**KOMPARASI KURVA *YIELD* PADA OBLIGASI BERKUPON NOL**

**DENGAN *NELSON-SIEGEL FUNCTION* DAN**

***SIMPLE POLYNOMIAL FUNCTION***

# SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk memenuhi persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains


oleh:

Teguh Rusdiyanto

NIM : 07305144052


**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

**2014**

**PERSETUJUAN**

**SKRIPSI**

**KOMPARASI KURVA *YIELD* PADA OBLIGASI BERKUPON NOL DENGAN *NELSON-SIEGEL FUNCTION* DAN *SIMPLE POLYNOMIAL FUNCTION***

**Oleh**

**Teguh Rusdiyanto**

**073051440052**

**SKRIPSI**

Telah disetujui pada tanggal

21 Mei 2014

Untuk diujikan di depan dewan penguji Skripsi Prodi Matematika

Jurusan Pendidikan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negri Yogyakarta

Pembimbing,

Rosita Kusumawati, M.Sc

NIP. 19800707200501200 1

**PENGESAHAN**

**SKRIPSI dengan Judul**

**KOMPARASI KURVA *YIELD* PADA OBLIGASI BERKUPON NOL DENGAN *NELSON-SIEGEL FUNCTION* DAN *SIMPLE POLYNOMIAL FUNCTION***

**Yang disusun oleh:**

**Nama : Teguh Rusdiyanto**
**NIM : 07305144052**
**Prodi : Matematika**

Skripsi telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi pada tanggal 3 Juni 2014 dan dinyatakan lulus.

**DEWAN PENGUJI**

| Nama | Jabatan | Tanda tangan | Tanggal |
|---|---|---|---|
| Rosita Kusumawati, M.Sc.<br>NIP. 19800707200501200 1 | Ketua Penguji | ............ | 17 Juni 2014 |
| Nikenasih Binatari, M.Si.<br>NIP. 19841019200812200 5 | Sekretaris penguji | ............ | 16 Juni 2014 |
| Mathilda Susanti, M.Si.<br>NIP. 196403141989012001 | Penguji Utama | ............ | 10 Juni 2014 |
| Retno Subekti, M.Sc.<br>NIP. 198111162005012002 | Penguji Pendamping | ............ | 12 Juni 2014 |

Yogyakarta, Juni 2014
Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Dekan

Dr. Hartono
NIP. 196203291987021002

## SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan dibawah ini, saya :

Nama : Teguh Rusdiyanto

NIM : 07305144052

Prodi : Matematika

Judul skripsi : Komparasi kurva *yield* pada obligasi berkupon nol dengan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function*

Menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil kerja sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau dipergunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di perguruan tinggi kecuali pada bagian–bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim. Apabila terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, 20 Mei 2014

Yang menyatakan,

Teguh Rusdiyanto
NIM. 07305144052

## MOTTO

- *Barang siapa menuntut ilmu, maka Allah akan memudahkan baginya jalan menuju surga. Dan tidaklah berkumpul suatu kaum disalah satu dari rumah-umah Allah, mereka membaca kitabullah dan saling mengajarkan diantara mereka, kecuali akan turun kepada mereka ketenangan, diliputi dengan rahmah, dikelilingi oleh para malaikat, dan Allah akan menyebut-nyebut mereka kepada siapa saja yang ada disisi-Nya. Barang siapa terlambat-lambat dalam amalnya, niscaya tidak akan bisa dipercepat oleh nasabnya. (H. R Muslim dalam Shahih-nya)*

- *Maka sesungguhnya disamping ada kesukaran terdapat pula kemudahan. Sesungguhnya disamping ada jalan kepayahan (jasmani) itu ada pula kelapangan, maka jika engkau telah selesai (dari suatu urusan) bekerjakeraslah engkau untuk urusan yang lain (Q.S Al Insyrah:5-7)*

## PERSEMBAHAN

*Syukur Alhamdulillah.....puji syukur penulis panjatkan kehadirat ALLAH SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayahnya sehingga spenulis dapat menyelesaikan skripsi ini.*

*Karya ini saya dedikasikan kepada:*

- *Bapak dan Ibu tercinta sebagai motivasi terbesarku, terimakasih atas semua cinta, kasih sayang juga dukungan-dukungannya. Semua pencapaian ini tak lepas dari do'a-do'a serta ridho dan kesabaran kalian dalam membimbing, membiayai, dan motivator terhebatku.*
- *Kakakku, trimakasih atas semua arahan dan dukungannya.*
- *Adek-adekku, yang selalu memberiku semangat dan motivasi.*
- *Mbah Putri dan Mbah Kakung yang selalu mendoakan untuk kelancaran skripsiku.*

*Terima kasih untuk….*

- *Dhinda Putra Tanjung, Arif Budi Nurcahyo, Fery septianto, Evri Kurniawati yang telah memberikan semangat dalam penulisan skrispsi ini*
- *Teman-teman Matematika NR'07*

# KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena atas limpahan rahmat, karunia dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul ”komparasi kurva yield pada obligasi berkupon nol dengan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function*”.

Penulisan skripsi ini dibuat untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. Penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Untuk itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar–besarnya kepada :

1. Bapak Dr. Hartono, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan pengesahan dalam penyusunan skripsi.
2. Bapak Dr. Sugiman, selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika yang telah memberikan persetujuan, kemudahan dan waktu dalam pengurusan administrasi selama penulisan skripsi.
3. Bapak Dr. Agus Maman Abadi, selaku Koordinator Prodi Matematika yang telah membantu demi kelancaran administrasi skripsi.
4. Ibu Rosita Kusumawati, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing yang berkenan memberikan waktu yang luang, memberikan arahan, bimbingan serta dengan penuh kesabaran meneliti setiap kata demi kata dalam skripsi ini. Terimakasih juga ibu telah menerima saya menjadi bagian dari keluarga besar bimbingan ibu dan mempertaruhkan nama baik ibu untuk penyusunan skripsi ini.

5. Ibu Mathilda Susanti, M.Si., selaku penguji utama, ibu Retno Subekti, M.Sc., selaku penguji pendamping, dan ibu Nikenasih Binatari, M.Sc., selaku sekretaris penguji yang telah mengajukan pertanyaan, memberikan masukan–masukan dan arahan demi perbaikan skripsi ini.
6. Ibu Kuswari Hernawati, M. Kom., selaku Penasehat Akademik yang telah memberikan arahan, nasehat dan persetujuan-persetujuan serta kesediaan waktunya kepada saya sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini.
7. Seluruh dosen Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Negeri Yogyakarta yang dengan penuh kesabaran dan tanpa lelah mendidik demi kemajuan kami.
8. Teman-teman Matematika Swadana 2007, kebersamaan bersama kalian terasa seperti kelurga. Terimakasih atas semua informasi, pinjaman-pinjaman buku, tumpangannya, serta teman belajar yang menyenangkan.

Penulis menyadari bahwa terdapat kekurangan pada penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan masukan dari berbagai pihak. Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat dan dapat menjadi pembelajaran yang berharga bagi pembaca pada umumnya dan penulis pada khususnya.

Yogyakarta, 20 Mei 2014

Teguh Rusdiyanto
NIM. 07305144052

**KOMPARASI KURVA *YIELD* PADA OBLIGASI BERKUPON NOL DENGAN *NELSON-SIEGEL FUNCTION***

**DAN *SIMPLE POLYNOMIAL FUNCTION***

**Oleh:**
**Teguh Rusdiyanto**
**NIM. 07305144053**

## ABSTRAK

Obligasi adalah utang jangka panjang yang akan dibayar kembali pada saat jatuh tempo dengan bunga yang tetap, jika ada. Pendapatan yang akan diterima oleh investor disebut dengan *yield*. Untuk melihat pergerakan *yield* obligasi maka diperlukan penggambaran kurva yield. Kurva yield adalah grafik yang menggambarkan *yield* hingga waktu jatuh tempo dari obligasi berkupon nol bebas resiko. Ada beberapa metode dalam mengkonstruksi kurva yield, diantaranya adalah dengan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function*. Tujuan dari penulisan ini adalah mengkonstruksi kurva *yield* dan mengkomparasi kurva yield hasil dari *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function*.

Untuk mengkonstruksi kurva yield perlu dilakukan estimasi parameter pada *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* menggunakan estimasi parameter *Ordinary least square* dan iterasi *Gauss newton* dengan bantuan program matlab. Dalam metode estimasi ini pertama adalah menentukan nilai awal untuk setiap parameter. Setelah menentukan nilai awal, selanjutnya membuat matriks *differensial spot rate* terhadap masing-masing parameter, yaitu matriks dari turunan tiap parameter. Dari matriks tersebut akan dilakukan iterasi untuk mendapatkan estimator dari parameter dan akan berhenti jika telah mencapai kekonvergenan. Hasil estimasi parameter akan membentuk fungsi *yield* yang dapat mengkonstruksi kurva *yield*. Kurva *yield* yang dibentuk oleh *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* kemudian dikomparasi dengan melihat nilai error untk masing-masing fungsi.

Data yang digunakan dalam skripsi ini adalah data obligasi pemerintah (*Indonesiaan Government Security Yield curve*) yang diperoleh melalui situs *www.ibpa.co.id* pada tanggal 1 November 2013. Hasil dari komparasi kurva yield menunjukkan bahwa *simple polynomial function* mampu mengkonstruksi kurva *yield* lebih baik dibandingkan *nelson-siegel function*.

Kata kunci: Obligasi, Kurva *yield*, Nelson-Siegel, *Simple polynomial function*

**DAFTAR ISI**

# DAFTAR TABEL

## DAFTAR GAMBAR

**DAFTAR LAMPIRAN**

# BAB I

# PENDAHULUAN

## A. Latar Belakang

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan dimasa datang (Tandelilin, 2007). Komitmen yang dilakukan dapat berupa pembelian aset real maupun aset finansial. Aset real adalah investasi yang berbentuk barang seperti tanah, emas, mesin, atau bangunan. Sedangkan, investasi pada aset finansial adalah klaim berbentuk surat berharga atas sejumlah aset-aset pihak penerbit surat berharga tersebut. Aset finansial bisa berupa deposito, saham, dan obligasi.

Obligasi dapat didefinisikan sebagai utang jangka panjang yang akan dibayar kembali pada saat jatuh tempo dengan bunga yang tetap, jika ada (Hartono, 2010). Nilai utang pada obligasi akan dibayarkan pada saat jatuh tempo. Nilai utang dari obligasi ini dinyatakan di dalam surat utangnya. Obligasi mempunyai jatuh tempo, berarti lama waktu pelunasannya sudah ditentukan.

Resiko obligasi yang terkait dengan perilaku dan rasa tanggung jawab emiten (penerbit) obligasi antara lain perusahaan penerbit terlambat membayar bunga, wanprestasi (emiten tidak dapat melaksanakan kewajibannya kepada investor), atau paling buruk perusahaan tersebut dilikuiditas. Pemegang obligasi juga menghadapi resiko *callability* yaitu pelunasan sebelum jatuh tempo. Situasi ini terjadi ketika obligasi yang telah dkeluarkan oleh emiten ditarik kembali sebelum tiba saat jatuh tempo. Akibatnya pemegang obligasi tidak mendapat keuntungan dari investasinya dan dia tidak dapat menolak penarikan obligasinya tersebut.

Dalam obligasi ada dua istilah yang terkait dengan karakteristik pendapatan obligasi, yaitu *yield* obligasi (*bond yield*) dan kupon obligasi (*bond interest rate*). kupon obligasi adalah biaya jasa atau imbalan yang dibayarkan oleh pihak yang meminjam dana, dalam hal ini emiten (penerbit) obligasi, kepada pihak yang memberi pinjaman dana, atau investor obligasi, sebagai kompensasi atas kesediaan investor obligasi meminjamkan dananya bagi perusahaan emiten obligasi (Tandelilin, 2007). Kupon obligasi (*coupon interest rate*) biasanya sudah ditentukan besarnya pada saat obligasi diterbitkan oleh emiten, dan tingkat bunga/kupon obligasi ini biasanya juga akan tetap hingga obligasi tersebut jatuh tempo. Contohnya, obligasi yang dikeluarkan oleh PT. Adhi Karya (Persero) berjangka waktu 5 tahun pada tanggal 3 Juli 2012, dan akan jatuh tempo pada tanggal 3 Juli 2017, dengan kupon obligasi sebesar 9,35 yang dibayarkan setiap tiga bulan.

Sedangkan, *yield* obligasi adalah ukuran pendapatan obligasi yang akan diterima investor, yang cenderung bersifat tidak tetap (Tandelilin, 2007). *Yield* obligasi merupakan tingkat bunga yang ditawarkan untuk pembelian obligasi dengan tujuan menukar nilai uang saat ini dengan nilai uang dimasa yang akan datang. Untuk melihat pergerakan *yield* obligasi maka diperlukan penggambaran kurva yield. Kurva yield adalah grafik yang menggambarkan *yield* hingga jatuh tempo (*yield to maturity*) dari obligasi berkupon nol (*zero coupon bond*) bebas resiko. Dari penggambaran kurva *yield* akan dapat diketahui hubungan antara suku bunga jangka pendek dengan suku bunga jangka panjang. Untuk mendapatkan kurva *yield* diperlukan metode yang dapat memodelkan persamaan yield.

