

**PENYELESAIAN PEMROGRAMAN NONLINEAR  
DENGAN PENDEKATAN *SEPARABLE PROGRAMMING*  
UNTUK PRODUKSI BAKPIA ENY**

**SKRIPSI**

Diajukan Kepada  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta  
Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains



Oleh:

Lina Febriani

NIM. 10305141007

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA  
2015**

**PERSETUJUAN**

Skripsi yang berjudul

**PENYELESAIAN PEMROGRAMAN NONLINEAR  
DENGAN PENDEKATAN *SEPARABLE PROGRAMMING*  
UNTUK PRODUKSI BAKPIA ENY**

Oleh:

Lina Febriani

NIM. 10305141007

Telah disetujui pada tanggal 22 Desember 2014  
untuk diujikan di hadapan Dewan Penguji Skripsi  
Program Studi Matematika  
Jurusan Pendidikan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta

Menyetujui

Dosen Pembimbing I



Eminugroho Ratna Sari, M.Sc

NIP. 198504142009122003

Dosen Pembimbing II



Himmawati Puji Lestari, M.Si

NIP. 197501102000122001

## PENGESAHAN

### SKRIPSI YANG BERJUDUL

### “PENYELESAIAN PEMROGRAMAN NONLINEAR DENGAN PENDEKATAN *SEPARABLE PROGRAMMING* UNTUK PRODUKSI BAKPIA ENY”

Yang disusun oleh:

Nama : Lina Febriani

NIM : 10305141007

Prodi : Matematika

Skripsi ini telah diujikan di depan Dewan Penguji Skripsi pada tanggal 2 Januari 2015 dan dinyatakan LULUS

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
<u>Eminugroho R. S, M.Sc</u> NIP. 198504142009122003	Ketua Penguji		21/1/15
<u>Himmawati Puji L, M.Si</u> NIP. 197501102000122001	Sekretaris Penguji		21/1/15
<u>Sahid, M.Sc</u> NIP. 196509051991011001	Penguji Utama		21/1/15
<u>Emut, M.Si</u> NIP. 196212151988121001	Penguji Pendamping		13/1/15

Yogyakarta, 22 Januari 2015  
Fakultas Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta



Dekan,  
**Dr. Hartono**

NIP. 196203291987021002

## PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Lina Febriani  
NIM : 10305141007  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Judul : PENYELESAIAN PEMROGRAMAN NONLINEAR  
DENGAN PENDEKATAN *SEPARABLE*  
*PROGRAMMING* UNTUK PRODUKSI BAKPIA ENY

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya, tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di Perguruan Tinggi lain kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan. Apabila ternyata terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggungjawab saya.

Yogyakarta, Desember 2014

Yang menyatakan



Lina Febriani

NIM. 10305141007

## MOTTO

**Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang  
kamu dustakan?  
(QS Ar – Rahman 16)**

**Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan  
(QS. Al Inshirah :6)**

**Nothing is impossible with *Allah***

## PERSEMBAHAN

*Kupersembahkan karya sederhana ini untuk  
Kedua Orang tuaku yang senantiasa mendoakan ku disetiap doa..  
menyayangi dan sabar..tak pernah meninggalkan ku dan  
selalu memberikan semangat yang tiadabatasnya..  
Betapa semangatku selalu berkobar tiap mengingat kalian..  
dan untuk kakak adikku yang selalu menyayangi, mendoakan dan tak pernah lelah  
menyemangati..Kalian sungguh Istimewa..*

*Sahabatku Mita, Windi yang selalu memberi motivasi untuk tetap semangat dalam  
pengerjaan karya ini dan menemaniku dalam susah ataupun senang..*

*Teman-teman terdekatku “Rumi, Bayu, Nanang, Puji, Aria, Likha, Ratna, Candra,  
Dimas, Ikhfan, Meita, Nazil dan Depik”, teman-teman MATSUB 10’  
dan teman-teman kost “Komojoyo 14C” dengan canda, tawa, serta  
kebersamaannya  
dan selalu memberi motivasi untuk tetap semangat dalam pengerjaan karya ini  
dan memberikan solusi-solusi dalam pengerjaan karya ini..  
Sungguh saya beruntung memiliki dan berada di sekitar kalian..*

*Ibu Emi dan Ibu Himma selaku dosen pembimbingku yang dengan sabar  
membantu dan menyemangati ku dalam perjalanan membuat karya ini.*

*Dan kamu, dia dan mereka yang tak cukup rasanya jika ku sebutkan satu-  
persatu..*

**PENYELESAIAN PEMROGRAMAN NONLINEAR  
DENGAN PENDEKATAN *SEPARABLE PROGRAMMING*  
UNTUK PRODUKSI BAKPIA ENY**

**Oleh:  
Lina Febriani  
NIM. 10305141007**

**ABSTRAK**

Optimasi dapat didefinisikan sebagai proses menemukan kondisi dimana fungsi mencapai nilai maksimum atau minimum. Masalah optimasi dapat diterapkan dalam masalah nyata. Permasalahan yang dihadapi manusia seringkali merupakan masalah nonlinear, antara lain masalah mengoptimalkan produksi. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan langkah penyelesaian masalah pemrograman nonlinear dan penerapannya dalam penetapan jumlah produksi optimal bakpia di Bakpia Eny dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

*Separable programming* merupakan suatu pendekatan yang digunakan dalam masalah pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. Selanjutnya, masalah *separable programming* diselesaikan dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong (*piecewise linear function*) menggunakan formulasi delta ( $\delta$ ) atau formulasi lambda ( $\lambda$ ).

Langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dengan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda adalah memodelkan suatu masalah, mentransformasi fungsi nonlinear menjadi fungsi linear, membentuk masalah AP, membentuk masalah LAP, dan mencari solusi. Model untuk masalah pemrograman nonlinear penetapan jumlah produksi optimal di Bakpia Eny untuk bulan Agustus, September dan Oktober dengan biaya seminimal mungkin diselesaikan menggunakan pendekatan *separable programming* dengan formulasi delta dan formulasi lambda diperoleh solusi bahwa Bakpia Eny harus memproduksi 2500 kardus bakpia pada bulan Agustus, 3000 kardus bakpia pada bulan September dan 3500 kardus bakpia pada bulan Oktober dengan biaya sebesar Rp 54.973.710,8.

Kata kunci: Pemrograman Nonlinear, *Separable Programming*, Fungsi Linear Sepotong-sepotong, Formulasi Delta, Formulasi Lambda

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penyelesaian Pemrograman Nonlinear dengan Pendekatan *Separable Programming* untuk Produksi Bakpia Eny”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.

Penulis menyadari bahwa tanpa bantuan dan dorongan dari berbagai pihak, skripsi ini tidak akan terwujud. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Hartono selaku Dekan FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta atas izin yang telah diberikan untuk melakukan penelitian,
2. Bapak Dr. Sugiman selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika atas izin kepada penulis untuk menyusun skripsi dan memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik,
3. Bapak Dr. Agus Maman Abadi selaku Ketua Program Studi Matematika sekaligus Penasehat Akademik yang telah memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik,
4. Ibu Eminugroho Ratna S, M.Sc selaku Dosen Pembimbing Utama yang telah membimbing, membantu, dan memberikan arahan serta masukan yang sangat membangun,
5. Ibu Himmawati Puji Lestari, M.Si selaku Dosen Pembimbing Pendamping yang telah membimbing, membantu, dan memberikan arahan serta masukan yang sangat membangun,
6. Seluruh dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang telah mengajarkan ilmunya selama kuliah,
7. Semua pihak yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Semoga bantuan dan dorongan yang telah diberikan menjadi amanah dan diridhoi Allah SWT. Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penyusunan skripsi ini, oleh karena itu saran dan masukan sangat terbuka lebar. Penulis berharap karya ini dapat bermanfaat bagi kepentingan pendidikan pada khususnya dan dunia keilmuan pada umumnya.

Yogyakarta, September 2014

Penulis



Lina Febriani

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN.....</b>	<b>iii</b>
<b>SURAT PERNYATAAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN MOTTO .....</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>vii</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xiv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
A. Latar Belakang .....	1
B. Batasan Masalah.....	4
C. Rumusan Masalah .....	4
D. Tujuan Penelitian .....	5
E. Manfaat Penelitian .....	5
<b>BAB II LANDASAN TEORI .....</b>	<b>7</b>
A. Pemrograman Linear .....	7
B. Pemrograman Nonlinear .....	11
C. <i>Separable Programming</i> .....	16
1. Pengertian <i>Separable Programming</i> .....	16
2. Hampiran Fungsi Linear Sepotong-sepotong.....	17
a. Formulasi Delta .....	19
b. Formulasi Lambda .....	22
3. WinQSB .....	25
4. Contoh <i>Separable Programming</i> .....	26

a. Formulasi Delta .....	27
b. Formulasi Lambda .....	30
5. Analisis Regresi .....	33
6. GeoGebra .....	33
<b>BAB III PEMBAHASAN .....</b>	<b>34</b>
A. Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan <i>Separable Programming</i> .....	34
1. Memodelkan Suatu Masalah .....	35
2. Mentransformasi Fungsi Nonlinear Menjadi Fungsi Linear .....	36
3. Membentuk Masalah AP .....	36
4. Membentuk Masalah LAP .....	36
5. Mencari Solusi .....	36
B. Penerapan Model pada Jumlah Produksi Bakpia .....	38
1. Model Nonlinear Penetapan Jumlah Produksi Bakpia Optimal .....	38
2. Mentransformasi Fungsi Nonlinear Menjadi Fungsi Linear .....	44
a. Formulasi Delta .....	45
b. Formulasi Lambda .....	45
3. Membentuk Masalah AP .....	46
a. Formulasi Delta .....	46
b. Formulasi Lambda .....	47
4. Membentuk Masalah LAP .....	49
a. Formulasi Delta .....	49
b. Formulasi Lambda .....	53
5. Mencari Solusi .....	56
a. Formulasi Delta .....	56
b. Formulasi Lambda .....	58
<b>BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN.....</b>	<b>61</b>
A. Kesimpulan .....	61
B. Saran.....	62
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>63</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>65</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Biaya Produksi pada Bulan Februari Sampai Juli 2014.....	39
Tabel 3.2 Nilai Fungsi Tujuan .....	60

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Kurva harga permintaan.....	15
Gambar 2.2	Fungsi keuntungan .....	15
Gambar 2.3	Fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan sedikit titik kisi .....	19
Gambar 2.4	Fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan formulasi delta .....	20
Gambar 2.5	Fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan formulasi lambda .....	23
Gambar 2.6	Penyelesaian dengan <i>software</i> WinQSB .....	27
Gambar 3.1	Bagan penyelesaian pemrograman nonlinear menggunakan pendekatan <i>separable programming</i> dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi delta dan formulasi lambda .....	37
Gambar 3.2	Output regresi dari biaya produksi perbulan bakpia pada bulan Februari sampai Juli 2014 di industri Bakpia Eny .....	40

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran I	Surat pernyataan pemilik Bakpia Eny .....	65
Lampiran II	Langkah-langkah mencari analisis regresi dengan menggunakan <i>software</i> Geogebra urva harga permintaan .....	66
Lampiran III	Nilai untuk $f_j(x_{vj})$ , $\Delta x_{vj}$ dan $\Delta f_{vj}$ dengan titik kisi $x_{vj}$ .....	68
Lampiran IV	Nilai untuk $g_{ij}(x_{vj})$ , $\Delta x_{vj}$ dan $\Delta g_{i,vj}$ dengan titik kisi $x_{vj}$ .....	69
Lampiran V	Langkah-langkah penyelesaian model nonlinear menggunakan <i>software</i> WinQSB .....	70
Lampiran VI	Nilai untuk $f_j(x_{vj})$ , $\Delta x_{vj}$ , $\Delta f_{vj}$ , $g_{ij}(x_{vj})$ dan $\Delta g_{i,vj}$ dengan titik kisi $x_{vj}$ .....	72
Lampiran VII	Output <i>software</i> WinQSB untuk formulasi delta .....	81
Lampiran VIII	Output <i>software</i> WinQSB untuk formulasi lambda .....	90

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Optimasi dapat didefinisikan sebagai proses menemukan kondisi dimana fungsi mencapai nilai maksimum atau minimum (Rao, 2009:1). Terdapat dua bentuk optimasi, yaitu fungsi dengan kendala dan fungsi tanpa kendala (Susanta, 1994:1). Optimasi fungsi dengan kendala lebih sering ditemukan dalam masalah kehidupan sehari-hari yang mensyaratkan beberapa kondisi untuk diperoleh suatu solusi optimal.

Masalah optimasi dapat diselesaikan dengan pemrograman linear ataupun nonlinear. Seiring dengan perkembangan jaman, maka permasalahan yang dihadapi manusia seringkali merupakan masalah nonlinear. Suatu permasalahan optimasi disebut nonlinear jika fungsi tujuan dan kendalanya mempunyai bentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya. Bentuk masalah nonlinear dapat diselesaikan dengan beberapa cara, diantaranya *Lagrange multiplier*, pendekatan kondisi *Karush-Kuhn-Tucker*, *quadratic programming*, *separable programming*.

*Separable programming* merupakan suatu pendekatan yang digunakan dalam masalah pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. *Separable programming* berkaitan dengan penjumlahan fungsi yang berbentuk nonlinear, yang selanjutnya dipisahkan menjadi fungsi dengan satu variabel. *Separable programming* dapat diselesaikan dengan hampiran *piecewise linear function* (fungsi linear sepotong-sepotong) pada setiap fungsi tujuan dan fungsi kendalanya, selain itu dapat juga

menggunakan metode lain seperti metode *cutting plane*, pemrograman dinamik dan lain-lain. Keakuratan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dipengaruhi oleh banyaknya titik partisi/titik kisi. Pada dasarnya, titik partisi/titik kisi merupakan titik yang membagi sesuatu menjadi bagian yang sekecil mungkin. Jika titik kisi bertambah, maka variabel pada masalah hampiran pemrograman linear akan bertambah (Bazaraa, 2006:694).

Cara untuk menformulasikan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong, yaitu dengan formulasi lambda dan formulasi delta (Bazaraa, 2006:685). Perbedaan antara formulasi lambda dan formulasi delta berada pada titik kisi. Formulasi delta merupakan formulasi hampiran untuk setiap interval di antara titik kisi dengan menggunakan variabel  $\delta$ , sedangkan formulasi lambda merupakan formulasi hampiran untuk setiap titik kisi dengan menggunakan variabel  $\lambda$ .

Beberapa penelitian mengenai *separable programming* pernah dibahas oleh Desi Mariani (2003), Rince Putri (2009), Budi Marpaung (2012), Jain (2012) dan Rini Nurcahyani (2014). Dalam penelitian Desi Mariani (2003) membahas penyelesaian masalah *separable programming* yang diselesaikan dengan metode simpleks. Rince Putri (2009) membahas tentang penggunaan *separable programming* untuk menangani masalah-masalah nonlinear berkendala yang selanjutnya diselesaikan menggunakan bantuan software LINDO 6.1. Budi Marpaung (2012) membahas tentang perbandingan pendekatan *separable programming* dengan *the Karush-Kuhn-Tucker conditions* dalam pemecahan masalah nonlinear yang menyimpulkan bahwa keduanya dapat memberikan solusi optimal yang sama dan hasilnya akan semakin baik jika jumlah titik kisinya

ditambah. Jain (2012) membahas tentang teknik eliminasi Gauss pada penyelesaian *separable programming* yang menyimpulkan bahwa teknik tersebut membutuhkan sedikit waktu dalam perhitungan dan lebih sederhana daripada dengan metode simpleks. Selanjutnya penelitian Rini Nurcahyani (2014) diaplikasikan dalam masalah nyata investasi saham, yaitu membahas tentang penyelesaian masalah nonlinear menggunakan *separable programming* pada portofolio optimal.

Selain diaplikasikan dalam masalah investasi saham, *separable programming* juga dapat diaplikasikan dalam masalah optimasi produksi suatu perusahaan. Misalnya pengoptimalan produksi bakpia. Yogyakarta terkenal sebagai kota tujuan wisata. Minat wisatawan untuk berkunjung ke Yogyakarta meningkat 5,87% setiap tahunnya, baik itu wisatawan domestik maupun mancanegara (BPS, 2013). Sebagai daerah tujuan wisata, Yogyakarta memiliki beragam budaya, kesenian dan makanan khas yang dijadikan sebagai oleh-oleh. Hal tersebut menjadi peluang bagi industri kecil untuk mengembangkan usahanya di bidang produksi oleh-oleh khas Yogyakarta. Salah satu makanan khas Yogyakarta yang menjadi pilihan wisatawan untuk oleh-oleh yaitu Bakpia Pathok.

Disebut bakpia Pathok karena Pathok merupakan nama daerah industri bakpia terbesar di Yogyakarta. Setiap industri bakpia pathok mempunyai merk dagang sendiri-sendiri. Salah satu merk dagang industri bakpia pathok yaitu "Bakpia Eny". Bakpia Eny merupakan salah satu tempat industri kecil penghasil bakpia yang berada di kampung Sanggrahan, Pathok, Yogyakarta. Bakpia Eny menjadi salah satu tempat yang dituju wisatawan yang berkunjung ke Yogyakarta

untuk membeli bakpia. Bakpia Eny juga menjadi supplier bagi supermarket maupun toko oleh-oleh. Bakpia Eny dalam proses produksinya masih mengalami kendala dalam penetapan jumlah produksi bakpia agar biaya yang dikeluarkan seminimal mungkin.

Skripsi ini membahas langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dan penerapannya dalam penetapan jumlah produksi optimal bakpia di Bakpia Eny dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda. Untuk memudahkan proses pencarian solusi optimal pada *separable programming* digunakan software WinQSB.

