqrt{n-1}S_1} \right) \left(\frac{X_{i2} - \bar{X}_2}{\sqrt{n-1}S_2} \right)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2)}{(n-1)S_1S_2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2)}{(n-1)\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{n-1}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i2} - \bar{X}_2)^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_{i2} - \bar{X}_2)^2}}$$

$$= \frac{s_{12}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{22}}} = r_{12} = r_{21}$$

Sehingga matriks korelasi R adalah :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & 1 \end{bmatrix}; r_{12} = r_{21}, r_{13} = r_{31}, \dots, r_{1p} = r_{p1}$$

F. Matriks Varians Kovarians

Kovarians dinotasikan Σ dapat ditulis sebagai berikut :

$$\Sigma = E(X - \mu)(X - \mu)'$$

$$= E\left(\begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 \\ X_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ X_P - \mu_P \end{bmatrix}[X_1 - \mu_1, X_2 - \mu_2, \dots, X_P - \mu_P]\right)$$

$$= \mathrm{E}\begin{bmatrix} (X_1 - \mu_1)^2 & (X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2) & \dots & (X_1 - \mu_1)(X_p - \mu_p) \\ (X_2 - \mu_2)(X_1 - \mu_1) & (X_2 - \mu_2)^2 & \dots & (X_2 - \mu_2)(X_p - \mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_p - \mu_p)(X_1 - \mu_1) & (X_p - \mu_p)(X_2 - \mu_2) & \dots & (X_p - \mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E(X_1 - \mu_1)^2 & \mathrm{E}(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2) & \dots & \mathrm{E}(X_1 - \mu_1)(X_p - \mu_p) \\ \mathrm{E}(X_2 - \mu_2)(X_1 - \mu_1) & \mathrm{E}(X_2 - \mu_2)^2 & \dots & \mathrm{E}(X_2 - \mu_2)(X_p - \mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{E}(X_p - \mu_p)(X_1 - \mu_1) & \mathrm{E}(X_p - \mu_p)(X_2 - \mu_2) & \dots & E(X_p - \mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = Cov(X) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

G. Regresi Linear Berganda

Model regresi linear ganda dengan k variabel prediktor dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon \qquad (2.\ 4)$$

Dimana :

$i = 1,2,..,k$; $E(\varepsilon) = 0$; $var(\varepsilon) = \sigma^2$ dan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$

Y : variabel respon

X : variabel prediktor $X_1, X_2, \dots, X_k$

β : parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$

ε : eror

Bila pengamatan mengenai $Y, X_1, X_2, \dots, X_k$ dinyatakan masing-masing dengan $Y_i, X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$ maka Persamaan (2.4) dapat dituliskan sebagai berikut :

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_P X_{ik} + \varepsilon_i$ dengan $i = 1,2, \dots, n$

Dalam bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Jika dituliskan kembali dalam bentuk persamaan adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (2.\ 5)$$

Dengan :

Y : vektor variabel respon berukuran *nx1*

X : matriks variabel prediktor berukuran *nx(k+1)*

β : vektor parameter berukuran *(k+1)x1*

ε : vektor eror berukuran *nx1*

Dalam model regresi linier berganda ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi, asumsi tersebut adalah sebagai berikut :

1. Nilai rata-rata kesalahan pengganggu nol, $E(\varepsilon_i) = 0$ untuk $i= 1, 2, \ldots, n$
2. Galat mempunyai varians yang konstan, $var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ (asumsi homokedastisitas)
3. Tidak ada autokorelasi atau $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$
4. Tidak ada multikolinieritas atau korelasi antar variabel prediktor.
5. $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ artinya galat mengikuti distribusi normal dengan rata-rata 0 dan varians σ^2

Untuk menguji apakah variabel-variabel prediktor secara bersama berpengaruh terhadap variabel respon digunakan statistik uji *F*, sedangkan untuk menguji koefisien regresi parsial β digunakan statistik uji *t*.

Tabel 2. 1. Statistik Uji Bersama dan Parsial

Jenis Uji	Hipotesis	Statistik Uji	Daerah Kritis
Uji Bersama	$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_{p-1} = 0$ H_1: Tidak semua $\beta_k = 0$ $k = 1,2, \ldots, p-1$	$F = \frac{KTR}{KTG}$	H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha,(p-1),(n-p)}$ $p - value < \alpha$
Uji Parsial	$H_0: \beta_k = 0$ $H_0: \beta_k \neq 0$	$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{var\,(\hat{\beta}_1)}}$	H_0 ditolak jika $\lvert t_{hit} \rvert > t_{\frac{\alpha}{2},(n-p)}$ $p - value < \alpha$

Dengan :

JKR : Jumlah Kuadrat Regresi

$$JKR = \sum\left(\hat{Y}_i - \hat{Y}\right)^2$$

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

$$JKG = \sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$$

KTR : Kuadrat Tengah Regresi

$$KTR = \frac{JKR}{(p-1)} = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \hat{Y})^2}{(p-1)}$$

KTG : Kuadrat Tengah Galat

$$KTG = \frac{JKG}{(n-p)} = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n-p)}$$

β : parameter model regresi

$\hat{\beta}$: estimator untuk β

$var(\hat{\beta})$: variansi $\hat{\beta}$

H. *Ordinary Least Square* (OLS)

Metode kuadarat terkecil biasa (OLS) adalah salah satu metode yang sering digunakan dalam teknik analisis regresi yang bertujuan untuk meminimumkan kuadrat kesalahan e_i sehingga nilai regresi yang didapatkan akan mendekati nilai yang sesungguhnya. Analisis regresi dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) akan memberikan hasil yang *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) jika memenuhi semua asumsi klasik. Estimasi koefisien regresi β diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat erornya atau meminimumkan $\varepsilon'\varepsilon$ karena :

$$\varepsilon'\varepsilon = (e_1, e_2, \ldots, e_n)\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$$

$$= e_1^2, e_2^2, \ldots, e_n^2$$

$$= \sum e_i^2$$

dengan $\varepsilon = Y - X\hat{\beta}$

$$\varepsilon'\varepsilon = \left(Y - X\hat{\beta}\right)'\left(Y - X\hat{\beta}\right)$$

$$= \left(Y' - X'\hat{\beta}'\right)\left(Y - X\hat{\beta}\right)$$

$= Y'Y - Y'X\hat{\beta} + YX'\hat{\beta}' + X'\hat{\beta}'X\hat{\beta}$

$= Y'Y - 2YX'\hat{\beta}' + X'\hat{\beta}'X\hat{\beta}$

$\frac{d(\varepsilon'\varepsilon)}{d\hat{\beta}} = 0$

$0 - 2YX' + 2(XX')\hat{\beta} = 0$

$2(XX')\hat{\beta} = 2X'Y$

Sehingga diperoleh estimasi OLS untuk β adalah :

$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$

Pada Persamaan (2.4) diketahui bahwa ε bebas satu sama lain $E(\varepsilon) = 0$ dan $var = \sigma^2$. Dengan demikian $E(Y) = X\beta$ dan $cov(Y) = \sigma^2 I.$

Menurut Teorema Gauss-Markov, jika $E(Y) = X\beta$ dan $cov(Y) = \sigma^2 I$ estimator kuadrat terkecil β_j mempunyai variansi minimum diantara semua estimator linear dan tak bias. Jadi sifat penduga kuadrat terkecil adalah sebagai berikut :

1. Linear dan Tak Bias

   Jika $E(\hat{\beta}) = \beta$ maka $\hat{\beta}$ adalah estimator yang tak bias untuk β. Akan ditunjukkan bahwa $\hat{\beta}$ adalah penduga linear tak bias dari β.

   $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$

   $= (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon)$

   $= (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon$

   $= \beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon$

   Sehingga $\hat{\beta}$ adalah fungsi linear dari β dan ε

   Dengan $(X'X)^{-1}X'X = I$

   $E(\hat{\beta}) = E[(X'X)^{-1}X'Y]$

   $= (X'X)^{-1}X'E(Y)$

$= (X'X)^{-1}X'(X\beta)$

$= (X'X)^{-1}X'X\beta$

$= I\beta$

$= \beta$

Karena $E(\hat{\beta}) = \beta$ maka $\hat{\beta}$ adalah estimator yang tak bias untuk β

2. Varian Minimum

$$var(\hat{\beta}) = E\left[\left(\left(\hat{\beta} - E(\hat{\beta})\right)\left(\hat{\beta} - E(\hat{\beta})\right)\right)'\right]$$

$$= E[(\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon - \beta)(\beta + (X'X)^{-1}(X')\varepsilon - \beta)']$$

$$= E[((X'X)^{-1}X'\varepsilon)((X'X)^{-1}X'\varepsilon)']$$

$$= E[(X'X)^{-1}X'\varepsilon\,\varepsilon'X(X'X)^{-1}]$$

$$= (X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1}E(\varepsilon'\varepsilon)$$

$$= (X'X)^{-1}I\sigma^2$$

$$= (X'X)^{-1}\sigma^2$$

Jadi terbukti $var(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1}\sigma^2$

Jika $\hat{\beta}$ dan $\hat{\beta}_2$ adalah estimator untuk β dimana variansi untuk $\hat{\beta}$ lebih kecil daripada variansi untuk $\hat{\beta}_2$ maka $\hat{\beta}$ merupakan estimator bervariansi minimum. Untuk membuktikannya, maka diasumsikan sebuah estimator alternatif yang linear dan tak bisa kemudian dibuktikan variansinya lebih besar daripada variansi estimator model regresi. Misal $\hat{\beta}_2$ adalah estimator alternatif yang dimaksud, dengan $\hat{\beta}_2 = [(X'X)^{-1}X' + C]Y$ dimana C adalah matriks konstanta berukuran *kxn* yang diketahui, maka :

$$\hat{\beta}_2 = [(X'X)^{-1}X' + C]Y$$

$$= [(X'X)^{-1}X' + C](X\beta + \varepsilon)$$

$= (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon) + C(X\beta + \varepsilon)$, nilai harapan dari estimator $\hat{\beta}_2$ adalah :

$E[\hat{\beta}_2] = E[(X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon) + C(X\beta + \varepsilon)]$

$\quad = E[(X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon + CX\beta + C\varepsilon]$, karena $E[\varepsilon] = 0$

maka :

$E[\hat{\beta}_2] = \beta + CX\beta$

Diasumsikan $\hat{\beta}_2$ estimator yang tak bias untuk β, maka $E[\hat{\beta}_2] = \beta$. Oleh karena itu,nilai $CX = 0$.

$$
\begin{aligned}
var(\hat{\beta}_2) &= E\left[\left(\hat{\beta}_2 - \beta\right)^2\right] \\
&= E[(\hat{\beta}_2 - \beta)(\hat{\beta}_2 - \beta)'] \\
&= E[\{((X'X)^{-1}X' + C)Y - \beta\}\{((X'X)^{-1}X' + C)Y - \beta\}'] \\
&= E[\{((X'X)^{-1}X' + C)(X\beta + \varepsilon) - \beta\}\{((X'X)^{-1}X' + C)(X\beta + \varepsilon) - \beta\}'] \\
&= E[\{(X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon + CX\beta + C\varepsilon - \beta\}\{(X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon + CX\beta + C\varepsilon - \beta\}']
\end{aligned}
$$

$CX = 0$ sehingga :

$$
\begin{aligned}
&= E[\{(X'X)^{-1}X'\varepsilon + C\varepsilon\}\{(X'X)^{-1}X'\varepsilon + C\varepsilon\}'] \\
&= E[\{(X'X)^{-1}X'\varepsilon + C\varepsilon\}\{\varepsilon'X(X'X)^{-1} + \varepsilon'C'\}] \\
&= E[\{(X'X)^{-1}X' + C\}\varepsilon\varepsilon'\{X(X'X)^{-1} + C'\}] \\
&= [\{(X'X)^{-1}X' + C\}E(\varepsilon\varepsilon')\{X(X'X)^{-1} + C'\}] \\
&= \sigma_\varepsilon^2 I[\{(X'X)^{-1}X' + C\}\{X(X'X)^{-1} + C'\}] \\
&= \sigma_\varepsilon^2[(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1} + CX(X'X)^{-1} + (X'X)^{-1}X'C' + CC'] \\
&= \sigma_\varepsilon^2[(X'X)^{-1} + CC'] \\
&= \sigma_\varepsilon^2(X'X)^{-1} + \sigma_\varepsilon^2 CC'
\end{aligned}
$$

$var(\hat{\beta}_2) = var(\hat{\beta}) + \sigma_\varepsilon^2 CC'$

Jadi terbukti $var(\hat{\beta}) < var(\hat{\beta}_2)$ maka $\hat{\beta}$ adalah estimator yang terbaik. Karena estimator kuadrat terkecil memenuhi sifat linear, tak bias dan mempunyai variansi minimum maka estimator kuadrat terkecil disebut bersifat BLUE *(Best Linear Unbiased Estimator)*

I. Uji Asumsi Regresi Linear

1. Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas bertujuan menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan varians dari galat satu pengamatan ke pengamatan lain (Imam Ghozali, 2013, hal. 139). Varians galat diasumsikan konstan dari satu pengamatan ke pengamatan lain, hal ini disebut homoskedastisitas. Jika ragam galat berbeda disebut heteroskedastisitas dimana model regresi yang baik adalah yang tidak terjadi heteroskedastisitas. Untuk mendeteksi heteroskedastisitas adalah dengan membuat plot nilai dugaan dengan residunya. Jika ada pola tertentu (bergelombang, melebar kemudian menyempit) maka terjadi heteroskedastisitas. Jika tidak ada pola jelas, serta titik-titik (residu) menyebar di atas dan di bawah angka 0 pada sumbu Y, maka tidak terjadi heteroskedastisitas. Selain dengan plot nilai dugaan dengan residunya terdapat metode lain untuk untuk mendeteksi heteroskedastisitas yaitu Uji Glejser. Uji Glejser dilakukan dengan cara meregresikan nilai *absolute* residu terhadap variabel prediktor, secara umum dinotasikan sebagai berikut :

$$|e_t| = b_1 + b_2X_t + v_t$$

$|e_t|$: nilai absolute dari residual yang dihasilkan dari regresi model

X_t : variabel prediktor

Jika variabel prediktor signifikan secara statistic mempengaruhi variabel respon, maka ada indikasi terjadi heteroskedastisitas (Imam Ghozali, 2013, hal. 143)

2. Autokorelasi

   Bila dalam model regresi linear ganda ada korelasi antara galat pada periode *t* dengan galat pada periode *t-1* (sebelumnya) , maka dinamakan ada masalah autokorelasi. Model regresi yang baik adalah model regresi yang bebas dari autokorelasi. Uji autokorelasi dapat menggunakan *Run Test* dengan H_0 residu bersifat acak atau dengan kata lain tidak terdapat autokorelasi pada model regresi.

3. Normalitas

   Dalam analisis regresi, galat diasumsikan berdistribusi normal. Model regresi yang baik adalah distribusi data normal atau mendekati normal. Untuk mendeteksi normalitas digunakan *normal p-p plot*. Jika titik-titik (galat) menyebar di sekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi memenuhi asumsi normalitas. Jika titik-titik (galat) menyebar jauh dari garis diagonal dan atau tidak mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi tidak memenuhi asumsi normalitas. Selain dengan metode grafik, uji normalitas dapat dilihat uji non-parametrik *Kolmogorov Smirnov*. Data berdistribusi normal jika H_0 diterima atau *p-value* > α.

4. Multikolinearitas

Istilah Multikolinearitas pertama kali ditemukan oleh Ragnar Frisch yang berarti adanya hubungan linear yang sempurna atau pasti diantara beberapa atau semua variabel prediktor dari model regresi berganda. Berdasarkan hubungan yang terjadi antara variabel-variabel prediktor, multikolinearitas dibedakan menjadi dua, yaitu (Sembiring, 2003, hal. 239):

a. Multikolinearitas sempurna *(perfect multicollinearity)*

Multikolinearitas sempurna terjadi apabila berlaku hubungan sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^{k} c_j X_j = c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + \cdots + c_k X_k = 0 \quad (2.6)$$

Dengan $c_1, c_2, \dots, c_k$ merupakan bilangan konstan dan tidak seluruhnya nol. Untuk mengetahui adanya multikolinearitas sempurna, dimisalkan $c_2 \neq 0$. Dapat ditunjukkan untuk setiap observasi ke-*i*, Persamaan (2.6) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$X_{2i} = -\frac{c_1}{c_2} X_{1i} - \frac{c_3}{c_2} X_{3i} - \frac{c_4}{c_2} X_{4i} - \cdots - \frac{c_k}{c_2} X_{ki} \quad (2.7)$$

Persamaan (2.7) memperlihatkan bahwa variabel X_{2i} berhubungan linear yang sempurna dengan variabel lainnya secara keseluruhan.

b. Multikolinearitas tidak sempurna *(Less than perfect multicollinearity)*

Hubungan linear kurang sempurna, terjadi apabila berlaku hubungan sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^{k} c_j X_j = c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + \cdots + c_k X_k + \varepsilon_i = 0 \quad (2.8)$$

Dimana ε_i adalah galat sisa (kesalahan pengganggu). Untuk mengetahui adanya multikolinearitas tidak sempurna, dimisalkan $c_2 \neq 0$. Dapat ditunjukkan untuk setiap observasi ke-i, Persamaan (2.8) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X_{2i} = -\frac{c_1}{c_2} X_{1i} - \frac{c_3}{c_2} X_{3i} - \frac{c_4}{c_2} X_{4i} - \cdots - \frac{c_k}{c_2} X_{ki} - \frac{1}{c_2} \varepsilon_i \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) menunjukkan bahwa X_{2i} tidak berhubungan linear sempurna dengan sisa variabel prediktor lainnya, sebab masih tergantung kepada kesalahan pengganggu ε_i.

Adapun dampak adanya multikolinearitas dalam model regresi linear berganda adalah:

1. Multikolinearitas Sempurna

   Untuk multikolinearitas yang sempurna, perkiraan koefisien regresi tidak dapat ditentukan dan varian serta standar errornya tidak terhingga.