Pada umumnya terdapat dua pengklasifikasian metode dalam teknik pemodelan kurva *yield*, yaitu metode parametrik dan non-parametrik. Dikenal sebagai non-parametrik karena metode tersebut memodelkan kurva *yield* dengan menggunakan pendekatan fungsi spline. Metode dengan menggunakan pendekatan ini antara lain metode McCulloch dengan *cubic spline* (1971), model *B-spline* oleh Steely (1991), metode Fisher-Nychka-Zervor (FNZ) dengan menggunakan *penalized spline* (1995), dan metode Wagonner sebagai pengembangan model FNZ (1997). Sedangkan metode parametrik akan memodelkan kurva yield dengan menggunakan sebuah fungsi parametrik, yaitu fungsi yang diatur oleh beberapa parameter untuk menentukan hasil dari variabel dependen. Metode ini antara lain metode Nelson-Siegel (1987), kemudian dikembangkan oleh Sevensson (1994).

*Nelson-Siegel function* sering digunakan untuk memodelkan kurva yield karena cukup fleksibel untuk merepresentasikan adanya *long-term*, *short-term*, maupun *medium-term*. Salah satu artikel yang membahas tentang metode ini adalah "*Parametric forecrast of Australian yield curves*". Dalam artikel tersebut dibahas tentang perbandingan kurva yield dengan *Nelson-Siegel function* dan *simple polynomial function* pada data obligasi pemerintah Australia. Berdasarkan artikel tersebut, maka penulis akan melakukan komparasi kurva *yield* antara

*Nelson-Siegel function* dan *simple polynomial function* pada data obligasi pemerintah Indonesia.

## B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana mengestimasi parameter *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* menggunakan *ordinary least square*?
2. Bagaimana penerapan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* pada data Obligasi Pemerintah Indonesia?
3. Bagaimana hasil komparasi kurva yield dengan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function*?

## C. Batasan Masalah

Dalam tulisan ini, penulis hanya membahas masalah obligasi berkupon nol, yaitu tidak ada bunga yang dibayarkan secara periodik, tetapi keuntungan dari pendapatan obligasi (*yield*) dibayarkan saat jatuh tempo. Metode yang digunakan adalah *Nelson-Siegel function* dan *simple polynomial functional* dengan metode *ordinary least square* menggunakan program matlab

## D. Tujuan Penulisan

Sesuai dengan rumusan masalah, maka tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. menggunakan *ordinary least square* dalam mengestimasi parameter pada *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function.*
2. Menerapkan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* pada data Obligasi Pemerintah Indonesia.
3. Melakukan komparasi kurva yield dengan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial functional*.

## E. Manfaat Penulisan

Penulisan skripsi ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain:

a. Bagi penulis sendiri, dapat mengetahui struktur kurva *yield* dengan dengan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* sehingga dapat memahami perilaku tingkat bunga pada obligasi berkupon nol.

b. Bagi para pembaca, dapat menerapkan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial functional* untuk mengamati perilaku tingkat bunga pada obligasi berkupon nol.

c. Bagi perpustakaan Jurusan Pendidikan Matematika UNY, dapat bermanfaat dalam hal menambah referensi dan sumber belajar bagi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika.

# BAB II

# LANDASAN TEORI

## A. Pasar Modal

Pasar modal dapat didefinisikan sebagai pasar untuk berbagai instrument keuangan (sekuritas) jangka panjang yang bisa diperjualbelikan, baik dalam bentuk hutang maupun modal sendiri, baik yang diterbitkan pemerintah maupun perusahaan swasta. (Husnan, 2003:3). Pasar modal merupakan pasar untuk surat berharga jangka panjang, maka pasar uang (*money market*) merupakan pasar surat berharga jangka pendek. Dengan demikian, pasar modal maupun pasar uang merupakan bagian dari pasar keuangan (*financial market*). Jika di pasar modal diperjualbelikan instrument keuangan seperti saham, obligasi konvertibel, waran, *right*, dan berbagai turunan (derivatif), maka di pasar uang diperjualbelikan antara lain Sertifikat Bank Indonesia (SBI) dan Surat Berharga Pasar Uang (SBPU), *Commercial Paper*.

Pasar modal memiliki peranan yang sangat besar bagi perekonomian suatu Negara, karena pasar modal menjalankan dua fungsi sekaligus, yaitu fungsi ekonomi dan keuangan (Husan, 2003:4). Fungsi ekonomi dari pasar modal yaitu pasar menyediakan fasilitas atau sebagai wahana yang mempertemukan dua kepentingan, yaitu pihak yang memiliki kelebihan dana (investor), dan pihak yang membutuhkan dana (*issuer*). Pihak yang memiliki kelebihan dana dapat menginvestasikan dana tersebut dengan harapan memperoleh keuntungan (*return*). Sedangkan pihak yang membutuhkan dana, dalam hal ini perusahaan dapat memanfaatkan dana tersebut untuk kepentingan investasi tanpa harus menunggu tersedianya dana dari operasi perusahaan. Fungsi keuangan dari pasar modal yaitu pasar memberikan kemungkinan dan kesempatan untuk memperoleh imbalan (*return*) bagi pemilik dana, sesuai dengan karakteristik investasi yang dipilih. Dengan adanya pasar modal diharapkan aktivitas perekonomian menjadi meningkat karena pasar modal merupakan alternatif pendanaan bagi perusahaan sehingga perusahaan diharapkan dapat beroperasi dengan skala yang lebih besar dan pada giliranya akan meningkatkan pendapatan perusahaan dan kemakmuran masyarakat luas.

## B. Obligasi

### 1. Definisi Obligasi

Obligasi (*bond*) dapat didefinisikan sebagai utang jangka panjang yang akan dibayar kembali pada saat jatuh tempo dengan bunga yang tetap jika ada. (Hartono, 2010)

### 2. Kupon obligasi

Kupon obligasi adalah biaya jasa atau imbalan yang dibayarkan oleh pihak yang meminjam dana, dalam hal ini emiten (penerbit) obligasi, kepada pihak yang memberi pinjaman dana, atau investor obligasi, sebagai kompensasi atas kesediaan investor obligasi meminjamkan dananya bagi perusahaan emiten obligasi (Tandelilin, 2007).

Ada 4 cara pembayaran kupon (bunga) dalam obligasi, yaitu

a. *Zero Coupon Bonds*: obligasi yang tidak melakukan pembayaran bunga secara periodik. Namun, bunga dan pokok dibayarkan sekaligus pada saat jatuh tempo.
b. *Coupon Bonds*: obligasi dengan kupon yang dapat diuangkan secara periodik sesuai dengan ketentuan penerbitnya.
c. *Fixed Coupon Bonds*: obligasi dengan tingkat kupon bunga yang telah ditetapkan sebelum masa penawaran di pasar perdana dan akan dibayarkan secara periodik.
d. *Floating Coupon Bonds*: obligasi dengan tingkat kupon bunga yang ditentukan sebelum jangka waktu tersebut, berdasarkan suatu acuan (*benchmark*) tertentu seperti *average time deposit* (ATD) yaitu rata-rata tertimbang tingkat suku bunga deposito dari bank pemerintah dan swasta.

**3. Yield**

Yield adalah ukuran pendapatan obligasi yang akan diterima investor, yang cenderung bersifat tidak tetap (Tandelilin, 2007)

Ada 2 (dua) istilah dalam penentuan *yield* yaitu *current yield* dan *yield to maturity*.

a. *Currrent yield* adalah *yield* yang dihitung berdasarkan jumlah kupon yang diterima selama satu tahun terhadap harga obligasi tersebut.

$$\textit{Current yield} = \frac{\text{Bunga tahunan}}{\text{Harga obligasi}}$$

Contoh:

Jika obligasi PT XYZ memberikan kupon kepada pemegangnya sebesar 17% per tahun sedangkan harga obligasi tersebut adalah 98% untuk nilai nominal Rp 1.000.000.000, maka:

$$\textit{Current yield} = \frac{\text{Rp } 170.000.000}{\text{Rp } 980.000.000} = 0{,}1734$$

$$= 17{,}34\%$$

b. *Yiled to maturity (YTM)* adalah tingkat pengembalian atau pendapatan yang akan diperoleh investor apabila memiliki obligasi sampai jatuh tempo. Formula *YTM* yang seringkali digunakan oleh para investor adalah *YTM approximation* atau pendekatan nilai *YTM*, sebagai berikut:

$$YTM\ approximation = \frac{\mathrm{C} + \frac{\mathrm{R} - \mathrm{P}}{\mathrm{n}}}{\frac{\mathrm{R} + \mathrm{P}}{2}} \times 100\%$$

Keterangan:

C = kupon

n = periode waktu yang tersisa (tahun)

R = *redemption value* / nilai penebusan (100%)

P = harga pembelian (*purchase value*)

Contoh:

Obligasi XYZ dibeli pada 5 September 2003 dengan harga 94.25% memiliki kupon sebesar 16% dibayar setiap 3 bulan sekali dan jatuh tempo pada 12 juli 2007. Berapakah besar YTM *approximation*?

C = 16%

n = 3 tahun 10 bulan 7 hari = 3,853 tahun

R = 100%

P = 94,25%

$$\text{YTM}\ approximation = \frac{16 + \frac{100 - 94{,}25}{3853}}{\frac{100 + 94{,}25}{2}} \times 100\% = 16{,}48\ \%$$

## 4. Karakteristik obligasi

1) Nilai intrinsik

Nilai intrinsik suatu obligasi merupakan nilai teoritis dari suatu obligasi. Nilai intrinsik bisa diperoleh dari hasil estimasi *present value* dari semua aliran kas obligasi dimasa yang akan datang. Nilai intrinsik obligasi dipengaruhi oleh tingkat kupon yang diberikan, waktu jatuh tempo, dan nilai prinsipalnya.

- Kupon obligasi, menunjukkan besarnya pendapatan bunga yang akan diperoleh oleh pemegang obligasi dari perusahaan penerbit obligasi (emiten) selama umur obligasi.
- Waktu jatuh tempo suatu obligasi menunjukkan umur obligasi.
- Nilai par atau nilai pransipal adalah nilai pokok obligasi yang ditentukan oleh emiten sekuritas pada saat obligasi tersebut ditawarkan emiten kepada investor.

2) Tipe penerbitannya

Ada dua jenis obligasi berdasarkan tipe penerbitnya,yaitu obligasi senior dan obligasi yunior. Obligasi yang memberikan hak prioritas pertama atas klaim aset perusahaan ketika terjadi permasalahaan likuiditas, disebut dengan obligasi senior. Sedangkan obligasi yunior atau obligasi subordinat adalah obligasi yang memberikan hak kepada pemegangnya setelah klaim/hak pemegang obligasi senior terpenuhi.

3) *Bond indentures*

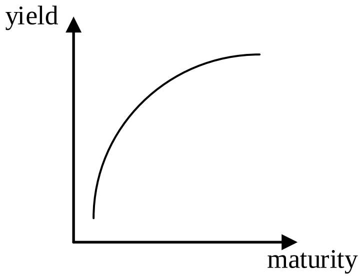
*Indentures* adalah dokumen legal yang memuat hak-hak pemegang obligasi maupun emiten obligasi.

4) *Call provision*

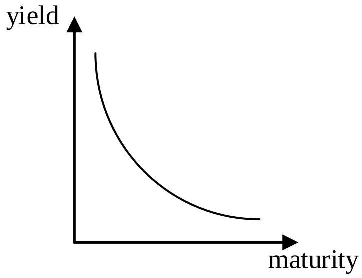
*Call provision* adalah hak emiten obligasi untuk melunasi obligasi sebelum waktu jatuh tempo. *Call provision* pada dasarnya akan menguntungkan emiten, dan disisi lain akan merugikan investor, sehingga emiten diharuskan untuk membayar sejumlah uang yang disebut *call premium*.

**5. *Term Structure***

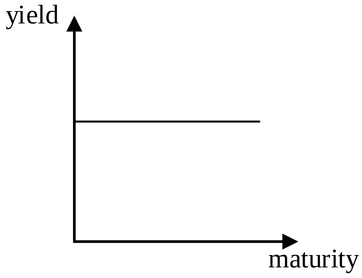
*Term structure* adalah analisis yang menjelaskan hubungan antara *yield* hingga jatuh tempo dari obligasi berkupon nol yang bebas resiko dengan waktu jatuh tempo obligasi. Pergerakan dari *Term structure* digambarkan pada kurva yang disebut *yield curve* (kurva yield). Penggambaran kurva yield dapat berupa kurva normal (*upward sloping*), datar (*flat*), dan inverted (*down sloping*).



normal (upward sloping)



inverted (down sloping)

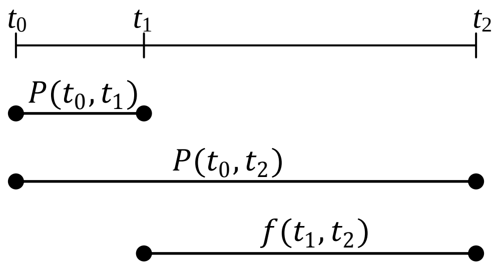


Datar (flat)

**Gambar 2.1 penggambaran kurva yield**

## C. *Spot Rate* dan *Forward rate*

*Spot rate* adalah harga obligasi dalam peminjaman diantara waktu sekarang ($t_0$) dan waktu dimasa depan ($t_1$), sedangkan *forward rate* adalah harga dalam peminjaman diantara dua waktu dimasa depan yaitu $t_1$ dan $t_2$ (Claus Munk; 2005:6). Dengan $t_0 < t_1 < t_2$, dapat dilihat dalam garis waktu sebagai berikut:




**gambar 2.2 garis waktu *spot rate* dan *forward rate***

Dengan $P(t_0, t_1)$ adalah *spot rate* untuk waktu $t_0$ hingga jatuh tempo $t_1$, $f(t_1, t_2)$ adalah *forward rate* untuk tanggal $t_1$ dan $t_2$, dan $P(t_0, t_2)$ adalah suku bunga dengan transaksi dari $t_0$ hingga jatuh tempo $t_2$.