## **B. Batasan Masalah**

Batasan masalah diperlukan untuk menjaga agar topik yang dibahas tetap berada dalam tema. Penulisan skripsi ini membahas langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dan penerapannya dalam penetapan jumlah produksi optimal bakpia di Bakpia Eny untuk 3 bulan berikutnya dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

## **C. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang dan pembatasan masalah diatas dapat ditentukan rumusan masalah sebagai berikut

1. Bagaimana langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda?

2. Bagaimana menerapkan masalah pemrograman nonlinear dalam penetapan jumlah produksi optimal bakpia di Bakpia Eny dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda?

#### **D. Tujuan Penelitian**

Sesuai dengan rumusan masalah diatas maka tujuan dari penulisan skripsi adalah sebagai berikut

1. Mendeskripsikan langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.
2. Menerapkan masalah pemrograman nonlinear dalam penetapan jumlah produksi optimal bakpia di Bakpia Eny dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

#### **E. Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah

1. Bagi Penulis
  - a. Menambah pengetahuan penulis mengenai penyelesaian masalah pemrograman nonlinear pada penetapan jumlah produksi optimal dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.
  - b. Menambah pengetahuan penulis mengenai langkah penyelesaian masalah pemrograman nonlinear pada penetapan jumlah produksi optimal dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

## 2. Bagi Jurusan Pendidikan Matematika

Menambah pengetahuan dan referensi untuk penyelesaian masalah pemrograman nonlinear pada penetapan jumlah produksi optimal dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

## 3. Bagi Pembaca

Memberikan metode alternatif bagi pembaca untuk menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear pada pengoptimalan jumlah produksi dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

## 4. Bagi Bakpia Eny

Menambah pengetahuan dalam menentukan jumlah barang yang akan diproduksi agar optimal dengan biaya yang minimum dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORI**

Pembahasan pada bagian ini akan menjadi dasar teori yang akan digunakan untuk membahas bab berikutnya. Dasar teori yang dibahas pada bab ini adalah pemrograman linear, pemrograman nonlinear, *separable programming*, hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi delta dan formulasi lambda.

#### **A. Pemrograman Linear**

Keinginan untuk mendapatkan keuntungan dalam melakukan sebuah usaha mendasari berkembangnya ilmu mengenai pemrograman linear. Kebanyakan manusia menginginkan usaha yang memperoleh hasil yang optimum dengan modal sekecil-kecilnya. Riset operasi merupakan bagian ilmu matematika yang digunakan untuk membahas masalah-masalah rumit yang muncul dalam kehidupan manusia. Penerapan riset operasi digunakan untuk menjadikan sumber daya yang langka diantara berbagai kegiatan menjadi lebih efektif dan efisien. Sumber daya dapat berupa mesin, peralatan, tenaga kerja, bahan mentah, waktu, dan biaya.

Pada dasarnya, pemrograman linear adalah salah satu teknik riset operasi untuk memecahkan masalah dalam mengalokasikan sumber daya yang di antara berbagai kegiatan seoptimal mungkin. Pemrograman linear dapat diterapkan dalam masalah bisnis, ekonomi, industri, militer, sosial, teknik, dan lain-lain. Pada dasarnya model pemrograman linier terdiri atas sebuah fungsi tujuan dan beberapa fungsi batasan/kendala (*constraint*). Fungsi tujuan merupakan suatu

persamaan yang berbentuk linear. Fungsi kendala merupakan persediaan sumber-sumber yang langka yang berkaitan dengan fungsi tujuan. Berikut diberikan definisi fungsi, fungsi linear dan pertidaksamaan linear.

**Definisi 2.1.** *Fungsi (Purcell, 1987:48)*

*Sebuah fungsi  $f$  adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan setiap obyek  $x$  dalam satu himpunan yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai tunggal  $f(x)$  dari himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil fungsi tersebut.*

**Definisi 2.2.** *Fungsi Linear (Winston, 2004:52)*

*Fungsi  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  merupakan fungsi linear jika dan hanya jika fungsi  $f$  dapat dituliskan  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ , dengan  $c_1, c_2, \dots, c_n$  merupakan konstanta.*

### **Contoh 2.1**

Fungsi berikut merupakan fungsi linear:

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 + 4x_3$$

**Definisi 2.3.** *Fungsi Pertidaksamaan Linear (Winston, 2004:52)*

*Untuk sembarang fungsi linear  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  dan sembarang bilangan  $b$ , pertidaksamaan  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$  dan  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$  merupakan fungsi pertidaksamaan linear.*

### **Contoh 2.2**

Fungsi berikut merupakan fungsi pertidaksamaan linear:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 3$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \geq 3$$

Masalah pemrograman linear pada dasarnya memiliki ketentuan-ketentuan berikut ini (Winston, 2004:53)

1. Masalah pemrograman linear berkaitan dengan upaya memaksimumkan (pada umumnya keuntungan) atau meminimumkan (pada umumnya biaya) yang disebut sebagai fungsi tujuan dari pemrograman linear. Fungsi tujuan ini terdiri dari variabel-variabel keputusan.
2. Terdapat kendala-kendala atau keterbatasan, yang membatasi pencapaian tujuan yang dirumuskan dalam pemrograman linear. Kendala-kendala ini dirumuskan dalam fungsi-fungsi kendala yang terdiri dari variabel-variabel keputusan yang menggunakan sumber-sumber daya yang terbatas itu.
3. Ada pembatasan tanda untuk setiap variabel dalam masalah ini. Untuk sembarang  $x_i$ , pembatasan tanda menentukan  $x_i$  harus non negatif ( $x_i \geq 0$ ) atau tidak dibatasi tandanya (*unrestricted in sign*).
4. Memiliki sifat linearitas. Sifat ini berlaku untuk semua fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala.

Pemrograman linear merupakan salah satu teknik/metode riset operasi yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan dengan memaksimumkan atau meminimumkan suatu bentuk fungsi objektif atau fungsi tujuan dengan kendala-kendala berupa fungsi yang linear, permasalahan tersebut sering disebut sebagai masalah optimasi (Rao, 2009:119).

**Definisi 2.4** Pemrograman Linear (Susanta, 1994:6)

Diberikan fungsi  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  merupakan fungsi linear,  $x_j$  merupakan variabel keputusan ke- $j$ ,  $c_j$  dan  $a_{ij}$  merupakan konstanta-konstanta yang diketahui,  $b_m$  merupakan nilai ruas kanan dari persamaan kendala ke- $m$  yang menunjukkan nilai syarat kendala tersebut, untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, m$  (indeks untuk jumlah variabel kendala) dan  $j = 1, 2, \dots, n$  (indeks untuk jumlah variabel keputusan). Masalah pemrograman linear didefinisikan sebagai berikut

Memaksimalkan/meminimalkan

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.1)$$

terhadap kendala

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1 \quad (2.2a)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2 \quad (2.2b)$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m \quad (2.2c)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.2d)$$

Masalah pemrograman linear (2.5)- (2.6) dapat ditulis ulang sebagai berikut

Memaksimumkan/meminimumkan

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.3)$$

dengan kendala

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i, \forall i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.4a)$$

$$x_j \geq 0, \forall j, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.4b)$$

Fungsi  $f(x)$  pada definisi pemrograman linear merupakan suatu fungsi tujuan yang akan dicapai atau dioptimalkan. Selanjutnya, persamaan atau

pertidaksamaan yang merepresentasikan keterbatasan atau keberadaan kendala yang membatasi pencapaian fungsi tujuan dinamakan fungsi kendala. Untuk  $m$  kendala pertama disebut kendala utama atau fungsional dan syarat bahwa nilai variabel keputusan harus lebih dari atau sama dengan ( $x_j \geq 0$ ) dinamakan kendala-kendala tidak negatif. Setiap kendala dapat berbentuk kendala pertidaksamaan atau persamaan. Fungsi-fungsi kendala dapat bertanda sama dengan ( $=$ ), lebih kecil atau sama dengan ( $\leq$ ), lebih besar atau sama dengan ( $\geq$ ), atau kombinasi di antaranya (sebagian fungsi kendala bertanda  $\leq$  dan sebagian lainnya bertanda  $\geq$ ). Pemrograman linear pada masalah optimasi diperkenalkan pertama kali pada tahun 1930an oleh seorang ahli ekonomi pada saat mengembangkan metode untuk mengalokasikan sumber daya agar optimal. Penyelesaian masalah pemrograman linear dapat dilakukan dengan metode aljabar, metode grafik, metode simpleks atau dengan menggunakan perangkat lunak (*software*) komputer.

## **B. Pemrograman Nonlinear**

Masalah optimasi (memaksimumkan atau meminimumkan) merupakan masalah yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalnya permasalahan ekonomi yaitu masalah memaksimumkan keuntungan suatu produksi, dengan biaya produksi yang seminimal mungkin. Pada kenyataannya fungsi-fungsi yang terlibat dalam permasalahan tersebut tidak selalu linear.

Suatu fungsi dikatakan nonlinear jika terdapat perkalian antara variabel bebas dengan dirinya sendiri atau dengan variabel bebas yang lain. Fungsi nonlinear dapat berupa fungsi kuadrat, fungsi eksponen, fungsi logaritma, fungsi

pecahan dan lain-lain. Oleh karena itu dibutuhkan Pemrograman nonlinear untuk menjawab permasalahan tersebut.

### Contoh 2.3

Fungsi berikut merupakan fungsi nonlinear:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2$$

$$f(x_1, x_2, ) = x_1^2 x_2$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1} + 2x_2 - 3x_3$$

Pemrograman nonlinear merupakan salah satu teknik riset operasi untuk memecahkan permasalahan optimasi dengan menggunakan persamaan dan pertidaksamaan nonlinear untuk mencari hasil (*output*) yang optimum dengan memperhatikan sumber-sumber (*input*) yang persediaannya terbatas pada nilai tertentu (Rini Nurcahyani, 2014). Jika suatu permasalahan optimasi yang fungsi tujuan dan kendalanya berbentuk nonlinear pada salah satu atau keduanya, maka permasalahan tersebut disebut nonlinear. Permasalahan optimasi tersebut tidak akan bisa dipecahkan dengan pemrograman linear dimana justru biasanya akan timbul variabel atau fungsi-fungsi baru pada kondisi tertentu dan akan terus berlanjut. Terdapat beberapa hal yang menyebabkan sifat ketidaklinearan. Sebelumnya akan dijelaskan mengenai definisi pemrograman nonlinear.

### Definisi 2.5 Pemrograman Nonlinear (Winston, 2004:619)

Diberikan  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  merupakan fungsi objektif/tujuan dari pemrograman nonlinear, dan  $g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_1, g_2(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq) b_2, \dots, g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_m$  merupakan kendala pemrograman

nonlinear dengan  $b_m$  menunjukkan nilai syarat kendala tersebut. Masalah pemrograman nonlinear didefinisikan sebagai berikut

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.5)$$

dengan kendala

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq, =, \geq) b_1 \quad (2.6a)$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq, =, \geq) b_2 \quad (2.6b)$$

⋮

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq, =, \geq) b_m \quad (2.6c)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.6d)$$

Jika  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq \emptyset$ , maka pemrograman nonlinier tersebut dinamakan pemrograman nonlinier berkendala (*constrained*), dan jika  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \emptyset$ , maka pemrograman tersebut dinamakan pemrograman nonlinier tidak berkendala (*unconstrained*). Batasan-batasan biasanya dinamakan kendala-kendala. Pada  $m$ -kendala pertama dinamakan kendala-kendala fungsional, sedangkan batasan-batasan  $x_1, \dots, x_n \geq 0$  dinamakan kendala-kendala tak-negatif.

Jika terjadi  $m > n$  maka masalah tidak dapat diselesaikan. Akan tetapi untuk dapat menyelesaikannya maka haruslah  $m \leq n$  (banyaknya kendala lebih sedikit atau sama dengan banyaknya variabel). Daerah fisibel untuk pemrograman nonlinear adalah himpunan dari nilai-nilai  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  yang memenuhi sejumlah  $m$ -kendala. Sebuah nilai di dalam daerah fisibel adalah nilai fisibel, dan sebuah nilai di luar daerah fisibel adalah nilai tidak fisibel.

Model pemrograman nonlinear meliputi pengoptimuman suatu kondisi berikut (Sharma S, 2006: 1)

- a. fungsi tujuan nonlinear terhadap kendala linear,
- b. fungsi tujuan nonlinear terhadap kendala nonlinear,
- c. fungsi tujuan nonlinear tidak berkendala.

Misalnya untuk beberapa kasus diketahui bahwa ada keuntungan tetap yang berhubungan dengan setiap jenis produk, sehingga fungsi tujuan yang diperoleh akan berbentuk linear. Terdapat beberapa faktor yang menyebabkan ketidaklinearan dalam fungsi tujuan.

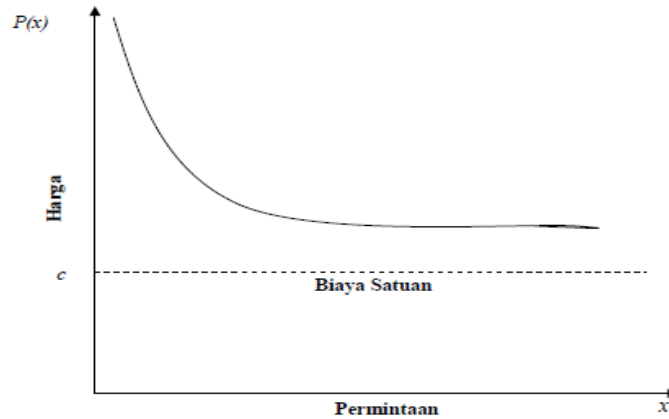
#### **Contoh 2.4**

Dalam suatu perusahaan besar kemungkinan menghadapi *elastisitas harga*, di mana banyaknya barang yang dapat dijual berbanding terbalik dengan harganya. Artinya semakin sedikit produk yang dihasilkan, maka semakin mahal harganya. Jadi kurva harga permintaan akan terlihat seperti kurva dalam Gambar 2.1, di mana  $p(x)$  adalah harga yang ditetapkan agar terjual  $x$  satuan barang. Jika biaya satuan untuk memproduksi barang tersebut adalah konstan yaitu di  $c$ , maka keuntungan perusahaan tersebut dalam memproduksi dan menjual  $x$  satuan barang akan dinyatakan oleh fungsi nonlinear berikut (Frederick S, 2001:655).

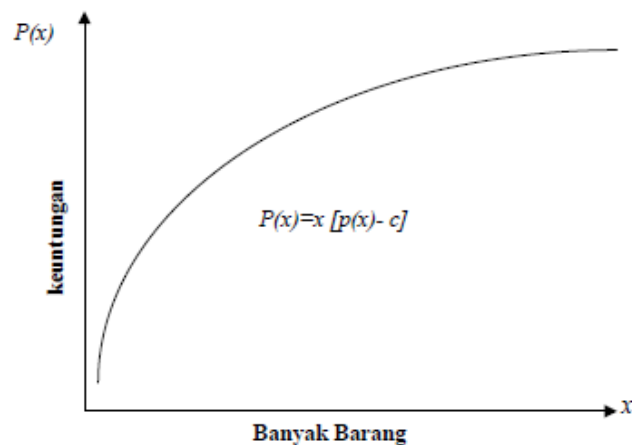
$$P(x) = xp(x) - cx$$

Pada Gambar 2.2 misalkan bila setiap produk dari  $x$  jenis produknya mempunyai fungsi keuntungan yang serupa, didefinisikan  $P_j(x_j)$  untuk produksi dan penjualan  $x_j$  satuan dari produk  $j$  dimana  $(j = 1, 2, \dots, n)$ , maka secara lengkap

fungsi tujuannya yaitu  $f(x) = \sum_{j=1}^n P_j(x_j)$  merupakan penjumlahan dari beberapa fungsi nonlinear.



Gambar 2.1. Kurva harga permintaan



Gambar 2.2. Fungsi keuntungan

Alasan lain yang menyebabkan sifat ketidaklinearan muncul pada fungsi tujuan, disebabkan oleh kenyataan bahwa biaya marginal untuk memproduksi satu satuan barang bergantung pada tingkat produksi. Sebagai contoh, biaya marginal akan turun apabila tingkat produksi naik, sebagai akibat efek dari kurva belajar (*learning curve*). Di lain pihak, biaya marginal dapat saja naik karena dalam

ukuran tertentu, seperti fasilitas lembur atau harga barang mahal, sehingga perlu menaikkan produksi.

Sifat ketidaklinearan dapat juga muncul pada fungsi kendala  $g_i(x)$  dengan cara yang sama.

### **Contoh 2.5**

Apabila terdapat kendala anggaran dalam biaya produksi total, maka fungsi biaya akan menjadi nonlinear jika biaya produksi marginal berubah. Kendala  $g_i(x)$  akan berbentuk nonlinear apabila terdapat penggunaan yang tidak sebanding antara sumber daya dengan tingkat produksi dari masing-masing produk.

Pemrograman nonlinear dapat diselesaikan dengan menggunakan *Lagrange multiplier*, pendekatan kondisi *the Karush-Kuhn-Tucker*, *quadratic programming*, pendekatan *separable programming*, atau dengan menggunakan perangkat lunak (*software*) komputer. Selanjutnya akan dibahas mengenai *separable programming*.

### **C. Separable Programming**

#### **1. Pengertian Separable Programming**

*Separable programming* merupakan suatu pendekatan yang digunakan dalam masalah pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. *Separable programming* berkaitan dengan penjumlahan fungsi yang berbentuk nonlinear, yang selanjutnya dipisahkan menjadi fungsi dengan satu variabel. Misalnya dalam kasus dua variabel fungsi  $f(x, y)$  dipisahkan menjadi  $h(x) + g(y)$ .

**Definisi 2.6 Fungsi Separable (Segal, 1994)**

Fungsi  $n$  variabel  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  dikatakan penjumlahan yang dapat dipisah (*additively separable*) jika dapat ditulis dengan  $f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$  untuk fungsi satu variabel  $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)$ .