   Bukti :

   Misal X_{1j} dan X_{2j} berhubungan sedemikian rupa sehingga $X_{2j} = \lambda X_{1j}$, dimana λ = bilangan konstan, karena $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ maka

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{k1} & X_{k2} & X_{k3} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & \cdots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} & \cdots & \sum X_{ki} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}{}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} & \cdots & \sum X_{1i}X_{ki} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{1i}X_{2i} & \sum X_{2i}{}^2 & \cdots & \sum X_{2i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{ki} & \sum X_{1i}X_{ki} & \lambda \sum X_{2i}\, X_{ki} & \cdots & \sum X_{ki}{}^2 \end{bmatrix}$$

Karena $X_{2i} = \lambda\, X_{1i}$, maka

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \lambda \sum X_{1i} & \cdots & \sum X_{ki} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}{}^2 & \lambda \sum X_{1i}{}^2 & \cdots & \sum X_{1i}X_{ki} \\ \lambda \sum X_{1i} & \lambda \sum X_{1i}{}^2 & \lambda^2 \sum X_{1i}{}^2 & \cdots & \lambda \sum X_{1i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{ki} & \sum X_{1i}X_{ki} & \lambda \sum X_{2i}\, X_{ki} & \cdots & \sum X_{ki}{}^2 \end{bmatrix}$$

Salah satu sifat determinan matriks adalah jika setiap elemen pada salah satu baris atau kolom dikalikan dengan suatu konstanta kemudian ditambahkan ke baris atau kolom yang lain, maka nila determinan matriks tidak berubah (Ruminta, 2009, hal. 125). Dalam hal ini kalikan baris 2 dengan λ kemudian baris 3 dikurangi dengan baris 2, maka diperoleh :

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \lambda \sum X_{1i} & \cdots & \sum X_{ki} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}{}^2 & \lambda \sum X_{1i}{}^2 & \cdots & \sum X_{1i}X_{ki} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{ki} & \sum X_{1i}X_{ki} & \lambda \sum X_{2i}\, X_{ki} & \cdots & \sum X_{ki}{}^2 \end{bmatrix}$$

Sifat lain determinan adalah jika elemen satu baris atau kolom suatu matriks nol, maka determinan matriks yang tersebut bernilai nol (Ruminta, 2009, hal. 122). Oleh karena itu, $(X'X) = 0$ maka $X'X$ adalah matriks singular dan karenanya koefisien regresi tidak dapat ditentukan. Serta varian $(\hat{\beta})$ dan standar eror menjadi tidak terhingga.

2. Multikolinearitas Tidak Sempurna

Untuk multikolinearitas yang kurang sempurna, masih mungkin untuk menghitung perkiraan koefisien regresi. Tetapi nilai variansi dan standar erornya besar. Misal untuk regresi linear berganda

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

Dari $\hat{\beta} = (X^{'}X)^{-1}X'Y$, maka

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} & \dots & \sum X_{ki} \\ \sum X_{1i} & \sum {X_{1i}}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} & \dots & \sum X_{1i}X_{ki} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{1i}X_{2i} & \sum {X_{2i}}^2 & \cdots & \sum X_{2i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{ki} & \sum X_{1i}X_{ki} & \lambda \sum X_{2i}\, X_{ki} & \cdots & \sum {X_{ki}}^2 \end{bmatrix}$$

Karena hubungan linear yang tidak sempurna, misalnya saja diambil $X_{2i} = \lambda X_{1i} + \varepsilon_i$

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \lambda \sum X_{1i} + \sum \varepsilon_i & \dots & \sum X_{ki} \\ \sum X_{1i} & \sum {X_{1i}}^2 & \lambda \sum {X_{1i}}^2 & \dots & \sum X_{1i}X_{ki} \\ \lambda \sum X_{1i} + \sum \varepsilon_i & \lambda \sum {X_{1i}}^2 & \lambda^2 \sum {X_{1i}}^2 + \sum \varepsilon_i & \cdots & \lambda \sum X_{1i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{ki} & \sum X_{1i}X_{ki} & \lambda \sum X_{1i}\, X_{ki} & \cdots & \sum {X_{ki}}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \lambda \sum X_{1i} + \sum \varepsilon_i & \dots & \sum X_{ki} \\ \sum X_{1i} & \sum {X_{1i}}^2 & \lambda \sum {X_{1i}}^2 & \dots & \sum X_{1i}X_{ki} \\ \sum \varepsilon_i & 0 & \sum \varepsilon_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_{ki} & \sum X_{1i}X_{ki} & \lambda \sum X_{1i}\, X_{ki} & \cdots & \sum {X_{ki}}^2 \end{bmatrix}$$

terlihat bahwa nilai dari terlihat bahwa nilai dari terlihat bahwa nilai dari $(X'X)^{-1}$ tergantung dari kesalahan pengganggu. Apabila kesalahan pengganggu sangat kecil atau sangat mendekati nol, maka berakibat tidak dapat ditentukan nilainya. Kemudian untuk variansi, karena nilai determinan dari $(X'X)$ kecil, maka nilai dari variansinya akan cenderung besar.

3. Standar error dari koefisien regresi besar sehingga mengakibatkan interval keyakinan untuk parameter semakin lebar. Oleh sebab itu, peluang untuk menerima hipotesa, padahal hipotesa itu salah (kesalahan tipe II) menjadi semakin besar nilainya.

Untuk mendeteksi ada atau tidaknya multikolinearitas di dalam model regresi adalah sebagai berikut (Imam Ghozali, 2013, hal. 110):

1. Melalui nilai t_{hitung} , R^2 dan Uji F.

   Jika R^2 tinggi, nilai uji F menunjukkan hasil yang signifikan, akan tetapi sebagian besar atau bahkan seluruhnya variabel-variabel prediktor secara individual tidak signifikan, maka kemungkinan terdapat multikolinearitas pada data.
2. Menganalisis matriks korelasi

   Jika antara dua atau lebih variabel prediktor memiliki korelasi yang cukup tinggi, biasanya diatas 0,9 maka hal tersebut mengindikasikan terjadinya multikolinearitas

3. VIF (*Variance Inflation Factor*)

   Variance Inflation Factor (VIF) adalah salah satu cara dalam mendeteksi adanya multikolinearitas. VIF dinyatakan dengan rumus :

$$(VIF)_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

dimana R_j^2 adalah koefisien determinasi dari variabel prediktor *Xj* yang diregresikan terhadap variabel respon lainnya. Mulktikolinearitas dalam sebuah regresi dapat diketahui apabila nilai VIF $\geq$ 10.

4. TOL (*Tolerance*)

   Selain menggunakan VIF, multikolinearitas dapat dideteksi dengan melihat nilai *Tolerance* (TOL). Adapun nilai TOL dapat dicari dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$TOL_j = \frac{1}{VIF_j}$$

   Dengan kata lain TOL adalah lawan dari nilai VIF. Nilai yang umum dipakai untuk menunjukkan adanya multikolinearitas adalah adalah nilai TOL $\leq$ 0,01 (Imam Ghozali, 2013, hal. 106).

J. Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien determinasi adalah nilai yang menunjukkan seberapa besar nilai variabel respon dijelaskan oleh variable prediktor . Koefisien determinasi biasa digunakan untuk mengukur kelayakan model, yang dinotasikan dengan R^2. Nilai R^2 diperoleh dengan rumus sebagai berikut :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{JKR}{JKT} = 1 - \frac{JKG}{JKT} \text{ ; dimana } 0 \leq R^2 \leq 1$$

Penambahan lebih banyak variabel prediktor ke dalam model selalu akan menaikkan nilai R^2, sebab JKG tidak pernah menjadi lebih besar bila variabel prediktornya lebih banyak, sedangkan JKT tidak akan berubah bila data responsnya tetap sama. Karena nilai R^2 sering dibuat lebih besar dengan memperbanyak variabel prediktor, maka disarankan ukuran ini dimodifikasi dengan memperhitungkan banyaknya variabel prediktor dalam model. R^2 terkoreksi atau R^2 *adjusted* dirumuskan sebagai berikut :

$$R^2 = 1 - \frac{JKG/(n-p)}{JKT/(n-1)} = 1 - \frac{(n-1)}{(n-p)}\frac{JKG}{JKT}$$

Nilai R^2 yang mendekati 0 (nol) menunjukkan bahwa data sangat tidak cocok dengan model regresi yang ada. Sebaliknya, jika nilai R^2 mendekati 1 (*satu*) menunjukkan bahwa data cocok terhadap model regresi (Johnson & Wichern, 1996, hal. 292).

K. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Definisi 2. 12 (Ruminta, 2009, hal. 203)

Jika A adalah matriks *nxn*, terdapat suatu skalar λ vektor tak nol V sehingga memenuhi persamaan berikut :

$$AV = \lambda V \tag{2. 10}$$

Bilangan λ adalah nilai eigen dari A dan vektor V disebut vektor eigen yang berkaitan dengan nilai eigen (λ). Untuk memperoleh nilai eigen Persamaan (2.10) dituliskan kembali sebagai berikut :

$$AV = \lambda V \text{ ; dengan } V \neq 0$$

$$AV - \lambda V \quad = 0,$$

$$AV - \lambda I \quad = 0,$$

$$(A - \lambda I)V = 0.$$

Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan tak nol dari Persamaan (2.10). Persamaan tersebut akan memiliki penyelesaian tak nol jika dan hanya jika:

$$\boldsymbol{det(A-\lambda I)=0} \textbf{ atau } \boldsymbol{|A-\lambda I|=0} \tag{2. 11}$$

Persamaan (2.11) adalah persamaan karakteristik matriks A. Nilai karakteristik λ merupakan akar polynomial derajat *n*. Jika $|\lambda I - A| = 0$ dengan :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix};\ \lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda \end{bmatrix}$$

Maka

$$|A-\lambda I| = \left\| \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda \end{bmatrix} \right\|$$

$$= \left\| \begin{bmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}-\lambda \end{bmatrix} \right\| = 0$$

Sehingga diperoleh persamaan berikut :

$$\boldsymbol{\lambda^n + (-1)^1 M_1 \lambda^{n-1} + (-1)^2 M_2 \lambda^{n-2} + \cdots + (-1)^n M_n = 0} \tag{2. 12}$$

Dengan M_i adalah penjumlahan minor orde ke-*i* disekitar diagonal utama. Persamaan (2.12) sering disebut persamaan polinomial karakteristik.

L. *Principal Component Analysis* (PCA)

Analisis komponen utama (PCA) merupakan analisis yang bertujuan menyederhanakan variabel yang diamati dengan mereduksi dimensinya tanpa kehilangan banyak informasi. Hal ini dilakukan dengan cara menghilangkan korelasi diantara variabel bebas melalui transformasi variabel bebas asal ke variabel baru yang tidak berkorelasi sama sekali atau yang biasa disebut dengan *principal component* (komponen utama) (Johnson & Wichern, 1996, hal. 356). Dalam analisis komponen utama ditentukan suatu metode untuk mendapatkan nilai-nilai koefisien atau bobot dari kombinasi linear variabel-variabel pembentuknya dengan ketentuan sebagai berikut :

1. Ada sebanyak *p* komponen utama, yaitu sebanyak variabel yang diamati dan setiap komponen utama adalah kombinasi linear dari variabel-variabel tersebut.
2. Setiap komponen utama saling ortogonal dan saling bebas.
3. Komponen utama dibentuk berdasarkan urutan varians dari yang terbesar hingga yang terkecil (Johnson & Wichern, 1996, hal. 357), dalam arti sebagai berikut :
   a. Komponen utama pertama (K_1) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati dan memiliki varians terbesar
   b. Komponen utama kedua (K_2) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati yang bersifat ortogonal terhadap (K_1) dan memiliki varians kedua terbesar

c. Komponen utama ketiga (K_3) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati yang bersifat ortogonal baik terhadap (K_1) maupun (K_2), dan memiliki varians ketiga terbesar

d. Komponen utama ke p (K_p) merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati yang bersifat ortogonal terhadap $K_1, K_2 \dots, K_{p-1}$dan memiliki varians yang terkecil.

Cara pembentukan komponen utama ada dua cara, yaitu pembentukan komponen utama berdasarkan matriks kovariansi dan pembentukan komponen utama berdasarkan matriks korelasi (Johnson & Wichern, 1996, hal. 357). Penggunaan matriks kovarians dapat dilakukan jika variabel yang diamati mempunyai satuan pengukuran yang sama, sedangkan matriks korelasi digunakan jika satuan dari variabel yang diamati berbeda. Secara umum tahapan menentukan komponen utama untuk data dengan skala pengukuran tidak sama dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Matriks Z yang merupakan matriks yang berisi data dari variabel prediktor X yang distandarisasi atau dibakukan.
2. $Z^{'}Z$ adalah matriks korelasi dari matriks Z. Cara mereduksi komponen utama dimulai dari prosedur seleksi akar karakteristik, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ yang diperoleh dari persamaan :

$$|Z^{'}Z - \lambda I| = 0$$

dimana jumlahan dari nilai eigen ini akan sama dengan trace matriks korelasi atau jumlah diagonal matriks korelasi,yaitu :

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = tr(Z'Z)$$

Jika nilai eigen λ_j diurutkan dari nilai terbesar sampai nilai terkecil, maka pengaruh komponen utama K_j berpadanan dengan pengaruh λ_j. Ini berarti bahwa komponen-komponen tersebut menerangkan proporsi keragaman terhadap variabel respon Y yang semakin lama semakin kecil. Komponen utama K_j saling orthogonal sesamanya dan dibentuk melalui suatu hubungan:

$$K_j = \gamma_{1j} z_1 + \gamma_{2j} z_2 + \cdots + \gamma_{pj} z_p$$

Vektor eigen γ_j diperoleh dari setiap nilai eigen λ_j yang memenuhi suatu sistem persamaan :

$$\left(Z'Z - \lambda_j I\right)\gamma_j = 0$$

Jika m menunjukkan banyaknya komponen utama yang dilibatkan dalam analisis regresi komponen utama, dimana besaran m lebih kecil daripada banyaknya variabel prediktor yaitu sejumlah p

$$Y = \hat{\pi}_1 K_1 + \hat{\pi}_2 K_2 + \cdots + \hat{\pi}_m K_m + \varepsilon$$

Perhitungan koefisien penduga regresi komponen utama $\hat{\pi}$ dapat dilakukan dengan penduga metode kuadrat terkecil (OLS).

Penanggulangan masalah multikolinearitas dengan prosedur PCA, terdiri dari beberapa pengujian antara lain :

1. Uji KMO

   Uji KMO *(Kaiser-Mayer-Olkin)* digunakan untuk mengukur kecukupan sampel dengan cara membandingkan besarnya koefisien korelasi yang diamati dengan koefisien korelasi parsialnya secara keseluruhan.

$$KMO = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} r_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} r_{ij}^2 + \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} a_{ij}^2}$$

$$a_{ij} = \frac{-r_{ij}}{\sqrt{r_{ij} \,.\, r_{ij}}}$$

   Dimana :

   p : banyaknya variabel

   r_{ij} : koefisien korelasi antara variabel *i* dan *j*

   a_{ij} : koefisien korelasi parsial antara variabel *i* dan *j*

   H_0 diterima jika nilai KMO lebih besar dari 0,5 sehingga dapat disimpulkan jumlah data telah cukup atau dengan kata lain, analisis faktor (teknik PCA) layak dilakukan (Imam Ghozali, 2013, hal. 397).

2. Uji *Bartlett*

   Uji *Bartlett* digunakan untuk mengetahui apakah terdapat korelasi yang signifikan antar variabel yang diamati. Uji *Bartlett* dirumuskan sebagai berikut :

$$Bartlett' stest = -ln|R| \left[n - 1 - \frac{2p+5}{6} \right]$$

   Dimana :

   $|R|$: nilai determinan matriks korelasi variabel prediktor

   n : banyaknya data

   p : banyaknya variabel prediktor

Jika nilai *Bartlett's test* kurang dari *Chi-square* tabel atau nilai signifikansi kurang dari 0,05 maka H_0 ditolak, yang berarti terdapat korelasi antar variabel yang diamati.

M. Kontribusi Komponen Utama

Proporsi total variansi populasi yang dijelaskan oleh komponen utama ke-*j* berdasarkan matriks korelasi, yaitu komponen yang dihasilkan berdasarkan variable-variabel yang telah dibakukan *(Z)*. Proporsi total variansi dengan *k* komponen utama adalah (Johnson & Wichern, 1996, hal. 359) :

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_p} \; ; \; k = 1,2, \dots , p$$

Dengan :

λ_k : nilai eigen terbesar ke-*k* dari matriks korelasi.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada tahun 1990, *United Nations Development Program* (UNDP) memperkenalkan suatu indikator yang telah dikembangkannya, yaitu suatu indikator yang dapat menggambarkan perkembangan pembangunan manusia secara terukur dan representatif, yang dinamakan *Human Development Index* (HDI) atau Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM merupakan suatu indikator yang menggabungkan faktor ekonomi dan non ekonomi yang mendefinisikan kesejahteraan secara lebih luas dari sekedar Pendapatan Domestik Bruto (PDB). .

A. Deskripsi Data

Data yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah data tentang Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Gunung Kidul tahun 2004 sampai dengan tahun 2012 yang diambil dari buku “IPM Kabupaten Gunung Kidul” berbagai edisi. IPM dibentuk berdasarkan tiga dimensi yang direpresentasikan dalam empat indikator , yaitu indikator angka harapan hidup yang merepresentasikan dimensi umur panjang dan sehat, angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah yang mencerminkan output dari dimensi pengetahuan dan indikator kemampuan daya beli yang digunakan untuk mengukur dimensi standar hidup layak (Noorbakhsh, 1998). Indikator angka harapan hidup digunakan sebagai perhitungan indeks harapan hidup, angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah digunakan untuk mengukur indeks pendidikan dan pengeluaran perkapita digunakan untuk mengukur indeks pendapatan. Sehingga keempat indikator secara tidak langsung mempengaruhi nilai IPM.