## D. Turunan Parsial

**Definisi 2.10 (Varberg & Purcell, 2001: 141)**

Bila $z = f(x, y)$ terdefinisi dalam dominan D dibidang xy, sedangkan turunan pertama f terhadap x dan y disetiap titik (x,y) ada maka :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

turunan pertama f ke x (selain x dianggap konstan)

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

turunan pertama f ke y (selain y dianggap konstan)

atau dapat dinotasikan dengan

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial_f (x, y)}{\partial x} = f_x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial_f (x, y)}{\partial y} = f_y$$

## E. Bunga Majemuk Dijalankan Secara Kontinu

Jika menyimpan $A_0$ rupiah di bank dengan bunga majemuk r persen sebanyak n kali tiap tahun, maka modal itu akan bernilai *A(t)* rupiah pada akhir *t* tahun, dapat ditulis sbagai berikut (Varberg & Purcell, 2001:489):

$$A(t) = A_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} \tag{2.1}$$

Contoh:

Dono menyimpan Rp 10.000.000 di bank dengan bunga majemuk bulanan 5%. Maka nilai tabungan setelah dua tahun adalah

$$A(t) = 10.000.000 \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12(2)} \approx 11.049.413,36$$

Bila bunga majemuk dijalankan secara kontinu, yaitu apabila n, bilangan yang menunjukkan periode kemajemukan dalam setahun, cenderung menuju ke tak-terhingga, maka persamaan (2.1) menjadi:

$$A(t) = \lim_{n \to \infty} A_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = A_0 \lim_{n \to \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n/r}\right]^{rt} \tag{2.2}$$

*r/n* diganti dengan *h*, dan memperhatikan bahwa *n*→∞ berpadanan dengan *h*→*0*, sehingga persamaan (2.2) menjadi

$$A(t) = A_0 \left[\lim_{h\to 0}(1+h)^{1/h}\right]^{rt} = A_0e^{rt} \tag{2.3}$$

Dari persamaan (2.2) dan (2.3) dapat ditulis

$$\lim_{n\to\infty} A_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt} = A_0e^{rt} \tag{2.4}$$

## F. Nilai Waktu Uang

Waktu merupakan faktor penting dalam melakukan investasi. Ada dua nilai waktu uang, yaitu nilai waktu uang saat ini (*present value*) dan nilai waktu uang masa depan (*future value*). Perbedaan kedua nilai waktu uang terdapat pada kompensasi waktu yang terjadi. *Present value* adalah nilai uang yang ada pada waktu sekarang, sedangkan *future value* adalah nilai uang yang didapat pada waktu t dimasa depan.

Dengan menerapkan aturan pembungaan majemuk untuk *future value* (*FV*) didapatkan (Nawalkha, Soto & Believa; 2005:16):

$$FV_t = A_0\left(1+\frac{I}{k}\right)^{t\times k} \tag{2.5}$$

di mana t adalah periode kepemilikan yang diberikan dalam jumlah tahun, *I* adalah persentase tingkat bunga tahunan (*annual percentage rate*) dengan k adalah pembungaan majemuk.

Untuk memungkinkan pemodelan matematika, lebih mudah untuk menggunakan pembungaan majemuk yang dibayarkan secara kontinu. Dengan menggunakan aturan pembungaan majemuk yang dijalankan secara kontinu, persamaan (2.5) dapat ditulis

$$FV_t = \lim_{k \to \infty} A_0 \left(1 + \frac{I}{k}\right)^{t \times k}$$

dengan menggunakan persamaan (2.4), dapat ditulis

$$FV_t = A_0 \times e^{It} \tag{2.6}$$

Dengan membagi kedua sisi persamaan 2.6 oleh $e^{It}$ didapatkan *present value* sebagai berikut:

$$A_0 = \frac{FV_t}{e^{It}} \tag{2.7}$$

## G. Sistem Persamaan Linear dan Matriks

Sistem persamaan linear merupakan himpunan berhingga dari persamaan-persamaan linear. Persamaan linear secara umum didefinisikan oleh $n$ variabel yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ dan $b$ sebagai konstanta real, yang ditulis dalam model matematis berikut (Anton dan Rorres, 2004: 1):

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b \tag{2.8}$$

Dengan menggunakan model (2.8), dapat dibuat model umum sistem persamaan linear dimana terdapat sejumlah $m$ persamaan linear seperti berikut:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \tag{2.9}$$

Keterangan:

$x_j$ = variabel ke-$j$

$a_j$ = koefisien $x_j$ pada persamaan linear

$b$ = nilai ruas kanan pada persamaan linear

$a_{ij}$ = koefisien $x_j$ pada persamaan ke-$i$

$b_i$ = nilai ruas kanan sebagai kapasitas sumber ke-$i$

$i$ = $1, 2, 3, \dots, m$

$j$ = $1, 2, 3, \dots, n$

$n$ = banyaknya variabel

$m$ = banyaknya persamaan

Suatu permasalahan yang dimodelkan ke dalam sistem persamaan linear bertujuan untuk dicari solusinya. Solusi dari sistem persamaan linear merupakan bilangan-bilangan real yang memenuhi semua persamaan-persamaan linear yang ada pada sistem persamaan linear. Sistem persamaan linear dapat dicari solusinya menggunakan operasi hitung pada matriks yang disebut operasi baris elementer atau OBE (Leon, 2001: 7). OBE merupakan operasi hitung pada matriks, sehingga untuk menggunakan OBE sistem persamaan linear harus diubah ke dalam bentuk matriks terlebih dahulu. Namun, sebelum dibahas tentang pembentukan SPL menjadi matriks, terlebih dahulu akan dibahas tentang hal-hal yang berhubungan dengan matriks, yaitu pengertian matriks dan operasi-operasi hitung pada matriks.

**Definisi 2.1. (Anton dan Rorres, 2004: 26)**

Matriks adalah kumpulan bilangan yang tersusun secara teratur menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan dalam matriks disebut entri atau elemen dari matriks.

Matriks dinotasikan dengan huruf besar, sedangkan entri-entri dari matriks dinotasikan menggunakan huruf kecil dengan indeks letak baris dan kolom, misalnya entri baris ke-$i$ kolom ke-$j$ dari matriks $A$ dinotasikan dengan $a_{ij}$. Ukuran suatu matriks dinyatakan dalam jumlah baris dan kolom yang dimiliki oleh matriks tersebut, sehingga bila terdapat sebuah matriks $A$ yang berukuran $m \times n$, maka matriks $A$ tersebut merupakan matriks yang disusun dalam $m$ baris dan $n$ kolom (Anton dan Rorres, 2004: 26-27):

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Pada matriks $A$, $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$ merupakan entri dari matriks $A$. Apabila matriks $A$ berukuran $n \times n$, maka matriks $A$ memiliki diagonal matriks yaitu $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

Keterangan:

$A$ = matriks $A$

$a_{ij}$ = entri baris ke-$i$ kolom ke-$j$ dari matriks $A$

$i$ = $1, 2, 3, \dots, m$

$j$ = $1, 2, 3, \dots, n$

$n$ = banyaknya baris

$m$ = banyaknya kolom

**Definisi 2.2. (Anton dan Rorres, 2004: 28)**

Matriks $A$ dan $B$ dikatakan sama jika matriks $A$ dan $B$ memiliki ukuran yang sama dan $\forall a_{ij} = b_{ij}$.

**Definisi 2.3. (Anton dan Rorres, 2004: 28)**

Jika matriks $A$ dan $B$ adalah matriks-matriks dengan ukuran yang sama, maka hasil penjumlahan atau pengurangan dari matriks $A$ dan $B$ adalah

$$A_{m\times n} \pm B_{m\times n} = [a_{ij}] \pm [b_{ij}] = [a_{ij} \pm b_{ij}]$$

Matriks dengan ukuran yang berbeda tidak dapat dijumlahkan atau dikurangkan.

**Definisi 2.4. (Anton dan Rorres, 2004: 30)**

Jika matriks $A$ berukuran $m \times r$ dan matriks $B$ berukuran $r \times n$ maka hasil kali matriks $A$ dan $B$ adalah

$$A_{m\times r} \times B_{r\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{r1} & b_{r2} & \dots & b_{rn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \dots + a_{1r}b_{r1} & \cdots & a_{11}b_{1n} + \dots + a_{1r}b_{rn} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + \dots + a_{2r}b_{r1} & \cdots & a_{21}b_{1n} + \dots + a_{2r}b_{rn} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}b_{11} + a_{m2}b_{21} + \dots + a_{mr}b_{r1} & \dots & a_{m1}b_{1n} + \dots + a_{mr}b_{rn} \end{bmatrix}$$

$$= [AB]_{m\times n}$$

**Definisi 2.5. (Anton dan Rorres, 2004: 29)**

Jika $A$ adalah sebuah matriks sebarang dan $q$ adalah suatu skalar, maka hasil kali $qA$ adalah

$$qA = q[a_{ij}] = [q \times a_{ij}]$$

**Definisi 2.6. (Lipschuntz dan Lipson, 2004: 28)**

Tranpose dari matriks $A$ dinotasikan dengan $A^T$ dan diperoleh dengan cara menuliskan entri-entri pada kolom $A$ secara berurutan sebagai baris-barisnya, sehingga jika $A = [a_{ij}]$ berukuran $m \times n$ maka $A^T = [a^T{}_{ij}]$ berukuran $n \times m$ dengan $a^T{}_{ij} = a_{ji}$.

Keterangan:

$A^T$ = tranpose dari matriks $A$

$a^T{}_{ij}$ = entri baris ke-$i$ kolom ke-$j$ pada matriks $A^T$

**Definisi 2.7. (Anton dan Rorres, 2004: 45)**

Matriks $I$ dinamakan matriks identitas jika entri-entri dari diagonal matriksnya bernilai satu (1), sedangkan entri-entri lainnya bernilai nol (0).

Matriks merupakan kumpulan bilangan yang tersusun secara teratur menurut baris dan kolom, maka pada persamaan (2.9) terlihat bahwa susunan dari variabel dan koefisien-koefisiennya terletak pada suatu baris dan kolom yang teratur sehingga dapat dibuat ke dalam bentuk matriks berikut

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

Persamaan matriks (2.11) dapat diringkas penulisannya menjadi persamaan matriks berikut

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Jika matriks koefisien dari variabel $x$ dinotasikan dengan $A$, matriks variabel $x$ dinotasikan dengan $X$, dan matriks nilai ruas kanan dinotasikan dengan $B$, maka persamaan matriks (2.12) dapat dinyatakan dengan

$$AX = B \tag{2.13}$$

Untuk menerapkan OBE, matriks $AX = B$ disusun menjadi

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right] \tag{2.14}$$

OBE digunakan untuk mengubah bentuk matriks dari SPL menjadi bentuk matriks yang sederhana untuk mempermudah pencarian solusi dari

SPL. Matriks yang paling sederhana adalah matriks identitas, karena setiap matriks yang dikalikan dengan matriks identitas maka hasilnya adalah matriks itu sendiri. Secara sederhana pengoperasian OBE dapat dilakukan dalam langkah-langkah berikut:

**Langkah 1:** Mengubah entri diagonal menjadi bernilai satu (1) dengan cara mengalikannya dengan suatu skalar dan diikuti dengan entri-entri yang lain pada baris tersebut.

**Langkah 2:** Mengubah setiap entri pada kolom yang bersesuaian dengan entri diagonal yang telah diubah sebelumnya menjadi bernilai nol (0) dengan cara mengurangkan setiap entri dari kolom yang bersesuaian tersebut dengan entri diagonal yang telah dikalikan dengan skalar, kemudian diikuti dengan entri-entri yang lain.

**Langkah 3:** Mengulangi langkah pertama dan kedua hingga terbentuk matriks yang paling sederhana.

## H. Nilai Error

Nilai error adalah selisih antara nilai eksak dan nilai hampiran (Sahid; 2007). Jika $\bar{x}$ adalah hampiran dari nilai eksak $x$, maka galatnya adalah

$$e_{\bar{x}} = x - \bar{x}$$

Nilai eror dibagi menjadi dua, yaitu error mutlak dan error relative.

- Error mutlak adalah nilai mutlak dari suatu nilai error

$$\varepsilon = |e_{\bar{x}}|$$

- Error relatif adalah perbandingan antara nilai error mutlak dan nilai eksak

$$r_{\bar{x}} = \frac{\varepsilon}{x}$$

## I. Variabel, Konstanta, dan Parameter

Variabel adalah sesuatu yang besarnya dapat berubah atau sesuatu yang dapat menerima nilai berbeda (chiang & wainwright, 2005 : 5). Setiap variabel dapat menerima berbagai nilai, sehingga setiap variabel harus dinyatakan dengan symbol tertentu. Misalnya harga dengan X, keuntungan dengan Y, bunga dengan C, dan seterusnya.

Variabel juga dapat muncul dalam suatu kombinasi dengan bilangan tetap atau konstan, misalnya 7X atau 2Y. Konstanta adalah besaran yang tidak berubah, namun konstanta juga dapat dinyatakan dalam sebuah symbol, misalnya simbol a digunakan untuk menyatakan aX dalam suatu model. Symbol a dapat dianggap menyatakan bilangan kostanta tertentu, namun karena belum ditetapkan nilainya, maka a bisa menunjukkan nilai berapa saja, sehingga bisa disebut konstanta yang variabel, atau disebut konstanta parametrik (parameter).