Selanjutnya masalah *separable programming* ditulis dengan masalah P, yang didefinisikan sebagai berikut

**Definisi 2.7 Masalah P (Bazaraa, 2006:684)**

Diberikan fungsi  $f_j$  merupakan fungsi tujuan dan  $g_{ij}$  merupakan fungsi kendala dengan  $b_i$  menunjukkan nilai syarat kendala tersebut, dalam hal ini  $x_j$  merupakan variabel bebas. Masalah P didefinisikan sebagai berikut

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \quad (2.7)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) (\leq, =, \geq) b_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.8a)$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.8b)$$

Selanjutnya masalah *separable programming* diselesaikan dengan menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong (*piecewise linear function*). Berikut akan dibahas mengenai hampiran fungsi linear sepotong-sepotong.

## 2. Hampiran fungsi linear sepotong-sepotong

Secara umum, masalah *separable programming* dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *cutting plane*, pemrograman dinamik, hampiran fungsi linear sepotong-sepotong atau dengan metode lain. Keakuratan dari hampiran

fungsi linear sepotong-potong dipengaruhi oleh banyaknya titik kisi. Jika titik kisi bertambah, maka variabel pada masalah hampiran pemrograman linear akan bertambah. Terdapat dua cara untuk memformulasikan fungsi linear sepotong-sepotong, yaitu dengan formulasi lambda ( $\lambda$ ) dan formulasi delta ( $\delta$ ) (Bazaraa, 2006:685). Formulasi lambda merupakan formulasi hampiran untuk setiap titik kisi. Sedangkan formulasi delta merupakan formulasi hampiran untuk setiap interval di antara titik kisi.

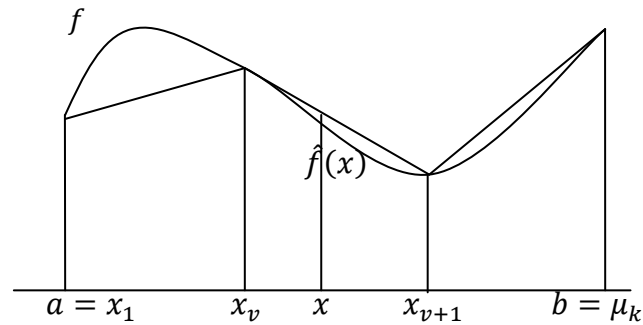
Skripsi ini membahas penyelesaian masalah *separable programming* menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dengan formulasi delta dan formulasi lambda. Sebelum membahas mengenai formulasi delta dan formulasi lambda, akan dibahas terlebih dahulu mengenai ruas garis.

Didefinisikan  $f(x)$  merupakan fungsi nonlinear yang kontinu, dengan  $x$  pada interval  $[a, b]$ . Akan didefinisikan fungsi linear sepotong-sepotong  $\hat{f}$  yang merupakan hampiran dari fungsi  $f$  pada interval  $[a, b]$ . Lebih lanjut interval  $[a, b]$  dipartisi menjadi interval-interval yang lebih kecil, dengan titik partisi/titik kisi (*grid point*)  $a = x_1, x_2, \dots, x_k = b$  seperti pada Gambar 3. Titik-titik kisi ini tidak harus berjarak sama. Untuk itu, berikut diberikan definisi ruas garis untuk menjelaskan hubungan antara dua titik kisi.

**Definisi 2.8** *Ruas Garis (bazaraa, 2006:684)*

Diberikan  $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \in R$ . Himpunan  $S = \{\bar{x} | \bar{x} = \lambda \bar{x}_1 + (1 - \lambda) \bar{x}_2, 0 \leq \lambda \leq 1\}$  disebut ruas garis yang menghubungkan  $\bar{x}_1$  dan  $\bar{x}_2$ .

Gambar 2.3 fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear  $f$  pada interval  $[x_v, x_{v+1}]$  dengan sedikit titik kisi.



Gambar 2.3. Fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan sedikit titik kisi

Misalkan  $x$  merupakan titik kisi pada ruas garis yang menghubungkan  $x_v$  dengan  $x_{v+1}$ , berdasarkan Definisi 2.8  $x$  dapat dituliskan sebagai berikut

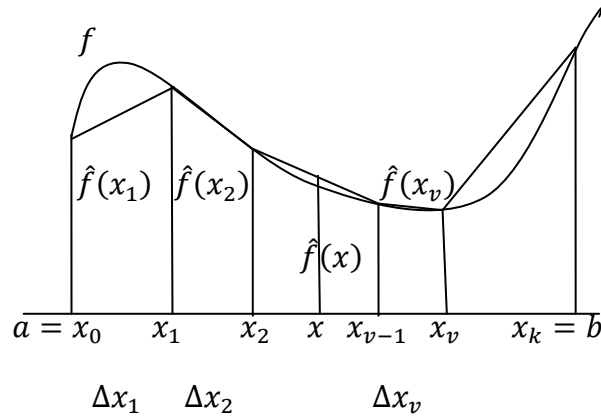
$$x = \lambda x_v + (1 - \lambda)x_{v+1} \text{ untuk } \lambda \in [0,1]. \quad (2.9)$$

Berdasarkan Persamaan (2.9), fungsi  $f(x)$  dapat dihampiri oleh  $\hat{f}(x)$  pada interval  $f(x_v)$  dan  $f(x_{v+1})$  dengan cara berikut

$$\hat{f}(x) = \lambda f(x_v) + (1 - \lambda)f(x_{v+1}) \quad (2.10)$$

#### a. Formulasi Delta

Diperhatikan pada Gambar 2.4, untuk sembarang fungsi  $f$  didefinisikan pada interval  $[a, b]$ . Selanjutnya interval dipartisi menjadi beberapa titik kisi dengan titik kisi  $a = x_0, x_1, \dots, x_k = b$ . Antara  $x_0$  dan  $x_1$  dihampiri oleh  $\hat{f}(x_1)$ ,  $x_1$  dan  $x_2$  dihampiri oleh  $\hat{f}(x_2)$  dan seterusnya sampai antara  $x_{v-1}$  dan  $x_v$  dihampiri oleh  $\hat{f}(x_v)$ . Pada formulasi delta yang digunakan adalah interval antara titik kisi. Titik-titik kisi tidak harus berjarak sama. Semakin banyak titik kisi, maka akan diperoleh hampiran yang lebih baik.



Gambar 2.4. Fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan formulasi delta

Secara umum hampiran linear dari fungsi  $f(\mu)$  untuk titik-titik kisi  $x_0, x_1, \dots, x_k$  didefinisikan sebagai berikut

$$\hat{f}(x) = f(x_0) + \sum_{v=1}^k (\Delta f_v) \delta_v, \Delta f_v = f(x_v) - f(x_{v-1}), 0 \leq \delta \leq 1 \quad (2.11)$$

dengan  $x$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.9) yaitu

$$x = x_0 + \sum_{v=1}^k (\Delta x_v) \delta_v, \Delta x_v = x_v - x_{v-1}, \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, k \quad (2.12)$$

Secara umum, untuk setiap dua titik kisi akan diperoleh satu hampiran sehingga total dari semua hampiran tersebut merupakan hampiran untuk fungsi nonlinear tersebut. Masalah pengoptimuman yang menghampiri masalah P dapat dilakukan dengan mengganti fungsi  $f_i$  dan  $g_{ij}$  yang nonlinear dengan fungsi linear sepotong-sepotong.

Didefinisikan  $L = \{j | f_i \text{ dan } g_{ij} \text{ adalah fungsi linear untuk } i = 1, 2, \dots, m\}$ .

Didefinisikan titik-titik kisi  $x_{vj}$  untuk  $v = 1, 2, \dots, k_j$  pada interval  $[a_j, b_j]$  dengan  $a_j, b_j \geq 0$  untuk setiap  $j \notin L$ .

Berdasarkan Persamaan (2.11) dengan titik-titik kisi  $x_{vj}$  fungsi  $f_j$  dan  $g_{ij}$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m; j \notin L$ , maka diperoleh hampiran-hampiran linearnya yaitu

$$\hat{f}_j(x_j) = f_j(x_{0j}) + \sum_{v=1}^{k_j} (\Delta f_{vj}) \delta_{vj}, \Delta f_{vj} = f_j(x_{vj}) - f_j(x_{(v-1)j}) \quad \text{untuk } j \notin L \quad (2.13)$$

$$\hat{g}_{ij}(x_j) = g_{ij}(x_{0j}) + \sum_{v=1}^{k_j} (\Delta g_{i,vj}) \delta_{vj}, \Delta g_{i,vj} = g_{ij}(x_{vj}) - g_{ij}(x_{(v-1)j})$$

untuk  $(i = 1, 2, \dots, m); j \notin L$

$$(2.14a)$$

$$\text{dengan } 0 \leq \delta_{vj} \leq 1 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, k_j; j \notin L \quad (2.14b)$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.12) yaitu

$$x_j = x_{0j} + \sum_{v=1}^{k_j} (\Delta x_{vj}) \delta_{vj}, \Delta x_{vj} = x_{vj} - x_{(v-1)j} \quad (2.15)$$

Untuk mempermudah penulisan, hampiran masalah P ditulis dengan masalah AP. Berdasarkan Persamaan (2.13-2.14b), masalah AP dapat didefinisikan sebagai berikut ( M.S. Bazaraa, 2006: 686)

### **Masalah AP**

Memaksimumkan/Meminimumkan

$$Z = \sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j) \quad (2.16)$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \notin L} \hat{g}_{ij}(x_j) (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.17a)$$

$$x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j \notin L \quad (2.17b)$$

perhatikan bahwa fungsi tujuan dan fungsi kendala pada masalah AP adalah fungsi linear sepotong-sepotong.

Berdasarkan Persamaan (2.13-2.14b), masalah AP dapat ditulis ulang sebagai masalah LAP yang dituliskan sebagai berikut

**Masalah LAP**

Memksimumkan/Meminimumkan

$$Z = \sum_{j \in L} (f_j(x_{0j}) + \sum_{v=1}^{k_j} (\Delta f_{vj}) \delta_{vj}) \tag{2.18}$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \in L} (g_{ij}(x_{0j}) + \sum_{v=1}^{k_j} (\Delta g_{i,vj}) \delta_{vj}) (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, m) \tag{2.19a}$$

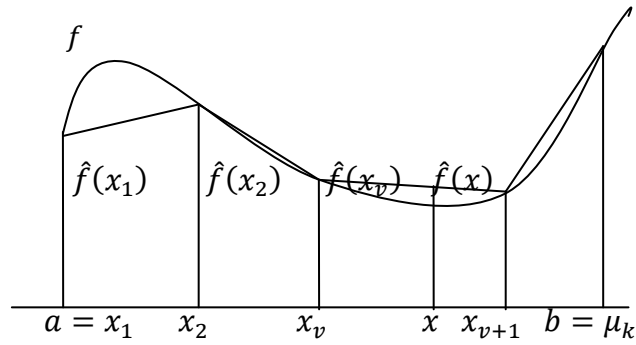
$$0 \leq \delta_{vj} \leq 1 \text{ untuk } v = 1, 2, 3, \dots, k_j ; j \in L \tag{2.19b}$$

Dari fungsi tujuan dan fungsi kendala linear yang diperoleh pada Persamaan (2.18-2.19c) yang disebut sebagai masalah LAP, maka masalah LAP dapat diselesaikan dengan menggunakan simpleks biasa. Selanjutnya akan dibahas mengenai formulasi lambda.

**b. Formulasi Lambda**

Pada pembahasan sebelumnya, formulasi delta merupakan formulasi hampiran untuk setiap interval diantara titik kisi dengan menggunakan variabel  $\delta$ , sedangkan formulasi lambda merupakan formulasi hampiran untuk setiap titik kisi dengan menggunakan variabel  $\lambda$ .

Diperhatikan pada Gambar 2.5, untuk sembarang fungsi  $f$  didefinisikan pada interval  $[a, b]$ . Selanjutnya interval dipartisi menjadi beberapa titik kisi dengan titik kisi  $a = x_1, x_2, \dots, x_k = b$ . Pada  $x_1$  dihampiri oleh  $\hat{f}(x_1)$ ,  $x_2$  dihampiri oleh  $\hat{f}(x_2)$ ,  $x_v$  dihampiri oleh  $\hat{f}(x_v)$  dan seterusnya. Titik-titik kisi tidak harus berjarak sama.



Gambar 2.5 Fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan formulasi lambda

Secara umum hampiran linear dari fungsi  $f(x)$  untuk titik-titik kisi  $x_1, x_2, \dots, x_k$  didefinisikan sebagai berikut

$$\hat{f}(x) = \sum_{v=1}^k f(x_v) \lambda_v, \sum_{v=1}^k \lambda_v = 1, \lambda_v \geq 0 \quad (2.20)$$

dengan  $x$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.9) yaitu

$$x = \sum_{v=1}^k x_v \lambda_v, \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, k \quad (2.21)$$

dan terdapat paling sedikit satu  $\lambda_v$  tidak nol atau paling banyak dua  $\lambda_v, \lambda_{v+1}$  tidak nol dan berdampingan.

Secara umum, untuk setiap dua titik kisi akan diperoleh satu hampiran sehingga total dari semua hampiran tersebut merupakan hampiran untuk fungsi nonlinear tersebut. Masalah pengoptimuman yang menghampiri masalah P dapat dilakukan dengan mengganti fungsi  $f_i$  dan  $g_{ij}$  yang nonlinear dengan fungsi linear sepotong-sepotong.

Didefinisikan  $L = \{j | f_i \text{ dan } g_{ij} \text{ adalah fungsi linear untuk } i = 1, 2, \dots, m\}$ .

Didefinisikan titik-titik kisi  $x_{vj}$  untuk  $v = 1, 2, \dots, k_j$  pada interval  $[a_j, b_j]$  dengan  $a_j, b_j \geq 0$  untuk setiap  $j \notin L$ .

Berdasarkan Persamaan (2.20) dengan titik-titik kisi  $x_{vj}$  fungsi  $f_j$  dan  $g_{ij}$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m; j \notin L$ , maka diperoleh hampiran-hampiran linearnya yaitu

$$\hat{f}_j(x_j) = \sum_{v=1}^{k_j} f_j(x_{vj}) \lambda_{vj} \text{ untuk } j \notin L \quad (2.22)$$

$$\hat{g}_{ij}(x_j) = \sum_{v=1}^{k_j} g_{ij}(x_{vj}) \lambda_{vj} \text{ untuk } (i = 1, 2, \dots, m); j \notin L \quad (2.23a)$$

$$\text{dengan } \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} = 1 \quad (2.23b)$$

$$\lambda_{vj} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, k_j; j \notin L \quad (2.23c)$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.21) yaitu

$$x_j = \sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj}(x_{vj}) \quad (2.24)$$

Untuk mempermudah penulisan, hampiran masalah P ditulis dengan masalah AP. Berdasarkan Persamaan (2.22-2.23c), masalah AP dapat didefinisikan sebagai berikut ( M.S. Bazaraa, 2006: 686)

### **Masalah AP**

Memaksimumkan/Meminimumkan

$$Z = \sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j) \quad (2.25)$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \notin L} \hat{g}_{ij}(x_j) (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.26a)$$

$$x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j \notin L \quad (2.26b)$$

perhatikan bahwa fungsi tujuan dan fungsi kendala pada masalah AP adalah fungsi linear sepotong-sepotong.

Berdasarkan Persamaan (2.22-2.23c), masalah AP dapat ditulis ulang sebagai masalah LAP yang dituliskan sebagai berikut

## Masalah LAP

Memaksimumkan/Meminimumkan

$$Z = \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{k_j} f_j(x_{vj}) \lambda_{vj} \quad (2.27)$$

terhadap kendala

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^{k_j} g_{ij}(x_{vj}) \lambda_{vj} (\leq, =, \geq) b_i, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.28a)$$

$$\sum_{v=1}^{k_j} \lambda_{vj} = 1 \quad (2.28b)$$

$$\lambda_{vj} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, 3, \dots, k_j ; j \in L \quad (2.28c)$$

dan terdapat paling sedikit satu  $\lambda_{vj}$  tidak nol atau paling banyak dua  $\lambda_{vj}, \lambda_{(v+1)j}$  tidak nol dan berdampingan.

Dari fungsi tujuan dan fungsi kendala linear yang diperoleh pada Persamaan (2.27-2.28d) yang disebut sebagai masalah LAP, maka masalah LAP dapat diselesaikan dengan menggunakan simpleks biasa. Selanjutnya akan dibahas mengenai contoh penyelesaian masalah *separable programming* menggunakan fungsi linear sepotong-sepotong sebagai hampiran fungsi nonlinear dengan formulasi delta dan formulasi lambda. Pada skripsi ini penyelesaian menggunakan metode simpleks biasa akan dilakukan dengan bantuan *software* WinQSB. Selanjutnya akan dibahas mengenai *software* WinQSB.

### 3. WinQSB

WinQSB merupakan perangkat lunak untuk menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan optimasi maupun sistem produksi. Program WinQSB memiliki 19 modul yang sudah sangat populer di dalam dunia matematika dan manajemen, sehingga saat ini merupakan program pendukung keputusan (*decision support systems*) paling lengkap yang tersedia disini. Beberapa modul tersebut di

antaranya adalah *linear programming* dengan berbagai variasinya (mulai dari yang linear dan nonlinear, hingga yang integer dan kuadratik), analisis jaringan (ada *network modeling*, *dynamic programming*, PERT/CPM), teori antrian (*queuing analysis* dan *queuing system simulation*), teori persediaan (termasuk MRP atau *material requirements planning*), penjadwalan produksi, hingga ke penentuan lokasi bangunan atau departemen yang optimal, sehingga tidak timbul pemborosan (Enty Nur Hayati, 2012).