Indikator – indikator pembangunan manusia pada dasarnya mencakup seluruh masalah pembangunan manusia secara konseptual/empirik diketahui saling mempengaruhi atau dipengaruhi secara langsung atau tidak langsung oleh satu atau lebih komponen–komponen Indeks Pembanggunan Manusia lainnya. Indikator dimaksud antara lain meliputi (Faqihudin, 2013) :

1. Pendidikan

   Pada bidang ini yang akan dilihat dan digambarkan adalah :

   a. Masalah partisipasi sekolah dengan indikator angka partisipasi murni : SD (7-12 tahun), SLTP (13-15 tahun), SMU (16-18 tahun)
   b. Masalah pelayanan pendidikan dengan indikator rasio penduduk usia sekolah – bangku sekolah, rasio murid sekolah, rasio murid - kelas, dan rasio murid guru.

2. Kesehatan

   Pada bidang ini yang akan dilihat dan digambarkan adalah

   a. Masalah pelayanan kesehatan dengan indikator % persalinan balita dibantu tenaga medis, banyaknya penduduk per puskesmas, banyaknya dokter per 10.000 penduduk.
   b. Masalah kelangsungan hidup dengan indikator angka kematian bayi, angka kematian balita, % balita dengan status gizi, % balita diimunisasi.

c. Masalah status kesehatan dengan indikator % penduduk sakit, Rata-rata lama sakit.

3. Bidang Ketenagakerjaan

Pada bidang ini yang akan dilihat dan digambarkan adalah :

a. Masalah partisipasi dan kesempatan kerja dengan indikator tingkat partisipasi angkatan kerja, tingkat kesempatan kerja, % penduduk bekerja menurut sector ekonomi, sektor pertanian/primer, sektor industri/sekunder, sektor jasa/tersier.

b. Masalah pengangguran dengan indikator angka pengangguran terbuka, % yang bekerja kurang dari 35 jam seminggu

Indeks masing-masing IPM mempunyai batas minimum dan maksimum yang telah disepakati 175 negara didunia. Besarnya nilai maksimum dan minimum tersebut disajikan pada tabel berikut (BPS, 2010):

Tabel 3. 1. Nilai Maksimum dan Minimum Komponen IPM

Komponen IPM	Maksimum	Minimum	Keterangan
a. Angka Harapan Hidup	85	25	Standar UNDP
b. Angka Melek Huruf	100	0	Standar UNDP
c. Rata-rata Lama Sekolah	100	0	Standar UNDP
d. Daya Beli	732,720	360,000	UNDP menggunakan PDB riil yang disesuaikan

Keempat komponen yang membangun IPM tersebut digunakan sebagai variabel prediktor dalam penulisan skripsi ini, ditambah dengan dua variabel lain yaitu rata-rata lama sakit dan rasio murid-kelas.

Tabel 3. 2. Variabel Prediktor IPM *(Y)*

Indeks IPM	Variabel	Notasi
Standar hidup layak	a. Pendapatan Daerah Regional Bruto Per kapita	PDRB (X_1)
Berumur panjang dan sehat	b. Angka Harapan Hidup c. Rata-rata Lama Sakit	AHH (X_2) RLST (X_3)
Pendidikan	d. Angka Melek Huruf e. Rata-rata Lama Sekolah f. Rasio Murid-Kelas	AMH (X_4) RLS (X_5) RMK (X_6)

Berikut adalah data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Gunung Kidul dari tahun 2004 sampai dengan tahun 2012 yang akan digunakan dalam penulisan skripsi ini :

Tabel 3. 3. Data IPM Kabupatan di Gunung Kidul Periode 2004-2012

TAHUN	IPM	PDRB	AHH	RLST	AMH	RLSH	RMK
2004	68,86	4206,940	70,40	5,75	83,40	7,40	37
2005	69,26	5656,326	70,44	5,99	84,50	7,60	33
2006	69,44	6457,294	70,60	5,77	84,50	7,60	34
2007	69,68	7110,408	70,75	6,08	84,50	7,60	33
2008	70,00	8145,736	70,90	5,73	84,50	7,60	32
2009	70,18	8864,563	70,88	5,09	84,52	7,61	27
2010	70,45	9808,630	70,97	5,43	84,66	7,65	32
2011	70,84	10694,250	71,01	5,03	84,94	7,70	28
2012	71,11	11628,660	71,40	4,75	84,97	7,70	27

B. Analisis Regresi

Dari data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten Gunung Kidul pada Tabel 3.3, dilakukan regresi linear dengan menggunakan program SPSS. Analisis regresi ini bertujuan untuk mengetahui hubungan variabel-

variabel prediktor terhadap variabel responnya. Output analisis regresi linear dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil biasa (OLS) terdapat pada Lampiran 3. Hasil persamaan regresi linear dugaan yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y} = 81,827 + 0,000\,x_1 + 0,313\,x_2 - 0,039\,x_3 - 0,864\,x_4 + 4,935\,x_5 - 0,007\,x_6 \qquad (3.\ 1)$$

Setelah mendapatkan hasil regresi linear dugaannya, maka langkah selanjutnya adalah pengujian kelayakan dan uji parameter model regresi. Kelayakan model regresi dapat dilihat dari nilai koefisien determinasi (R^2), sedangkan pengujian parameter dilakukan secara bersama melalui uji signifikansi F dan pengujian parameter secara parsial melalui uji signifikansi *t.* Uji parameter bertujuan untuk mengetahui ada atau tidaknya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, baik secara bersama maupun secara parsial/individu.

1. Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien determinasi digunakan untuk mengukur kemampuan model dalam menjelaskan variasi variabel respon. Koefisien determinasi bukanlah satu-satunya kriteria pemilihan model yang baik. Alasannya, bila suatu estimasi regresi linear menghasilkan koefisien determinasi yang tinggi, tetapi tidak lolos uji asumsi klasik, maka model tersebut bukanlah model penaksir yang baik. Berikut adalah R^2 yang dihasilkan dalam analisis regresi pada kasus IPM di Kabupaten Gunung Kidul (Lampiran 3):

Tabel 3. 4. Koefisien Determinasi Hasil Regresi

R^2	*Adjusted* R^2	S.E
0,997	0,988	0,081

Dari Tabel 3.4 dapat dilihat nilai *adjusted* R^2 sebesar 0,988 ini berarti sebesar 98,8% variasi IPM dapat dijelaskan oleh variabel-variabel prediktor yang telah ditentukan.

2. Uji Parameter secara Bersama (Uji Signifikansi F)

Uji signifikansi F pada dasarnya menunjukkan apakah variabel-variabel prediktor secara bersama mempengaruhi variabel respon. Output uji parameter dengan program SPSS 16 terdapat pada Lampiran 3. Berikut adalah hasil uji satistik F :

Tabel 3. 5. Hasil Analisis Variansi

	db	JK	KT	F	Sig.F
Regresi	6	4,419	0,736	111,148	0,009
Galat	2	0,013	0,007		
Total	8	4,432			

Dari Tabel 3.5 dapat dilihat nilai F hitung sebesar 111,148 dengan signifikansi F sebesar 0,009. Karena signifikansi F lebih kecil daripada 0,05, maka disimpulkan model regresi dapat digunakan untuk memprediksi IPM atau dengan kata lain variabel-variabel prediktor secara bersama-sama berpengaruh terhadap variabel respon.

3. Uji Parameter Parsial (Uji Signifikansi *t*)

Uji signifikansi *t* menunjukkan seberapa jauh pengaruh satu variabel prediktor secara parsial/individual menjelaskan variasi variabel respon. Output uji parameter dengan program SPSS 16 terdapat pada Lampiran 3, berikut hasil uji statistik *t* :

Tabel 3. 6. Hasil Signifikansi Uji t

Prediktor	**Koefisien**	**S.E**	***t Stat***	***P-value***
x_1	0,000	0,000	1,336	0,313
x_2	0,313	0,760	0,412	0,720
x_3	-0,039	0,210	-0,184	0,871
x_4	-0,864	2,553	-0,338	0,767
x_5	4,935	14,472	0,341	0,766
x_6	-0,007	0,036	-0,197	0,861

Tabel 3.6 menunjukkan bahwa semua variabel prediktor tidak signifikan, hal ini dapat dilihat dari probabilitas signifikansi yang semuanya lebih besar dari 0,05.

Salah satu cara mendeteksi multikolinearias adalah melihat nilai R^2. Jika R^2 yang dihasilkan oleh suatu estimasi model regresi cukup tinggi, tetapi secara parsial variabel-variabel prediktor banyak yang tidak signifikan mempengaruhi variabel respon maka hal tersebut mengindikasikan adanya multikolinearitas (Imam Ghozali, 2013, hal. 105). Hasil analisis menunjukkan bahwa nilai *adjusted* R^2 yaitu 98,8% dan variabel prediktor secara bersama-sama juga berpengaruh terhadap variabel respon, akan tetapi ternyata secara parsial semua variabel prediktor tidak signifikan mempengaruhi model. Oleh karena hal tersebut, diduga terdapat pelanggaran asumsi sehingga perlu dilakukan pengujian lebih lanjut.

C. Uji Asumsi Regresi Linear

Dalam regresi linear terdapat asumsi-asumsi yang harus dipenuhi diantaranya heteroskedastisitas, autokorelasi, nrmalitas dan multikolinearitas. Output SPSS dari uji asumsi regresi linear terdapat pada Lampiran 4.

1. Heteroskedastisitas

   Model regresi yang baik tidak terjadi heteroskedastisitas, untuk mendeteksi heteroskedastisitas digunakan Uji Glejser (Lampiran 4) yang hasilnya sebagai berikut :

Tabel 3. 7. Hasil Uji Glejser

Prediktor	S.E	T	Signifikansi
x_1	0,000	4,005	0,057
x_2	0,078	-4,866	0,054
x_3	0,022	-1,509	0,270
x_4	0,262	2,084	0,173
x_5	1,488	-2,195	0,159
x_6	0,004	2013	0,182

   Dari Tabel 3.7 dapat dilihat bahwa tidak ada variabel prediktor yang signifikan secara statistik mempengaruhi variabel respon (*absolute residu*). Hal ini ditunjukkan nilai signifikansi lebih besar dari 0,05. Sehingga disimpulkan tidak terjadi heteroskedastisitas dalam model regresi.

2. Autokorelasi

   Pendeteksian autokorelasi menggunakan *Run Test*. Jika antar residu tidak terdapat hubungan korelasi maka dikatakan residu adalah acak atau tidak terjadi autokorelasi. Hasil output SPSS pada Lampiran 4 menunjukkan

Nilai test adalah 0,00817 dengan probabilitas 1,000 tidak signifikan pada taraf nyata 0,05 yang berarti hipotesis nol diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa residu bersifat acak atau tidak terjadi autokorelasi.

3. Normalitas

Model regresi yang baik jika distribusi data normal atau mendekati normal. Hal ini dapat dideteksi dengan uji non-parametrik *kolmogrorov smirnov* (K-S). Pada Lampiran 4, output SPSS tabel *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* diperoleh besarnya nilai K-S adalah 0,737 dan signifikan pada 0,649 hal ini berarti H_0 diterima atau data residual terdistribusi normal.

4. Multikolinearitas

Uji multikolinearitas bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi terdapat korelasi antar variabel prediktor. Teknik yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinearitas diantaranya adalah pemeriksaan matriks korelasi, nilai VIF dan TOL.

a. Pemeriksaan Matriks Korelasi

Ukuran yang paling sederhana untuk mendeteksi adanya multikolinearitas adalah pemeriksaan nilai r_{ij} pada matriks korelasi. Jika antar variabel prediktor terdapat korelasi yang tinggi (umumnya diatas 0,9) maka hal ini merupakan indikasi adanya multikolinearitas (Imam Ghozali, 2013, hal. 95). Output korelasi antar variabel dengan software SPSS terdapat pada Lampiran 5, berikut hasilnya:

Tabel 3. 8. Korelasi Antar Variabel Prediktor

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1,000					
x_2	0,960	1,000				
x_3	-0,827	-0,805	1,000			
x_4	0,833	0,744	-0,507	1,000		
x_5	0,865	0,769	-0,552	0,996	1,000	
x_6	-0,870	-0,813	0,833	-0,779	-0,792	1,000

Tabel 3.8 memperlihatkan adanya indikasi terjadi multikolinearitas antar variabel prediktor karena nilai korelasi antar variabel mendekati 1 atau -1.

b. Nilai Faktor Kenaikan Variansi (VIF) dan *Tolerance*

Multikolinearitas dapat juga dilihat dari nilai *Tolerance* dan *Variance Inflation Factor* (VIF). Nilai *tolerance* yang rendah sama dengan nilai VIF tinggi.

Tabel 3. 9. **Nilai *Tolerance* dan VIF**

Prediktor	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Tolerance	0,026	0,071	0,084	0,009	0,011	0,121
VIF	37,878	14,064	11,971	109,578	90,196	8,276

Jika nilai *Tolerance* $\leq$ 0,10 atau nilai VIF $\geq$ 10 maka terjadi multikolinearitas (Imam Ghozali, 2013, hal. 106). Output SPSS tentang hasil VIF dan TOL terdapat pada Lampiran 3 tabel koefisien. Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Tabel 3.9 dapat disimpulkan terjadi multikolinearitas antar variabel prediktor. *Principal Component*

Regression (PCR) dan *Partial Least Square* (PLS) akan digunakan untuk mengatasi multikolinearitas pada kasus tersebut.

D. *Principal Component Regression* (PCR)

Dalam mengkaji suatu kasus yang melibatkan variabel prediktor yang besar, model regresi klasik bukan merupakan metode yang tepat. Hal ini dikarenakan berbagai asumsi dasar dari model regresi klasik menjadi sulit terpenuhi. Salah satu asumsi klasik yang sering kali tidak terpenuhi adalah multikolinearitas antar variabel prediktor, namun secara teori variabel-variabel tersebut harus dilibatkan dalam model. Gejala multikolinearitas menimbulkan masalah dalam model regresi.

Jika antara variabel berkolerasi tinggi, pengujian hipotesis parameter berdasarkan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*) memberikan hasil yang tidak valid (galat yang dihasilkan akan menjadi besar, variansi dan kovariansi parameter tidak berhingga), diantaranya variabel-variabel prediktor yang seharusnya berpengaruh signifikan terhadap variabel respon akan dinyatakan sebaliknya, tanda koefisien regresi dugaan yang dihasilkan bertentangan dengan kondisi aktual, penduga koefisien regresi bersifat tidak stabil sehingga mengakibatkan sulitnya menduga nilai-nilai variabel respon yang tentunya akan mengakibatkan tidak akuratnya pada peramalan (Marcus, Wattimanela, & Lesnussa, 2012). *Principal Component Regression* (PCR) merupakan salah satu metode yang telah dikembangkan untuk mengatasi masalah multikolinearitas. PCR merupakan analisis regresi dari variabel respon terhadap komponen-komponen utama yang tidak saling berkorelasi, dimana setiap komponen utama merupakan kombinasi linear dari semua variabel prediktor (Draper & Smith, 1992, hal. 313).

Principal Component Regression (PCR) merupakan suatu teknik analisis yang mengkombinasikan antara analisis regresi dengan *Principal Component Analysis* (PCA). Analisis Regresi digunakan untuk mengetahui ada tidaknya hubungan antara variabel respon dan prediktor, sedangkan PCA pada dasarnya bertujuan untuk menyederhanakan variabel yang diamati dengan cara menyusutkan (mereduksi) dimensinya. Hal ini dilakukan dengan jalan menghilangkan korelasi di antara variabel melalui transformasi variabel asal ke variabel baru (merupakan kombinasi linear dari variabel-variabel asal) yang tidak saling berkorelasi. Dari p buah variabel asal dapat dibentuk p buah komponen utama, dipilih k buah komponen utama saja ($k<p$) yang telah mampu menerangkan keragaman data cukup tinggi (antara 80% sampai dengan 90%) (Johnson & Wichern, 1996, hal. 356). Komponen utama yang dipilih tersebut (k buah) dapat mengganti p buah variabel asal tanpa mengurangi informasi.

Cara pembentukan regresi komponen utama melalui analisis komponen utama ada dua cara yaitu komponen utama yang dibentuk berdasarkan matriks kovariansi dan komponen utama yang dibentuk berdasarkan matriks korelasi. Matriks korelasi dari data yang telah distandarisasi (bentuk baku Z) digunakan jika variabel yang diamati tidak memiliki satuan pengukuran yang sama. Sedangkan Matriks varians kovarians digunakan jika semua variabel yang diamati mempunyai satuan pengukuran yang sama.