Secara umum konstanta dinyatakan dalam symbol $a$, $b$, $c$, atau dalam abjad yunani $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. Contohnya $Y = \beta_1 X + \beta_2 X + \beta_3 X$

## J. Model Regresi Non-Linear

Secara umum persamaan regresi non-linear dapat dinyatakan sebagai berikut (Kleinbum dan Kupper; 1978):

$$y = f(X, \hat{\beta}) + \varepsilon \qquad (2.15)$$

dimana

$y$ = $(y_1, y_2, \ldots, y_T)'$

$f(X,\beta)$ = $\left[f\left(x_1, \hat{\beta}\right), f\left(x_2, \hat{\beta}\right), \ldots, f\left(x_T, \hat{\beta}\right)\right]'$

$X$ = $(x_1, x_2, \ldots, x_T)$ adalah variabel independen

$\hat{\beta}$ = $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_k)'$ adalah parameter persamaan regresi

$\varepsilon$ = $(\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_T)'$ adalah *random error independent identical distributed*

## K. Estimasi Parameter Menggunakan Ordinary Least Square

Analisis regresi merupakan sesuatu analisis antara dua variabel yaitu variabel independen atau sering disebut dengan variabel X dengan variabel dependen atau sering disebut dengan variabel Y, dimana X diasumsikan mempengaruhi Y secara Linear (Nawari, 2010: 16)

Tujuan analisis regresi antara lain (Kazmier, 2003: 109):

- Menyelidiki bentuk/pola hubungan antara variabel Y dengan variabel X
- Mengestimasi atau menduga mean atau rata-rata dari Y populasi dari X yang diberikan

Terdapat beberapa metode untuk mengestimasi parameter dalam model regresi. Salah satunya estimasi parameter menggunakan *ordinary least square*. Adapun kelebihan dari *ordinary least square* adalah tidak memerlukan asumsi distribusi. Kekurangan *ordinary least square* adalah sangat sensitive untuk adanya data yang outlier (Kazmier, 2003: 111).

Ide dari *ordinary least square* adalah untuk mencari estimasi parameter $\beta$ dengan meminimumkan $\sum_{t=1}^{T}(\varepsilon_t)^2$ . Akan dicari estimasi parameter $\beta$ untuk model umum regresi pada persamaan (2.15), untuk x=1, 2, …, T dimiliki model:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{T1} & X_{T2} & \cdots & X_{Tk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix}$$

$$S = \sum_{t=1}^{T} {\varepsilon_t}^2$$

$$= \varepsilon' \varepsilon$$

$$= \left(Y - X\hat{\beta}\right)^T \left(Y - X\hat{\beta}\right)$$

$$= Y^T Y - Y^T X\hat{\beta} - \left(X\,\hat{\beta}\right)^T Y + \left(X\,\hat{\beta}\right)^T \left(X\,\hat{\beta}\right)$$

$$= Y^T Y - Y^T X\hat{\beta} - Y^T X\,\hat{\beta} + \left(X\,\hat{\beta}\right)^T \left(X\,\hat{\beta}\right)$$

$$= Y^T Y - 2Y^T X\,\hat{\beta} + \left(X\,\hat{\beta}\right)^T \left(X\,\hat{\beta}\right)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}} = 0 - 2\,Y^T X + 2X^T X\,\hat{\beta} = 0$$

akan bernilai minimum jika turunan pertama bernilai nol, sehingga

$$2X^T X\,\hat{\beta} = 2\,Y^T X$$

$$2X^T X\,\hat{\beta} = 2\,X^T Y$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1}\,X^T Y$$

Maka $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1}\,X^T Y$

Syarat meminimumkan $\sum_{t=1}^{T}(\varepsilon_t)^2$ adalah nilai dari turunan tingkat dua dari S bernilai positif

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}} = 2\,Y^T X + 2X^T X\,\hat{\beta}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \hat{\beta}^2} = 2X^T X > 0$$

karena turunan kedua dari S merupakan matrik definit positif, maka terbukti bahwa nilai dari $\hat{\beta}$ dapat meminimumkan $\sum_{t=1}^{T}(\varepsilon_t)^2$ .

**L. Iterasi Gauss Newton**

Pada persamaan 2.15 akan dicari nilai dari perameter $\hat{\beta}$ dengan meminimumkan jumlah kuadrat eror yaitu:

$$s = \varepsilon' \varepsilon = \left[y - f\,(X, \hat{\beta})\right]' \ \left[y - f\,(X, \hat{\beta})\right]$$

Dan akan bernilai minimum jika turunan pertama bernilai nol (Kazmier, 2003: 112), sehingga

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}} = -2\left[\frac{\partial f\,(X, \hat{\beta})'}{\partial \hat{\beta}}\right]\left[y - f\,(X, \hat{\beta})\right] = 0 \qquad (2.16)$$

Misalkan $Z(\hat{\beta})$ adalah transpose dari matriks $\frac{\partial f\,(X, \hat{\beta})'}{\partial \hat{\beta}}$, yaitu:

$$Z(\hat{\beta}) = \frac{\partial f(X, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}'} \qquad (2.17)$$

Dengan menggunakan persamaan 2.17, maka persamaan 2.16 dapat ditulis sebagai berikut:

$$z(\hat{\beta})^{'}\left[y - f\ (X, \hat{\beta})\right] = 0$$

Untuk melakukan iterasi gauss newton, pertama-tama dilakukan pendekatan terhadap fungsi $f\,(X, \hat{\beta})$ disekitar *initial value* $\beta^{(1)}$ sebagai berikut:

$$f(X, \hat{\beta}) = f(X, \beta^{(1)}) + \frac{\partial f(X, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}'}(\hat{\beta} - \beta^{(1)}) \tag{2.18}$$

Jika $\beta^{(1)}$ adalah initial value maka:

$$Z(\beta^{(1)}) = \frac{\partial f(X, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}'}\Big|_{\hat{\beta} = \beta^{(1)}} \tag{2.19}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.19) maka persamaan (2.18) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(X, \hat{\beta}) &= f(X, \beta^{(1)}) + Z(\beta^{(1)})(\hat{\beta} - \beta^{(1)}) \\ &= f(X, \beta^{(1)}) + \hat{\beta}\ Z(\beta^{(1)}) - \beta^{(1)}\ Z(\beta^{(1)}) \end{aligned}$$

Dari persamaan (2.15) diperoleh

$$y_t = f(X, \beta^{(1)}) + \hat{\beta}\ Z(\beta^{(1)}) - \beta^{(1)}\ Z(\beta^{(1)}) + \varepsilon$$

sehingga

$$y(\beta^{(1)}) = \hat{\beta}\ Z(\beta^{(1)}) + \varepsilon \tag{2.20}$$

Jika dari persamaan (2.20) akan diestimasi $\beta$ menggunakan *ordinary least square* maka akan diperoleh $\beta^{(2)}$ sebagai berikut:

$$\beta^{(2)} = \left[Z(\beta^{(1)})^{'}\ Z(\beta^{(1)})\right]^{-1} Z(\beta^{(1)})'\ y(\beta^{(1)})$$

maka diperoleh:

$$\beta^{(2)} = \left[Z(\beta^{(1)})^{'}\ Z(\beta^{(1)})\right]^{-1} Z(\beta^{(1)})^{'}\ \left[y_t - f(X, \beta^{(1)}) + \beta^{(1)}\ Z(\beta^{(1)})\right]$$

$$= \left[Z(\beta^{(1)})^{'}\ Z(\beta^{(1)})\right]^{-1} Z(\beta^{(1)})^{'}\ \left[y_t - f(X, \beta^{(1)})\right] + \beta^{(1)} Z(\beta^{(1)})$$

$$[\,Z(\beta^{(1)})'\,Z(\beta^{(1)})]'Z(\beta^{(1)})$$

$$= \left[Z(\beta^{(1)})'\,Z(\beta^{(1)})\right]^{-1} Z(\beta^{(1)})'\,[y_t - f(X,\beta^{(1)})] + \beta^{(1)}Z(\beta^{(1)})'$$

$$Z(\beta^{(1)})[Z(\beta^{(1)})'\,Z(\beta^{(1)})\,]^{-1}$$

$$= \beta^{(1)} + [Z(\beta^{(1)})'\,Z(\beta^{(1)})\,]^{-1}Z(\beta^{(1)})'\,[y_t - f(X,\beta^{(1)})]$$

Jika $\beta^{(2)}$ digunakan sebagai initial value, dengan langkah yang sama diperoleh:

$$\beta^{(3)} = \beta^{(2)} + [Z(\beta^{(2)})'\,Z(\beta^{(2)})\,]^{-1}Z(\beta^{(2)})'\,[y_t - f(X,\beta^{(2)})]$$

Begitu seterusnya hingga diperoleh:

$$\beta^{(n+1)} = \beta^{(n)} + [Z(\beta^{(n)})'\,Z(\beta^{(n)})\,]^{-1}Z(\beta^{(n)})'\,[y_t - f(X,\beta^{(n)})] \qquad (2.21)$$

Iterasi ini akan berhenti jika telah mencapai kekonvergenan, yaitu bila nilai $\beta^{(n-1)} \approx \beta^{(n)}$ atau selisih kedua estimator yang berurutan mendekati nol atau $\left|\beta^{\,(n-1)} - \beta^{n}\right| < \varepsilon$, dengan $\varepsilon$ adalah nilai yang sangat kecil, misalnya $\varepsilon = 10^{-9}$

# BAB III

# PEMBAHASAN

Dalam bab ini akan dibahas konstruksi kurva yield dengan menggunakan *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function,* dan hasil komparasi kurva yield dari kedua fungsi yield tersebut. Untuk mengkonstruksi kurva yield, pertama akan diestimasi parameter dari setiap fungsi yield, kemudian dibuat kurva yield berdasarkan parameter yang telah diestimasi. Dari kurva yield yang dibentuk oleh *nelson-siegel function* dan *simple polynomial function* dapat dilihat perbandingan dari kedua fungsi tersebut dalam mengkonstruksi kurva yield. Data yang digunakan adalah data obligasi pemerintah Indonesia.

## A. *Instantaneous Forward Rate*

Berdasarkan gambar (2.1), nilai $t_0 < t_1$ dari obligasi berkupon nol dengan jatuh tempo $t_1$ dilambangkan dengan $P(t_0, t_1)$, yang menyebabkan $y(t_0) = 1$ untuk semua waktu $t_1$ (Christensen,2012:7).

$$P(t_0, t_1) = y(t_0)e^{f(t_0,t_1)(t_1-t_0)}$$

$$P(t_0, t_1) = e^{f(t_0,t_1)(t_1-t_0)} \qquad (3.1)$$

Kemudian menginvestasikan hasil dari penjualan $P(t_0, t_1)$ pada investasi dengan jatuh tempo pada saat $t_2$, sehingga didapatkan *yield* pada waktu $t_2$.

$$P(t_0, t_2) = e^{f(t_0,t_2)(t_2-t_0)}$$

Transaksi dari waktu $t_0$ sampai dengan $t_2$, sama saja dengan melakukan kontrak pada saat $t_0$ untuk menjamin penjualan pada saat $t_1$ yang akan menghasilkan *yield* pada saat $t_2$.

Dengan pembungaan majemuk didapatkan

$$P(t_0, t_2) = P(t_0, t_1) \times e^{f(t_1,t_2)(t_2-t_1)} \tag{3.2}$$

$$e^{f(t_1,t_2)(t_2-t_1)} = \frac{P(t_0, t_2)}{P(t_0, t_1)}$$

$$e^{f(t_1,t_2)(t_2-t_1)} = \frac{e^{f(t_0,t_2)(t_2-t_0)}}{e^{f(t_0,t_1)(t_1-t_0)}}$$

Dengan $f(t_0, t_1) = y(t1)$, $f(t_0, t_2) = y(t2)$, $(t_2 - t_0) = t_2$, $(t_1 - t_0) = t_1$, sehingga didapat:

$$e^{f(t_1,t_2)(t_2-t_1)} = \frac{e^{y(t_2)\ t_2}}{e^{y(t_1)\ t_1}} \tag{3.3}$$

dimana $y(t_1)$ dan $y(t_2)$ adalah tingkat berkupon nol untuk jangka waktu $t_1$ dan $t_2$. Menyederhanakan persmaan 3.3 dengan mengambil logaritma pada kedua sisi, sehingga didapatkan:

$$\log e^{f(t_1,t_2)(t_2-t_1)} = \log \frac{e^{y(t_2)\ t_2}}{e^{y(t_1)\ t_1}}$$

$$\log e^{f(t_1,t_2)(t_2-t_1)} = \log e^{y(t_2)\ t_2} - \log e^{y(t_1)\ t_1}$$

$$f(t_1, t_2)(t_2 - t_1) = y(t_2)\ t_2 - y(t_1)\ t_1$$

$$f(t_1, t_2) = \frac{y(t_2)t_2 - y(t_1)t_1}{t_2 - t_1}$$

$$f(t_1, t_2) = y(t_2) + \frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1} t_1 \tag{3.4}$$

*Instantaneous forward rates* diperoleh bila panjang interval menjadi sangat kecil. Secara matematis, *Instantaneous forward rates f(t)*, adalah tingkat bunga tahunan dari pengembalian pada waktu sekarang, dengan uang yang akan diinvestasikan pada waktu $t$ di masa depan, untuk interval yang sangat kecil $\Delta t \to 0$, dan dapat diturunkan dengan menggunakan persamaan 3.4, dengan mengganti $t_2 = t + \Delta t$ dan $t_1 = t$

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} f(t, t + \Delta t)$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} y(t + \Delta t) + \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{(t + \Delta t) - t}\ t$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} y(t + \Delta t) + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t}\ t$$

$$= y(t) + \frac{dy(t)}{dt} t \qquad (3.5)$$

*Instantaneous forward rates* dapat diartikan sebagai biaya marjinal dari peminjaman untuk jangka waktu yang sangat kecil pada waktu $t$ (Nawalkha, Soto & Believa; 2005:52). Karena jangka waktu yang sangat kecil, nilai $y(t) \approx 0$, sehingga persamaan 3.5 menjadi

$$f(t) = \frac{dy(t)}{dt} t \qquad (3.6)$$

Menggunakan persamaan 3.6, struktur dari *Instantaneous forward rates* dapat diturunkan dari struktur suku bunga berkupon nol.

$$\int_0^t f(s) ds = y(t) \times t$$

atau

$$y(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f(s)ds \tag{3.7}$$

Persamaan 3.7 menyatakan bahwa obligasi berkupon nol (*spot rate*) untuk jangka waktu t adalah rata-rata dari *Instantaneous forward rates* mulai dari jangka waktu 0 sampai *t* (Nawalkha, Soto & Believa; 2005:).