#### 4. Contoh *Separable Programming*

Diberikan *separable programming* sebagai berikut:

$$\text{Min } f(\bar{x}) = x_1^2 - 6x_1 + x_2^2 - 8x_2 - \frac{1}{2}x_3$$

$$\text{dengan } g_i(\bar{x}) = x_1 + x_2 + x_3 - 5 \leq 0$$

$$g_i(\bar{x}) = x_1^2 - x_1 - 3 \leq 0$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Penyelesaian:

Masalah pemrograman nonlinear *separable* (*separable nonlinear programming problem*) didefinisikan sebagai masalah P adalah sebagai berikut

$$\text{Min } \sum_{j=1}^3 f_j(x_j) = x_1^2 - 6x_1 + x_2^2 - 8x_2 - \frac{1}{2}x_3$$

$$\text{dengan } \sum_{j=1}^3 g_{ij}(x_i) = x_1 + x_2 + x_3 - 5 \leq 0$$

$$\sum_{j=1}^3 g_{ij}(x_i) = x_1^2 - x_1 - 3 \leq 0$$

$$0 \leq x_j \leq 5; x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Fungsi *separable* dari pemrograman tersebut adalah

$$f_1(x_1) = x_1^2 - 6x_1$$

$$f_2(x_2) = x_2^2 - 8x_2$$

$$f_3(x_3) = -\frac{1}{2}x_3$$

dengan kendala

$$g_{11}(x_1) = x_1, \quad g_{12}(x_2) = x_2, \quad g_{13}(x_3) = x_3$$

$$g_{21}(x_1) = x_1^2, \quad g_{22}(x_2) = -x_2, \quad g_{23}(x_3) = 0$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0; j = 1, 2, 3$$

Sebelumnya akan dicari nilai model tersebut dengan *software* WinQSB sebagai berikut

12-03-2014	Decision Variable	Solution Value
1	X1	1.9738
2	X2	3.0368
3	X3	0
Minimized	Objective Function =	-23.0193

Gambar 2.6 Penyelesaian dengan *software* WinQSB

Pada kasus ini akan diselesaikan dengan menggunakan dua cara menformulasikan hampiran, yaitu formulasi delta atau formulasi lambda. Perhatikan bahwa  $L=\{3\}$ , oleh karena itu titik kisi tidak digunakan untuk  $x_3$ . Dari kendala-kendala dapat diketahui bahwa  $x_1, x_2$  dan  $x_3$  terletak pada interval  $[0,5]$ . Maka titik-titik kisi yang digunakan adalah 0, 2, 4, 5.

#### a. Formulasi delta

Berdasarkan titik kisi yang dipilih, sehingga

$$x_{11} = 0, x_{21} = 2, x_{31} = 4, x_{41} = 5$$

$$f_1(x_{01}) = 0, \Delta f_{11} = -8, \Delta f_{21} = 0, \Delta f_{31} = 3$$

$$g_{11}(x_{01}) = 0, \Delta g_{1,11} = 2, \Delta g_{1,21} = 2, \Delta g_{1,31} = 1$$

$$x_{12} = 0, x_{22} = 2, x_{32} = 4, x_{42} = 5$$

$$f_1(x_{01}) = 0, \Delta f_{11} = -12, \Delta f_{21} = -4, \Delta f_{31} = 1$$

$$g_{11}(x_{01}) = 0, \Delta g_{1,11} = 4, \Delta g_{1,21} = 12, \Delta g_{1,31} = 9$$

Masalah AP yang merupakan hampiran dari masalah P berdasarkan Persamaan (2.13-2.14b) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{f}_1(x_1) = f_1(x_{01}) + \sum_{v=1}^3 (\Delta f_{v1}) \delta_{v1}$$

$$\hat{f}_2(x_2) = f_2(x_{02}) + \sum_{v=1}^3 (\Delta f_{v2}) \delta_{v2}$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = g_{11}(x_{01}) + \sum_{v=1}^3 (\Delta g_{1,v1}) \delta_{v1}$$

$$\hat{g}_{12}(x_2) = g_{12}(x_{02}) + \sum_{v=1}^3 (\Delta g_{1,v2}) \delta_{v2}$$

$$0 \leq \delta_{v1}, \delta_{v2} \leq 1 \text{ untuk } v = 1, 2, 3$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.15) yaitu

$$x_1 = 0 + [2\delta_{11} + 2\delta_{21} + 1\delta_{31}]$$

$$x_2 = 0 + [2\delta_{12} + 2\delta_{22} + 1\delta_{32}]$$

Berdasarkan persamaan (2.16), fungsi tujuan masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^3 \hat{f}_j(x_{vj}) = [0 - 8\delta_{11} + 0\delta_{21} + 3\delta_{31}] + [0 - 12\delta_{12} - 4\delta_{22} + 1\delta_{31}] - \frac{1}{2}x_3$$

Berdasarkan Persamaan (2.17a), fungsi kendala Masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^3 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [0 + 2\delta_{11} + 2\delta_{21} + 1\delta_{31}] + [0 + 2\delta_{12} + 2\delta_{22} + 1\delta_{31}] + x_3 \leq 5$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^3 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [0 + 4\delta_{11} + 12\delta_{21} + 9\delta_{31}] - [0 + 2\delta_{12} + 2\delta_{22} + 1\delta_{31}] \leq$$

3

Jadi diperoleh pemrograman linear sebagai berikut

$$\text{Min } \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^3 \hat{f}_j(x_{vj}) = [0 - 8\delta_{11} + 0\delta_{21} + 3\delta_{31}] + [0 - 12\delta_{12} - 4\delta_{22} + 1\delta_{31}] - \frac{1}{2}x_3$$

dengan kendala

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^3 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [0 + 2\delta_{11} + 2\delta_{21} + 1\delta_{31}] + [0 + 2\delta_{12} + 2\delta_{22} + 1\delta_{31}] + x_3 \leq 5$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^3 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [0 + 4\delta_{11} + 12\delta_{21} + 9\delta_{31}] - [0 + 2\delta_{12} + 2\delta_{22} + 1\delta_{31}] \leq$$

3

$$0 \leq \delta_{vj} \leq 1 \text{ untuk } v = 1,2,3 \text{ dan } j = 1,2,3$$

Masalah ini diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks biasa dengan bantuan *software* WinQSB, sehingga diperoleh solusi optimal adalah

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	-8	0	3	-12	-4	1		
C1	2	2	1	2	2	1	<=	5
C2	4	12	9	-2	-2	-1	<=	3
C3	1	1	1	0	0	0	<=	1
C4	0	0	0	1	1	1	<=	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	5	5	5	5	5	5		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

12:33:32		Monday		January		19		2015	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	X1	1.0000	-8.0000	-8.0000	0	basic	-M	0	
2	X2	0	0	0	8.0000	at bound	-8.0000	M	
3	X3	0	3.0000	0	11.0000	at bound	-8.0000	M	
4	X4	1.0000	-12.0000	-12.0000	0	basic	-M	-4.0000	
5	X5	0	-4.0000	0	8.0000	at bound	-12.0000	M	
6	X6	0	1.0000	0	13.0000	at bound	-12.0000	M	
	Objective	Function	(Min.) =	-20.0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Stack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	C1	4.0000	<=	5.0000	1.0000	0	4.0000	M	
2	C2	2.0000	<=	3.0000	1.0000	0	2.0000	M	
3	C3	1.0000	<=	1.0000	0	-8.0000	0	1.2500	
4	C4	1.0000	<=	1.0000	0	-12.0000	0.5000	1.5000	

Berdasarkan output diperoleh nilai dari  $\delta_{11} = 1$  dan  $\delta_{12} = 1$ , sehingga diperoleh

$$x_1 = 0 + [2(1) + 2(0) + 1(0)] = 2$$

$$x_2 = 0 + [2(1) + 2(0) + 1(0)] = 2$$

$$x_3 = 0$$

dan nilai hampiran fungsi tujuannya adalah

$$\sum_{j=1}^3 f_j(x_j) = (2)^2 - 6(2) + (2)^2 - 8(2) - \frac{1}{2}(0) = -20$$

## b. Formulasi lambda

Berdasarkan titik kisi yang dipilih, sehingga

$$x_{11} = 0, x_{21} = 2, x_{31} = 4, x_{41} = 5$$

$$x_{12} = 0, x_{22} = 2, x_{32} = 4, x_{42} = 5$$

Masalah AP yang merupakan hampiran dari masalah P berdasarkan Persamaan

(2.22-2.23c) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{f}_1(x_1) = \sum_{v=1}^4 f_1(x_{v1})\lambda_{v1}$$

$$\hat{f}_2(x_2) = \sum_{v=1}^4 f_2(x_{v2})\lambda_{v2}$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = \sum_{v=1}^4 \lambda_{v1}g_{11}(x_{v1})$$

$$\hat{g}_{12}(x_2) = \sum_{v=1}^4 \lambda_{v2}g_{12}(x_{v2})$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} = 1$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} = 1$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, 3, 4$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.24) yaitu

$$x_1 = [0\lambda_{11} + 2\lambda_{21} + 4\lambda_{31} + 5\lambda_{41}]$$

$$x_2 = [0\lambda_{12} + 2\lambda_{22} + 4\lambda_{32} + 5\lambda_{42}]$$

Berdasarkan persamaan (2.25), fungsi tujuan masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{f}_j(x_{vj}) = [0\lambda_{11} - 8\lambda_{21} - 8\lambda_{31} - 5\lambda_{41}] + [0\lambda_{12} - 12\lambda_{22} - 16\lambda_{32} - 15\lambda_{42}] - \frac{1}{2}x_3$$

Berdasarkan Persamaan (2.26a), fungsi kendala masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 2\lambda_{21} + 4\lambda_{31} + 5\lambda_{41}] + [0\lambda_{12} + 2\lambda_{22} + 4\lambda_{32} + 5\lambda_{42}] + x_3 \leq 5$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 4\lambda_{21} + 16\lambda_{31} + 25\lambda_{41}] - [0\lambda_{12} + 2\lambda_{22} + 4\lambda_{32} + 5\lambda_{42}] \leq 3$$

Jadi diperoleh pemrograman linear sebagai berikut

Min

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{f}_j(x_{vj}) = [0\lambda_{11} - 8\lambda_{21} - 8\lambda_{31} - 5\lambda_{41}] + [0\lambda_{12} - 12\lambda_{22} - 16\lambda_{32} - 15\lambda_{42}] - \frac{1}{2}x_3$$

dengan kendala

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 2\lambda_{21} + 4\lambda_{31} + 5\lambda_{41}] + [0\lambda_{12} + 2\lambda_{22} + 4\lambda_{32} + 5\lambda_{42}] + x_3 \leq 5$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 4\lambda_{21} + 16\lambda_{31} + 25\lambda_{41}] - [0\lambda_{12} + 2\lambda_{22} + 4\lambda_{32} + 5\lambda_{42}] \leq 3$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} = 1$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} = 1$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, 3, 4$$

Masalah ini diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks biasa dengan bantuan *software* WinQSB, sehingga diperoleh solusi optimal adalah

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Direction	R. H. S.
Minimize	0	-8	-8	-5	0	-12	-16	-15		
C1	0	2	4	5	0	2	4	5	<=	5
C2	0	4	16	25	0	-2	-4	-5	<=	3
C3	1	1	1	1	0	0	0	0	=	1
C4	0	0	0	0	1	1	1	1	=	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	5	5	5	5	5	5	5	5		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

18:07:08		Sunday	November	16	2014		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	0	0	0	4.0000	at bound	-4.0000	M
2 X2	1.0000	-8.0000	-8.0000	0	basic	-M	-4.0000
3 X3	0	-8.0000	0	4.0000	at bound	-12.0000	M
4 X4	0	-5.0000	0	9.0000	at bound	-14.0000	M
5 X5	0	0	0	8.0000	at bound	-8.0000	M
6 X6	0.5000	-12.0000	-6.0000	0	basic	-16.0000	-8.0000
7 X7	0.5000	-16.0000	-8.0000	0	basic	-20.0000	-14.0000
8 X8	0	-15.0000	0	3.0000	at bound	-18.0000	M
Objective	Function	(Min.) =	-22.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	5.0000	<=	5.0000	0	-2.0000	4.0000	6.0000
2 C2	1.0000	<=	3.0000	2.0000	0	1.0000	M
3 C3	1.0000	=	1.0000	0	-4.0000	0.5000	1.3333
4 C4	1.0000	=	1.0000	0	-8.0000	0.7500	1.5000

Berdasarkan output diperoleh nilai dari  $\lambda_{21} = 1, \lambda_{22} = 0,5, \lambda_{32} = 0,5$ , sehingga diperoleh

$$x_1 = [0(0) + 2(1) + 4(0) + 5(0)] = 2$$

$$x_2 = [0(0) + 2(0,5) + 4(0,5) + 5(0)] = 3$$

$$x_3 = 0$$

dan nilai hampiran fungsi tujuannya adalah

$$\sum_{j=1}^3 f_j(x_j) = (2)^2 - 6(2) + (3)^2 - 8(3) - \frac{1}{2}(0) = -23$$

Berdasarkan Gambar 2.6, penyelesaian model nonlinear menggunakan WinQSB diperoleh  $x_1 = 1,9738, x_2 = 3,0368$  dan  $x_3 = 0$  dengan nilai fungsi tujuan adalah -23,0193.

## **5. Analisis Regresi**

Analisis regresi merupakan analisis statistika yang memanfaatkan hubungan antara dua atau lebih peubah kuantitatif sehingga salah satu peubah dapat diramalkan dari peubah lainnya (Kutner, 2005:2).

Analisis regresi bertujuan untuk mencari model regresi nonlinear. Analisis regresi yang digunakan dalam skripsi ini yaitu analisis regresi dengan menggunakan *software* GeoGebra. Selanjutnya akan dibahas mengenai *software* GeoGebra.

## **6. GeoGebra**

GeoGebra (<http://www.geogebra.org>) merupakan perangkat lunak gratis untuk mendukung komunitas lingkungan pembelajar matematika yang memadukan berbagai representasi dinamis, bermacam-macam domain (daerah asal) matematika, dan berbagai alat hitung untuk pemodelan dan simulasi (Bu, 2011:1).

## BAB III

### PEMBAHASAN

Pada bab ini, dibahas mengenai langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dan penerapannya dalam penetapan jumlah produksi optimal bakpia pada biaya produksi perbulan bakpia di bulan Februari sampai Juli 2014 di Bakpia Eny dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda produksi optimal.

#### **A. Penyelesaian Masalah Nonlinear Menggunakan Pendekatan *Separable Programming***

*Separable programming* merupakan suatu pendekatan yang digunakan dalam masalah pemrograman nonlinear dengan mentransformasi bentuk nonlinear menjadi bentuk linear yang hanya memuat satu variabel. *Separable programming* berkaitan dengan penjumlahan fungsi yang berbentuk nonlinear, yang selanjutnya dipisahkan menjadi fungsi dengan satu variabel. Metode-metode untuk menyelesaikan fungsi tersebut antara lain dengan metode *cutting plane*, pemrograman dinamik, hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dan lain-lain. Ada dua cara untuk menformulasikan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong, yaitu dengan formulasi lambda dan formulasi delta. Perbedaan antara formulasi lambda dan formulasi delta berada pada penentuan titik kisi. Formulasi lambda ( $\lambda$ ) didefinisikan untuk setiap titik kisi, sedangkan formulasi delta ( $\delta$ ) didefinisikan untuk setiap interval di antara titik kisi. Selanjutnya diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks. Selain itu dapat juga diselesaikan dengan menggunakan *software* WinQSB, *excel solver* dan lain-lain.

Pada skripsi ini, akan digunakan pendekatan *separable programming* dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi delta dan formulasi lambda untuk menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear. Langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut

### 1. Memodelkan Suatu Masalah

Mempresentasikan masalah nyata untuk ditulis dalam masalah pemrograman nonlinear. Masalah tersebut dibentuk untuk memperoleh fungsi tujuan  $f_j$  nonlinear dan fungsi kendala  $g_{ij}$  yang mempunyai bentuk nonlinear atau linear. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut

- a. mengidentifikasi variabel keputusan,
- b. mengidentifikasi fungsi tujuan,
- c. identifikasi semua fungsi kendala dalam masalah,
- d. identifikasi kendala non negatif.

Masalah pemrograman nonlinear tersebut harus mempunyai fungsi tujuan dan fungsi kendala *separable* dan setiap variabel  $x_j$  mempunyai batas bawah  $a_j = 0$  dan batas atas diketahui konstan  $b_j$ . Suatu fungsi dikatakan *separable* apabila fungsi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan dari fungsi-fungsi yang hanya memuat satu variabel. Sehingga diperoleh masalah pemrograman nonlinear *separable* (*separable nonlinear programming*) yang didefinisikan sebagai masalah P.

Pembatasan pada syarat nonlinear akan memenuhi batas yang berlaku pada metode. Namun, kenyataannya terdapat beberapa hasil syarat perkalian dua suku, seperti  $x_1x_2$ . Fungsi untuk dua variabel  $x_1x_2$  harus diubah menjadi  $\left[\frac{x_1+x_2}{2}\right]^2 -$

$\left[\frac{x_1-x_2}{2}\right]^2$  dengan memperkenalkan dua variabel baru  $y_1$  dan  $y_2$  dimana  $y_1 = \frac{x_1+x_2}{2}$  dan  $y_2 = \frac{x_1-x_2}{2}$ .

## 2. Mentransformasi Fungsi Nonlinear Menjadi Fungsi Linear

Untuk mentransformasi fungsi nonlinear pada masalah P menjadi fungsi linear dapat dilakukan dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dengan bantuan titik kisi. Ada dua cara untuk menformulasikan hampiran linear sepotong-sepotong, yaitu formulasi delta atau formulasi lamda. Formulasi delta ( $\delta$ ) merupakan formulasi hampiran untuk setiap interval di antara titik kisi. Formulasi lambda ( $\lambda$ ) merupakan formulasi hampiran untuk setiap titik kisi.

## 3. Membentuk Masalah AP

Membentuk masalah AP berdasarkan hampiran linear dari masalah P yang diperoleh dengan menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda.