Analisis regresi komponen utama (PCR) merupakan analisis regresi variabel respon terhadap komponen-komponen utama yang tidak saling berkorelasi, regresi komponen utama dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Y = w_0 + w_1 K_1 + w_2 K_2 + \cdots + w_m K_m + \varepsilon \tag{3. 2}$$

Dimana :

Y : variabel respon

K : komponen utama

w : parameter regresi komponen utama

K_1, K_2, K_3,…, K_m menunjukkan komponen utama yang dilibatkan dalam analisis regresi komponen utama, dimana besaran m lebih kecil daripada banyaknya variabel prediktor yaitu sejumlah p, serta Y sebagai variabel respon. Komponen utama merupakan kombinasi linear dari variabel baku Z, sehingga :

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= a_{11}Z_1 + a_{21}Z_2 + \cdots + a_{p1}Z_p \\ K_2 &= a_{12}Z_1 + a_{22}Z_2 + \cdots + a_{p2}Z_p \\ &\vdots \\ K_m &= a_{1m}Z_1 + a_{2m}Z_2 + \cdots + a_{pm}Z_p \end{aligned}\right\} \tag{3. 3}$$

Apabila K_1, K_2,…,K_m dalam Persamaan (3.3) disubtitusikan kembali ke dalam persamaan regresi komponen utama, yaitu Persamaan (3.2) maka diperoleh :

$$Y = w_0 + w_1\left(a_{11}Z_1 + a_{21}Z_2 + \cdots + a_{p1}Z_p\right) + w_2\left(a_{12}Z_1 + a_{22}Z_2 + \cdots + a_{p2}Z_p\right) + \cdots + w_m\left(a_{1m}Z_1 + a_{2m}Z_2 + \cdots + a_{pm}Z_p\right) + \varepsilon$$

$$= w_0 + w_1 a_{11} Z_1 + w_1 a_{21} Z_2 + \cdots + w_1 a_{p1} Z_p + w_2 a_{12} Z_1 + w_2 a_{22} Z_2 + \cdots + w_2 a_{p2} Z_p + w_m a_{1m} Z_1 + w_m a_{2m} Z_2 + \cdots + w_m a_{pm} Z_p + \varepsilon$$

$$= w_0 + (w_1 a_{11} + w_2 a_{12} + \cdots + w_m a_{1m}) Z_1 + (w_1 a_{21} + w_2 a_{22} + \cdots + w_m a_{2m}) Z_2 + \cdots + (w_1 a_{p1} + w_2 a_{p2} + \cdots + w_m a_{pm}) Z_p + \varepsilon \quad (3.\ 4)$$

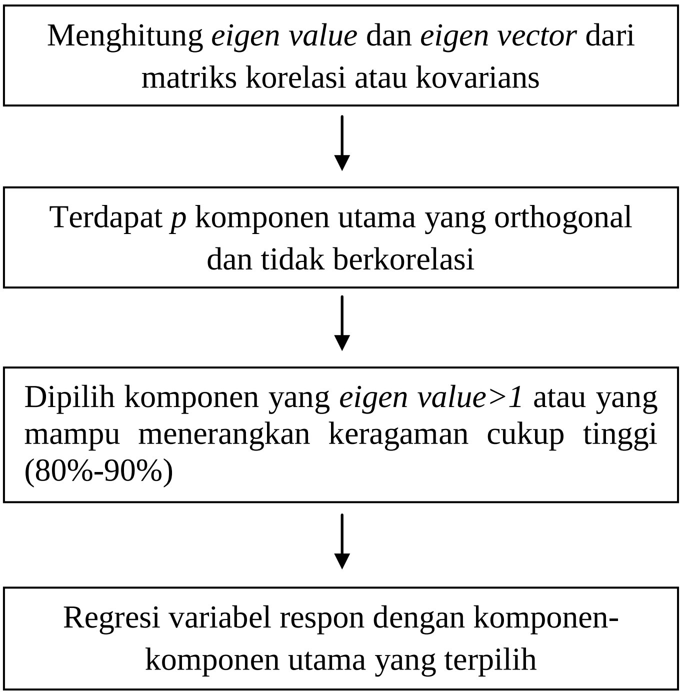
Sehingga dari Persamaan (3.4) diperoleh persamaan regresi dugaan komponen utama sebagai berikut :

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 Z_1 + b_2 Z_2 + \cdots + b_p Z_p \quad (3.\ 5)$$

Dengan :

$$\left.\begin{aligned} b_0 &= \hat{w}_0 \\ b_1 &= \hat{w}_1 a_{11} + \hat{w}_2 a_{12} + \cdots + \hat{w}_m a_{1m} \\ b_2 &= \hat{w}_1 a_{21} + \hat{w}_2 a_{22} + \cdots + \hat{w}_m a_{2m} \\ &\vdots \\ b_p &= \hat{w}_1 a_{p1} + \hat{w}_2 a_{p2} + \cdots + \hat{w}_m a_{pm} \end{aligned}\right\} \quad (3.\ 6)$$

Dari uraian tersebut, tahapan dalam penerapan metode PCR dapat disajikan dalam gambar berikut :



Gambar 3. 1. Tahapan Metode PCR

E. Penerapan PCR pada Kasus IPM di Kabupaten Gunung Kidul

Berikut adalah penerapan PCR pada kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kabupatan Gunung Kidul. Data dapat dilihat pada Lampiran 1 atau Tabel 3.3.

1. Menentukan Komponen Utama (*Principal Component*)

Principal Component Regression (PCR) merupakan teknik analisis regresi yang dikombinasikan dengan teknik analisis komponen utama, dimana analisis komponen utama dijadikan sebagai tahap analisis . Oleh karena itu, sebelum melakukan PCR terlebih dahulu dilakukan analisis komponen utama untuk mendapatkan komponen-komponen utama dan skor komponen utama yang berguna sebagai variabel-variabel prediktor dalam PCR. Dengan bantuan program *(Statistical Package for Social Sciences)* SPSS 16.0 digunakan analisis faktor dengan prosedur analisis komponen utama (PCA) untuk mereduksi data. Langkah pertama adalah melihat nilai dari *Kaiser-Meyer-Olkin (*KMO*) measure of adequacy* dan *Barlett Test of Spericity*. Apabila nilai KMO berkisar antara 0,5 sampai 1, maka analisis dapat dilanjutkan. Sebaliknya, jika nilai *KMO* di bawah 0,5 maka analisis tidak dapat dilanjutkan. *Barlett Test of Spericity* merupakan tes statistik untuk menguji apakah variabel prediktor yang dilibatkan berkorelasi, jika hasil *barlett test* yang diperoleh signifikan, berarti matriks korelasi memiliki korelasi signifikan dengan sejumlah variabel

Tabel 3. 10. ***KMO* and *Bartlett's Test***

Kaiser-Meyer-Olkin Measure		0,536
Bartlett's Test of Sphericity	*Approx. Chi-Square*	77,947
	df	15
	Sig.Bartlett	0,000

Dari Tabel 3.10 dapat dilihat nilai KMO adalah 0,536, artinya analisis dapat dilanjutkan. Nilai *Chi-Square* adalah 77,947, dengan derajat bebas sebesar 15 dan *p-value* (sig) sebesar 0,000. Karena *p-value* (0,000) < 0,05 maka Ho di tolak. Artinya, terdapat korelasi antar variabel prediktor.

Langkah selanjutnya adalah melihat tabel *Communalities* yang menunjukkan berapa varians yang dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk. Hasil varians tersebut dapat ditunjukkan dalam tabel di bawah ini :

Tabel 3. 11. ***Communalities***

Prediktor	PDRB (x_1)	AHH (x_2)	RLST (x_3)	AMH (x_4)	RLSH (x_5)	RMK (x_6)
Extraction	0,960	0,869	0,678	0,794	0,831	0,864

Hasil yang diperoleh dari Tabel 3.11 memperlihatkan nilai variabel PDRB sebesar 0,960 yang berarti sekitar 96% variansi variabel PDRB dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk, variabel Angka Harapan Hidup (AHH) sebesar 0,869 yang berarti sekitar 86,9% variansi variabel AHH dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk, variabel Rata-rata lama sakit (RLST) sebesar 0,678 yang berarti sekitar 67,8% variansi variabel RLST dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk**,** variabel Angka Melek Huruf (AMH) sebesar 0,794 yang berarti sekitar 79,4% variansi variabel AMH dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk, variabel Rata-rata lama Sekolah (RLSH) sebesar 0,831 yang berarti sekitar 83,1% variansi variabel RLSH dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk dan variabel Rasio Murid-Kelas (RMK) sebesar 0,864 yang berarti sekitar 86,4% variansi variabel RMK dapat dijelaskan oleh komponen yang terbentuk.

Tabel 3. 12. Nilai Eigen berdasarkan analisis komponen Utama

Total Komponen	Nilai Eigen	Keragaman Total (%)	Keragaman Kumulatif (%)
1	4,995	83,246	83,246
2	0,692	11,530	94,777
3	0,218	3,629	98,406
4	0,077	1,280	99,686
5	0,019	0,310	99,996
6	0,000	0,004	100,000

Variabel prediktor yang dilibatkan adalah 6 variabel, maka akan ada 6 komponen yang diusulkan seperti yang terdapat pada Tabel 3.12, output SPSS pada Lampiran 6. Setiap komponen mewakili variabel-variabel yang dianalisis. Kemampuan setiap komponen mewakili variabel-variabel yang dianalisis ditunjukkan oleh besarnya varians yang dijelaskan, yang disebut dengan *eigenvalue*. *Eigenvalues* menunjukkan kepentingan relatif masing-masing komponen dalam menghitung varians keenam variabel yang dianalisis. Dari tabel diatas, komponen utama dengan nilai *eigen>1* dilibatkan dalam analisis regresi komponen utama

(Draper & Smith, 1992) dan dapat menjelaskan keragaman cukup tinggi (80%-90%) (Johnson & Wichern, 1996, hal. 359), maka dalam kasus ini hanya terdapat satu komponen utama. Komponen 1 memiliki *eigenvalue* sebesar 4,995, artinya komponen 1 ini dapat menjelaskan variansi sebesar 4,995 atau 83,246%

Tabel 3. 13. Komponen Matriks

Prediktor	PDRB (x_1)	AHH (x_2)	RLST (x_3)	AMH (x_4)	RLSH (x_5)	RMK (x_6)
Komponen 1	0,980	0,932	-0,823	0,891	0,912	-0,929

Tabel 3.13 berisikan nilai korelasi antara variabel-variabel yang dianalisis dengan komponen yang terbentuk. Berdasarkan tersebut, terlihat bahwa hanya satu komponen yang terbentuk dari keenam variabel. Hal ini menunjukkan bahwa satu komponen adalah jumlah yang paling optimal untuk mereduksi keenam variabel prediktor tersebut. Setelah didapatkan komponen yang terbentuk melalui proses reduksi, maka perlu dicari koefisien komponen utama untuk membentuk persamaan regresi komponen utama. Berikut hasil yang diperoleh menggunakan software SPSS.

Tabel 3. 14. **Koefisien Komponen Utama**

Prediktor	PDRB (x_1)	AHH (x_2)	RLST (x_3)	AMH (x_4)	RLSH (x_5)	RMK (x_6)
Komponen 1	0,196	0,187	-0,165	0,178	0,183	-0,186

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Tabel 3.14, maka persamaan regresi komponen utama yang dapat dibentuk adalah sebagai berikut

$$\mathrm{K}_1 = 0{,}196\, x_1 + 0{,}187 x_2 - 0{,}165\, x_3 + 0{,}178\, x_4 + 0{,}183\, x_5 - 0{,}186\, x_6 \tag{3. 7}$$

2. Regresi Komponen Utama

Hubungan antara variabel-variabel prediktor dan variabel respon dapat diketahui dengan melakukan analisis *Principal Component Regression* (PCR). Dalam hal ini, variabel respon (Indeks Pembangunan Manusia) diregresikan dengan komponen utama yang terbentuk. Dengan demikian, model regresi komponen utama yang dibangun untuk kasus ini adalah :

$$\mathrm{Y} = w_0 + w_1 K_1 + \varepsilon$$

Output regresi linear antara IPM dengan komponen utama terdapat pada Lampiran 7, persamaan regresi linear dugaannya adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y} = 69{,}980 + 0{,}727\, K_1$$

Setelah mendapatkan persamaan regresi dugaannya, dilakukan uji signifikansi parameter. Uji ini bertujuan untuk mengetahui apakah parameter model regresi signifikan berpengaruh terhadap variabel respon. Pengujian hipotesis untuk masing-masing koefisien regresi adalah :

a. Hipotesis :

$H_0 : w_1 = 0$

$H_1 : w_1 \neq 0$

b. Taraf Signifikansi (α) =5%

c. Statistik Uji : t

$$t_{hitung} = \frac{\widehat{w}_1 - w_1}{\sqrt{var(\widehat{w}_1)}}$$

d. Kriteria Keputusan

H_0 ditolak jika $t_{hitung} > t_{(\frac{\alpha}{2};n-p)}$ atau

H_0 ditolak jika $t_{hitung} > t_{(0,025;3)}$

e. Kesimpulan

Diperoleh $t_{hitung} = 42{,}712$ lebih besar dari $t_{tabel} = 3{,}182$ sehingga disimpulkan bahwa w_1 signifikan atau dengan kata lain K_1 berpengaruh terhadap $\widehat{Y}$

Pendugaan terhadap parameter koefisien regresi dari variabel asli (*X)* dapat menggunakan hubungan yang ada di antara parameter model regresi komponen utama (w) dan parameter regresi baku (*b*). Pendugaan parameter *b* dilakukan dengan jalan mensubtitusikan komponen utama K_1 ke dalam persamaan regresi komponen utama. Persamaannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\widehat{Y} &= 69{,}980 + 0{,}727\ K_1 \\ &= 69{,}980 + 0{,}727(0{,}196\ x_1 + 0{,}187x_2 - 0{,}165\ x_3 + 0{,}178\ x_4 + \\ &\quad 0{,}183\ x_5 - 0{,}186\ x_6)\end{aligned}$$

Sehingga persamaan regresi dugaannya adalah sebagai berikut :

$$\widehat{Y} = 69{,}980 + 0{,}143\ x_1 + 0{,}136\ x_2 - 0{,}120\ x_3 + 0{,}129\ \ x_4 + 0{,}133\ x_5 - 0{,}135\ x_6 \qquad (3.\ 8)$$

$$\widehat{Y} = 69{,}980 + 0{,}143\ PDRB + 0{,}136 AHH - 0{,}120\ RLST + 0{,}129\ AMH + 0{,}133\ RLSH - 0{,}135\ RMK$$

Setelah diperoleh hasil regresi linear dugaannya, maka dilakukan uji asumsi pada regresi linear tersebut.

1. Heteroskedastisitas

   Model regresi yang baik tidak terjadi heteroskedastisitas, untuk mendeteksi heteroskedastisitas digunakan Uji Glejser (Lampiran 8) yang hasilnya sebagai berikut :

Tabel 3. 15. Hasil Uji Glejser

Prediktor	S.E	t	Signifikansi
K_1	0,037	-1,400	0,204

   Dari Tabel 3.15 dapat dilihat variabel prediktor tidak signifikan secara statistik mempengaruhi variabel respon (*absolute* residu). Hal ini ditunjukkan nilai signifikansi lebih besar dari 0,05. Sehingga disimpulkan tidak terjadi heteroskedastisitas dalam model regresi

2. Autokorelasi

   Pendeteksian autokorelasi menggunakan *Run Test*. Jika antar residu tidak terdapat hubungan korelasi maka dikatakan residu adalah acak atau tidak terjadi autokorelasi. Hasil output SPSS pada Lampiran 15 menunjukkan Nilai test adalah 0,02550 dengan probabilitas 1,000 tidak signifikan pada taraf nyata 0,05 yang berarti hipotesis nol diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa residu bersifat acak atau tidak terjadi autokorelasi.

3. Normalitas

Regresi yang baik jika distribusi data normal atau mendekati normal. Hal ini dapat dideteksi dengan uji non-parametrik *kolmogrorov smirnov* (K-S). Pada Lampiran 8, output SPSS tabel *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* diperoleh besarnya nilai K-S adalah 0,587 dan signifikan pada 0,881 hal ini berarti H_0 diterima atau data residual terdistribusi normal.

4. Multikolinearitas

Terdapat satu komponen utama yang terbentuk melalui metode PCR, sehingga tidak mungkin terjadi multikolinearitas. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 3.16 (Lampiran 7) berikut :

Tabel 3. 16. Hasil Statistik Kolinearitas

Model	t	Sig.	Kolinearitas	
			TOL	VIF
(Constant)	1,258E3	0,000		
K1	12,330	0,000	1,000	1,000

Dari Tabel 3.16 dapat dilihat nilai *VIF = TOL = 1* yang berarti tidak terjadi multikolinearitas.

Ukuran kebaikan model regresi linear dugaan dengan metode PCR dapat dilihat melalui tabel analisis variansi (Lampiran 7) hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 3. 17. Analisis Model Regresi PCR

R	R^2	*Adjusted* R^2	S.E
0,978	0,956	0,950	0,2242828

Tabel 3. 18. Analisis Variansi Metode PCR

	JK	Db	KT	F	Sig.
Regresi	7,648	1	7,648	152,031	0,000
Residu	0,352	7	0,050		
Total	8,000	8			

Tabel 3.17 dan 3.18 memperlihatkan persamaan regresi linear dugaan dengan metode PCR menghasilkan *adjusted* R^2 sebesar 0,950, yang artinya sebesar 95% variabel IPM dapat dijelaskan oleh keenam variabel prediktor dan menghasilkan MSE sebesar 0,050. Selanjutnya akan digunakan metode *Partial Least Square* (PLS) Uuntuk mengatasi multikolinearitas pada data IPM di Kabupaten Gunung Kidul.

F. *Partial Least Square (PLS)*

Regresi PLS *univariat* adalah sebuah model yang menghubungkan antara sebuah variabel respon *y* dengan sekumpulan variabel prediktor *X*. regresi PLS ini dapat diperoleh melalui regresi sederhana maupun berganda dengan mengambil kesimpulan dari uji signifikansi. Uji signifikansi ini bertujuan untuk memilih variabel prediktor pembangun komponen PLS dan menentukan banyaknya komponen PLS yang terbentuk (Bastien, Vinzi, & Tenenhaus, 2004). Tujuan PLS adalah membentuk komponen yang dapat menangkap informasi dari variabel prediktor untuk memprediksi variabel respon. Dalam pembentukan komponen PLS, digunakan variabel respon *y* yang distandarisasi dan variabel-variabel prediktor yang terpusat (Bastien, Vinzi, & Tenenhaus, 2004). Model regresi *partial least square* dengan *m* komponen dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \sum_{h=1}^{m} c_h t_h + \varepsilon \qquad (3.9)$$

Dengan :

Y	: variabel respon
c_h	: koefisien regresi *Y* terhadap t_h
$t_h = \sum_{j=1}^{p} w_{(h)j}\, X_j$	: komponen utama ke-h yang tidak saling berkorelasi, (h = 1,2,…,m)

Dengan syarat komponen PLS $t_h = \sum_{j=1}^{p} w_{(h)j}\, X_j$ orthogonal, sehingga parameter c_h dan w_h dalam Persamaan (3.9) dapat diestimasi.