## B. Nelson-Siegel Function

Model Nelson-Siegel (1987) menggunakan bentuk fungsional eksponensial tunggal yang berkaitan dengan rentang jatuh tempo. Keuntungan dari model ini adalah memungkinkan estimasi dari struktur jangka waktu untuk bersifat asimtotik di akhir jangka waktu. Karena bersifat asimtotik dari struktur jangka waktu, banyak akademisi dan praktisi lebih memilih Model Nelson-Siegel. Nelson dan Siegel menyatakan fungsi parametrik dari *instantaneous forward rate* diberikan sebagai berikut:

$$f(t) = \beta_1 + \beta_2 e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_3 \left(\frac{t}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}}\right) \tag{3.8}$$

dengan $\theta > 0$, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ adalah parameter konstan yang akan diestimasi sehingga persamaan kurva dapat diketahui.

Suku bunga berkupon nol yang sesuai dengan *instantaneous forward rates* yang diberikan oleh persamaan 3.8 dapat diselesaikan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$y(t) = \beta_1 + (\beta_2 + \beta_3)\frac{\theta}{t}\left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}}\right) - \beta_3 e^{-\frac{t}{\theta}} \tag{3.9}$$

Bukti:

Dari persamaan 3.7 dan 3.9 didapatkan

$$y(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f(t)dt$$

$$= \frac{1}{t}\int_0^t \beta_1 + \beta_2 e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_3 \frac{t}{\theta}\ e^{-\frac{t}{\theta}}\ dt$$

$$= \frac{1}{t}\left[\int_0^t \beta_1 dt + \int_0^t \beta_2 e^{-\frac{t}{\theta}} dt + \int_0^t \beta_3 \frac{t}{\theta}\ e^{-\frac{t}{\theta}} dt\right]$$

$$= \frac{1}{t}\left[(\beta_1 t)|_0^t + \left(-\beta_2\ \theta\ e^{-\frac{t}{\theta}}\right)\Big|_0^t + \left(-\beta_3 t\ e^{-\frac{t}{\theta}} - \beta_3 \theta\ e^{-\frac{t}{\theta}}\right)\Big|_0^t\right]$$

$$= \frac{1}{t}\left[\beta_1 t + \left(-\beta_2\ \theta\ e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_2 \theta\right) + \left(-\beta_3 t\ e^{-\frac{t}{\theta}} - \beta_3 \theta\ e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_3 \theta\right)\right]$$

$$= \frac{1}{t}\left[\beta_1 t + \beta_2 \theta \left(-\ e^{-\frac{t}{\theta}} + 1\right) - \beta_3\ t\ e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_3 \theta \left(-\ e^{-\frac{t}{\theta}} + 1\right)\right]$$

$$= \frac{1}{t}\left[\beta_1 t + \beta_2 \theta \left(-\ e^{-\frac{t}{\theta}} + 1\right) - \beta_3\ t\ e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_3 \theta \left(-\ e^{-\frac{t}{\theta}} + 1\right)\right]$$

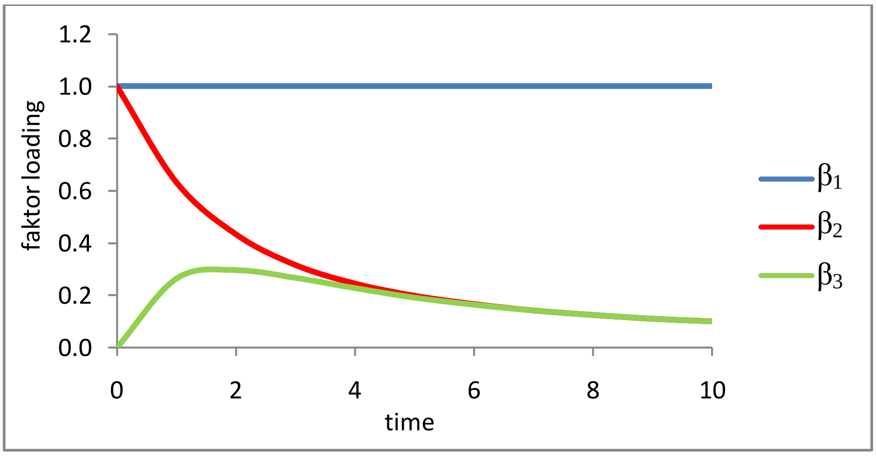
$$= \beta_1 + \beta_2 \frac{\theta}{t}\left(1 -\ e^{-\frac{t}{\theta}}\right) - \beta_3\ e^{-\frac{t}{\theta}} + \beta_3 \frac{\theta}{t}\left(1 -\ e^{-\frac{t}{\theta}}\right)$$

$$= \beta_1 + (\beta_2 + \beta_3)\frac{\theta}{t}\left(1 -\ e^{-\frac{t}{\theta}}\right) - \beta_3\ e^{-\frac{t}{\theta}}$$

Model Nelson-Siegel didasarkan pada empat parameter. parameter ini dapat diinterpretasikan sebagai berikut:

- $\beta_1 + \beta_2$ adalah *instantaneous short rate*, yaitu $\beta_1 + \beta_2 = y(0) = f(0)$.
- $\beta_1$ memberikan nilai *asymptotic* untuk struktur waktu suku bunga berkupon nol dan *forward rate*, yaitu $\beta_1 = y(\infty) = f(\infty)$.

- Selisih antara suku bunga dengan *instantaneous short rate* adalah $-\beta_2$, yang dapat diartikan sebagai *slope* dari struktur waktu suku bunga berkupon nol maupun struktur waktu *forward rate*.
- $\beta_3$ mempengaruhi kelengkungan struktur jangka waktu menengah. Ketika $\beta_3 > 0$, struktur waktu mencapai nilai maksimum yang mengarah pada bentuk cekung, dan ketika $\beta_3 < 0$, struktur waktu mencapai nilai minimum yang mengarah pada bentuk cembung.
- $\theta > 0$, adalah kecepatan konvergensi dari struktur waktu menuju suku bunga. Nilai $t$ lebih rendah dari $\theta$ akan mempercepat konvergensi dari struktur waktu menuju suku bunga, sedangkan nilai $t$ yang lebih tinggi dari $\theta$ menggerakkan kurva dalam struktur jangka waktu lebih dekat dengan jatuh tempo yang lebih lama.




***Gambar 3.1 Faktor Loading Nelson-Siegel untuk kurva yield berkupon nol***

Gambar (3.1) menggambarkan bagaimana parameter $\beta1$, $\beta2$, dan $\beta3$, mempengaruhi bentuk struktur jangka waktu suku bunga brerkupon nol (diberi konstanta $\theta = 1$). Perubahan dalam $\beta_1$ dapat diartikan sebagai perubahan tinggi, perubahan $\beta_2$ dapat diartikan sebagai perubahan kemiringan (meskipun parameter ini juga sedikit mempengaruhi perubahan kelengkungan), dan perubahan dalam $\beta_3$ dapat diartikan sebagai perubahan kelengkungan dalam struktur jangka waktu suku bunga berkupon nol.

**Estimasi parameter Nelson-Siegel Function**

Dari persamaan (3.9) diketahui terdapat empat parameter yaitu $\beta_1, \beta_2$, $\beta_3$, dan $\theta$ yang harus diestimasi, dengan parameter $\theta$ harus lebih besar dari nol agar persamaan konvergen. Untuk mengestimasi nilai keempat parameter tersebut, digunakan program matlab dengan metode *ordinary least square* dan iterasi *gauss newtown*.

Langkah pertama adalah menetapkan *intial value* untuk masing – masing parameter yang akan diestimasi, yaitu menetapkan nilai sebarang untuk tiap parameter yang tidak sama dengan nol, misalnya $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 1$, dan $\theta = 1$. setelah itu membuat matriks *differensial spot rate* terhadap masing-masing parameter, yaitu matriks dari turunan tiap parameter

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_1} = 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_2} = \frac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}}\right)}{t}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_3} = \frac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}}\right)}{t} - e^{-\frac{t}{\theta}}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = (\beta_2 + \beta_3)\left(\frac{1}{t} - e^{-\frac{t}{\theta}}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3 \ \frac{t}{\theta^2} \ e^{-\frac{t}{\theta}}$$

$$J = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\theta\left(1-e^{-\frac{t_1}{\theta}}\right)}{t_1} & \frac{\theta\left(1-e^{-\frac{t_1}{\theta}}\right)}{t_1} - e^{-\frac{t_1}{\theta}} & (\beta_2+\beta_3)\left(\frac{1}{t_1} - e^{-\frac{t_1}{\theta}}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3 \frac{t_1}{\theta^2} e^{-\frac{t_1}{\theta}} \\ 1 & \frac{\theta\left(1-e^{-\frac{t_2}{\theta}}\right)}{t_2} & \frac{\theta\left(1-e^{-\frac{t_2}{\theta}}\right)}{t_2} - e^{-\frac{t_2}{\theta}} & (\beta_2+\beta_3)\left(\frac{1}{t_2} - e^{-\frac{t_2}{\theta}}\left(\frac{1}{t_2}+\frac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3 \frac{t_2}{\theta^2} e^{-\frac{t_2}{\theta}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\theta\left(1-e^{-\frac{t_n}{\theta}}\right)}{t_n} & \frac{\theta\left(1-e^{-\frac{t_n}{\theta}}\right)}{t_n} - e^{-\frac{t_n}{\theta}} & (\beta_2+\beta_3)\left(\frac{1}{t_n} - e^{-\frac{t_n}{\theta}}\left(\frac{1}{t_n}+\frac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3 \frac{t_n}{\theta^2} e^{-\frac{t_n}{\theta}} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dari persamaan 3.10 akan dilakukan iterasi untuk mendapatkan estimator $\beta^{(n)}$. Iterasi ini akan berhenti jika telah mencapai kekonvergenan, yaitu bila nilai $\beta^{(n-1)} \approx \beta^{(n)}$ atau selisih kedua estimator yang berurutan mendekati nol atau $\left|\beta^{(n-1)} - \beta^{n}\right| < \varepsilon$

## C. Simple Polynomial Function

*Simple polynomial function* (SPF) merupakan persamaan regresi nonlinear dengan empat parameter sebagai berikut (A.D.Hall; 2007):

$$y(t) = \beta_1 t + \beta_2 \frac{1}{t} + \beta_3 \ {}^{e}\log t + \beta_4 \quad (3.10)$$

Dengan parameter $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ yang akan diestimasi agar persamaan kurva dapat diketahui.

**Estimasi parameter Simple Polynomial Function**

Dari persamaan 3.10 diketahui terdapat empat parameter yaitu $\beta_{1,}\beta_2$, $\beta_3$, dan $\beta_4$ yang harus diestimasi. Untuk mengestimasi nilai keempat parameter tersebut, digunakan program *matlab* dengan metode *ordinary least square* dan iterasi *gauss newtown*.

Langkah pertama adalah menetapkan *intial value* untuk masing – masing parameter yang akan diestimasi, yaitu menetapkan nilai sebarang untuk tiap parameter yang tidak sama dengan nol, misalnya $\beta_1 = 1, \beta_2 = 1,$ $\beta_3 = 1,$ dan $\beta_4 = 1.$ setelah itu membuat matriks *differensial spot rate* terhadap masing-masing parameter, yaitu matriks dari turunan tiap parameter

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_1} = t$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_2} = \frac{1}{t}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_3} = {}^{e}\log t$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta_4} = 1$$

$$Z = \begin{bmatrix} t_1 & \frac{1}{t_1} & {}^{e}\log t_1 & 1 \\ t_2 & \frac{1}{t_2} & {}^{e}\log t_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_n & \frac{1}{t_n} & {}^{e}\log t_n & 1 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Dari persamaan 3.12 akan dilakukan iterasi untuk mendapatkan estimator $\beta^{(n)}$. Iterasi ini akan berhenti jika telah mencapai kekonvergenan, yaitu bila nilai $\beta^{(n-1)} \approx \beta^{(n)}$ atau selisih kedua estimator yang berurutan mendekati nol atau $\left|\beta^{\,(n-1)} - \beta^{n}\right| < \varepsilon$

## D. Komparasi Kurva Yield Untuk Data Obligasi Pemerintah Indonesia

Data yang akan digunakan untuk mrngkomparasi kurva yield adalah data IGSYC (*Indonesian Government Securities Yield Curve*), yaitu data obligasi yang dikeluarkan Pemerintah Indonesia. Selanjutnya dengan menggunakan model *Nelson-Siegel function* dan *simple polynomial function* akan dicari persamaan yang dapat memodelkan *yield* menjadi sebuah kurva *yield* dengan menentukan nilai dari parameter-parameter yang akan diestimasi.