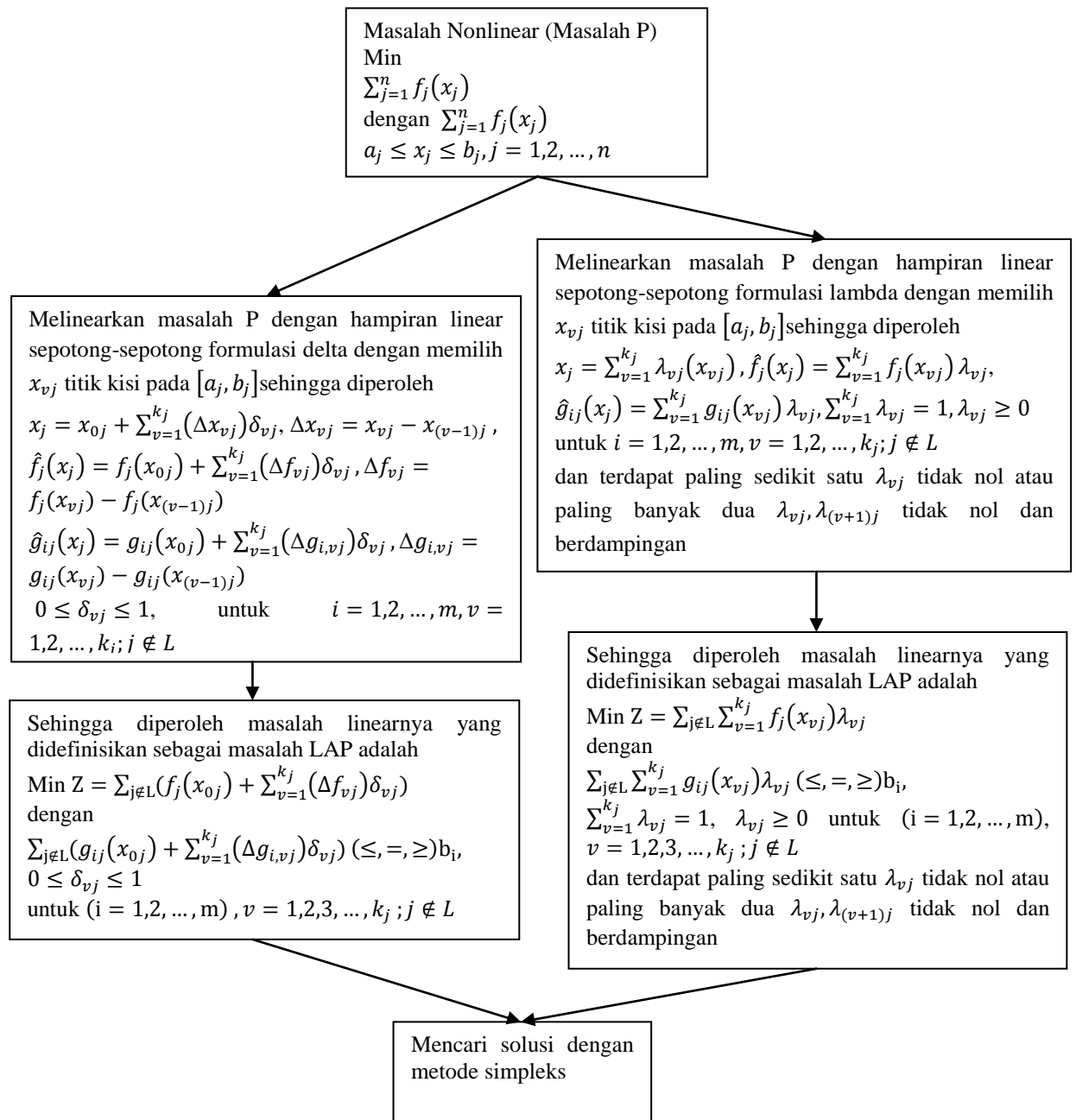
## 4. Membentuk Masalah LAP

Membentuk masalah LAP dengan mensubstitusikan nilai-nilai yang bersesuaian dengan hasil yang diperoleh dari masalah AP.

## 5. Mencari Solusi

Masalah LAP yang diperoleh merupakan masalah pemrograman linear dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala linear, selanjutnya dapat diselesaikan dengan metode penyelesaian pemrograman linear biasa. Masalah dalam penelitian ini akan diselesaikan dengan menggunakan *software* WinQSB.

Bagan penyelesaian masalah pemrograman nonlinear menggunakan pendekatan *separable programming* dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi delta dan formulasi lambda dapat dilihat pada bagan berikut



Gambar 3.1 Bagan penyelesaian masalah pemrograman nonlinear menggunakan pendekatan *separable programming* dengan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi delta dan formulasi lambda

## **B. Penerapan pada Masalah Jumlah Produksi Bakpia**

Seorang pengusaha pada umumnya ingin memperoleh keuntungan yang maksimal dengan biaya yang seminimal mungkin. Hal-hal tersebut juga diinginkan oleh pemilik industri Bakpia Eny.

### **1. Model untuk Masalah Nonlinear Penetapan Jumlah Produksi Bakpia Optimal**

Objek yang diteliti adalah data biaya produksi perbulan bakpia pada bulan Februari sampai Juli 2014. Biaya produksi merupakan biaya keseluruhan perusahaan untuk memproduksi suatu barang yang jumlahnya lebih besar dibandingkan dengan jenis biaya lain. Adapun biaya-biaya tersebut adalah sebagai berikut

- a. biaya bahan baku, merupakan bahan yang digunakan secara langsung untuk memproduksi suatu barang jadi yang siap untuk dipasarkan,
- b. biaya tenaga kerja langsung, merupakan biaya bagi tenaga kerja yang turun tangan langsung dalam memproduksi suatu barang serta menangani segala peralatan produksi,
- c. biaya tidak langsung, meliputi biaya pabrik lainnya yang tidak secara mudah didefinisikan atau dibebankan pada suatu pekerjaan, misalnya biaya air, biaya listrik dan lain-lain.

Biaya produksi perbulan bakpia pada bulan Februari sampai Juli 2014 adalah sebagai berikut

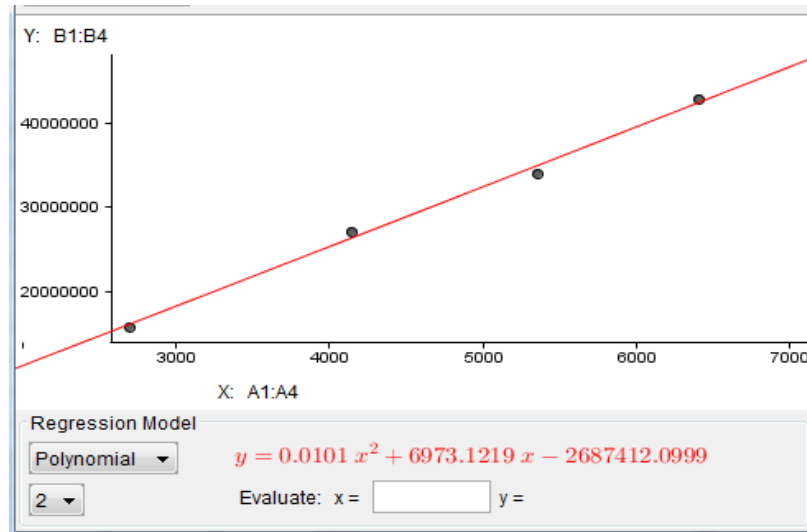
**Tabel 3.1 Biaya Produksi Perbulan Bakpia Pada Bulan Februari Sampai Juli 2014**

Bulan produksi	Jumlah produksi	Biaya produksi
Februari	2697	15.956.700
Maret	4140	27.196.800
Mei	5357	33.966.000
Juli	6402	42.749.000

Asumsi yang digunakan dalam permasalahan ini adalah

- a. produksi bakpia selalu habis dalam satu periode, dimana lamanya satu periode adalah satu bulan,
- b. produksi bakpia tidak mengalami fluktuasi, artinya produksi bakpia tidak dipengaruhi oleh kenaikan permintaan di hari ataupun bulan tertentu, seperti hari raya, hari libur dan lain sebagainya.

Data primer yang telah diperoleh harus dianalisis terlebih dahulu untuk mengetahui karakteristik dari data primer tersebut. Salah satu jenis analisis yang dilakukan yaitu analisis regresi data. Analisis regresi bertujuan untuk mencari masalah regresi nonlinear. Analisis regresi yang digunakan dalam skripsi ini yaitu analisis regresi dengan menggunakan *software* GeoGebra. Selanjutnya akan dilakukan analisis regresi terhadap data biaya produksi perbulan bakpia pada bulan Februari sampai Juli 2014 untuk melihat masalah regresi nonlinear yang terbentuk dapat dilihat pada Lampiran II. Hasil analisis yang dilakukan menggunakan *software* GeoGebra adalah sebagai berikut



Gambar 3.2 Output regresi dari biaya produksi perbulan bakpia pada bulan Februari sampai Juli 2014 di Industri Bakpia Eny

Berdasarkan hasil output dari *software* GeoGebra didapatkan masalah regresinya berbentuk nonlinear, yaitu

$$f(x) = 0,0101x^2 + 6973,1219x - 2687412,0999$$

dengan  $x$  adalah jumlah produksi pada tiap bulannya dan  $f(x)$  adalah biaya produksi  $x$  kardus bakpia tiap bulannya.

Diilustrasikan industri Bakpia Eny mendapatkan pesanan untuk menyediakan 2500 kardus bakpia pada bulan Agustus, 3000 kardus bakpia pada bulan September, dan 3500 kardus bakpia pada bulan Oktober. Biaya produksi  $x$  kardus bakpia tiap bulannya adalah  $0,0101x^2 + 6973,1219x - 2687412,0999$ . Industri Bakpia Eny dapat memproduksi lebih dari kardus bakpia yang dipesan pada satu bulan, dengan konsekuensi akan menimbulkan biaya tambahan untuk upah tenaga kerja sebesar 10% satuan harga dari selisih jumlah kardus bakpia yang di produksi bulan lalu ke bulan berikutnya. Berdasarkan data bulan Januari

sampai bulan Juli, Bakpia Eny akan menentukan jumlah produksi 3 bulan berikutnya agar biaya total menjadi minimum.

Berdasarkan ilustrasi tersebut, maka masalah tersebut akan diubah dalam bentuk masalah pemrograman nonlinear. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut

a. mengidentifikasi variabel keputusan

Hal yang akan dilakukan adalah menentukan jumlah unit produksi pada bulan Agustus, September dan Oktober, dinyatakan dalam

$x_1$  = jumlah produksi pada bulan Agustus

$x_2$  = jumlah produksi pada bulan September

$x_3$  = jumlah produksi pada bulan Oktober

b. mengidentifikasi fungsi tujuan

Tujuan dalam masalah ini adalah mengusahakan agar biaya total menjadi minimum. Dalam hal ini biaya total adalah biaya produksi ditambah biaya tambahan untuk upah tenaga kerja, sehingga dinyatakan dengan persamaan matematis

1) biaya produksi adalah biaya keseluruhan industri untuk memproduksi bakpia.

Biaya produksi  $x$  kardus bakpia tiap bulannya adalah  $0,0101x^2 + 6973,1219x - 2687412,0999$ , sehingga biaya produksi selama tiga bulan adalah

$$\begin{aligned} \text{biaya produksi} &= (0,0101x_1^2 + 6973,1219x_1 - 2687412,0999) + \\ &\quad (0,0101x_2^2 + 6973,1219x_2 - 2687412,0999) \\ &\quad + (0,0101x_3^2 + 6973,1219x_3 - 2687412,0999) \quad (3.1) \end{aligned}$$

2) biaya tambahan adalah sebesar 10% satuan harga dari selisih jumlah kardus bakpia yang di produksi bulan lalu ke bulan berikutnya

a) biaya tambahan pada bulan kedua adalah

$$[10\% \times (x_2 - x_1)] \quad (3.2)$$

merupakan biaya tambahan untuk upah tenaga kerja dalam memproduksi bakpia yang meningkat dari bulan pertama ke bulan kedua.

b) biaya tambahan pada bulan ketiga adalah

$$[10\% \times (x_3 - x_2)] \quad (3.3)$$

merupakan biaya tambahan untuk upah tenaga kerja dalam memproduksi bakpia yang meningkat dari bulan kedua ke bulan ketiga.

Berdasarkan Persamaan (3.2) dan (3.3), maka biaya tambahan untuk upah tenaga kerja adalah

$$(0,1x_2 - 0,1x_1) + (0,1x_3 - 0,1x_2) \quad (3.4)$$

Jadi berdasarkan Persamaan (3.1) dan (3.4), maka diperoleh biaya total adalah

$$\begin{aligned} f(x) = & (0,0101x_1^2 + 6973,1219x_1 - 2687412,0999) + (0,0101x_2^2 + \\ & 6973,1219x_2 - 2687412,0999) + (0,0101x_3^2 + 6973,1219x_3 - \\ & 2687412,0999) + (0,1x_2 - 0,1x_1) + (0,1x_3 - 0,1x_2) \end{aligned} \quad (3.5)$$

c. mengidentifikasi semua fungsi kendala dalam masalah

Untuk masalah ini kendala adalah bagaimana memenuhi pesanan sesuai jumlah pesanan setiap bulannya, yaitu

$$x_1 \geq 2500 \quad (3.6a)$$

$$x_2 \geq 3000 \quad (3.6b)$$

$$x_3 \geq 3500 \quad (3.6c)$$

d. identifikasi kendala non negatif

Peubah  $x_1, x_2$  dan  $x_3$  mewakili besaran yang tidak boleh bernilai negatif, sehingga diperoleh

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (3.6d)$$

Suatu fungsi disebut *separable* apabila fungsi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan dari fungsi-fungsi yang memuat satu variabel. Berdasarkan Persamaan (3.5) dan (3.6a-3.6c), maka masalah pemrograman nonlinear *separable* untuk produksi Bakpia Eny yang didefinisikan sebagai masalah P adalah sebagai berikut

Meminimumkan

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n f_j(x_j) = & 0,0101x_1^2 + 6973,0219x_1 + 0,0101x_2^2 + 6973,1219x_2 + \\ & 0,0101x_3^2 + 6973,2219x_3 - 8062236,297 \end{aligned} \quad (3.7)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n f_j(x_j) = x_1 \geq 2500 \quad (3.8a)$$

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) = x_2 \geq 3000 \quad (3.8b)$$

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) = x_3 \geq 3500 \quad (3.8c)$$

$$0 \leq x_j \leq 14000 \quad (3.8d)$$

untuk  $i = 1,2,3; j = 1,2,3$  (3.8e)

Persamaan (3.7) dapat ditulis sebagai berikut

$$f_1(x_1) = 0,0101x_1^2 + 6973,0219x_1 \quad (3.9a)$$

$$f_2(x_2) = 0,0101x_2^2 + 6973,1219x_2 \quad (3.9b)$$

$$f_3(x_3) = 0,0101x_3^2 + 6973,2219x_3 - 8062236,297 \quad (3.9c)$$

Dan Persamaan (3.8a-3.8e) dapat ditulis sebagai berikut

$$g_{11}(x_1) = x_1, \quad g_{12}(x_2) = 0, \quad g_{13}(x_3) = 0 \quad (3.10a)$$

$$g_{21}(x_1) = 0, \quad g_{22}(x_2) = x_2, \quad g_{23}(x_3) = 0 \quad (3.10b)$$

$$g_{31}(x_1) = 0, \quad g_{32}(x_2) = 0, \quad g_{33}(x_3) = x_3 \quad (3.10c)$$

$$0 \leq x_j \leq 14000; j = 1,2,3 \quad (3.10d)$$

## 2. Mentransformasi Fungsi Nonlinear Menjadi Fungsi Linear

Pembentukan masalah linear dengan menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi delta dan formulasi lambda. Sebelum melakukan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong untuk  $f_j(x_{vj})$  dan  $g_{ij}(x_{vj})$  perlu ditentukan  $a_j$  dan  $b_j$  untuk  $j = 1,2,3, \dots, n$  sedemikian sehingga nilai pada solusi optimal akan memenuhi  $a_j \leq x_{vj} \leq b_j$ . Interval  $[a_j, b_j]$  dibentuk berdasarkan fungsi kendala yang ada. Selanjutnya pilih titik kisi  $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{kj}$  dengan

$$a_j = x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{kj} = b_j \text{ dengan } v = 1,2, \dots, k.$$

Dari kendala-kendala dapat diketahui bahwa  $L = 0$  dan variabel  $x_1, x_2, x_3$  terletak pada interval  $[0,14000]$ . Akan dipilih 5 titik kisi untuk mempermudah perhitungan ( $v = 1,2, \dots, 8; j = 1,2,3$ ) dengan interval  $[0,14000]$  untuk setiap variabel  $x_1, x_2, x_3$  dengan menggunakan titik kisi 0, 3500, 7000, 10500 dan 14000, sehingga diperoleh nilai-nilai  $x_{vj}$  untuk 5 titik kisi tersebut yaitu sebagai berikut:

$$x_{11} = 0, x_{21} = 3500, x_{31} = 7000, x_{41} = 10500, x_{51} = 14000, \quad (3.11a)$$

$$x_{12} = 0, x_{22} = 3500, x_{32} = 7000, x_{42} = 10500, x_{52} = 14000, \quad (3.11b)$$

$$x_{13} = 0, x_{23} = 3500, x_{33} = 7000, x_{43} = 10500, x_{53} = 14000. \quad (3.11c)$$

Berdasarkan titik kisi yang dipilih, sehingga diperoleh

**a. Formulasi Delta**

$$x_{01} = 0, \Delta x_{11} = 3500, \Delta x_{21} = 3500, \Delta x_{31} = 3500, \Delta x_{41} = 3500, \quad (3.12a)$$

$$x_{02} = 0, \Delta x_{12} = 3500, \Delta x_{22} = 3500, \Delta x_{32} = 3500, \Delta x_{42} = 3500, \quad (3.12b)$$

$$x_{03} = 0, \Delta x_{13} = 3500, \Delta x_{23} = 3500, \Delta x_{33} = 3500, \Delta x_{43} = 3500, \quad (3.12c)$$