1. Perhitungan Komponen PLS Pertama t_1

Komponen PLS pertama (t_1) adalah kombinasi linear dari variabel prediktor X_j dengan koefisien pembobot w_1. Persamaan komponen utama pertama dapat dituliskan sebagai berikut :

$$t_1 = \sum_{j=1}^{p} w_{1j} X_j = w_{11}X_1 + w_{12}X_2 + \cdots + w_{1p}X_p = Xw_1 \qquad (3.\ 10)$$

Dengan :

t_1 : komponen PLS pertama

X_j : matriks variabel prediktor

w_1 : vektor koefisien bobot untuk variabel X pada komponen utama pertama.

Misalkan $a_1, a_2, \ldots, a_p$ sebagai koefisien regresi dari masing-masing variabel terpusat $x_1, x_2, \ldots, x_p$ terhadap y. Komponen pertama $t_1 = Xw_1$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} {a_{1j}}^2}} \sum_{j=1}^{p} a_{1j} x_j \qquad (3.\ 11)$$

Dengan

$$\boldsymbol{a_{1j}} = \frac{\boldsymbol{cov(x_j,y)}}{\boldsymbol{var(x_j)}} \tag{3. 12}$$

$$= \frac{E\left(\frac{x_j\,, y}{var(x_j)} - E(y)E\left(\frac{x_j}{var(x_j)}\right)\right)}{E\left(\frac{x_j\,, y}{var(x_j)}\right)^2 - \left(E\left(\frac{x_j\,, y}{var(x_j)}\right)\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{var(x_j)}\left(E(x_j\,, y) - E(y)E(x_j)\right)}{\left(\frac{1}{var(x_j)}\right)^2\left(E(x_j)^2 - \left(E(x_j)\right)^2\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{var(x_j)}\left(E(x_j\,, y) - E(y)E(x_j)\right)}{\left(\frac{1}{var(x_j)}\right)^2\left(var(x_j)\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{var(x_j)}\left(E(x_j\,, y) - E(y)E(x_j)\right)}{\frac{1}{var(x_j)}}$$

$$= \left(E(x_j\,, y) - E(y)E(x_j)\right) = cov(x_j\,, y)$$

Jika a_{1j} pada Persamaan (3.12) disubtitusikan pada Persamaan (3.11) maka persamaan tersebut juga dapat dituliskan menjadi berikut :

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{cov(x_j, y)}{var(x_j)}\right]^2}}\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{cov(x_j, y)}{var(x_j)}\right]x_j$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{cov\left(x_j,y\right)}{var\left(x_j\right)}\right]^2}} \sum_{j=1}^{p} \frac{cov\left(x_j,y\right)}{\sqrt{var\left(x_j\right)}} \frac{x_j}{\sqrt{var\left(x_j\right)}}$$

$$= \frac{1/\sqrt{var\left(y\right)}}{1/\sqrt{var\left(y\right)}} \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{cov\left(x_j,y\right)}{var\left(x_j\right)}\right]^2}} \sum_{j=1}^{p} \frac{cov\left(x_j,y\right)}{\sqrt{var\left(x_j\right)}} \frac{x_j}{\sqrt{var\left(x_j\right)}}$$

$$= \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p}\left[\frac{cov(x_j,y)}{\sqrt{var(y)}\,var(x_j)}\right]^2}} \sum_{j=1}^{p} \frac{cov(x_j,y)}{\sqrt{var(y)}\sqrt{var(x_j)}} \frac{x_j}{\sqrt{var(x_j)}} \qquad (3.\ 13)$$

Karena $cor\left(x_j, y\right) = cov\left(x_j, y\right)/\sqrt{var(y)}\sqrt{var\left(x_j\right)}$ sehingga Persamaan (3.13) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{t_1} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} cor(x_j,y)^2}} \sum_{j=1}^{p} cor(x_j, y)\, x_j^{*} \qquad (3.\ 14)$$

Dimana :

x_j^{*} : x_j yang terstandarisasi

$cor(x_j, y)$: korelasi variabel x_j dengan *y*.

$cov(x_j, y)$: kovarians variabel x_j dengan *y*

var : varians/ keragaman

Variabel x_j dipilih yang berkorelasi tinggi dengan variabel respon *y*, sehingga variabel x_j menjadi penting dalam pembentukan komponen t_1. Nilai $cov\left(x_j, y\right)$ juga merupakan koefisien regresi a_{ij} dalam regresi sederhana antara *y* dengan variabelx_j modifikasi, yaitu $x_j/var(x_j)$. Regresi sederhana *y* dengan variabelx_j :

$Y = a_{1j} x_j + residu$

$Y = a_{1j} \left(\frac{x_j}{var\,(x_j)}\right) + residu$

dengan $a_{1j} = \frac{cov\left(y, {x_j}/{var(x_j)}\right)}{var\left({x_j}/{var(x_j)}\right)} = cov(y, x_j)$

Jika a_{1j} tidak signifikan maka dalam Persamaan (3.13) setiap kovariansi yang tidak signifikan dapat diganti dengan nol dan artinya hubungan variabel prediktornya dapat diabaikan.

2. Perhitungan Komponen PLS Kedua, t_2

Komponen PLS kedua didapatkan dengan melakukan regresi sederhana y terhadap t_1 dan masing-masing x_j terlebih dahulu kemudian regresi antara x_j terhadap t_1. Variabel-variabel x_j yang digunakan hanya variabel yang berkontribusi secara signifikan dalam menjelaskan y pada t_1. Model persamaan regresi keduanya adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{y = c_1 t_1 + a_{2j} x_j + residu} \qquad (3.\ 15)$$

$$\boldsymbol{x_j = p_{ij} t_1 + x_{1j}} \qquad (3.\ 16)$$

Persamaan (3.16) disubtitusikan ke (3.15) sehingga Persamaan (3.15) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y &= c_1 t_1 + a_{2j} \left(p_{ij} t_1 + x_{1j}\right) + residu \\ &= \left(c_1 + a_{2j} p_{ij}\right) t_1 + a_{2j} x_{1j} + residu \\ &= c_1^{'} t_1 + a_{2j} x_{1j} + residu \end{aligned}$$

Dengan $c_1^{'} = c_1 + a_{2j} p_{ij}$

Dengan x_{1j} adalah residu yang dihasilkan dari regresi x_j terhadap t_1. Maka komponen PLS kedua (t_2) dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} a_{2j}^2}} \sum_{j=1}^{p} a_{2j} x_{1j}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} cov(y, x_{1j})^2}} \sum_{j=1}^{p} cov(y, x_{1j}) x_{1j}$$

$$= \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{cor}(y, \boldsymbol{x_{1j}})^2}} \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{cor}(y, \boldsymbol{x_{1j}}) \boldsymbol{x_{1j}}^* \qquad (3.\ 17)$$

Dengan $x_{1j}{}^*$ adalah residu yang telah distandarisasi dan dihasilkan dari regresi x_j terhadap t_1. Komponen PLS t_2 ini tidak saling berkorelasi atau orthogonal dengan komponen PLS yang lain.

Nilai $cov(x_{1j}, y)$ juga merupakan koefisien regresi a_{2j} dalam regresi *y* pada t_1 dan variabel x_{1j} modifikasi, yaitu $\frac{x_{1j}}{var(x_{1j})}$. Regresi sederhana *y* dengan dan variabel x_{1j} dituliskan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{y = c_1 t_1 + a_{2j}\left(\frac{x_{1j}}{var(x_{1j})}\right) + residu} \qquad (3.\ 18)$$

Korelasi parsial antara *y* dan x_j diketahui t_1 didefinisikan sebagai korelasi antara y dan residu x_{1j} (Bastien, Vinzi, & *Tenenhaus*, 2004). Karena dalam perhitungan komponen PLS $cov(y, x_{1j}) = cor(y, x_{1j})$, maka korelasi parsial antara *y* dan x_j yang dinyatakan dalam t_1 dapat dituliskan sebagai berikut :

$cor(y, x_j | t_1) = cor(y, x_{1j})$ atau $cov(y, x_j | t_1) = cov(y, x_{1j})$

Oleh karena itu, komponen PLS kedua pada Persamaan (3.17) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} cor(y, x_j|t_1)^2}} \sum_{j=1}^{p} cor(y, x_j|t_1) x_{1j}$$

3. **Perhitungan Komponen PLS ke-*h*, t_h**

Seperti langkah pada pembentukan komponen PLS sebelumnya, variabel yang digunakan adalah variabel-variabel yang signifikan dalam menjelaskan *y* pada $t_1, t_2, \dots, t_{h-1}$. Model regresi *y* terhadap $t_1, t_2, \dots, t_{h-1}$ dan masing-masing x_j adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{y = c_1 t_1 + c_1 t_2 + \cdots + c_{h-1} t_{h-1} + a_{hj} x_j + residu} \qquad (3.\ 19)$$

Untuk mendapatkan komponen t_h yang orthogonal terhadap t_{h-1}, diregresikan x_j terhadap komponen PLS yang dituliskan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{x_j = p_{1j} t_1 + p_{2j} t_2 + \cdots + p_{h-1j} t_{h-1} + x_{(h-1)j}} \qquad (3.\ 20)$$

Dengan $x_{(h-1)j}$ adalah residu yang dihasilkan dari regresi setiap x_j terhadap $t_1, t_2, \dots, t_{h-1}$

Komponen ke-*h* didefinisikan sebagai berikut :

$$t_h = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} a_{hj}^2}} \sum_{j=1}^{p} a_{hj} x_{(h-1)j}$$

Dengan a_{hj} adalah koefisien regresi dari $x_{(h-1)j}$ dalam regresi *y* pada $t_1, t_2, \dots, t_{h-1}$. Jika Persamaan (3.20) disubtitusikan ke dalam Persamaan (3.19), maka diperoleh :

$$y = c_1 t_1 + c_1 t_2 + \cdots + c_{h-1} t_{h-1} + a_{hj} (p_{1j} t_1 + p_{2j} t_2 + \cdots + p_{h-1j} t_{h-1} + x_{(h-1)j}) + residu$$

$$= \left(c_1 a_{hj} p_{1j}\right)t_1 + \left(c_{\mathbf{2}} a_{hj} p_{2j}\right)t_2 + \cdots + (c_{h-1} a_{hj} p_{h-1j})t_{h-1} + a_{hj}\, x_{(h-1)j} + residu$$

$$= c_1^{'} t_1 + c_2^{'} t_2 + \cdots + c_{h-1}^{'} t_{h-1} + a_{hj}\, x_{(h-1)j} + residu$$

Dimana $c_{h-1}^{'} = c_{h-1} a_{hj} p_{h-1j}$

Sehingga komponen PLS ke-*h* dapat ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{t_h} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} cor(x_{(h-1)j}, y)^2}} \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{cor(x_{(h-1)j}, y) x^{*}_{(h-1)j}} \qquad (3.\ 21)$$

Dimana $x^{*}_{(h-1)j}$ adalah residu standar dari regresi dar setiap x_j terhadap $t_1, t_2, \ldots, t_{h-1}$. Perhitungan komponen PLS berhenti ketika tidak ada lagi variabel prediktor yang signifikan membangun komponen PLS.

4. Tranformasi Komponen PLS ke Variabel Asli

Persamaan (3.9) selanjutnya dapat ditulis ke dalam bentuk variabel aslinya, yaitu :

$$Y = \sum_{h=1}^{m} c_h t_h + \varepsilon$$

$$= \sum_{h=1}^{m} c_h \left(\sum_{j=1}^{p} w_{(h)j}\, X_j \right) + \varepsilon$$

$$= \sum_{j=1}^{p} \sum_{h=1}^{m} c_h\, w_{(h)j} X_j + \varepsilon$$

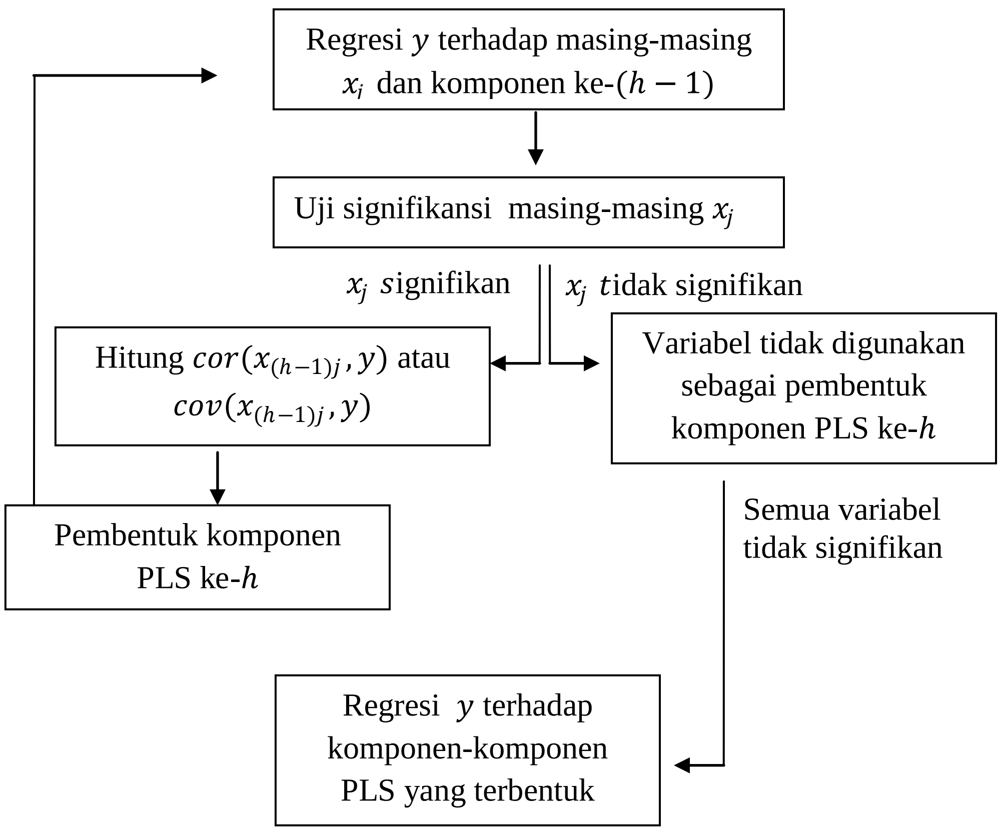
$$= \sum_{j=1}^{p} \left(\sum_{h=1}^{m} c_h w_{(h)j} \right) X_j + \varepsilon$$

$$\boldsymbol{Y} = \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{b_j X_j} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Dimana :

Y	: variabel respon
c_h	: koefisien regresi Y terhadap t_h
X_j	: matriks variabel prediktor
$t_h = \sum_{j=1}^{p} w_{(h)j} X_j$	: komponen utama ke-h yang tidak saling berkorelasi, (h = 1,2,…,m)
$b_j = \sum_{h=1}^{m} c_h w_{(h)j}$	: vektor koefisien regresi Y terhadap variabel X_j
$w_{(h)j}$	: koefisien bobot untuk variabel X_j pada komponen utama PL ke-h
ε	: vetor eror

Dari uraian tersebut, tahapan penerapan metode PLS dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 3. 2. Tahapan Metode PLS

G. Penerapan *Partial Least Square* dalam Kasus IPM di Kabupaen Gunung Kidul

Berikut adalah penerapan metode *Partial Least Square* untuk kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kabupataen Gunug Kidul. Dalam pembentukan komponen PLS digunakan variabel y terstandarisasi dan variabel-variabel prediktor yang terpusat.

1. Pembentukan komponen PLS pertama, t_1

Sebelum pembentukan kompunen pertama PLS, terlebih dahulu dilakukan regresi y terhadap masing-masing x_j (Lampiran 9) untuk mengetahui variabel-variabel manakah yang signifikan membangun komponen PLS pertama. Berikut adalah hasil signifikansi masing-masing variabel x_j.

Tabel 3. 19. Hasil Uji Signifikansi masing-masing x_j untuk pembentukan t_1

Prediktor	Koefisien	SE	T	p-value
PDRB (x_1)	0,000	0,000	42,680	0,000
AHH(x_2)	3,081	0,333	9,264	0,000
RLST(x_3)	-1,808	0,444	-4,070	0,005
AMH(x_4)	1,808	0,475	3,805	0,007
RLSH(x_5)	9,687	2,229	4,347	0,003
RMK(x_6)	-0,254	0,054	-4,680	0,002

Uji signifikansi koefisien regresi pada Tabel 3.19 menunjukkan bahwa dengan taraf nyata 5% semua variabel signifikan membangun komponen PLS pertama. Merujuk pada Persamaan (3.14), perhitungan komponen PLS pertama, t_1 adalah sebagai berikut :

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} cor(x_j, y)^2}} \sum_{j=1}^{p} cor(x_j, y)\, x_j^*$$

Dimana x_j^* adalah variabel prediktor yang telah distandarisasi (Lampiran 2). Nilai $cor(x_j, y)$ dapat dilihat pada Lampiran 5, sehingga komponen PLS pertama yang terbentuk adalah :

$$t_1 = \frac{0{,}998\, x_1^* + 0{,}962\, x_2^* - 0{,}838\, x_3^* + 0{,}821\, x_4^* + 0{,}854\, x_5^* - 0{,}871\, x_6^*}{\sqrt{0{,}998^{\,2} + 0{,}962^2 + 0{,}838^{\,2} + 0{,}821^2 + 0{,}854^2 + 0{,}871^2}}$$

$$= \mathbf{0{,}456\, x_1^* + 0{,}439\, x_2^* - 0{,}383\, x_3^* + 0{,}375 x_4^* + 0{,}390 x_5^* - 0{,}398 x_6^*} \qquad (3.\ 22)$$

Subtitusi nilai x_j^* pada Lampiran 2 ke Persamaan (3.22), sehingga diperoleh nilai dari t_1 adalah sebagai berikut :

Tabel 3. 20. Nilai Komponen PLS Pertama,t_1

Observasi	t_1
1	-3,97235
2	-1,58446
3	-1,14316
4	-0,94986
5	-0,13938
6	1,136743
7	0,872294
8	2,341798
9	3,438373

2. **Pembentukan komponen PLS kedua, t_2.**

Sebelum pembentukan komponen PLS kedua, terlebih dahulu diperiksa apakah komponen kedua ini masih diperlukan. Hal tersebut dilakukan dengan cara meregresikan antara y yang telah distandarisasi terhadap t_1 dan masing-masing variabel x_j (Lampiran 10). Variabel yang digunakan adalah variabel-variabel yang signifikan membangun PLS kedua.