**1. Deskripsi Data**

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data yang telah disediakan oleh pihak ketiga, dalam arti tidak berasal dari sumber langsung. Data yang akan digunakan adalah IGSYC (*Indonesian Securities Government Yield Curve*) yang diperoleh melalui situs *www.ibpa.co.id* dari tanggal 1 November 2013.

***Tabel 3.1 Data IGSYC 1 November 2013***

| TTM (year) | IBPA yield (%) |
|---:|---:|
| 0,03 | 4,8037 |
| 0,04 | 4,8150 |
| 0,09 | 4,9188 |
| 0,11 | 4,9556 |
| 0,12 | 4,9764 |
| 0,15 | 5,0322 |
| 0,19 | 5,1056 |
| 0,19 | 5,1008 |
| ⋮ | ⋮ |
| 23,55 | 8,2303 |
| 24,72 | 8,2380 |
| 27,55 | 8,2499 |
| 28,47 | 8,2523 |
| 29,47 | 8,2444 |
| 30,31 | 8,2558 |

Dari table 3.1 diketahui bahwa pada tanggal 1 November 2013 pemerintah Indonesia mengeluarkan obligasi berjangka waktu 0,03 tahun dengan *yield* sebesar 4,0837%. Pada tanggal yang sama pemerintah juga mengeluarkan obligasi berjangka 30,31 tahun dengan yield sebesar 8,2558%, begitu seterusnya.

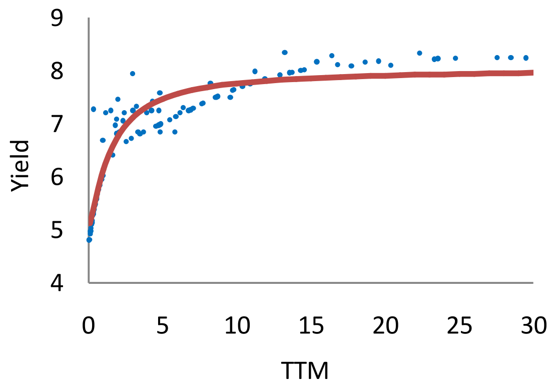
## 1. Konstruksi Kurva *Yield* dengan Nelson-Siegel Function

Dari estimasi parameter *nelson-siegel function* dengan menggunakan *ordinary least square* untuk data pada tanggal 1 November 2013 didapatkan nilai dari parameter sebagai berikut:

$$\beta_1 = 8.0547$$
$$\beta_2 = -3.0914$$
$$\beta_3 = 0.1163$$
$$\theta = 0.9915$$

dari hasil estimasi parameter yang didapat, dapat dibuat kurva halus yang merupakan kurva yield Nelson-siegel

Berikut ini disajikan kurva *yield* untuk tanggal 1 November 2013 menggunakan model Nelson-Siegel :




***Gambar 3.2 kurva yield dengan model Nelson-Siegel***

Gambar (3.2) merupakan kurva *yield* yang dihasilkan oleh model Nelson-Siegel untuk tanggal 1 November 2013. Terlihat bahwa kurva dapat memodelkan nilai – nilai yield dengan baik. Jenis kurva yield yang terbentuk merupakan kurva yield normal (*upward sloping*). Bentuk kurva yield gambar

3.2 mengindikasikan bahwa tingkat suku bunga jangka panjang berada di atas tingkat suku bunga jangka pendek.

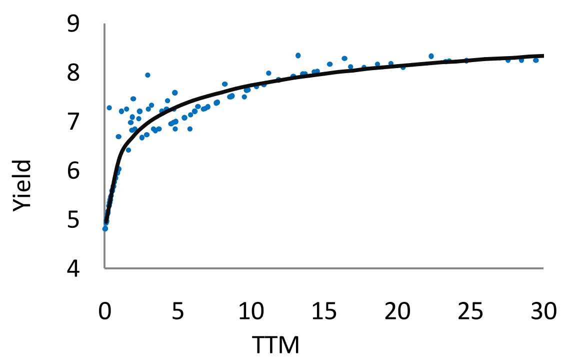
**2. Konstruksi Kurva *Yield* dengan metode *simple polynomial function***

Dari estimasi parameter *simple polynomial function* dengan menggunakan *ordinary least square* untuk data pada tanggal 1 November 2013 didapatkan didapatkan nilai dari parameter sebagai berikut:

$$\beta_1 = -0{,}0073$$
$$\beta_2 = 0{,}0277$$
$$\beta_3 = 0{,}6809$$
$$\beta_4 = 6{,}2335$$

dari hasil estimasi parameter yang didapat, dapat dibuat kurva halus yang merupakan kurva yield *simple polynomial function.*

Berikut ini disajikan kurva *yield* untuk tanggal 1 November 2013 menggunakan model *simple polynomial function* :

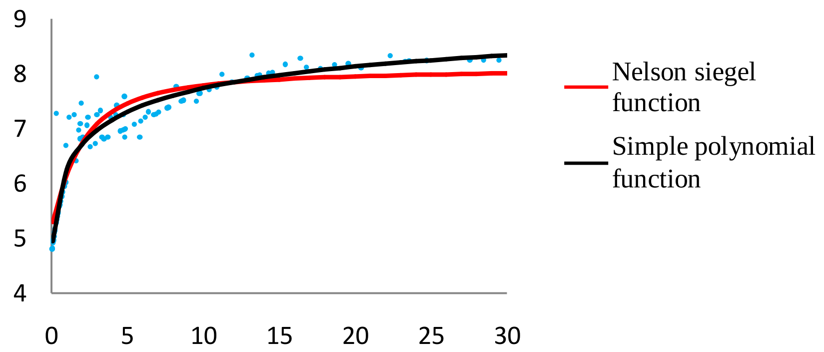



***Gambar 33 kurva yield dengan model simple polynomial function***

Gambar (3.3) merupakan kurva *yield* yang dihasilkan oleh model *simple polynomial function* untuk tanggal 1 November 2013. Terlihat bahwa kurva dapat memodelkan nilai – nilai yield dengan baik. Jenis kurva yield yang terbentuk merupakan kurva yield normal (*upward sloping*). Bentuk kurva yield gambar (3.3) mengindikasikan bahwa tingkat suku bunga jangka panjang berada di atas tingkat suku bunga jangka pendek.

### 3. Perbandingan Metode Nelson-Siegel dan *simple polynomial functional*

Berikut, ini akan disajikan gambar perbandingan kurva yield dari estimasi *Neson-siegel* (N-S) dan *simple polynomial functional* (SPF) untuk tanggal 1 november 2013.




***Gambar 3.4 perbandingan kurva yield nelson-siegel function dan simple polynomial function***

Dari perbandingan kurva yield pada gambar 3.4, dapat dilihat bahwa *simple polynomial function* selalu berada disekitar data observasi, sedangkan untuk *nelson-siegel function* berada dibawah data observasi pada jangka waktu yang lebih panjang. Hal ini mengindikasikan bahwa *simple polynomial function* mampu mengkonstruksi kurva yield lebih baik dibandingkan dengan *nelson-siegel function*.

***Tabel 3.2 perbandingan nilai eror yield Nelson-Siegel function(NSF) dan simple polynomial function (SPF) 1 November 2013***

| TTM (year) | IBPA yield (%) | yield NSF (%) | yield SPF (%) | Error (ε) NSF | Error (ε) SPF |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,03 | 4,803737592 | 5,20697 | 4,77070 | -0,40323 | 0,03304 |
| 0,04 | 4,814991093 | 5,21960 | 4,73530 | -0,40461 | 0,07969 |
| 0,09 | 4,918790355 | 5,28165 | 4,90170 | -0,36286 | 0,01709 |
| 0,11 | 4,955649823 | 5,30598 | 4,98210 | -0,35033 | -0,02645 |
| 0,12 | 4,976387233 | 5,31804 | 5,02020 | -0,34165 | -0,04381 |
| 0,15 | 5,03222031 | 5,35381 | 5,12570 | -0,32159 | -0,09348 |
| 0,19 | 5,105608549 | 5,40056 | 5,24740 | -0,29495 | -0,14179 |
| 0,19 | 5,100812389 | 5,40056 | 5,24740 | -0,29975 | -0,14659 |
| 0,21 | 5,134101882 | 5,42354 | 5,30150 | -0,28944 | -0,16740 |
| 0,23 | 5,171347037 | 5,44627 | 5,35180 | -0,27492 | -0,18045 |
| 0,29 | 5,278143059 | 5,51291 | 5,48420 | -0,23477 | -0,20606 |
| 0,3 | 5,295245685 | 5,52380 | 5,50400 | -0,22855 | -0,20875 |
| 0,31 | 7,275082508 | 5,53463 | 5,52330 | 1,74045 | 1,75178 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 28,47 | 8,252288263 | 7,76487 | 8,30580 | 0,48742 | -0,05351 |
| 29,47 | 8,244383999 | 7,77061 | 8,32190 | 0,47377 | -0,07752 |
| 30,31 | 8,255790669 | 7,77376 | 8,33490 | 0,48203 | -0,07911 |
| Σ | | | | 0,00013 | 0,00002 |

Dari tabel 3.3 didapatkan jumlah nilai mutlak dari nilai eror (|Σε|) dengan metode *Nelson-Siegel* adalah 0,00013, sedangkan Jumlah nilai mutlak dari nilai eror (|Σε|) dengan metode *simple polynomial functional* adalah 0,00002. Hal ini mengindikasikan bahwa metode *simple polynomial functional* lebih baik dalam memodelkan kurva yield dari pada metode *Nelson-Siegel*, karena metode *simple polynomial functional* memiliki nilai error mutlak yang lebih kecil.

# BAB IV

# PENUTUP

## A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai konstruksi kurva *yield* pada obligasi berkupon nol dengan metode nelson-siegel diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Dalam menggunakan *ordinary least square* dalam mengestimasi parameter *nelson siegel function* dan *simple polynomial function* digunakan iterasi *Gauss Newton* dengan syarat $\left|\beta^{\,(\mathrm{n}-1)} - \beta^{n}\right| < \varepsilon$, dengan $\varepsilon$ adalah nilai yang sangat kecil, misalnya $\varepsilon = 10^{-9}$.
   - Untuk *nelson siegel function* matriks yang akan dilakukan iterasi adalah

$$J = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\theta}}\right)}{t_1} & \dfrac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\theta}}\right)}{t_1} - e^{-\frac{t_1}{\theta}} & (\beta_2 + \beta_3)\left(\dfrac{1}{t_1} - e^{-\frac{t_1}{\theta}}\left(\dfrac{1}{t_1} + \dfrac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3\, \dfrac{t_1}{\theta^2}\, e^{-\frac{t_1}{\theta}} \\ 1 & \dfrac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t_2}{\theta}}\right)}{t_2} & \dfrac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t_2}{\theta}}\right)}{t_2} - e^{-\frac{t_2}{\theta}} & (\beta_2 + \beta_3)\left(\dfrac{1}{t_2} - e^{-\frac{t_2}{\theta}}\left(\dfrac{1}{t_2} + \dfrac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3\, \dfrac{t_2}{\theta^2}\, e^{-\frac{t_2}{\theta}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dfrac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t_n}{\theta}}\right)}{t_n} & \dfrac{\theta\left(1 - e^{-\frac{t_n}{\theta}}\right)}{t_n} - e^{-\frac{t_n}{\theta}} & (\beta_2 + \beta_3)\left(\dfrac{1}{t_n} - e^{-\frac{t_n}{\theta}}\left(\dfrac{1}{t_n} + \dfrac{1}{\theta}\right)\right) - \beta_3\, \dfrac{t_n}{\theta^2}\, e^{-\frac{t_n}{\theta}} \end{bmatrix}$$

   - Untuk *simple polynomial function* matriks yang akan dilakukan iterasi adalah

$$Z = \begin{bmatrix} t_1 & \dfrac{1}{t_1} & {}^{e}\log t_1 & 1 \\ t_2 & \dfrac{1}{t_2} & {}^{e}\log t_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_n & \dfrac{1}{t_n} & {}^{e}\log t_n & 1 \end{bmatrix}$$

2. Berdasarkan penerapan *nelson siegel function* dan *simple polynomial function* didapatkan kurva yield berupa kurva normal (*upward sloping*), yang mengindikasikan bahwa tingkat suku bunga jangka panjang berada diatas tingkat suku bunga jangka pendek.
3. S*imple polynomial function* dapat mengkostruksi kurva yield dengan nilai eror yang lebih kecil dari pada *nelson-siegel function* yg mendekati nol, jadi S*imple polynomial function* lebih baik dalam melakukan prediksi suku bunga.

## B. Saran

Pada penulisan skripsi ini, penulis membahas tentang konstruksi kurva *yield* pada obligasi berkupon nol dengan metode nelson-siegel yang dibatasi pada satu metode dalam konstruksi kurva yield, dan estomasi yang digunakan hanya metode kuadrat terkecil. Saran yang dapat penulis berikan untuk pembaca yang berminat melanjutkan pembahasan konstruksi kurva *yield* pada obligasi berkupon nol adalah mencoba metode lain seperti model McCulloch dengan *cubic spline* (1971), model *B-spline* oleh Steely (1991), model Fisher-Nychka-Zervor (FNZ) dengan menggunakan *penalized spline* (1995), dan model Wagonner sebagai pengembangan model FNZ (1997), atau dengan pengembangan dari metode Nelson-Siegel (extended Nelson siegel).