Berdasarkan Persamaan (2.13) dan (2.14a), maka diperoleh hampiran-hampiran linearnya yaitu

$$\hat{f}_j(x_j) = f_j(x_{0j}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{vj}) \delta_{vj} \quad (3.13)$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{ij}(x_j) = g_{ij}(x_{0j}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{i,vj}) \delta_{vj} \quad (3.14)$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.15) yaitu

$$x_j = x_{0j} + \sum_{v=1}^4 (\Delta x_{vj}) \delta_{vj}$$

(3.15a)

untuk  $i = 1, 2, \dots, 3, j = 1, 2, \dots, 3$ , dan  $v = 1, 2, \dots, 4$

(3.15b)

**b. Formulasi Lambda**

Berdasarkan Persamaan (2.22) dan (2.23a-2.23c), maka diperoleh hampiran-hampiran linearnya yaitu

$$\hat{f}_j(x_j) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{vj} f_j(x_{vj}) \quad (3.16)$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{ij}(x_j) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{vj} g_{ij}(x_{vj}) \quad (3.17a)$$

$$\sum_{v=1}^5 \lambda_{vj} = 1 \quad (3.17b)$$

$$\lambda_{vj} \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, 3, j = 1, 2, \dots, 3, \text{ dan } v = 1, 2, \dots, 5, j \notin L \quad (3.17c)$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (2.24) yaitu

$$x_j = \sum_{v=1}^5 \lambda_{vj}(x_{vj}) \quad (3.18)$$

### 3. Membentuk Masalah AP

#### a. Formulasi Delta

Berdasarkan Persamaan (3.13), (3.14) dan (3.15a-3.15b), fungsi tujuan dan fungsi kendala dari masalah AP yang merupakan hampiran dari masalah P dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{f}_1(x_1) = f_1(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{v1}) \delta_{v1} \quad (3.19a)$$

$$\hat{f}_2(x_2) = f_2(x_{02}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{v2}) \delta_{v2} \quad (3.19b)$$

$$\hat{f}_3(x_3) = f_3(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{v3}) \delta_{v3} \quad (3.19c)$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = g_{11}(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{1,v1}) \delta_{v1} \quad (3.20a)$$

$$\hat{g}_{12}(x_2) = g_{12}(x_{02}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{1,v2}) \delta_{v2} \quad (3.20b)$$

$$\hat{g}_{13}(x_3) = g_{13}(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{1,v3}) \delta_{v3} \quad (3.20c)$$

$$\hat{g}_{21}(x_1) = g_{21}(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{2,v1}) \delta_{v1} \quad (3.20d)$$

$$\hat{g}_{22}(x_2) = g_{22}(x_{02}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{2,v2}) \delta_{v2} \quad (3.20e)$$

$$\hat{g}_{23}(x_3) = g_{23}(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{2,v3}) \delta_{v3} \quad (3.20f)$$

$$\hat{g}_{31}(x_1) = g_{31}(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{3,v1}) \delta_{v1} \quad (3.20g)$$

$$\hat{g}_{32}(x_2) = g_{32}(x_{02}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{3,v2}) \delta_{v2} \quad (3.20h)$$

$$\hat{g}_{33}(x_3) = g_{33}(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{3,v3}) \delta_{v3} \quad (3.20i)$$

$$0 \leq \delta_{v1}, \delta_{v2}, \delta_{v3} \leq 1 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, 4 \quad (3.20j)$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (3.12a-3.12c) dan (2.15) yaitu

$$x_1 = 0 + [3500\delta_{11} + 3500\delta_{21} + 3500\delta_{31} + 3500\delta_{41}] \quad (3.21a)$$

$$x_2 = 0 + [3500\delta_{12} + 3500\delta_{22} + 3500\delta_{32} + 3500\delta_{42}] \quad (3.21b)$$

$$x_3 = 0 + [3500\delta_{13} + 3500\delta_{23} + 3500\delta_{33} + 3500\delta_{43}] \quad (3.21c)$$

Sehingga diperoleh masalah AP adalah sebagai berikut

Meminimumkan

$$\sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j)$$

dengan kendala

$$\sum_{j \notin L} \hat{g}_{ij}(x_j) \geq b_i, (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j \notin L$$

#### **b. Formulasi Lambda**

Berdasarkan Persamaan (3.16), (3.17a-3.17c) dan (3.18), fungsi tujuan dan fungsi kendala masalah AP yang merupakan hampiran dari masalah P dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{f}_1(x_1) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) \quad (3.22a)$$

$$\hat{f}_2(x_2) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) \quad (3.22b)$$

$$\hat{f}_3(x_3) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) \quad (3.22c)$$

dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} g_{11}(x_{v1}) \quad (3.23a)$$

$$\hat{g}_{12}(x_2) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} g_{12}(x_{v2}) \quad (3.23b)$$

$$\hat{g}_{13}(x_3) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} g_{13}(x_{v3}) \quad (3.23c)$$

$$\hat{g}_{21}(x_1) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} g_{21}(x_{v1}) \quad (3.23d)$$

$$\hat{g}_{22}(x_2) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} g_{22}(x_{v2}) \quad (3.23e)$$

$$\hat{g}_{23}(x_3) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} g_{23}(x_{v3}) \quad (3.23f)$$

$$\hat{g}_{31}(x_1) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} g_{31}(x_{v1}) \quad (3.23g)$$

$$\hat{g}_{32}(x_2) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} g_{32}(x_{v2}) \quad (3.23h)$$

$$\hat{g}_{33}(x_3) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} g_{33}(x_{v3}) \quad (3.23i)$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} = 1 \quad (3.23j)$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} = 1 \quad (3.23k)$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} = 1 \quad (3.23l)$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, 5 \quad (3.23m)$$

dengan  $x_j$  yang diperoleh berdasarkan pada Persamaan (3.11a-3.11c) dan (2.24)

yaitu

$$x_1 = [0\lambda_{11} + 3500\lambda_{21} + 7000\lambda_{31} + 10500\lambda_{41} + 14000\lambda_{51}] \quad (3.24a)$$

$$x_2 = [0\lambda_{12} + 3500\lambda_{22} + 7000\lambda_{32} + 10500\lambda_{42} + 14000\lambda_{52}] \quad (3.24b)$$

$$x_3 = [0\lambda_{13} + 3500\lambda_{23} + 7000\lambda_{33} + 10500\lambda_{43} + 14000\lambda_{53}] \quad (3.24c)$$

Sehingga diperoleh masalah AP adalah sebagai berikut

Meminimumkan

$$\sum_{j \notin L} \hat{f}_j(x_j)$$

dengan kendala

$$\sum_{j \notin L} \hat{g}_{ij}(x_j) \geq b_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j \notin L$$

#### 4. Membentuk Masalah LAP

##### a. Formulasi Delta

Berdasarkan persamaan (2.16), fungsi tujuan dari masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \hat{f}_j(x_j) = \hat{f}_1(x_1) + \hat{f}_2(x_2) + \hat{f}_3(x_3) \quad (3.25)$$

berdasarkan Persamaan (3.19a-3.19c), Persamaan (3.25) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{f}_j(x_j) = & [f_1(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{v1}) \delta_{v1}] + [f_2(x_{02}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{v2}) \delta_{v2}] \\ & + [f_3(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta f_{v3}) \delta_{v3}] \end{aligned} \quad (3.26)$$

berdasarkan Persamaan (2.18), persamaan (3.26) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{f}_j(x_{vj}) \delta_{vj} = & [f_1(x_{01}) + ((\Delta f_{11}) \delta_{11} + \dots + (\Delta f_{41}) \delta_{41})] + \\ & [f_2(x_{02}) + ((\Delta f_{12}) \delta_{12} + \dots + (\Delta f_{42}) \delta_{42})] + \\ & [f_3(x_{03}) + ((\Delta f_{13}) \delta_{13} + \dots + (\Delta f_{43}) \delta_{43})] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Nilai untuk  $f_j(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta f_{vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$  yang dihitung dengan menggunakan bantuan *software Excel*. Berdasarkan Persamaan (3.9a-3.9c) diperoleh tabel dapat dilihat pada Lampiran III. Berdasarkan Persamaan (3.27) dan Lampiran III, substitusikan nilai  $\Delta f_{vj}$  sehingga diperoleh hampiran fungsi tujuan linear sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{f}_j(x_{vj}) \delta_{vj} = & [24529301,65 \delta_{11} + 24776751,65 \delta_{21} + \\ & 25024201,65 \delta_{31} + 25271651,65 \delta_{41}] + [24529651,65 \delta_{12} + \\ & 24777101,65 \delta_{22} + 25024551,65 \delta_{32} + 25272001,65 \delta_{42}] + \\ & [24530001,65 \delta_{13} + 24777451,65 \delta_{23} + 25024901,65 \delta_{33} + \\ & 25272351,65 \delta_{43}] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Berdasarkan Persamaan (2.17a), fungsi kendala dari masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \hat{g}_{1j}(x_j) = \hat{g}_{11}(x_1) + \hat{g}_{12}(x_2) + \hat{g}_{13}(x_3) \geq b_1 \quad (3.29a)$$

$$\sum_{j \in L} \hat{g}_{2j}(x_j) = \hat{g}_{21}(x_1) + \hat{g}_{22}(x_2) + \hat{g}_{23}(x_3) \geq b_2 \quad (3.29b)$$

$$\sum_{j \in L} \hat{g}_{3j}(x_j) = \hat{g}_{31}(x_1) + \hat{g}_{32}(x_2) + \hat{g}_{33}(x_3) \geq b_3 \quad (3.29c)$$

berdasarkan Persamaan (3.20a-3.20j), Persamaan (3.29a-3.29c) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{g}_{1j}(x_j) &= [g_{11}(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{1,v1}) \delta_{v1}] + [g_{12}(x_{02}) \\ &\quad + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{1,v2}) \delta_{v2}] + [g_{13}(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{1,v3}) \delta_{v3}] \end{aligned} \quad (3.30a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{g}_{2j}(x_j) &= [g_{21}(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{2,v1}) \delta_{v1}] + [g_{22}(x_{02}) \\ &\quad + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{2,v2}) \delta_{v2}] + [g_{23}(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{2,v3}) \delta_{v3}] \end{aligned} \quad (3.30b)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{g}_{3j}(x_j) &= [g_{31}(x_{01}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{3,v1}) \delta_{v1}] + [g_{32}(x_{02}) \\ &\quad + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{3,v2}) \delta_{v2}] + [g_{33}(x_{03}) + \sum_{v=1}^4 (\Delta g_{3,v3}) \delta_{v3}] \end{aligned} \quad (3.30c)$$

Berdasarkan Persamaan (2.19a), Persamaan (3.30a-3.30c) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) \delta_{vj} &= [g_{11}(x_{01}) + ((\Delta g_{1,11}) \delta_{11} + \dots + (\Delta g_{1,41}) \delta_{41})] \\ &\quad + [g_{12}(x_{01}) + ((\Delta g_{1,12}) \delta_{12} + \dots + (\Delta g_{1,42}) \delta_{42})] + \\ &\quad [g_{13}(x_{01}) + ((\Delta g_{1,13}) \delta_{13} + \dots + (\Delta g_{1,43}) \delta_{43})] \end{aligned} \quad (3.31a)$$

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^7 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) \delta_{vj} = [g_{21}(x_{01}) + ((\Delta g_{2,11}) \delta_{11} + \dots + (\Delta g_{2,41}) \delta_{41})]$$

$$\begin{aligned}
& + [g_{22}(x_{01}) + ((\Delta g_{2,12})\delta_{12} + \dots + (\Delta g_{2,42})\delta_{42})] + \\
& [g_{23}(x_{01}) + ((\Delta g_{2,13})\delta_{13} + \dots + (\Delta g_{2,43})\delta_{43})] \quad (3.31b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^7 \hat{g}_{3j}(x_{vj}) \delta_{vj} & = [g_{31}(x_{01}) + ((\Delta g_{3,11})\delta_{11} + \dots + (\Delta g_{3,41})\delta_{41})] \\
& + [g_{32}(x_{01}) + ((\Delta g_{3,12})\delta_{12} + \dots + (\Delta g_{3,42})\delta_{42})] + \\
& [g_{33}(x_{01}) + ((\Delta g_{3,13})\delta_{13} + \dots + (\Delta g_{3,43})\delta_{43})] \quad (3.31c)
\end{aligned}$$

Nilai untuk  $g_{ij}(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta g_{i,vj}$  dengan titik partisi  $x_{vj}$  yang dihitung dengan menggunakan bantuan *software Excel*. Berdasarkan Persamaan (3.10a-3.10e) diperoleh tabel dapat dilihat pada Lampiran IV. Berdasarkan Persamaan (3.31a-3.31c) dan Lampiran IV, substitusikan nilai  $\Delta g_{i,vj}$  sehingga diperoleh hampiran fungsi kendala linear sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) \delta_{vj} & = [3500\delta_{11} + 3500\delta_{21} + 3500\delta_{31} + 3500\delta_{41}] + \\
& [0\delta_{12} + 0\delta_{22} + 0\delta_{32} + 0\delta_{42}] + [0\delta_{13} + 0\delta_{23} + 0\delta_{33} + 0\delta_{43}] \geq \\
& 2500 \quad (3.32a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) \delta_{vj} & = [0\delta_{11} + 0\delta_{21} + 0\delta_{31} + 0\delta_{41}] + [3500\delta_{12} + \\
& 3500\delta_{22} + 3500\delta_{32} + 3500\delta_{42}] + [0\delta_{13} + 0\delta_{23} + 0\delta_{33} + \\
& 0\delta_{43}] \geq 3000 \quad (3.32b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{3j}(x_{vj}) \delta_{vj} & = [0\delta_{11} + 0\delta_{21} + 0\delta_{31} + 0\delta_{41}] + [0\delta_{12} + 0\delta_{22} + \\
& 0\delta_{32} + 0\delta_{42}] + [3500\delta_{13} + 3500\delta_{23} + 3500\delta_{33} + 3500\delta_{43}] \geq \\
& 3500 \quad (3.32c)
\end{aligned}$$

$$\text{dengan } 0 \leq \delta_{vj} \leq 1 \text{ untuk } v = 1,2,3,4 \text{ dan } j = 1,2,3 \quad (3.32d)$$

Jadi berdasarkan Persamaan (3.28) dan (3.32a-3.32d) diperoleh masalah pemrograman linear dengan fungsi-fungsi linear yang didefinisikan sebagai masalah LAP adalah sebagai berikut

Meminimumkan

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{f}_j(x_{vj}) \delta_{vj} = & [24529301,65\delta_{11} + 24776751,65\delta_{21} + \\ & 25024201,65\delta_{31} + 25271651,65\delta_{41}] + [24529651,65\delta_{12} + \\ & 24777101,65\delta_{22} + 25024551,65\delta_{32} + 25272001,65\delta_{42}] + \\ & [24530001,65\delta_{13} + 24777451,65\delta_{23} + 25024901,65\delta_{33} + \\ & 25272351,65\delta_{43}] \end{aligned}$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) \delta_{vj} = & [3500\delta_{11} + 3500\delta_{21} + 3500\delta_{31} + 3500\delta_{41}] + \\ & [0\delta_{12} + 0\delta_{22} + 0\delta_{32} + 0\delta_{42}] + [0\delta_{13} + 0\delta_{23} + 0\delta_{33} + 0\delta_{43}] \geq \\ & 2500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) \delta_{vj} = & [0\delta_{11} + 0\delta_{21} + 0\delta_{31} + 0\delta_{41}] + [3500\delta_{12} + \\ & 3500\delta_{22} + 3500\delta_{32} + 3500\delta_{42}] + [0\delta_{13} + 0\delta_{23} + 0\delta_{33} + \\ & 0\delta_{43}] \geq 3000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^4 \hat{g}_{3j}(x_{vj}) \delta_{vj} = & [0\delta_{11} + 0\delta_{21} + 0\delta_{31} + 0\delta_{41}] + [0\delta_{12} + 0\delta_{22} + \\ & 0\delta_{32} + 0\delta_{42}] + [3500\delta_{13} + 3500\delta_{23} + 3500\delta_{33} + \\ & 3500\delta_{43}] \geq 3500 \end{aligned}$$

dengan  $0 \leq \delta_{vj} \leq 1$  untuk  $v = 1,2,3,4$  dan  $j = 1,2,3$  (3.33)

Dari fungsi tujuan dan fungsi kendala linear yang diperoleh pada Persamaan (3.33), maka dapat diketahui bahwa terdapat 12 variabel dengan 3 kendala.