Tabel 3. 21. Hasil Uji Signifikansi masing-masing x_j untuk pembentukan t_2

Prediktor	**Koefisien**	**SE**	**T**	**p-value**
PDRB (x_1)	0,000	0,000	8,134	0,000
AHH(x_2)	1,152	0,531	2,168	0,067
RLST(x_3)	-0,178	0,284	-0,629	0,550
AMH(x_4)	-0,465	0,311	-1,496	0,178
RLSH(x_5)	-2,151	1,860	-1,157	0,285
RMK(x_6)	0,083	0,050	1,656	0,142

Pada tahap ini, ternyata masih ada variabel yang signifikan yaitu PDRB (x_1). Sehingga akan dihitung komponen PLS kedua, untuk membangun komponen PLS kedua diperlukan koefisien residu x_{11} yaitu residu yang dihasilkan dari persamaan regresi antara PDRB (x_1) terhadap t_1 yaitu :

$$x_1 = p_{11}t_1 + x_{11}$$

Output SPSS regresi antara PDRB (x_1) terhadap t_1 terdapat pada Lampiran 11, hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 3. 22. Koefisien Regresi x_1 terhadap t_1

Prediktor	Koefisien		t	Signifikan
	B	S.E		
t1	1071,155	73,554	14,563	0,000

kemudian dicari koefisien korelasi antara *y* dengan residu x_{11}. Berikut hasil korelasi anyara y dan residu x_{11} (Lampiran 12) :

Tabel 3. 23. Korelasi antara *y* dan residu x_{11}

	X11	IPM
X11	1	
IPM	0,190	1

Persamaan komponen PLS kedua dituliskan sebagai berikut :

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{p} cor(y_1, x_{1j})^2}} \sum_{j=1}^{p} cor(y_1, x_{1j}) x_{1j}{}^*$$

Berdasarkan hasil koefisien korelasi Tabel 3.23, perhitungan komponen PLS kedua (t_2) yang adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{t_2 = \frac{0{,}190\, x_{11}^*}{\sqrt{0{,}190^2}} = x_{11}^*} \quad (3.\ 23)$$

Dimana x_{11}^* adalah residu yang telah di standarisasi (Lampiran 12) sehingga :

$$t_2 = \frac{x_{11}}{\sqrt{var(x_{11})}} = \frac{x_1 - p_{11} t_1}{\sqrt{var(x_{11})}}$$

Nilai $\sqrt{var(x_{11})} = 464{,}487$ dan p_{11} adalah koefisien t_1 pada regresi x_1 terhadap t_1. Pada Tabel 3.22 diketahui nilai $p_{11} = 1071{,}155$, sehingga perhitungan komponen PLS kedua adalah sebagai berikut :

$$t_2 = \frac{x_1 - p_{11}t_1}{\sqrt{var(x_{11})}}$$

$$= \frac{x_1 - 1071{,}155t_1}{464{,}487}$$

$$= \mathbf{0{,}002}\frac{\boldsymbol{x_1}}{\sqrt{\boldsymbol{var(x_1)}}} - \mathbf{2{,}306}\boldsymbol{t_1} \quad (3.\ 24)$$

Subtitusi nilai $\sqrt{var(x_1)} = 2436{,}209$ pada Persamaan (3.24) dan t_1 pada Persamaan (3.22) ke Persamaan (3.24) sehingga diperoleh :

$$t_2 = (8{,}837 \times 10^{-7})x_1^* - 2{,}306(0{,}456\, x_1^* + 0{,}439\, x_2^* - 0{,}383\, x_3^* + 0{,}375x_4^* + 0{,}390x_5^* - 0{,}398x_6^*\,\mathbf{)}$$

$$t_2 = -1{,}052\, x_1^* - 1{,}014\, x_2^* + 0{,}884\, x_3^* - 0{,}866x_4^* - 0{,}900x_5^* + 0{,}918x_6^* \quad (3.\ 25)$$

Pada Persamaan (3.23) diketahui $t_2 = x_{11}^*$ (Lampiran 12) sehingga diperoleh nilai dari t_2 adalah sebagai berikut :

Observasi	$\boldsymbol{t_2}$
1	0,85749
2	-1,52882
3	-0,82208
4	0,138241
5	0,498153
6	-0,89714
7	1,7452
8	0,263041
9	-0,25408

3. Pembentukan komponen PLS ketiga, t_3.

Komponen PLS ketiga dibentuk setelah terlebih dahulu diperiksa apakah komponen ketiga ini masih diperlukan yaitu dengan cara meregresikan y terhadap t_1, t_2 dan masing-masing variabel x_j (Lampiran 13). Tabel 3.24 adalah hasil signifikansi masing-masing x_j untuk pembentukan t_3:

Tabel 3. 24. **Hasil Uji Signifikansi masing-masing x_j untuk pembentukan t_3**

Prediktor	**Koefisien**	**StDev**	**T**	**p-value**
AHH(x_2)	0,140	0,286	0,490	0,641
RLST(x_3)	-0,091	0,091	-1,007	0,353
AMH(x_4)	-0,121	0,121	-1,001	0,355
RLSH(x_5)	-0,630	0,665	-0,947	0,380
RMK(x_6)	-0,006	0,024	-0,253	0,809

Variabel PDRB bernilai sama dengan residu x_{11}^* yang mengakibatkan variabel ini berkorelasi tinggi dengan t_1 sehingga variabel PDRB dikeluarkan dan dianggap tidak signifikan membangun komponen PLS ketiga. Tabel 3.24 menunjukkan memperlihatkan bahwa semua variabel prediktor tidak ada yang signifikan membangun komponen PLS ketiga. Sehingga perhitungan berhenti pada komponen PLS kedua dan diperoleh dua komponen baru yaitu t_1 dan t_2.

Tabel 3. 25. Komponen Baru PLS

Observasi	t_1	t_2
1	-3,97235	0,85749
2	-1,58446	-1,52882
3	-1,14316	-0,82208
4	-0,94986	0,138241
5	-0,13938	0,498153
6	1,136743	-0,89714
7	0,872294	1,7452
8	2,341798	0,263041
9	3,438373	-0,25408

Setelah mendapatkan komponen baru pada Tabel 3.25, kemudian variabel respon *y* diregresikan terhadap komponen tersebut. Output analisis regresi linear dengan software SPSS terdapat pada Lampiran 13. Berikut hasil regresi linear dugaan yang diperoleh :

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{69,980 + 0,327\ t_1 + 0,142\ t_2} \tag{3. 26}$$

Jika Persamaan (3.22) dan (3.25) disubtitusikan ke Persamaan (3.26) maka diperoleh :

$$\begin{aligned}\hat{\mathrm{Y}} = 69{,}980 + 0{,}327\ (&0{,}456\ x_1^* + 0{,}439\ x_2^* - 0{,}383\ x_3^* + 0{,}375 x_4^* + \\ &0{,}390 x_5^* - 0{,}398 x_6^*\ ) + 0{,}142\ \ (-1{,}052\ x_1^* - 1{,}014\ x_2^* + 0{,}884\ x_3^* - \\ &0{,}866 x_4^* - 0{,}900 x_5^* + 0{,}918 x_6^*)\end{aligned}$$

Sehingga persamaan regresi dugaan yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\mathrm{Y}} = 69{,}980 + 0{,}298\ \mathrm{PDRB} + (&5{,}792\ \mathrm{AHH} - 5{,}050\ \mathrm{RLST} + 4{,}946\ \mathrm{AMH} + \\ &5{,}145\ \mathrm{RLSH} - 5{,}244\ \mathrm{RMK}) \times 10^{-5}\end{aligned}$$

Regresi linear mempunyai asumsi-asumsi yangharus dipenuhi. Oleh karena itu, berikut akan diselidiki apakah hasil regresi komponen PLS memenuhi asumsi-asumsi tersebut.

1. Heteroskedastisitas

   Model regresi yang baik tidak terjadi heteroskedastisitas, untuk mendeteksi heteroskedastisitas digunakan Uji Glejser (Lampiran 15) yang hasilnya sebagai berikut :

Tabel 3. 26. Hasil Uji Glejser

Prediktor	S.E	t	Signifikansi
t_1	0,008	0,000	1,000
t_2	0,019	0,000	1,000

   Dari Tabel 3.26 dapat dilihat variabel prediktor tidak signifikan secara statistik mempengaruhi variabel respon (*absolute* residu). Hal ini ditunjukkan nilai signifikansi lebih besar dari 0,05. Sehingga disimpulkan tidak terjadi heteroskedastisitas dalam model regresi

2. Autokorelasi

   Pendeteksian autokorelasi menggunakan *Run Test*. Jika antar residu tidak terdapat hubungan korelasi maka dikatakan residu adalah acak atau tidak terjadi autokorelasi. Hasil output SPSS pada Lampiran 15 menunjukkan Nilai test adalah 0,02550 dengan probabilitas 1,000 tidak signifikan pada taraf nyata 0,05 yang berarti hipotesis nol diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa residu bersifat acak atau tidak terjadi autokorelasi.

3. Normalitas

Model regresi yang baik jika distribusi data normal atau mendekati normal. Hal ini dapat dideteksi dengan uji non-parametrik *kolmogrorov smirnov* (K-S). Pada Lampiran 15, output SPSS tabel *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test* diperoleh besarnya nilai K-S adalah 0,496 dan signifikan pada 0,967 hal ini berarti H_0 diterima atau data residual terdistribusi normal.

4. Multikolinearitas

Komponen-komponen PLS bersifat orthogonal, tidak saling berkorelasi satu sama lain. Hal tersebut dibuktikan dengan nilai VIF dan TOL (Lampiran 14) hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 3. 27. Statistik Kolinearitas Metode PLS

Prediktor	Koefisien		Kolinearitas	
	B	S.E	TOL	VIF
t1	0,327	0,008	1,000	1,000
t2	0,142	0,019	1,000	1,000

Dari Tabel 3.27 dapat dilihat nilai *VIF = TOL = 1* yang berarti komponen PLS saling ortoghonal, tidak terjadi multikolinearitas. Hasil Uji *t* memperlihatkan kedua komponen secara parsial berpengaruh terhadap variabel respon *y*.

Ukuran kebaikan model regresi linear dugaan dengan metode PLS dapat dilihat melalui tabel analisis variansi (Lampiran 14) hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 3. 28. Hasil Analisis Regresi Metode PLS

R	R^2	*adjusted* R^2	S.E
0,998	0,996	0,995	0,053178

Tabel 3. 29. Hasil Analisis Variansi

	JK	Db	KT	F	Sig.
Regresi	4,415	2	2,208	780,665	0,000
Residu	0,017	6	0,003		
Total	4,432	8			

Tabel 3.28 dan 3.29 memperlihatkan Uji F signifikan yang berarti kedua komponen PLS secara bersama mempengaruhi variabel respon *y*. Persamaan regresi dugaan dengan metode PLS menghasilkan *adjusted* R^2 sebesar 0,995, yang artinya sebesar 99,5% variabel IPM dapat dijelaskan oleh keenam variabel prediktor dan MSE sebesar 0,003.

H. Perbandingan Metode *Partial Least Square* (PLS) dan *Principal Component Regression* (PCR)

PLS mampu menjelaskan sebanyak mungkin keragaman variabel respon dibandingkan dengan komponen yang diperoleh dari analisis komponen utama (Abdi, 2003). Berdasarkan hal tersebut peneliti membandingkan hasil persamaan regresi yang diperoleh antara kedua metode tersebut. Koefisien determinasi R^2 dapat digunakan untuk menentukan model terbaik. Semakin nilai R^2 mendekati satu maka semakin tinggi pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, yang berarti semakin baik kecocokan model dengan data (Sembiring, 2003). Selain melihat nilai R^2, pemilihan model terbaik juga dapat dilakukan dengan melihat nilai *Mean*

Square Error (MSE). Metode terbaik adalah metode dengan nilai MSE terkecil. Perbandingan nilai R^2 dan MSE dari metode PLS dan PCR adalah sebagai berikut :

Tabel 3. 30. Nilai R^2 *dan* MSE Metode PLS dan PCR

Metode	***Partial Least Square* (PLS)**	***Principal Component Regression* (PCR)**
R^2	99,5%	95%
MSE	0,003	0,050

Tabel 3.30 menunjukkan bahwa metode *Partial Least Square* (PLS) memberikan nilai R^2 yang lebih besar dibandingkan dengan metode *Principal Component Regression* (PCR). Hal ini berarti metode PLS memberikan ketepatan model yang lebih baik dari pada metode PCR. Begitu juga jika ditinjau dari nilai MSE, metode PLS mempunyai nilai yang lebih rendah dari pada MSE yang dihasilkan oleh metode PCR sehingga metode PLS lebih baik dari pada metode PCR.

BAB IV

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil studi yang dilakukan penulis tentang metode *Partial Least Square* (PLS) dan *Principal Component Regression* (PCR) dalam mengatasi multikolinearitas pada kasus Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Kabupaten Gunung Kidul, maka dapat diambil kesimpulan :

1. Persamaan regresi linear dugaan yang diperoleh dari penerapan kedua metode pada kasus Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Gunung Kidul adalah sebagai berikut :

   $$\hat{\mathrm{Y}}_{\mathrm{PLS}} = 69{,}980 + 0{,}298\ \mathrm{PDRB} + (5{,}792\ \mathrm{AHH} - 5{,}050\ \mathrm{RLST} + 4{,}946\ \mathrm{AMH} + 5{,}145\ \mathrm{RLSH} - 5{,}244\ \mathrm{RMK}) \times 10^{-5}$$

   $$\hat{Y}_{\mathrm{PCR}} = 69{,}980 + 0{,}143\ \mathrm{PDRB} + 0{,}136\ \mathrm{AHH} - 0{,}120\ \mathrm{RLST} + 0{,}129\ \mathrm{AMH} + 0{,}133\ \mathrm{RLSH} - 0{,}135\ \mathrm{RMK}$$

   Dengan PDRB: Pendapatan Daerah Regional Bruto; AHH: Angka Harapan Hidup; RLST: Rata-rata lama sakit; AMH: Angka Melek Huruf; RLSH: Rata-rata Lama Sekolah dan RMK: Rasio Murid-Kelas

2. Perbandingan metode PLS dan PCR dilihat dari nilai R^2 dan MSE. Koefisien determinasi (R^2) dan *Mean Square Eror* (MSE) yang dihasilkan untuk metode PLS : R^2 = 99,5% dan MSE = 0,003 sedangkan untuk metode PCR : R^2 = 95% dan MSE = 0,050. Dari hasil yang diperoleh, metode *Partial Least Square* (PLS) memberikan hasil yang lebih baik jika dibandingkan dengan *Principal Component Regression* (PCR).

B. Saran

Masalah multikolinearitas dapat diatasi dengan berbagai cara. Metode PLS terbukti dapat mengatasi multikolinearitas lebih baik daripada metode PCR. Penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode PLS dengan validasi *bootstrap* atau menerapkan metode PLS pada kasus *Generalised Linear Regressioni* untuk data survival.

DAFTAR PUSTAKA

Abdi, H. (2003). *Partial Least Square (PLS) Regression.* Encyclopedia of Social Sciences Research Methods.

Anton, H., & Rorres, C. (2004). *Elementary Linear Algebra, Applications Version 8th Ed (Aljabar Linear Elementer,Versi Aplikasi Edisi Kedelapan Jilid 1). Penerjemah: Refina Indriasari dan Irzam Harmein.* Jakarta: Erlangga.

Ayunanda, M., & Ismaini, Z. (2013). Analisis Statistika Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur dengan Menggunakan Regresi Panel. *Jurnal Sains dan Seni Pomits* , Vol. 2, No.2, 2337-3520.

Bastien, P., Vinzi, V., & Tenenhaus, M. (2004). Partial Least Square Generalized Linear Regression. *Computational Statistics & Data Analysis* 48 (2005) 17-46.

BPS. (2010). *Indeks Pembangunan Manusia Kabupaten Gunung Kidul 2009.* Gunung Kidul: Badan Pusat Statistik Kabupaten Gunung Kidul.

Draper, H., & Smith, H. (1992). *Applied Regression Analysis, 2nd. (Analisis Regresi Terapan Edisi Ke-2). Penerjemah : Bambang Sumantri.* Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Dutt, A. K., & Ros, J. (2008). *International Handbook of Development Economics.* Northampton: Edward Elgar Publishing Limited.

Faqihudin, M. (2013). *Human Development Index (HDI) Salah Satu Indikator Yang Populer Untuk Mengukur Kinerja Pembangunan Manusia.* Tegal: Progdi Manajemen FE. UPS Tegal.

Garthwaite, P. H. (1994). An lnterpretation of Partial Least Squares. *Journal of the American Statistical Association* , Vol. 89, No. 425.

Imam, G. (2013). *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program IBM SPSS 21 Update PLS Regresi Edisi 7.* Semarang: UNDIP.

Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (1996). *Applied Multivariate Statistical Analysis 3th Edition.* New Jersey: Prentice Hall of India Private Limited.

Kartika Ayu, L., Maria, B., & Rahma, F. (2013). Pendekatan Partial Least square regression untuk Mengatasi Multikolinearitas dalam Regresi Logistik Ordinal. *Jurnal MIPA Universitas Brawijaya* .

Kutner, M. H. (2004). *Applied Linear Statistical Models.* New York: Mc Graw-Hill.

Maitra, S., & Yan, J. (2008). Principle Component Analysis and Partial Least Squares:Two Dimension Reduction Techniques for Regression. *Casualty Actuarial Society , Discussion Paper Program*.