## DAFTAR PUSTAKA


A.D.Hall. 2007. *Parametric of Australian yield curve*. Sydney: School of Finance and Economics, University of Technology.

Anton, Howard & Criss Rorres. 2004. *Aljabar Linear Elementer*: Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan/Jilid 1. Jakarta: Erlangga.

Chiang, Alpha C & Kevin Wainwrigth. 2006. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Edisi Keempat Jilid 1.* Jakarta: Erlangga.

Gitman, Lawrence J & Michael D. Joehnk. 2008. *Fundamental of Investing (tenth edtion)*. Boston: Thompson Steele Inc.

Hartono, Jugiyanto. 2010. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi (edisi ketujuh)*. Yogyakarta: BPFE.

Kazmier, Leonard J. 2003. *Scaum's Easy Outlines Bussiness Statistics*. New York: The McGraw-Hill Companies.

Kleinbaum, David G & Lawrence L. Kupper. 1978. *Applied Regression Analysis and Other Multivariable Methods*. Massachusetts: Duxbury Press.

Leon, Steven J. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya, Edisi Kelima*. Jakarta: Erlangga.

Lipschuntz, Seymour & Marc Lipson. 2004. *Scaum's Outlines; Teori dan Soal; Aljabar Linear, Edisi Ketiga*. Jakarta: Erlangga.

Munk, Clause. 2005. *Fixed Income Analysis: Securities, Pricing, and Risk Management*. Denmark: Department of Accounting and Finance, University of Sothern.

Nawalkha, Sanjay K, Gloria M. Soto, & Natalia A. Beliaeva. 2005. *Interest Rate Risk Modeling (the Fixed Income Valuation Course)*. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.

Nawari. 2010. *Analisis Regresi Dengan MS Excel 2007 dan SPSS 17*. Jakarta: PT Alex Media Komputindo.

Nelson, Charles R & Andrew F. Siegel. 1987. *Parsimonious Modeling Of Yield Curves*. Journal of Business, v. 60, 473–489.

Rezende, Rafael B. 2008. *Giving Flexibility to the Nelson-Siegel Class of the Term structure Models*. Center for Development and Regional Planning, Belo Horizonte, Brazil.

Sahid. 2011. *Handout Metode Numerik*. Jurdik Matematika FMIPA UNY, Yogyakarta.

Tandelilin, Eduardus. 2007. *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio (edisi pertama)*. Yogyakarta: BPFE.

Varberg, Dale & Edwin J.Purcell. 2001. *Kalkulus Jilid1, Edisi ketujuh*. Batam: Interaksara.

www.ibpa.co.id

# LAMPIRAN

**Lampiran 1**

Data IGSYC tanggal 1 November 2013

| bond code | TTM (year) | IBPA yield (%) |
|---|---|---|
| SPN12131113 | 0,03 | 4,8037 |
| SPN-S 15112013 | 0,04 | 4,8150 |
| SPN12131204 | 0,09 | 4,9188 |
| SPN03131211 | 0,11 | 4,9556 |
| FR0020 | 0,12 | 4,9764 |
| SPN-S 26122013 | 0,15 | 5,0322 |
| SPN-S 10012014 | 0,19 | 5,1056 |
| SPN03140109 | 0,19 | 5,1008 |
| SPN12140116 | 0,21 | 5,1341 |
| SPN-S 24012014 | 0,23 | 5,1713 |
| SPN12140217 | 0,29 | 5,2781 |
| SPN-S 21022014 | 0,3 | 5,2952 |
| SR003 | 0,31 | 7,2751 |
| SPN-S 04032014 | 0,33 | 5,3413 |
| SPN12140314 | 0,36 | 5,3819 |
| SPN-S 18032014 | 0,37 | 5,3978 |
| SPN-S 02042014 | 0,41 | 5,4560 |
| SPN12140410 | 0,44 | 5,4860 |
| SPN12140507 | 0,51 | 5,5824 |
| FR0051 | 0,53 | 5,6096 |
| SPN12140604 | 0,59 | 5,6748 |
| SPN12140703 | 0,67 | 5,7631 |
| SPN12140731 | 0,74 | 5,8417 |
| SPN12140911 | 0,86 | 5,9484 |
| SPN12141009 | 0,93 | 6,0128 |
| FR0026 | 0,95 | 6,0259 |
| ORI008 | 0,95 | 6,6889 |
| VR0019 | 1,15 | 7,2058 |
| VR0020 | 1,48 | 7,2506 |
| FR0027 | 1,62 | 6,4095 |
| IFR0001 | 1,78 | 6,9724 |
| IFR0003 | 1,87 | 6,8148 |
| SR004 | 1,88 | 7,0874 |
| ORI009 | 1,95 | 7,4600 |
| FR0070 | 2,06 | 6,8439 |
| FR0044 | 2,32 | 7,0580 |
| IFR0007 | 2,39 | 7,2058 |
| FR0040 | 2,53 | 6,6662 |
| FR0037 | 2,87 | 6,7255 |
| FR0056 | 2,95 | 7,9425 |

| bond code | TTM (year) | IBPA yield (%) |
|---|---|---|
| PBS003 | 2,98 | 7,2506 |
| FR0059 | 3,21 | 7,3261 |
| FR0042 | 3,32 | 6,8439 |
| FR0047 | 3,45 | 6,8105 |
| FR0064 | 3,7 | 6,8437 |
| FR0071 | 3,9 | 7,2058 |
| IFR0006 | 4,23 | 7,2506 |
| FR0052 | 4,29 | 7,4204 |
| FR0054 | 4,53 | 6,9522 |
| FR0058 | 4,7 | 6,9742 |
| FR0065 | 4,73 | 7,2506 |
| VR0021 | 4,79 | 6,9854 |
| SR005 | 4,79 | 7,5854 |
| VR0022 | 4,81 | 6,8439 |
| FR0030 | 4,87 | 6,9967 |
| FR0055 | 5,45 | 7,0753 |
| ORI010 | 5,81 | 6,8439 |
| VR0023 | 5,87 | 7,1333 |
| FR0068 | 6,15 | 7,2058 |
| IFR0010 | 6,37 | 7,3029 |
| PBS004 | 6,73 | 7,2506 |
| FR0045 | 6,87 | 7,2633 |
| FR0050 | 7,04 | 7,2965 |
| FR0057 | 7,62 | 7,3759 |
| FR0062 | 7,7 | 7,3870 |
| PBS005 | 8,21 | 7,7636 |
| IFR0005 | 8,54 | 7,4956 |
| VR0024 | 8,62 | 7,5063 |
| FR0060 | 8,7 | 7,5165 |
| FR0028 | 9,54 | 7,4964 |
| VR0025 | 9,7 | 7,6345 |
| FR0067 | 9,79 | 7,6439 |
| VR0026 | 10,37 | 7,7059 |
| PBS001 | 10,88 | 7,7557 |
| FR0066 | 11,21 | 7,9868 |
| FR0032 | 11,88 | 7,8442 |
| VR0027 | 12,88 | 7,9197 |
| FR0038 | 12,88 | 7,9197 |
| IFR0002 | 13,21 | 8,3421 |
| VR0028 | 13,54 | 7,9630 |
| FR0048 | 13,71 | 7,9731 |
| FR0069 | 14,3 | 8,0065 |
| VR0029 | 14,54 | 8,0194 |

| bond code | TTM (year) | IBPA yield (%) |
|---|---|---|
| FR0036 | 15,38 | 8,1693 |
| VR0030 | 16,38 | 8,2814 |
| IFR0008 | 16,79 | 8,1128 |
| VR0031 | 17,71 | 8,0927 |
| PBS006 | 18,63 | 8,1630 |
| FR0031 | 19,55 | 8,1816 |
| FR0034 | 20,38 | 8,1040 |
| FR0053 | 22,3 | 8,3295 |
| PBS002 | 23,3 | 8,2185 |
| FR0061 | 23,55 | 8,2303 |
| FR0035 | 24,72 | 8,2380 |
| FR0043 | 27,55 | 8,2499 |
| FR0063 | 28,47 | 8,2523 |
| FR0046 | 29,47 | 8,2444 |
| FR0039 | 30,31 | 8,2558 |

## Lampiran 2

Perbandingan kurva yield *nelson siegel function* (NSF) dan *simple polynomial function* (SPF)

| TTM (year) | IBPA yield (%) | yield NSf (%) | yield SPF (%) | Error (ε) NSF | Error (ε) SPF |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,03 | 4,803737592 | 5,20697 | 4,77070 | -0,40323 | 0,03304 |
| 0,04 | 4,814991093 | 5,21960 | 4,73530 | -0,40461 | 0,07969 |
| 0,09 | 4,918790355 | 5,28165 | 4,90170 | -0,36286 | 0,01709 |
| 0,11 | 4,955649823 | 5,30598 | 4,98210 | -0,35033 | -0,02645 |
| 0,12 | 4,976387233 | 5,31804 | 5,02020 | -0,34165 | -0,04381 |
| 0,15 | 5,03222031 | 5,35381 | 5,12570 | -0,32159 | -0,09348 |
| 0,19 | 5,105608549 | 5,40056 | 5,24740 | -0,29495 | -0,14179 |
| 0,19 | 5,100812389 | 5,40056 | 5,24740 | -0,29975 | -0,14659 |
| 0,21 | 5,134101882 | 5,42354 | 5,30150 | -0,28944 | -0,16740 |
| 0,23 | 5,171347037 | 5,44627 | 5,35180 | -0,27492 | -0,18045 |
| 0,29 | 5,278143059 | 5,51291 | 5,48420 | -0,23477 | -0,20606 |
| 0,3 | 5,295245685 | 5,52380 | 5,50400 | -0,22855 | -0,20875 |
| 0,31 | 7,275082508 | 5,53463 | 5,52330 | 1,74045 | 1,75178 |
| 0,33 | 5,341288079 | 5,55610 | 5,56030 | -0,21481 | -0,21901 |
| 0,36 | 5,381913926 | 5,58786 | 5,61230 | -0,20595 | -0,23039 |
| 0,37 | 5,397843596 | 5,59833 | 5,62880 | -0,20049 | -0,23096 |
| 0,41 | 5,455991413 | 5,63962 | 5,69110 | -0,18363 | -0,23511 |
| 0,44 | 5,486003595 | 5,66999 | 5,73430 | -0,18399 | -0,24830 |
| 0,51 | 5,582393474 | 5,73890 | 5,82570 | -0,15651 | -0,24331 |
| 0,53 | 5,609558769 | 5,75810 | 5,84970 | -0,14854 | -0,24014 |
| 0,59 | 5,674824038 | 5,81444 | 5,91690 | -0,13962 | -0,24208 |
| 0,67 | 5,763091215 | 5,88671 | 5,99730 | -0,12362 | -0,23421 |
| 0,74 | 5,841668141 | 5,94739 | 6,06050 | -0,10572 | -0,21883 |
| 0,86 | 5,948396546 | 6,04616 | 6,15670 | -0,09776 | -0,20830 |
| 0,93 | 6,012795891 | 6,10087 | 6,20710 | -0,08808 | -0,19430 |
| 0,95 | 6,025943492 | 6,11613 | 6,22080 | -0,09019 | -0,19486 |
| 0,95 | 6,68894175 | 6,11613 | 6,22080 | 0,57281 | 0,46814 |
| 1,15 | 7,205769037 | 6,26002 | 6,34430 | 0,94575 | 0,86147 |
| 1,48 | 7,250574269 | 6,46659 | 6,50830 | 0,78399 | 0,74227 |
| 1,62 | 6,40951533 | 6,54408 | 6,56720 | -0,13457 | -0,15768 |
| 1,78 | 6,97239456 | 6,62615 | 6,62860 | 0,34625 | 0,34379 |
| 1,87 | 6,814818673 | 6,66948 | 6,66080 | 0,14534 | 0,15402 |
| 1,88 | 7,087415984 | 6,67418 | 6,66430 | 0,41324 | 0,42312 |
| 1,95 | 7,459962698 | 6,70641 | 6,68810 | 0,75356 | 0,77186 |
| 2,06 | 6,843932832 | 7,79275 | 6,72390 | -0,94882 | 0,12003 |