## b. Formulasi Lambda

Berdasarkan persamaan (2.25), fungsi tujuan masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \hat{f}_j(x_j) = \hat{f}_1(x_1) + \hat{f}_2(x_2) + \hat{f}_3(x_3) \quad (3.34)$$

berdasarkan Persamaan (3.22a-3.22c), Persamaan (3.34) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \hat{f}_j(x_j) = \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) + \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) + \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) \quad (3.35)$$

berdasarkan Persamaan (2.27), persamaan (3.35) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \sum_{v=1}^5 \hat{f}_j(x_{vj}) \lambda_{vj} = [\lambda_{11} f_1(x_{11}) + \dots + \lambda_{51} f_1(x_{51})] + [\lambda_{12} f_2(x_{12}) + \dots + \lambda_{52} f_2(x_{52})] + [\lambda_{13} f_3(x_{13}) + \dots + \lambda_{53} f_3(x_{53})] \quad (3.36)$$

Berdasarkan Persamaan (3.36) dan Lampiran III, substitusikan nilai  $f_j(x_{vj})$  sehingga diperoleh hampiran fungsi tujuan linear sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^5 \hat{f}_j(x_{vj}) \lambda_{vj} = & [0\lambda_{11} + 24529301,65\lambda_{21} + 49306053,3\lambda_{31} + \\ & 74330254,95\lambda_{41} + 99601906,6\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + \\ & 24529651,65\lambda_{22} + 49306753,3\lambda_{32} + 74331304,95\lambda_{42} + \\ & 99603306,6\lambda_{52}] + [-8062236,297\lambda_{13} + 16467765,35\lambda_{23} + \\ & 41245217\lambda_{33} + 66270118,65\lambda_{43} + 91542470,3\lambda_{53}] \quad (3.37) \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (2.26a), fungsi kendala masalah LAP dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{j \in L} \hat{g}_{1j}(x_j) = \hat{g}_{11}(x_1) + \hat{g}_{12}(x_2) + \hat{g}_{13}(x_3) \geq b_1 \quad (3.38a)$$

$$\sum_{j \in L} \hat{g}_{2j}(x_j) = \hat{g}_{21}(x_1) + \hat{g}_{22}(x_2) + \hat{g}_{23}(x_3) \geq b_2 \quad (3.38b)$$

$$\sum_{j \in L} \hat{g}_{3j}(x_j) = \hat{g}_{31}(x_1) + \hat{g}_{32}(x_2) + \hat{g}_{33}(x_3) \geq b_3 \quad (3.38c)$$

berdasarkan Persamaan (3.23a-3.23m), Persamaan (3.38a-3.38c) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{g}_{1j}(x_j) &= \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} g_{11}(x_{v1}) + \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} g_{12}(x_{v2}) + \\ &\quad \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} g_{13}(x_{v3}) \geq b_1 \end{aligned} \quad (3.39a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{g}_{2j}(x_j) &= \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} g_{21}(x_{v1}) + \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} g_{22}(x_{v2}) + \\ &\quad \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} g_{23}(x_{v3}) \geq b_2 \end{aligned} \quad (3.39b)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \hat{g}_{3j}(x_j) &= \sum_{v=1}^5 \lambda_{v1} g_{31}(x_{v1}) + \sum_{v=1}^5 \lambda_{v2} g_{32}(x_{v2}) + \\ &\quad \sum_{v=1}^5 \lambda_{v3} g_{33}(x_{v3}) \geq b_3 \end{aligned} \quad (3.39c)$$

Berdasarkan Persamaan (2.28a), Persamaan (3.39a-3.39c) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [\lambda_{11} g_{11}(x_{11}) + \dots + \lambda_{51} g_{11}(x_{51})] + \\ &\quad [\lambda_{12} g_{12}(x_{11}) + \dots + \lambda_{52} g_{12}(x_{51})] + \\ &\quad [\lambda_{13} g_{13}(x_{11}) + \dots + \lambda_{53} g_{13}(x_{51})] \end{aligned} \quad (3.40a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [\lambda_{11} g_{21}(x_{12}) + \dots + \lambda_{51} g_{21}(x_{52})] + \\ &\quad [\lambda_{12} g_{22}(x_{12}) + \dots + \lambda_{52} g_{22}(x_{52})] + \\ &\quad [\lambda_{13} g_{23}(x_{12}) + \dots + \lambda_{53} g_{23}(x_{52})] \end{aligned} \quad (3.40b)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{3j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [\lambda_{11} g_{31}(x_{13}) + \dots + \lambda_{51} g_{31}(x_{53})] + \\ &\quad [\lambda_{12} g_{32}(x_{13}) + \dots + \lambda_{51} g_{32}(x_{53})] + \\ &\quad [\lambda_{13} g_{33}(x_{13}) + \dots + \lambda_{51} g_{33}(x_{53})] \end{aligned} \quad (3.40c)$$

Berdasarkan Persamaan (3.40a-3.40c) dan Lampira IV, substitusikan nilai  $g_{ij}(x_{vj})$  sehingga diperoleh hampiran fungsi kendala linear sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 3500\lambda_{21} + 7000\lambda_{31} + 10500\lambda_{41} + \\ &14000\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{52}] + [0\lambda_{13} + \\ &0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{53}] \geq 2500 \end{aligned} \quad (3.41a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + \\ &3500\lambda_{22} + 7000\lambda_{32} + 10500\lambda_{42} + 14000\lambda_{52}] + [0\lambda_{13} + \\ &0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{53}] \geq 3000 \end{aligned} \quad (3.41b)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{3j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + \\ &0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{52}] + [0\lambda_{13} + 3500\lambda_{23} + 7000\lambda_{33} + \\ &10500\lambda_{43} + 14000\lambda_{53}] \geq 3500 \end{aligned} \quad (3.41c)$$

Jadi berdasarkan Persamaan (3.37) dan (3.41a-3.41c) diperoleh masalah pemrograman linear dengan fungsi-fungsi linear yang didefinisikan sebagai masalah LAP adalah sebagai berikut

Meminimumkan

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{f}_j(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 24529301,65\lambda_{21} + 49306053,3\lambda_{31} + \\ &74330254,95\lambda_{41} + 99601906,6\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + \\ &24529651,65\lambda_{22} + 49306753,3\lambda_{32} + 74331304,95\lambda_{42} + \\ &99603306,6\lambda_{52}] + [-8062236,297\lambda_{13} + 16467765,35\lambda_{23} + \\ &41245217\lambda_{33} + 66270118,65\lambda_{43} + 91542470,3\lambda_{53}] \end{aligned}$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{1j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 3500\lambda_{21} + 7000\lambda_{31} + 10500\lambda_{41} + \\ &14000\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + 0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{52}] + [0\lambda_{13} + \\ &0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{53}] \geq 2500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{2j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + \\ &3500\lambda_{22} + 7000\lambda_{32} + 10500\lambda_{42} + 140000\lambda_{52}] + [0\lambda_{13} + \\ &0\lambda_{23} + 0\lambda_{33} + 0\lambda_{43} + 0\lambda_{53}] \geq 3000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \notin L} \sum_{v=1}^5 \hat{g}_{3j}(x_{vj}) \lambda_{vj} &= [0\lambda_{11} + 0\lambda_{21} + 0\lambda_{31} + 0\lambda_{41} + 0\lambda_{51}] + [0\lambda_{12} + \\ &0\lambda_{22} + 0\lambda_{32} + 0\lambda_{42} + 0\lambda_{52}] + [0\lambda_{13} + 3500\lambda_{23} + 7000\lambda_{33} + \\ &10500\lambda_{43} + 14000\lambda_{53}] \geq 3500 \end{aligned}$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} = 1$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} = 1$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} = 1$$

$$\text{dengan } \lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3} \geq 0; j = 1, 2, 3 \quad (3.42)$$

dan terdapat paling sedikit satu  $\lambda_{vj}$  tidak nol atau paling banyak dua  $\lambda_{vj}, \lambda_{(v+1)j}$  tidak nol dan berdampingan.

Dari fungsi tujuan dan fungsi kendala linear yang diperoleh pada Persamaan (3.42), maka dapat diketahui bahwa terdapat 15 variabel dengan 6 kendala.

## 5. Mencari Solusi

Pada skripsi ini menggunakan *software* WinQSB dalam menyelesaikan masalah *separable programming*.

### a. Formulasi Delta

Variabel yang digunakan pada Persamaan (3.33) sebanyak 12 variabel, akan kesulitan jika diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks biasa. Maka untuk mempermudah perhitungan, masalah pemrograman linear pada Persamaan (3.33) akan diselesaikan menggunakan *software* WinQSB diperoleh sebagai berikut

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0.7143	24,529,300.0000	17,520,930.0000	0	basic	0	24,776,750.0000
X2	0	24,776,750.0000	0	247,450.0000	at bound	24,529,300.0000	M
X3	0	25,024,200.0000	0	494,900.0000	at bound	24,529,300.0000	M
X4	0	25,271,650.0000	0	742,350.0000	at bound	24,529,300.0000	M
X5	0.8571	24,529,650.0000	21,025,420.0000	0	basic	0	24,777,100.0000
X6	0	24,777,100.0000	0	247,450.0000	at bound	24,529,650.0000	M
X7	0	25,024,550.0000	0	494,900.0000	at bound	24,529,650.0000	M
X8	0	25,272,000.0000	0	742,350.0000	at bound	24,529,650.0000	M
X9	1.0000	24,530,000.0000	24,530,000.0000	0	basic	0	24,777,450.0000
X10	0	24,777,450.0000	0	247,450.0000	at bound	24,530,000.0000	M
X11	0	25,024,900.0000	0	494,900.0000	at bound	24,530,000.0000	M
X12	0	25,272,350.0000	0	742,350.0000	at bound	24,530,000.0000	M
Objective	Function	(Min.) =	63,076,350.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,008.3720	0	3,500.0000
C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	7,008.4720	0	3,500.0000
C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,008.5720	0	3,500.0000
C4	0.7143	<=	1.0000	0.2857	0	0.7143	M
C5	0.8571	<=	1.0000	0.1429	0	0.8571	M
C6	1.0000	<=	1.0000	0	0	1.0000	M

Hasil output dari *software* WinQSB diinterpretasikan untuk  $X1 = \delta_{11}, X2 = \delta_{21}, \dots, X21 = \delta_{73}$ . Berdasarkan output diperoleh nilai dari  $\delta_{11} = 0,7143, \delta_{12} = 0,8571, \delta_{13} = 1$ . Berdasarkan Persamaan (3.21) dapat diperoleh  $x_1, x_2$  dan  $x_3$  sebagai berikut

$$x_1 = 0 + [3500\delta_{11} + 3500\delta_{21} + 3500\delta_{31} + 3500\delta_{41}] = 3500(0,7143) = 2500,05$$

$$x_2 = 0 + [3500\delta_{12} + 3500\delta_{22} + 3500\delta_{32} + 3500\delta_{42}] = 3500(0,8571) = 2999,85$$

$$x_3 = 0 + [3500\delta_{13} + 3500\delta_{23} + 3500\delta_{33} + 3500\delta_{43}] = 3500(1) = 3500$$

Pada permasalahan ini membahas tentang banyaknya kardus, sehingga hasil yang diperoleh dibulatkan menjadi satuan kardus, maka diperoleh jumlah produksi bakpia pada bulan Agustus sebanyak 2500 kardus, pada bulan September sebanyak 3000 kardus dan pada bulan Oktober sebanyak 3500 kardus dengan biaya total yang diperoleh sebesar

$$\sum_{j=1}^3 f_j(x_j) = 0,0101(2500^2) + 6973,0219(2500) + 0,0101(3000^2)$$

$$\begin{aligned}
& +6973,1219(3000) + 0,0101(3500^2) + 6973,2219(3500) - \\
& 8062236,297 \\
& = 54973710,8
\end{aligned}$$

## b. Formulasi Lambda

Variabel yang digunakan pada Persamaan (3.42) sebanyak 15 variabel. Masalah pemrograman linear pada Persamaan (3.42) akan diselesaikan menggunakan *software* WinQSB diperoleh sebagai berikut

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0.2857	0	0	0	basic	-247,448.0000	24,529,300.0000
X2	0.7143	24,529,300.0000	17,520,930.0000	0	basic	0	24,653,030.0000
X3	0	49,306,050.0000	0	247,448.0000	at bound	49,058,600.0000	M
X4	0	74,330,260.0000	0	742,350.0000	at bound	73,587,900.0000	M
X5	0	99,601,900.0000	0	1,484,696.0000	at bound	98,117,210.0000	M
X6	0.1429	0	0	0	basic	-247,448.0000	24,529,650.0000
X7	0.8571	24,529,650.0000	21,025,420.0000	0	basic	0	24,653,380.0000
X8	0	49,306,750.0000	0	247,448.0000	at bound	49,059,300.0000	M
X9	0	74,331,300.0000	0	742,348.0000	at bound	73,588,960.0000	M
X10	0	99,603,300.0000	0	1,484,696.0000	at bound	98,118,610.0000	M
X11	0	-8,062,237.0000	0	0	basic	-8,309,686.0000	16,467,770.0000
X12	1.0000	16,467,770.0000	16,467,770.0000	0	basic	-8,062,237.0000	16,591,490.0000
X13	0	41,245,220.0000	0	247,449.5000	at bound	40,997,770.0000	M
X14	0	66,270,120.0000	0	742,352.0000	at bound	65,527,770.0000	M
X15	0	91,542,470.0000	0	1,484,703.0000	at bound	90,057,770.0000	M
Objective	Function	(Min.) =	55,014,110.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,008.3720	0	3,500.0000
C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	7,008.4720	0	3,500.0000
C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,008.5720	0	3,500.0000
C4	1.0000	=	1.0000	0	0	0.7143	14,000.7100
C5	1.0000	=	1.0000	0	0	0.8571	14,000.8600
C6	1.0000	=	1.0000	0	-8,062,237.0000	1.0000	14,001.0000

Hasil output dari *software* WinQSB diinterpretasikan untuk  $X1 = \lambda_{11}$ ,  $X2 = \lambda_{21}$ , ...,  $X24 = \lambda_{83}$ . Berdasarkan output diperoleh nilai dari  $\lambda_{11} = 0,2857$ ,  $\lambda_{21} = 0,7143$ ,  $\lambda_{12} = 0,1429$ ,  $\lambda_{22} = 0,8571$ ,  $\lambda_{23} = 1$ . Berdasarkan Persamaan (3.24) dapat diperoleh  $x_1$ ,  $x_2$  dan  $x_3$  sebagai berikut

$$\begin{aligned}
x_1 &= [0\lambda_{11} + 3500\lambda_{21} + 7000\lambda_{31} + 10500\lambda_{41} + 14000\lambda_{51}] = 0(0,2857) + \\
& 0(0,7143) = 2500,05
\end{aligned}$$

$$x_2 = [0\lambda_{12} + 3500\lambda_{22} + 7000\lambda_{32} + 10500\lambda_{42} + 14000\lambda_{52}] = 0(0,1429) + 3500(0,8571) = 2999,85$$

$$x_3 = [0\lambda_{13} + 3500\lambda_{23} + 7000\lambda_{33} + 10500\lambda_{43} + 14000\lambda_{53}] = 3500(1) = 3500$$

Pada permasalahan ini membahas tentang banyaknya kardus, sehingga hasil yang diperoleh dibulatkan menjadi satuan kardus, maka diperoleh jumlah produksi bakpia pada bulan Agustus sebanyak 2500 kardus, pada bulan September sebanyak 3000 kardus dan pada bulan Oktober sebanyak 3500 kardus dengan biaya total yang diperoleh sebesar

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 f_j(x_j) &= 0,0101(2500^2) + 6973,0219(2500) + 0,0101(3000^2) \\ &\quad + 6973,1219(3000) + 0,0101(3500^2) + 6973,2219(3500) - \\ &\quad 8062236,297 \\ &= 54973710,8 \end{aligned}$$

Penyelesaian menggunakan formulasi delta dan formulasi lamda dengan beberapa titik kisi dapat dilihat pada Lampiran VII dan VIII diperoleh nilai sebagai berikut

**Tabel 3.2 Nilai Fungsi Tujuan**

titik kisi	nilai hasil perhitungan		nilai pembulatan	nilai hasil perhitungan		nilai pembulatan
	formulasi delta	formulasi lambda		formulasi delta	formulasi lambda	
5	$x_1 = 2500,05$ $x_2 = 2999,85$ $x_3 = 3500$	$x_1 = 2500,05$ $x_2 = 2999,85$ $x_3 = 3500$	$x_1 = 2500$ $x_2 = 3000$ $x_3 = 3500$	54973006,92	54973006,92	54973710,8
11	$x_1 = 2499,99$ $x_2 = 3000$ $x_3 = 3500$	$x_1 = 2499,99$ $x_2 = 3000,01$ $x_3 = 3499,98$	$x_1 = 2500$ $x_2 = 3000$ $x_3 = 3500$	54973640,57	54973570,03	54973710,8
29	$x_1 = 2500,003$ $x_2 = 2999,997$ $x_3 = 3500$	$x_1 = 2500,0078$ $x_2 = 2999,8371$ $x_3 = 3499,999$	$x_1 = 2500$ $x_2 = 3000$ $x_3 = 3500$	54973710,77	54972612,75	54973710,8
48	$x_1 = 2500,003$ $x_2 = 2999,997$ $x_3 = 3500$	$x_1 = 2500,0031$ $x_2 = 3000,0025$ $x_3 = 3500$	$x_1 = 2500$ $x_2 = 3000$ $x_3 = 3500$	54973710,77	54973750,16	54973710,8

Perhitungan pada masalah nonlinear dengan menggunakan *software* WinQSB pada Lampiran V diperoleh biaya sebesar 54973707,7. Berdasarkan Tabel 3.2 diperoleh pada formulasi delta dan formulasi lambda tampak bahwa semakin banyak titik kisi yang digunakan, maka penyelesaiannya semakin mendekati nilai sebenarnya (nilai yang diperoleh dari hasil masalah nonlinear menggunakan WinQSB).

Berdasarkan hasil perhitungan dari formulasi delta, formulasi lamda dan nilai nonlinear diperoleh bahwa Bakpia Eny harus memproduksi bakpia sesuai pesanan, agar tidak menimbulkan penambahan biaya. Bakpia yang harus diproduksi adalah sebesar 2500 kardus bakpia pada bulan Agustus, 3000 kardus bakpia pada bulan September dan 3500 kardus bakpia pada bulan Oktober dengan biaya sebesar Rp 54.973.710,8.

## BAB IV

### PENUTUP

#### A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut

1. Langkah menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear dengan pendekatan *separable programming* menggunakan formulasi delta dan formulasi lambda adalah
  - a. memodelkan suatu masalah,
  - b. mentransformasi fungsi nonlinear menjadi fungsi linear,
  - c. membentuk masalah AP,
  - d. membentuka masalah LAP,
  - e. mencari solusi.
2. Model untuk masalah pemrograman nonlinear *separable* penetapan jumlah produksi optimal pada produksi bakpia di Bakpia Eny untuk bulan Agustus, September dan Oktober dapat dituliskan sebagai berikut  
Meminimumkan biaya dengan harapan dapat memproduksi bakpia seoptimal mungkin

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 f_j(x_j) = & 0,0101x_1^2 + 6973,0219x_1 + 0,0101x_2^2 + 6973,1219x_2 \\ & + 0,0101x_3^2 + 6973,2219x_3 - 8062236,297 \end{aligned}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) = x_1 \geq 2500$$

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) = x_2 \geq 3000$$

$$\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) = x_3 \geq 3500$$

$$0 \leq x_j \leq 14000$$

untuk  $i = 1,2,3; j = 1,2,3$

dimana variabel  $x_1$  merupakan jumlah produksi pada bulan Agustus,  $x_2$  merupakan jumlah produksi pada bulan September, dan  $x_3$  merupakan jumlah produksi pada bulan Oktober.