Marcus, G., Wattimanela, H., & Lesnussa, Y. (2012). Analisis Regresi Komponen Utama Untuk Mengatasi Multikolinearitas Dalam Analisis Regresi Linear Berganda. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan* , Vol.6 No.1 Hal. 31-40.

Neter, J., Wasserman, W., & Kutner, M. (1990). *Applied Linear Statistical Models Third Edition.* Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois.

Noorbakhsh, F. (1998). The Human Development Index : Some Technical Issues and Alternative Indices. *Journal of International Development Centre for Development Studies University of Glasgow* , J. Int. Dev. 10, 589-605.

Ruminta. (2009). *Matriks Persamaan Linier dan Pemrograman Linier.* Bandung: Rekayasa Sains.

Sembiring, R. (2003). *Analisis Regresi Edisi Kedua.* Bandung: ITB Bandung.

Supranto, J. (2008). *Statistik Teori dan Aplikasi Edisi Ketujuh.* Jakarta: Erlangga.

Yu, C. H. (2010). Principal Component Regression as a Countermeasure against Collinearity. *Journal of Arizona State University* , Tempe, AZ.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Indeks Pembangunan Manusia Kabupaten Gunung Kidul Tahun 2004-2012

IPM (%)	**PDRB (ribu rupiah)**	**AHH (th)**	**RLST (hari)**	**AMH (%)**	**RLSH (th)**	**RMK**
68,860	4206,940	70,400	5,750	83,400	7,400	37,000
69,260	5656,326	70,440	5,990	84,500	7,600	33,000
69,440	6457,294	70,600	5,770	84,500	7,600	34,000
69,680	7110,408	70,750	6,080	84,500	7,600	33,000
70,000	8145,736	70,900	5,730	84,500	7,600	32,000
70,180	8864,563	70,880	5,090	84,520	7,610	27,000
70,450	9808,630	70,970	5,430	84,660	7,650	32,000
70,840	10694,252	71,010	5,030	84,940	7,700	28,000
71,110	11628,655	71,400	4,750	84,970	7,700	27,000

Lampiran 2. Data yang telah distandarisasi

IPM*	PDRB*	AHH*	RLST*	AMH*	RLSH*	RMK*
-1,50471	-1,58308	-1,33526	0,510468	-2,41932	-2,3438	1,61881
-0,96731	-0,98814	-1,20707	1,028125	0,002446	-0,07561	0,453267
-0,72549	-0,65936	-0,69433	0,553606	0,002446	-0,07561	0,744652
-0,40305	-0,39128	-0,21364	1,222247	0,002446	-0,07561	0,453267
0,02687	0,033696	0,267051	0,46733	0,002446	-0,07561	0,161881
0,268699	0,328756	0,202959	-0,91309	0,046478	0,037803	-1,29505
0,631442	0,71627	0,491375	-0,17974	0,354702	0,491442	0,161881
1,155404	1,079795	0,619559	-1,0425	0,971151	1,05849	-1,00366
1,518147	1,463343	1,86936	-1,64644	1,037199	1,05849	-1,29505

Lampiran 3. Hasil Analisis Regresi Linear Ganda

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RMK, AMH, AHH, RLST, PDRB, RLSH[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPM

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.999[a]	.997	.988	.081402

a. Predictors: (constant) RMK, AMH, AHH, RLST, PDRB, RLSH...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	4.419	6	.736	111.148	.009[a]
	Residual	.013	2	.007		
	Total	4.432	8			

a. Predictors: (constant) RMK, AMH, AHH, RLST, PDRB, RLSH...

b. Dependent Variable: IPM

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	81.827	68.006		1.203	.352		
	PDRB	.000	.000	.757	1.336	.313	.005	214.808
	AHH	.313	.760	.131	.412	.720	.015	67.871
	RLST	-.039	.210	-.024	-.184	.871	.088	11.421
	AMH	-.864	2.553	-.527	-.338	.767	.001	1.624E3
	RLSH	4.935	14.472	.585	.341	.766	.001	1.966E3
	RMK	-.007	.036	-.033	-.197	.862	.054	18.599

a. Dependent Variable:
IPM

Lampiran 4. Uji Asumsi Klasik

1. Uji Heteroskedastisitas

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RMK, AMH, AHH, RLST, PDRB, RLSH[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.982[a]	.964	.854	.00836768

a. Predictors: (constant) RMK, AMH, AHH, RLST, PDRB, RLSH...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	.004	6	.001	8.822	.105[a]
	Residual	.000	2	.000		
	Total	.004	8			

a. Predictors: (constant) RMK, AMH, AHH, RLST, PDRB, RLSH...

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	4.937	6.991		.706	.553
	PDRB	7.127E-5	.000	7.919	4.005	.057
	AHH	-.380	.078	-5.409	-4.866	.054
	RLST	-.033	.022	-.688	-1.509	.270
	AMH	.547	.262	11.331	2.084	.173
	RLSH	-3.265	1.488	-13.131	-2.195	.159
	RMK	.007	.004	1.171	2.013	.182

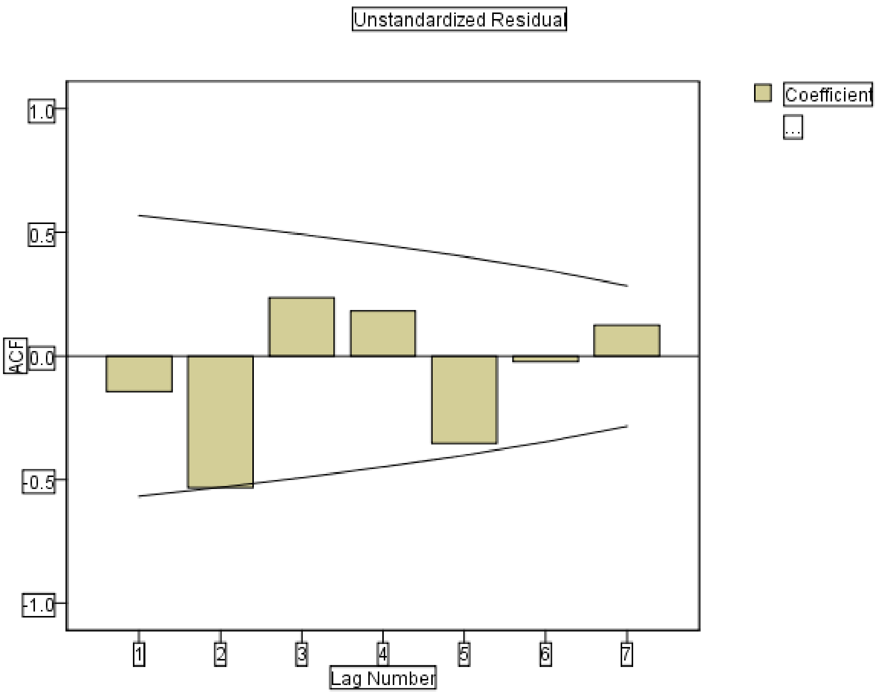
a. Dependent Variable: Unstandardized Residual

2. Autokorelasi

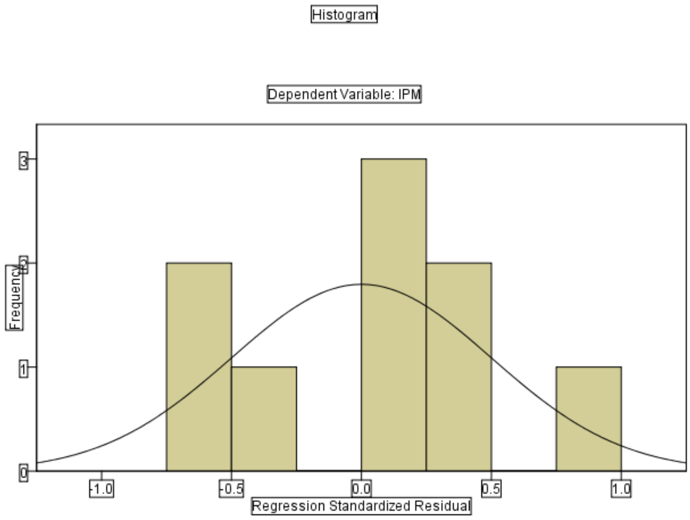
Runs Test

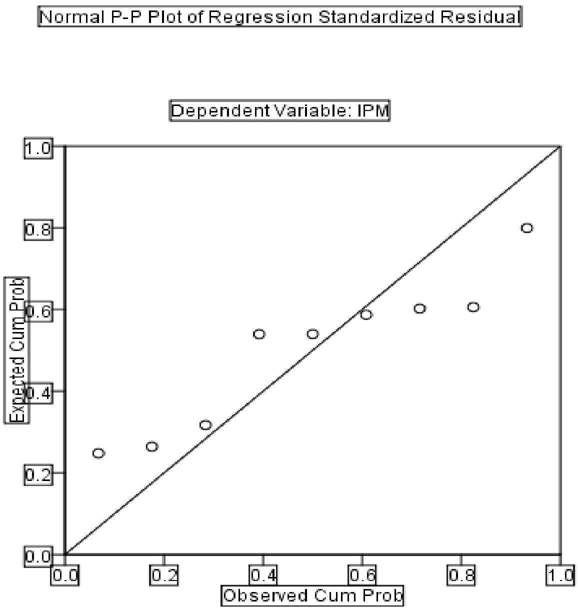
	RES_
Test Value[a]	.00817
Cases < Test Value	4
Cases >= Test Value	5
Total Cases	9
Number of Runs	5
Z	.000
Asymptotic Significance (2-tailed)	1.000

a. Median



3. Normalitas





One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		9
Normal Parameters[a]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.04070076
Most Extreme Differences	Absolute	.246
	Positive	.185
	Negative	-.246
Kolmogorov-Smirnov Z		.737
Asymptotic Significance (2-tailed)		.649

a. Test Distribution is Normal

Lampiran 5. Korelasi Antar Variabel

Correlations

		IPM	PDRB	AHH	RLST	AMH	RLSH	RMK
IPM	Pearson Correlation	1	.998**	.962**	-.838**	.821**	.854**	-.871**
	Significance(2-tailed)		.000	.000	.005	.007	.003	.002
	N	9	9	9	9	9	9	9
PDRB	Pearson Correlation	.998**	1	.960**	-.827**	.833**	.865**	-.870**
	Significance(2-tailed)	.000		.000	.006	.005	.003	.002
	N	9	9	9	9	9	9	9
AHH	Pearson Correlation	.962**	.960**	1	-.805**	.744*	.769*	-.813**
	Significance(2-tailed)	.000	.000		.009	.022	.015	.008
	N	9	9	9	9	9	9	9
RLST	Pearson Correlation	-.838**	-.827**	-.805**	1	-.507	-.552	.833**
	Significance(2-tailed)	.005	.006	.009		.164	.124	.005
	N	9	9	9	9	9	9	9
AMH	Pearson Correlation	.821**	.833**	.744*	-.507	1	.996**	-.779*
	Significance(2-tailed)	.007	.005	.022	.164		.000	.013
	N	9	9	9	9	9	9	9
RLSH	Pearson Correlation	.854**	.865**	.769*	-.552	.996**	1	-.792*
	Significance(2-tailed)	.003	.003	.015	.124	.000		.011
	N	9	9	9	9	9	9	9
RMK	Pearson Correlation	-.871**	-.870**	-.813**	.833**	-.779*	-.792*	1
	Significance(2-tailed)	.002	.002	.008	.005	.013	.011	
	N	9	9	9	9	9	9	9

**. Correlation at 0.01(2-tailed):...

*. Correlation at 0.05(2-tailed):...

Lampiran 6. Menentukan Komponen Utama

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure...		.536
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	77.947
	df	15
	Sig.Bartlett	.000

Communalities

	Initial	Extraction
PDRB	1.000	.960
AHH	1.000	.869
RLST	1.000	.678
AMH	1.000	.794
RLSH	1.000	.831
RMK	1.000	.864

EXTRACTION PC...

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
_Total	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	4.995	83.246	83.246	4.995	83.246	83.246
2	.692	11.530	94.777			
3	.218	3.629	98.406			
4	.077	1.280	99.686			
5	.019	.310	99.996			
6	.000	.004	100.000			

EXTRACTION PC...

Component Matrix[a]

	Component
	1
PDRB	.980
AHH	.932
RLST	-.823
AMH	.891
RLSH	.912
RMK	-.929

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 1 components extracted.

Component Score Coefficient Matrix

	Component
	1
PDRB	.196
AHH	.187
RLST	-.165
AMH	.178
RLSH	.183
RMK	-.186

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

Lampiran 7. Regresi Komponen Utama

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	K1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMS

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.978[a]	.956	.950	.2242828	2.098

a. Predictors: (constant) K1...

b. Dependent Variable: IPMS

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.648	1	7.648	152.031	.000[a]
	Residual	.352	7	.050		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) K1...

b. Dependent Variable: IPMS

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-5.597E-19	.075		.000	1.000		
	K1	.977	.079	.978	12.330	.000	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMS

Observation	*Predicted IPM*	*Residuals*
1	68,66705	0,192949688
2	69,48042	-0,220422834
3	69,61458	-0,174580162
4	69,67736	0,002635868
5	69,93339	0,066612884
6	70,35036	-0,170361141
7	70,25999	0,190006793
8	70,74584	0,094164923
9	71,09101	0,018993979

Lampiran 8. Uji Asumsi Regresi Komponen Utama

1. Heteroskedastisitas

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	K1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.468[a]	.219	.107	.10335003	1.570

a. Predictors: (constant) K1...

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	.021	1	.021	1.959	.204[a]
	Residual	.075	7	.011		
	Total	.096	8			

a. Predictors: (constant) K1...

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	.169	.034		4.900	.002		
	K1	-.051	.037	-.468	-1.400	.204	1.000	1.000

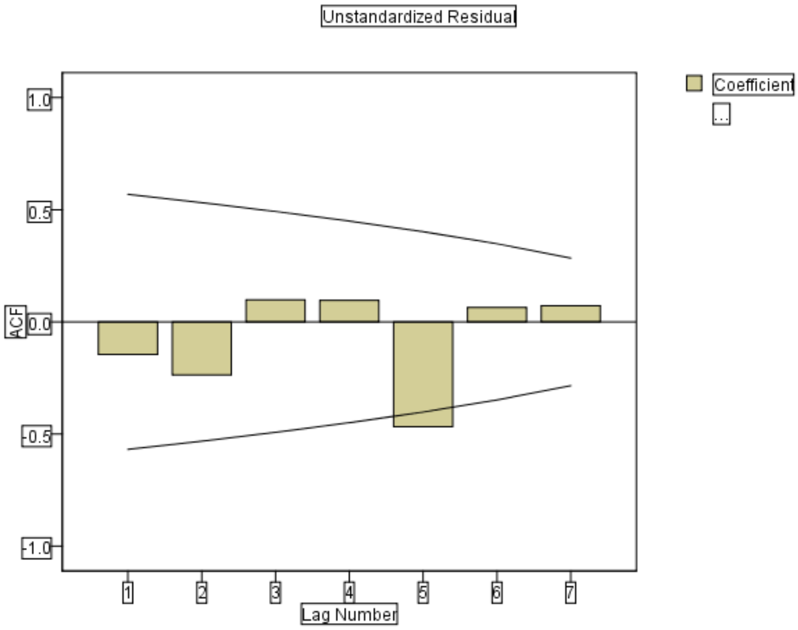
a. Dependent Variable: Unstandardized Residual

2. Autokorelasi

Runs Test

	Unstandardized Residual
Test Value[a]	.02550
Cases < Test Value	4
Cases >= Test Value	5
Total Cases	9
Number of Runs	5
Z	.000
Asymptotic Significance (2-tailed)	1.000

a. Median

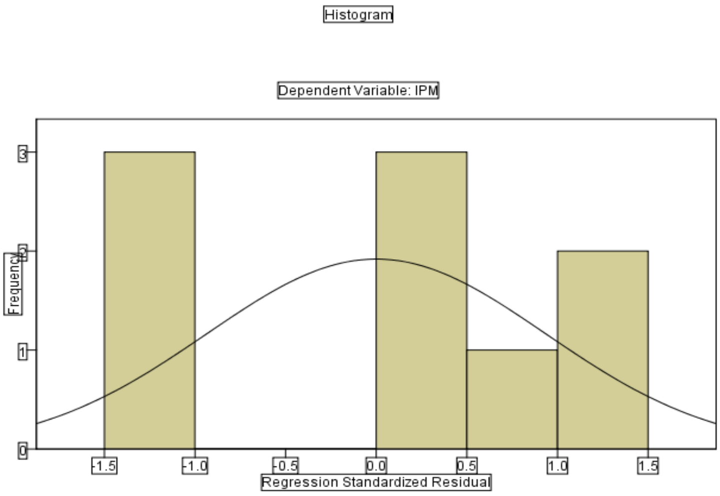


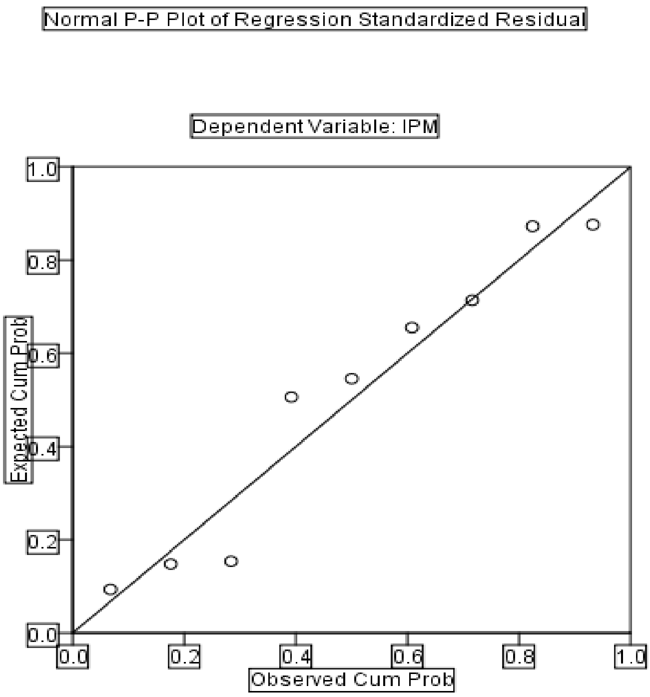
3. Normalitas

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		9
Normal Parameters[a]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.15616160
Most Extreme Differences	Absolute	.196
	Positive	.196
	Negative	-.173
Kolmogorov-Smirnov Z		.587
Asymptotic Significance (2-tailed)		.881

a. Test Distribution is Normal


Histogram
Dependent Variable: IPM
Frequency
0
1
2
3
-1.5
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
Regression Standardized Residual


Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual
Dependent Variable: IPM
Expected Cum Prob
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Observed Cum Prob

Lampiran 9. Regresi y^* terhadap masing-masing x_j terpusat

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	PDRBc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.996	.996	.0661442082

a. Predictors: (constant) PDRBc...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.969	1	7.969	1.822E3	.000[a]
	Residual	.031	7	.004		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) PDRBc...

b. Dependent Variable: IPMs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	3.141E-11	.022		.000	1.000		
	PDRBc	.000	.000	.998	42.680	.000	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

$$IPM = (3{,}141 \times 10^{-11}) + 0{,}000\ PDRB$$

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AHHc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.962[a]	.925	.914	.2935804583

a. Predictors: (constant) AHHc...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.397	1	7.397	85.819	.000[a]
	Residual	.603	7	.086		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) AHHc...

b. Dependent Variable: IPMs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	1.027E-9	.098		.000	1.000		
	AHHc	3.081	.333	.962	9.264	.000	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

$$IPM = (1{,}027 \times 10^{-9}) + 3{,}081\ AHH$$

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RLSTc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.838[a]	.703	.660	.5826846997

a. Predictors: (constant) RLSTc...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	5.623	1	5.623	16.563	.005[a]
	Residual	2.377	7	.340		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) RLSTc...

b. Dependent Variable: IPMs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	3.014E-9	.194		.000	1.000		
	RLSTc	-1.808	.444	-.838	-4.070	.005	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

$$IPM = (3{,}014 \times 10^{-9}) - 1{,}808\ RLST$$

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AMHc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.821[a]	.674	.628	.6102585094

a. Predictors: (constant) AMHc...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	5.393	1	5.393	14.481	.007[a]
	Residual	2.607	7	.372		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) AMHc...

b. Dependent Variable: IPMs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	2.008E-10	.203		.000	1.000		
	AMHc	1.808	.475	.821	3.805	.007	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

$$IPM = (2{,}008 \times 10^{-10}) + 1{,}808\ AMH$$

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RLSHc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.854[a]	.730	.691	.5558509931

a. Predictors: (constant) RLSHc...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	5.837	1	5.837	18.892	.003[a]
	Residual	2.163	7	.309		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) RLSHc...

b. Dependent Variable: IPMs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	3.229E-9	.185		.000	1.000		
	RLSHc	9.687	2.229	.854	4.347	.003	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

$$IPM = (3{,}229 \times 10^{-9}) + 9{,}687\ RLSH$$

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RMKc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.871[a]	.758	.723	.5260712269

a. Predictors: (constant) RMKc...

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	6.063	1	6.063	21.907	.002[a]
	Residual	1.937	7	.277		
	Total	8.000	8			

a. Predictors: (constant) RMKc...

b. Dependent Variable: IPMs

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	4.510E-10	.175		.000	1.000		
	RMKc	-.254	.054	-.871	-4.680	.002	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

$$IPM = (4{,}510 \times 10^{-10}) - 0{,}254\ RMK$$

Lampiran 10. Regresi y^* terhadap t_1 dan masing-masing variabel x_j terpusat

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	t1, PDRBc[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.996	.995	.0661441590988

a. Predictors: t1, PDRBc...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.969	2	3.985	910.775	.000[a]
	Residual	.031	7	.004		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: t1, PDRBc...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	PDRBc	.000	.000	.998	8.134	.000	.036	27.509
	t1	.000	.055	.000	.003	.998	.036	27.509

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

$$IPM = 0{,}000\ t_1 + 0{,}000\ PDRB$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AHHc, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.988[a]	.976	.969	.1654143302326

a. Predictors: AHHc, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.808	2	3.904	142.689	.000[a]
	Residual	.192	7	.027		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: AHHc, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.988[a]	.976	.969	.1654143302326

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.288	.074	.643	3.879	.006	.124	8.042
	AHHc	1.152	.531	.359	2.168	.067	.124	8.042

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through
ORIGN...

$$IPM = 0{,}288\, t_1 + 1{,}152 AHH$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RLSTc, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.981[a]	.962	.951	.2080510205049

a. Predictors: RLSTc, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.697	2	3.849	88.910	.000[a]
	Residual	.303	7	.043		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: RLSTc, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.408	.059	.911	6.921	.000	.312	3.203
	RLSTc	-.178	.284	-.083	-.629	.550	.312	3.203

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

$$IPM = 0{,}408\ t_1 - 0{,}178\ RLST$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AMHc, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.985[a]	.970	.961	.1861553902228

a. Predictors: AMHc, t1...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.985[a]	.970	.961	.1861553902228

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.757	2	3.879	111.927	.000[a]
	Residual	.243	7	.035		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: AMHc, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.523	.063	1.167	8.260	.000	.217	4.606
	AMHc	-.465	.311	-.211	-1.496	.178	.217	4.606

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through
ORIGN...

$$IPM = 0{,}523\ t_1 - 0{,}465\ AMH$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RLSHc, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.983[a]	.966	.957	.1959339644024

a. Predictors: RLSHc, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.731	2	3.866	100.693	.000[a]
	Residual	.269	7	.038		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: RLSHc, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta	t	Significance	Tolerance	VIF
1	t1	.516	.073	1.152	7.024	.000	.178	5.602
	RLSHc	-2.151	1.860	-.190	-1.157	.285	.178	5.602

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

$$IPM = 0{,}516\ t_1 - 2{,}151\ RLSH$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RMKc, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.986[a]	.971	.963	.1812728886159

a. Predictors: RMKc, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.770	2	3.885	118.229	.000[a]
	Residual	.230	7	.033		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: RMKc, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta	t	Significance	Tolerance	VIF
1	t1	.558	.077	1.245	7.208	.000	.138	7.269
	RMKc	.083	.050	.286	1.656	.142	.138	7.269

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

$$IPM = 0{,}558t_1 + 0{,}083\ RMK$$

Lampiran 11. Regresi antara PDRB (x_1) terhadap t_1

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: PDRBc

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.982[a]	.964	.959	4.6448747872231E2

a. Predictors: t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	4.575E7	1	4.575E7	212.075	.000[a]
	Residual	1725988.943	8	215748.618		
	Total	4.748E7[b]	9			

a. Predictors: t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: PDRBc

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	1071.155	73.554	.982	14.563	.000	1.000	1.000

a. Dependent Variable: PDRBc

b. Linear Regression through
ORIGN...

$$\hat{Y} = 1071{,}155\ t_1 +\ x_{11}$$

Lampiran 12.Residu x_{11} dan korelasi antara y dan x_{11}

res x11	res x11*
398,2932877	0,857489827
-710,1187567	-1,528822173
-381,8454193	-0,822079037
64,21101478	0,138240572
231,3858978	0,498153144
-416,7099471	-0,897139247
810,6237411	1,745200416
122,1793327	0,263041176
-118,0191509	-0,254084677

Correlations

		IPMs	RES_x11
IPMs	Pearson Correlation	1	.190
	Significance(2-tailed)		.624
	N	9	9
RES_x11	Pearson Correlation	.190	1
	Significance(2-tailed)	.624	
	N	9	9

Lampiran 13. Regresi y terhadap t_1,t_2 dan masing-masing variabel x_j

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	t2, t1[a]	.	Enter

a. Tolerance = ,000 limits reached.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary[c,d]

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.996	.995	.0661441561730

a. Predictors: t2, t1...

b. measures the propotionality...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.969	2	3.985	910.775	.000[a]
	Residual	.031	7	.004		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: t2, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.439	.010	.980	41.897	.000	1.000	1.000
	t2	.190	.023	.190	8.134	.000	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

Excluded Variables[b,c]

Model		Beta In	t	Significance	Partial Correlation	Collinearity Statistics		
						Tolerance	VIF	Minimum Tolerance
1	PDRBc	.[a]	.	.	.	-3.672E-10	-2.723E9	-3.672E-10

a. Predictors in the Model: t2, t1...

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AHHc, t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary[c,d]

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.996	.994	.0700541640635

a. Predictors: AHHc, t2, t1...

b. measures the propotionality...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.971	3	2.657	541.376	.000[a]
	Residual	.029	6	.005		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: AHHc, t2, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.421	.039	.939	10.786	.000	.081	12.351
	t2	.181	.031	.181	5.747	.001	.620	1.612
	AHHc	.140	.286	.044	.490	.641	.077	12.963

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through
ORIGN...

$$IPM = 0{,}421\ t_1 + 0181\ t_2 + 0{,}104\ AHH$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RLSTc, t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.997	.995	.0660824353289

a. Predictors: RLSTc, t2, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.974	3	2.658	608.656	.000[a]
	Residual	.026	6	.004		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: RLSTc, t2, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.423	.019	.945	22.478	.000	.309	3.235
	t2	.187	.024	.187	7.961	.000	.986	1.015
	RLSTc	-.091	.091	-.042	-1.007	.353	.308	3.250

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through
ORIGN...

$$IPM = 0{,}423\ t_1 + 0{,}187\ t_2 - 0{,}091\ RLST$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AMHc, t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.997	.995	.0661304306411

a. Predictors: AMHc, t2, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.974	3	2.658	607.770	.000[a]
	Residual	.026	6	.004		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: AMHc, t2, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.461	.024	1.028	19.083	.000	.188	5.313
	t2	.180	.026	.180	7.033	.000	.836	1.196
	AMHc	-.121	.121	-.055	-1.001	.355	.182	5.509

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

$$IPM = 0{,}461\ t_1 + 0{,}180\ t_2 - 0{,}121\ AMH$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RLSHc, t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.997	.995	.0666396084277

a. Predictors: RLSHc, t2, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.973	3	2.658	598.487	.000[a]
	Residual	.027	6	.004		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: RLSHc, t2, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
Model		B	Std. Error	Beta	t	Significance	Tolerance	VIF
1	t1	.461	.026	1.030	17.716	.000	.164	6.091
	t2	.183	.025	.183	7.383	.000	.904	1.106
	RLSHc	-.630	.665	-.056	-.947	.380	.161	6.197

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through ORIGN...

$$IPM = 0{,}461\ t_1 + 0{,}183\ t_2 - 0{,}630\ RLSH$$

Variables Entered/Removed[b,c]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	RMKc, t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPMs

c. Linear Regression through ORIGN...

Model Summary

Model	R	R Square[b]	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.996	.994	.0710657468734

a. Predictors: RMKc, t2, t1...

b. measures the propotionality...

ANOVA[c,d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	7.970	3	2.657	526.017	.000[a]
	Residual	.030	6	.005		
	Total	8.000[b]	9			

a. Predictors: RMKc, t2, t1...

b. This total sum of squares is not ...

c. Dependent Variable: IPMs

d. Linear Regression through ORIGN...

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	t1	.430	.037	.960	11.777	.000	.095	10.529
	t2	.195	.031	.195	6.289	.001	.658	1.520
	RMKc	-.006	.024	-.021	-.253	.809	.091	11.049

a. Dependent Variable: IPMs

b. Linear Regression through
ORIGN...

$$IPM = 0{,}430\ t_1 + 0{,}195\ t_2 - 0{,}006\ RMK$$

Lampiran 14. Regresi y terhadap t_1, t_2.

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: IPM

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998[a]	.996	.995	.053178

a. Predictors: (constant) t2, t1...

b. Dependent Variable: IPM

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	4.415	2	2.208	780.665	.000[a]
	Residual	.017	6	.003		
	Total	4.432	8			

a. Predictors: (constant) t2, t1...

b. Dependent Variable: IPM

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Significance	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	69.980	.018		3.948E3	.000		
	t1	.327	.008	.980	38.789	.000	1.000	1.000
	t2	.142	.019	.190	7.531	.000	1.000	1.000

a. Dependent Variable: IPM

Observation	*Predicted IPM*	*Residuals*
1	68,80386288	0,0561371
2	69,24598422	0,0140158
3	69,49019612	-0,0501961
4	69,68930598	-0,0093060
5	70,00500492	-0,0050049
6	70,22428833	-0,0442883
7	70,51202714	-0,0620271
8	70,78217904	0,0578210
9	71,06715138	0,0428486

Lampiran 15. Uji Asumsi Regresi y terhadap t_1, t_2

1. Heteroskedastisitas

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	t2, t1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.000[a]	.000	-.333	.05317770	1.416

a. Predictors: (constant) t2, t1...

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
1	Regression	.000	2	.000	.000	1.000[a]
	Residual	.017	6	.003		
	Total	.017	8			

a. Predictors: (constant) t2, t1...

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Coefficients[a]

		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients			Collinearity Statistics	
Model		B	Std. Error	Beta	t	Significance	Tolerance	VIF
1	(Constant)	9.479E-16	.018		.000	1.000		
	t1	.000	.008	.000	.000	1.000	1.000	1.000
	t2	-7.154E-10	.019	.000	.000	1.000	1.000	1.000

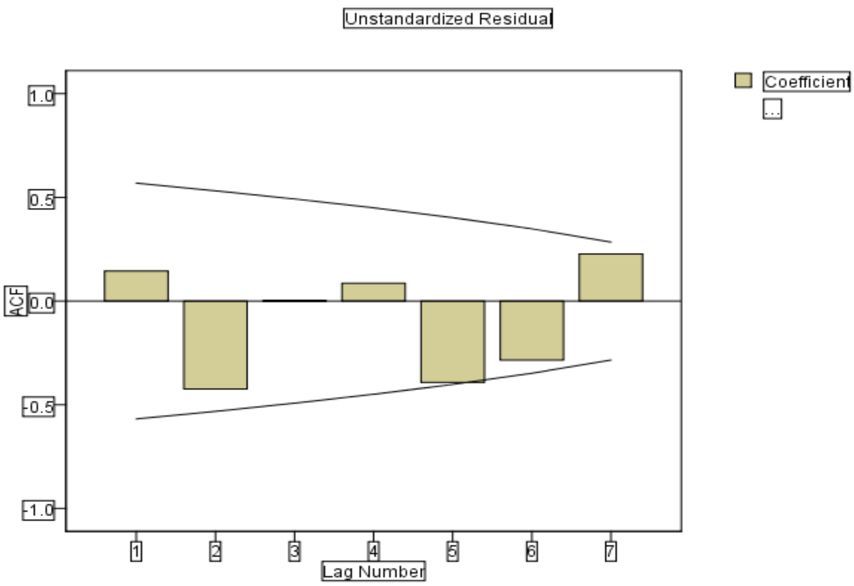
a. Dependent Variable: Unstandardized Residual

2. Autokorelasi

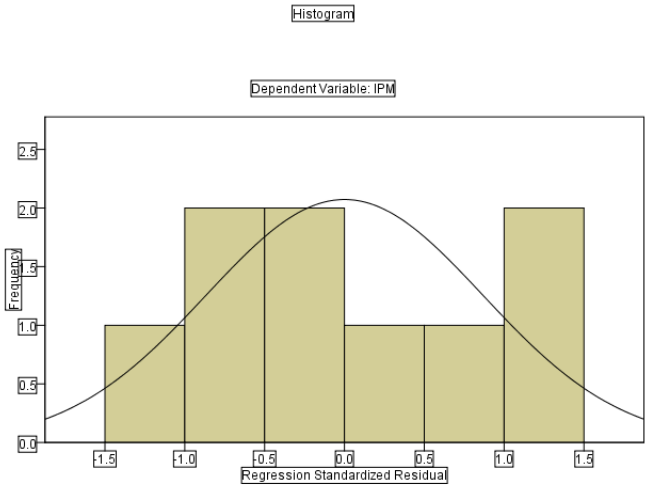
Runs Test

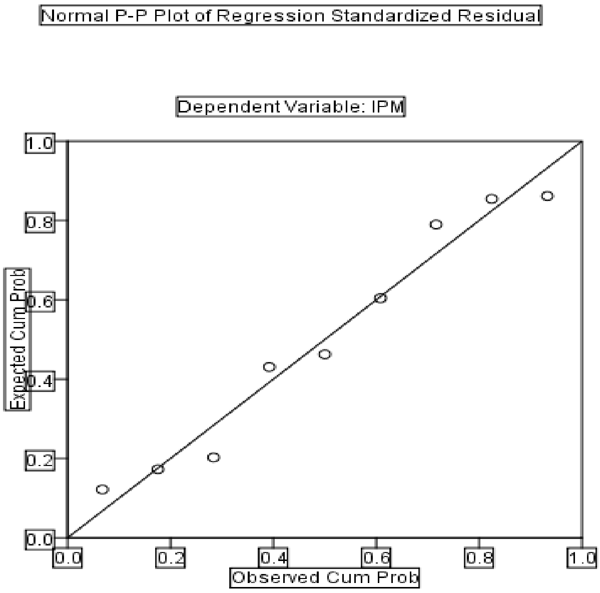
	Unstandardized Residual
Test Value[a]	-.00500
Cases < Test Value	4
Cases >= Test Value	5
Total Cases	9
Number of Runs	5
Z	.000
Asymptotic Significance (2-tailed)	1.000

a. Median



3. Normalitas





One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		9
Normal Parameters[a]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.04605324
Most Extreme Differences	Absolute	.165
	Positive	.165
	Negative	-.157
Kolmogorov-Smirnov Z		.496
Asymptotic Significance (2-tailed)		.967

a. Test Distribution is Normal