| TTM (year) | IBPA yield (%) | yield NSf (%) | yield SPF (%) | Error (ε) NSF | Error (ε) SPF |
|---|---|---|---|---|---|
| 2,32 | 7,058025188 | 7,80778 | 6,80140 | -0,74975 | 0,25663 |
| 2,39 | 7,205769037 | 7,81678 | 6,82080 | -0,61101 | 0,38497 |
| 2,53 | 6,666161246 | 7,83351 | 6,85790 | -1,16735 | -0,19174 |
| 2,87 | 6,725471796 | 7,85525 | 6,93990 | -1,12978 | -0,21443 |
| 2,95 | 7,942526573 | 7,85525 | 6,95780 | 0,08728 | 0,98473 |
| 2,98 | 7,250574269 | 7,86170 | 6,96440 | -0,61113 | 0,28617 |
| 3,21 | 7,326132198 | 7,86784 | 7,01260 | -0,54171 | 0,31353 |
| 3,32 | 6,843932832 | 7,87089 | 7,03450 | -1,02695 | -0,19057 |
| 3,45 | 6,810468833 | 7,88090 | 7,05940 | -1,07043 | -0,24893 |
| 3,7 | 6,843739792 | 7,88474 | 7,10460 | -1,04100 | -0,26086 |
| 3,9 | 7,205769037 | 7,89724 | 7,13860 | -0,69147 | 0,06717 |
| 4,23 | 7,250574269 | 7,91044 | 7,19100 | -0,65987 | 0,05957 |
| 4,29 | 7,420352145 | 7,91540 | 7,20000 | -0,49505 | 0,22035 |
| 4,53 | 6,952167339 | 7,92570 | 7,23500 | -0,97353 | -0,28283 |
| 4,7 | 6,974162774 | 7,93497 | 7,25860 | -0,96081 | -0,28444 |
| 4,73 | 7,250574269 | 7,94338 | 7,26270 | -0,69280 | -0,01213 |
| 4,79 | 6,985410908 | 6,75485 | 7,27070 | 0,23056 | -0,28529 |
| 4,79 | 7,58541091 | 6,85955 | 7,27070 | 0,72586 | 0,31471 |
| 4,81 | 6,843932832 | 6,88557 | 7,27340 | -0,04164 | -0,42947 |
| 4,87 | 6,99670902 | 6,93511 | 7,28130 | 0,06160 | -0,28459 |
| 5,45 | 7,075311007 | 7,04283 | 7,35310 | 0,03248 | -0,27779 |
| 5,81 | 6,843932832 | 7,06585 | 7,39370 | -0,22192 | -0,54977 |
| 5,87 | 7,133258312 | 7,07427 | 7,40020 | 0,05899 | -0,26694 |
| 6,15 | 7,205769037 | 7,95031 | 7,42960 | -0,74454 | -0,22383 |
| 6,37 | 7,302902263 | 7,96436 | 7,45180 | -0,66146 | -0,14890 |
| 6,73 | 7,250574269 | 7,97077 | 7,48640 | -0,72019 | -0,23583 |
| 6,87 | 7,263301367 | 7,97228 | 7,49930 | -0,70898 | -0,23600 |
| 7,04 | 7,296491373 | 7,97897 | 7,51460 | -0,68248 | -0,21811 |
| 7,62 | 7,375949876 | 7,99280 | 7,56390 | -0,61685 | -0,18795 |
| 7,7 | 7,387009452 | 7,99670 | 7,57040 | -0,60969 | -0,18339 |
| 8,21 | 7,763560271 | 8,00066 | 7,61010 | -0,23710 | 0,15346 |
| 8,54 | 7,49560611 | 7,13525 | 7,63440 | 0,36036 | -0,13879 |
| 8,62 | 7,506274851 | 7,16232 | 7,64010 | 0,34396 | -0,13383 |
| 8,7 | 7,51652053 | 7,19271 | 7,64580 | 0,32381 | -0,12928 |
| 9,54 | 7,496421973 | 7,24668 | 7,70210 | 0,24975 | -0,20568 |
| 9,7 | 7,634474981 | 7,28603 | 7,71220 | 0,34845 | -0,07773 |
| 9,79 | 7,64389101 | 8,00379 | 7,71780 | -0,35990 | -0,07391 |
| 10,37 | 7,70592297 | 7,34446 | 7,75260 | 0,36146 | -0,04668 |
| 10,88 | 7,755724192 | 7,35430 | 7,78140 | 0,40142 | -0,02568 |

| TTM (year) | IBPA yield (%) | yield NSf (%) | yield SPF (%) | Error (ε) NSF | Error (ε) SPF |
|---|---|---|---|---|---|
| 11,21 | 7,986812382 | 7,39149 | 7,79930 | 0,59532 | 0,18751 |
| 11,88 | 7,844223417 | 7,41589 | 7,83370 | 0,42833 | 0,01052 |
| 12,88 | 7,919651586 | 7,42004 | 7,88120 | 0,49961 | 0,03845 |
| 12,88 | 7,919651587 | 7,42821 | 7,88120 | 0,49144 | 0,03845 |
| 13,21 | 8,34213533 | 7,42821 | 7,89600 | 0,91393 | 0,44614 |
| 13,54 | 7,962994407 | 7,43089 | 7,91030 | 0,53210 | 0,05269 |
| 13,71 | 7,973135789 | 7,43883 | 7,91750 | 0,53431 | 0,05564 |
| 14,3 | 8,006509082 | 7,50752 | 7,94180 | 0,49899 | 0,06471 |
| 14,54 | 8,019430936 | 7,54390 | 7,95140 | 0,47553 | 0,06803 |
| 15,38 | 8,169257562 | 7,54957 | 7,98330 | 0,61969 | 0,18596 |
| 16,38 | 8,281445996 | 7,57464 | 8,01880 | 0,70681 | 0,26265 |
| 16,79 | 8,112821119 | 7,59289 | 8,03260 | 0,51993 | 0,08022 |
| 17,71 | 8,092691885 | 7,62030 | 8,06210 | 0,47239 | 0,03059 |
| 18,63 | 8,162972454 | 7,63022 | 8,08970 | 0,53275 | 0,07327 |
| 19,55 | 8,181566579 | 7,64176 | 8,11570 | 0,53981 | 0,06587 |
| 20,38 | 8,104026387 | 7,67737 | 8,13790 | 0,42666 | -0,03387 |
| 22,3 | 8,329527422 | 7,68187 | 8,18500 | 0,64766 | 0,14453 |
| 23,3 | 8,218461262 | 7,70855 | 8,20750 | 0,50991 | 0,01096 |
| 23,55 | 8,230341449 | 7,72414 | 8,21290 | 0,50620 | 0,01744 |
| 24,72 | 8,238012272 | 7,72774 | 8,23730 | 0,51027 | 0,00071 |
| 27,55 | 8,249868634 | 7,73128 | 8,29020 | 0,51859 | -0,04033 |
| 28,47 | 8,252288263 | 7,76487 | 8,30580 | 0,48742 | -0,05351 |
| 29,47 | 8,244383999 | 7,77061 | 8,32190 | 0,47377 | -0,07752 |
| 30,31 | 8,255790669 | 7,77376 | 8,33490 | 0,48203 | -0,07911 |

## Lampiran 3

## Nelson siegel

```
t=[0.12; 0.95; 1.62; 3.70; 2.53; 7.04; 4.70; 7.62; 8.62; 5.87; 12.88; 4.79; 9.79;
11.88; 13.71; 8.70; 10.88; 23.55; 9.70; 14.30; 4.87; 24.72; 0.53; 16.79; 7.70;
17.71; 2.87; 12.88; 27.55; 18.63; 13.54; 3.45; 8.54; 28.47; 9.54; 14.54; 19.55;
4.53; 30.31; 20.38; 5.45; 10.37; 15.38; 1.78; 4.79; 1.87; 3.21; 16.38; 11.21; 6.37;
22.30; 0.95; 1.95; 2.95; 4.29; 8.21; 13.21; 23.30; 29.47; 6.87; 0.41; 0.33; 0.19;
0.04; 0.37; 0.30; 0.23; 0.15; 0.11; 0.19; 0.03; 0.09; 0.21; 0.29; 0.36; 0.44; 0.51;
0.59; 0.67; 0.74; 0.86; 0.93; 0.31; 1.88; 2.32; 1.15; 1.48; 2.06; 2.39; 2.98; 3.32;
3.90; 4.23; 4.73; 4.81; 5.81; 6.15; 6.73];

y=[4.976387233; 6.025943492; 6.40951533; 6.843739792; 6.666161246;
7.296491373; 6.974162774; 7.375949876; 7.506274851; 7.133258312;
7.919651586; 6.985410908; 7.64389101; 7.844223417; 7.973135789;
7.51652053; 7.755724192; 8.230341449; 7.634474981; 8.006509082;
6.99670902; 8.238012272; 5.609558769; 8.112821119; 7.387009452;
8.092691885; 6.725471796; 7.919651587; 8.249868634; 8.162972454;
7.962994407; 6.810468833; 7.49560611; 8.252288263; 7.496421973;
8.019430936; 8.181566579; 6.952167339; 8.255790669; 8.104026387;
7.075311007; 7.70592297; 8.169257562; 6.97239456; 7.58541091; 6.814818673;
7.326132198; 8.281445996; 7.986812382; 7.302902263; 8.329527422;
6.68894175; 7.459962698; 7.942526573; 7.420352145; 7.763560271;
8.34213533; 8.218461262; 8.244383999; 7.263301367; 5.455991413;
5.341288079; 5.105608549; 4.814991093; 5.397843596; 5.295245685;
5.171347037; 5.03222031; 4.955649823; 5.100812389; 4.803737592;
4.918790355; 5.134101882; 5.278143059; 5.381913926; 5.486003595;
5.582393474; 5.674824038; 5.763091215; 5.841668141; 5.948396546;
6.012795891; 7.275082508; 7.087415984; 7.058025188; 7.205769037;
7.250574269; 6.843932832; 7.205769037; 7.250574269; 6.843932832;
7.205769037; 7.250574269; 7.250574269; 6.843932832; 6.843932832;
7.205769037; 7.250574269];

b1=1; b2=1; b3=1; b4=1;

c=[b1; b2; b3; b4];

n=size(t,1); iter=0;dcnorm=1.;

while dcnorm>1E-6 & iter<100

f=b1+((b2+b3).*(b4./t).*(1-exp(-t./b4)))-(b3.*exp(-t./b4))-y;

j1=ones(n,1);

j2=(b4-(b4.*exp(-t./b4)))./t;
```

```
j3=((b4-(b4.*exp(-t./b4)))./t )-(exp(-t./b4));

j4=((b2+b3).*((1./t)-((exp(-t./b4)).*((1./b4)+(1./t)))))-(b3.*(t./(b4.^2)).*(exp(-t./b4)));

j=[j1 j2 j3 j4];

dc=-j\f; c=c+dc

dcnorm=norm(dc); iter=iter+1;

b1=c(1); b2=c(2); b3=c(3); b4=c(4);

end

c =

    8.1082

   -2.9484

   -0.3168

    0.9915

c =

    8.0547

   -3.0914

    0.1163

    0.9915

c =

    8.0547

   -3.0914

    0.1163

    0.9915
```

**Lampiran 4**

**Simple polynomial function**

```
t=[0.12; 0.95; 1.62; 3.70; 2.53; 7.04; 4.70; 7.62; 8.62; 5.87; 12.88; 4.79; 9.79;
11.88; 13.71; 8.70; 10.88; 23.55; 9.70; 14.30; 4.87; 24.72; 0.53; 16.79; 7.70;
17.71; 2.87; 12.88; 27.55; 18.63; 13.54; 3.45; 8.54; 28.47; 9.54; 14.54; 19.55;
4.53; 30.31; 20.38; 5.45; 10.37; 15.38; 1.78; 4.79; 1.87; 3.21; 16.38; 11.21; 6.37;
22.30; 0.95; 1.95; 2.95; 4.29; 8.21; 13.21; 23.30; 29.47; 6.87; 0.41; 0.33; 0.19;
0.04; 0.37; 0.30; 0.23; 0.15; 0.11; 0.19; 0.03; 0.09; 0.21; 0.29; 0.36; 0.44; 0.51;
0.59; 0.67; 0.74; 0.86; 0.93; 0.31; 1.88; 2.32; 1.15; 1.48; 2.06; 2.39; 2.98; 3.32;
3.90; 4.23; 4.73; 4.81; 5.81; 6.15; 6.73];

y=[4.976387233; 6.025943492; 6.40951533; 6.843739792; 6.666161246;
7.296491373; 6.974162774; 7.375949876; 7.506274851; 7.133258312;
7.919651586; 6.985410908; 7.64389101; 7.844223417; 7.973135789;
7.51652053; 7.755724192; 8.230341449; 7.634474981; 8.006509082;
6.99670902; 8.238012272; 5.609558769; 8.112821119; 7.387009452;
8.092691885; 6.725471796; 7.919651587; 8.249868634; 8.162972454;
7.962994407; 6.810468833; 7.49560611; 8.252288263; 7.496421973;
8.019430936; 8.181566579; 6.952167339; 8.255790669; 8.104026387;
7.075311007; 7.70592297; 8.169257562; 6.97239456; 7.58541091; 6.814818673;
7.326132198; 8.281445996; 7.986812382; 7.302902263; 8.329527422;
6.68894175; 7.459962698; 7.942526573; 7.420352145; 7.763560271;
8.34213533; 8.218461262; 8.244383999; 7.263301367; 5.455991413;
5.341288079; 5.105608549; 4.814991093; 5.397843596; 5.295245685;
5.171347037; 5.03222031; 4.955649823; 5.100812389; 4.803737592;
4.918790355; 5.134101882; 5.278143059; 5.381913926; 5.486003595;
5.582393474; 5.674824038; 5.763091215; 5.841668141; 5.948396546;
6.012795891; 7.275082508; 7.087415984; 7.058025188; 7.205769037;
7.250574269; 6.843932832; 7.205769037; 7.250574269; 6.843932832;
7.205769037; 7.250574269; 7.250574269; 6.843932832; 6.843932832;
7.205769037; 7.250574269];

b1=1; b2=1; b3=1; b4=1;

c=[b1; b2; b3; b4];

n=size(t,1); iter=0;dcnorm=1.;

while dcnorm>1E-6 & iter<100

f=((b1.*t)+(b2.*(t.^(-1)))+(b3.*(log(t)/log(exp(1))))+(b4)-(y));

j1=t;  j2=t.^(-1);  j3=log(t)/log(exp(1));  j4=ones(n,1);

j=[j1 j2 j3 j4];
```

```
dc=-j\f; c=c+dc
dcnorm=norm(dc); iter=iter+1;
b1=c(1); b2=c(2); b3=c(3); b4=c(4);
end
```

```
c =
   -0.0073
    0.0277
    0.6809
    6.2335
c =
   -0.0073
    0.0277
    0.6809
    6.2335
```