Berdasarkan perhitungan pada pembahasan yang diselesaikan menggunakan pendekatan *separable programming* dengan formulasi delta dan formulasi lambda diperoleh solusi bahwa Bakpia Eny harus memproduksi bakpia sesuai pesanan, agar tidak menimbulkan penambahan biaya. Bakpia yang harus diproduksi adalah sebesar 2500 kardus bakpia pada bulan Agustus, 3000 kardus bakpia pada bulan September dan 3500 kardus bakpia pada bulan Oktober dengan biaya sebesar Rp 54.973.710,8.

## B. Saran

Penulisan skripsi ini hanya sebatas menyelesaikan pemrograman nonlinear yang mempunyai fungsi tujuan nonlinear dan fungsi kendala linear pada penetapan jumlah produksi Bakpia Eny optimal menggunakan pendekatan *separable programming* dengan formulasi delta dan formulasi lambda. Bagi pembaca yang ingin mengembangkan lebih lanjut tentang *separable programming* dapat membahasnya menggunakan metode yang berbeda dengan masalah pemrograman nonlinear yang mempunyai fungsi tujuan nonlinear dan fungsi kendala nonlinear.

## DAFTAR PUSTAKA

- B. Susanta. (1994). *Program Linear*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan & Kebudayaan.
- Badan Pusat Statistika. (2013). *Statistik Daerah Istimewa Yogyakarta*. BPS DIY.
- Bazaraa M. S., H. D. Sherali and C. M. Shetty. (2006). *Nonlinear Programming*. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Inc.
- Bu, Lingguo and Robert Schoen. (2011). *Model-Centered Learning*. Netherlands : Sense Publishers.
- Budi Marpaung. (2012). Perbandingan Pendekatan Separable Programming dengan The Kuhn-Tucker Conditions dalam Pemecahan Masalah Nonlinear. *Jurnal Teknik dan Ilmu Komputer*. Vol. 01 No. 2.
- Desi Mariani. (2003). *Pemrograman Terpisahkan*. Skripsi : IPB.
- Enty Nur Hayati. (2012). Penerapan Program Dinamis untuk Menentukan Jalur Perjalanan yang Optimum dengan Bantuan *Software WinQSB*. *Jurnal Dinamika Teknik*. Vol. VI, No. 2.
- Hillier, F.S and Gerald, L. Lieberman. (2001). *Introduction to Operation Research 7<sup>th</sup> ed*. Singapore : McGraw-Hill, Inc.
- Jain, Sanjay. (2012). Modified Gauss Elimination Technique for Separable Nonlinear Programming. *Jurnal Industrial Mathematics*. Vol. 4 No. 3, 163-170.
- Kutner, M.H., Nachtsheim, C. J., Neter, J. & Li, W. (2005). *Applied Linear Statistical Models*. New York: McGrawHill/Irwin.
- Purcell, J. Edwin and Valberg, Dale. (1987). *Calculus with Analytic Geometry 5<sup>th</sup> ed*. New York: Prentice-Hall Inc.
- Rao S. S. (2009). *Engineering Optimization Theory and Practice 4<sup>th</sup> ed*. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Inc.
- Rince A. Putri. (2009). Optimasi Nonlinear dengan Pemrograman Terpisah. *Jurnal Gradien* Vol. 5 No. 1, 434-437.
- Rini Nurcahyani. (2014). *Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Separable Programming pada Portofolio Optimal*. Skripsi : UNY.

- Segal, Uzi. (1994). A Sufficient Condition for Additively Separable Function.  
*Jurnal of Mathematical economics*. Vol. 23, 295-303.
- Sharma, S. (2006). *Applied Nonlinear Programming*. New Delhi : New Age International.
- Sinha, S. M. (2006). *Mathematical Programming : Theory and Methods 1<sup>nd</sup> ed* .  
New Delhi : Elsevier Inc.
- Winston, L. W. (2004). *Operation Research : Applications and Algorithms 4<sup>th</sup> ed*.  
Duxbury: New York.

## LAMPIRAN I

### Surat Pernyataan Pemilik Bakpia Eny

Surat pernyataan yang bertandatangan dibawah ini:

Nama : Dwi Catur Listiani, S.Pd.

Alamat : Sanggrahan, Pathuk NG I/523 Yk

Status : Pemilik

menerangkan bahwa saudara/i Lina Febriani dari jurusan pendidikan matematika, program studi matematika Universitas Negeri Yogyakarta(UNY) telah mengambil data mengenai biaya produksi dan jumlah produksi bakpia di Bakpia Eny pada tanggal 19 Agustus 2014.

Demikian keterangan kami buat dengan sebenarnya dan data tersebut dapat digunakan bagaimana semestinya.

Yogyakarta, 19 Agustus 2014

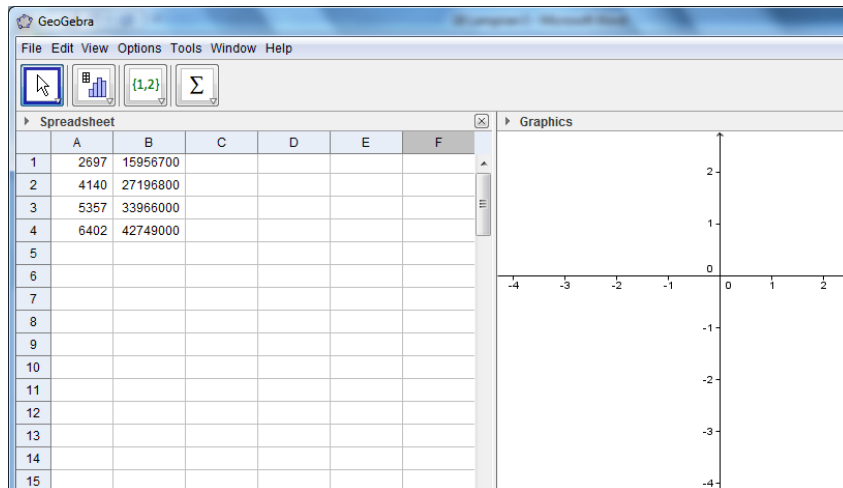


Dwi Catur Listiani, S.Pd.

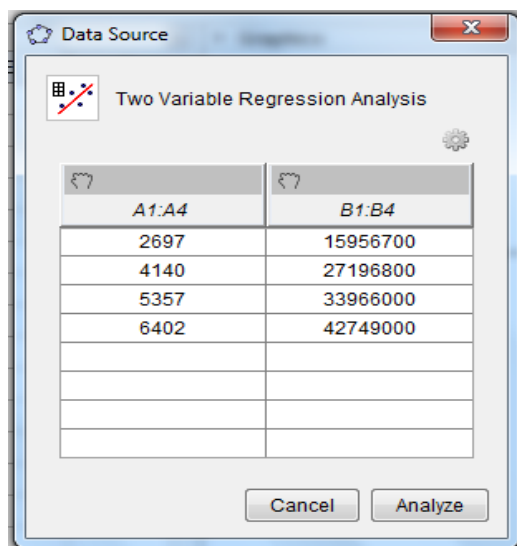
## LAMPIRAN II

Langkah-langkah mencari analisis regresi dengan menggunakan *software* Geogebra sebagai berikut

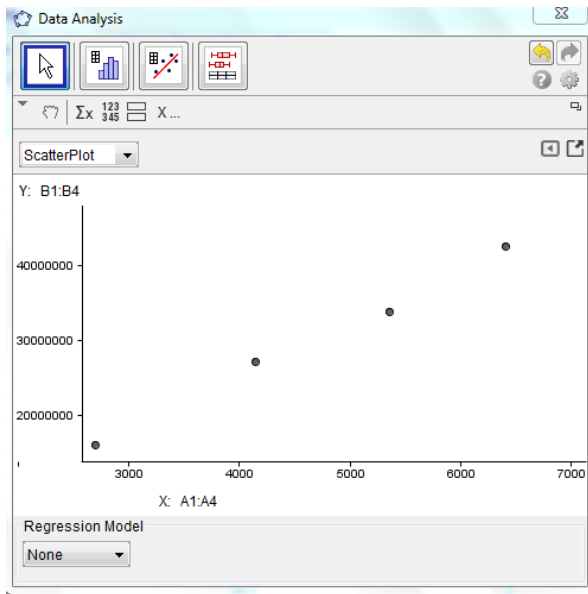
- a. Pilih menu *Spreadsheet & Graphics*
- b. Masukkan data pada kolom berikut, kemudian di *block*



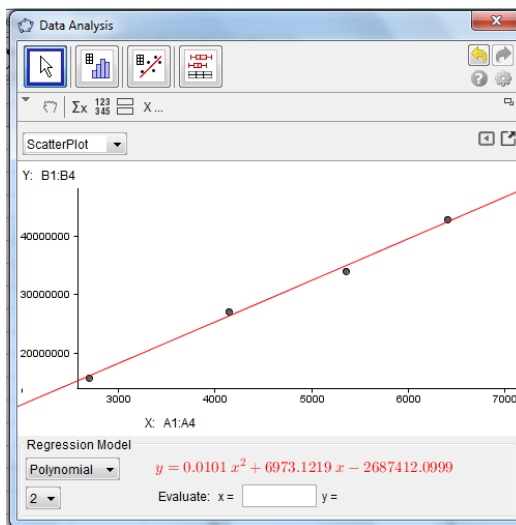
- c. Pilih menu *Two Variable Regression Analysis*
- d. Akan muncul *output* sebagai berikut



e. Pilih *Analyze* , akan muncul *output* sebagai berikut



f. Klik *Regression Model Polynomial*, akan muncul *outpt* sebagai berikut



### LAMPIRAN III

Nilai untuk  $f_j(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta f_{vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_1(x_{v1})$	$\Delta f_{v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_2(x_{v2})$	$\Delta f_{v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_3(x_{v3})$	$\Delta f_{v3}$
0	3500	0	24529301,65	0	3500	0	24529651,65	0	3500	8062236,297	24530001,65
3500	3500	24529301,65	24776751,65	3500	3500	24529651,65	24777101,65	3500	3500	16467765,35	24777451,65
7000	3500	49306053,3	25024201,65	7000	3500	49306753,3	25024551,65	7000	3500	41245217	25024901,65
10500	3500	74330254,95	25271651,65	10500	3500	74331304,95	25272001,65	10500	3500	66270118,65	25272351,65
14000		99601906,6		14000		99603306,6		14000		91542470,3	

## LAMPIRAN IV

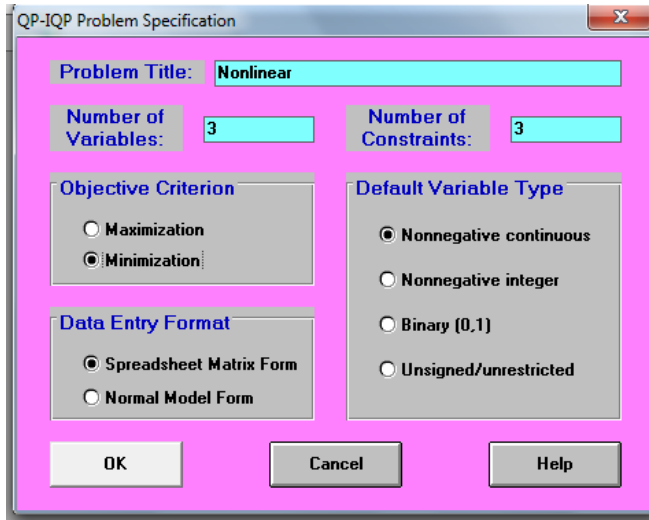
Nilai untuk  $g_{ij}(x_{vj}), \Delta x_{vj}$  dan  $\Delta g_{i,vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{11}(x_{v1})$	$\Delta g_{1,v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{22}(x_{v2})$	$\Delta g_{2,v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{33}(x_{v3})$	$\Delta g_{3,v3}$
0	3500	0	3500	0	3500	0	3500	0	3500	0	3500
3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500
7000	3500	7000	3500	7000	3500	7000	3500	7000	3500	7000	3500
10500	3500	10500	3500	10500	3500	10500	3500	10500	3500	10500	3500
14000		14000		14000		14000		14000		14000	

## LAMPIRAN V

Langkah-langkah penyelesaian model nonlinear menggunakan *software* WinQSB sebagai berikut

- a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



- b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Minimize	6973.0219	6973.1219	6973.2219		
X1 *	0.0101	0	0		
X2 *	0	0.0101	0		
X3 *	0	0	0.0101		
C1	1	0	0	>=	2500
C2	0	1	0	>=	3000
C3	0	0	1	>=	3500
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	14000	14000	14000		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

- c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK

d. Akan muncul output sebagai berikut

11:36:29		Tuesday		January		20		2015	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Dual Slack	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	2,500.00	6,973.02	17,432,554.00	0	basic	-50.50	M	
2	X2	3,000.00	6,973.12	20,919,366.00	0	basic	-60.60	M	
3	X3	3,500.00	6,973.22	24,406,276.00	0	basic	-70.70	M	
4	X1	* X1	0.01	63,125.00					
5	X2	* X2	0.01	90,900.00					
6	X3	* X3	0.01	123,724.99					
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Min.) =</b>	<b>63,035,944.00</b>					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	2,500.00	>=	2,500.00	0	7,023.52	0	14,000.00	
2	C2	3,000.00	>=	3,000.00	0	7,033.72	0	14,000.00	
3	C3	3,500.00	>=	3,500.00	0	7,043.92	0	14,000.00	

Berdasarkan fungsi tujuan pada model nonlinear, sehingga diperoleh nilai fungsi tujuannya adalah  $63035944 - 8062236,297 = 54973707,7$ .

## LAMPIRAN VI

Nilai untuk  $f_j(x_{vj}), \Delta x_{vj}, \Delta f_{vj}, g_{ij}(x_{vj})$  dan  $\Delta g_{i,vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

### 1. Untuk 11 Titik Kisi

#### a. Nilai untuk $f_j(x_{vj}), \Delta x_{vj}, \Delta f_{vj}$ dengan titik kisi $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_1(x_{v1})$	$\Delta f_{v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_2(x_{v2})$	$\Delta f_{v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_3(x_{v3})$	$\Delta f_{v3}$
0	300	0	2092875,57	0	50	0	348681,345	0	200	-8062236,297	1395048,38
300	500	2092875,57	3492165,95	50	150	348681,345	1046347,035	200	300	-6667187,917	2094087,57
800	300	5585041,52	2097723,57	200	250	1395028,38	1744921,725	500	400	-4573100,347	2794944,76
1100	500	7682765,09	3500245,95	450	350	3139950,105	2445011,415	900	600	-1778155,587	4198477,14
1600	300	11183011,04	2102571,57	800	450	5584961,52	3147222,105	1500	600	2420321,553	4205749,14
1900	500	13285582,61	3508325,95	1250	600	8732183,625	4202659,14	2100	400	6626070,693	2807872,76
2400	300	16793908,56	2107419,57	1850	650	12934842,77	4561086,985	2500	300	9433943,453	2108025,57
2700	500	18901328,13	3516405,95	2500	700	17495929,75	4921484,33	2800	200	11541969,02	1406360,38
3200	300	22417734,08	2112267,57	3200	750	22417414,08	5284002,675	3000	600	12948329,4	4223929,14
3500	500	24530001,65	3524485,95	3950	50	27701416,76	352670,845	3600	400	17172258,54	2819992,76
4000		28054487,6		4000		28054087,6		4000		19992251,3	

#### b. Nilai untuk $g_{ij}(x_{vj}), \Delta x_{vj}$ dan $\Delta g_{i,vj}$ dengan titik kisi $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{11}(x_{v1})$	$\Delta g_{1,v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{22}(x_{v2})$	$\Delta g_{2,v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{33}(x_{v3})$	$\Delta g_{3,v3}$
0	300	0	300	0	50	0	50	0	200	0	200
300	500	300	500	50	150	50	150	200	300	200	300
800	300	800	300	200	250	200	250	500	400	500	400
1100	500	1100	500	450	350	450	350	900	600	900	600
1600	300	1600	300	800	450	800	450	1500	600	1500	600
1900	500	1900	500	1250	600	1250	600	2100	400	2100	400
2400	300	2400	300	1850	650	1850	650	2500	300	2500	300
2700	500	2700	500	2500	700	2500	700	2800	200	2800	200
3200	300	3200	300	3200	750	3200	750	3000	600	3000	600
3500	500	3500	500	3950	50	3950	50	3600	400	3600	400
4000		4000		4000		4000		4000		4000	

2. Untuk 29 Titik Kisi

a. Nilai untuk  $f_j(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta f_{vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_1(x_{v1})$	$\Delta f_{v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_2(x_{v2})$	$\Delta f_{v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_3(x_{v3})$	$\Delta f_{v3}$
0	85	0	592796,834	0	65	0	453295,596	0	70	-8062236,3	488175,023
85	130	592796,834	906912,747	65	112	453295,596	781263,403	70	127	-7574061,27	885941,662
215	100	1499709,58	697857,49	177	145	1234558,999	1011833,46	197	137	-6688119,61	956066,145
315	150	2197567,07	1047164,99	322	138	2246392,46	963380,774	334	147	-5732053,47	1026273,65
465	105	3244732,06	733285,917	460	152	3209773,234	1061560,26	481	131	-4705779,82	914938,217

570	110	3978017,97	768443,159	612	115	4271333,497	803464,267	612	163	-3790841,6	1138918,59
680	120	4746461,13	838580,388	727	175	5074797,764	1223175,59	775	156	-2651923,01	1090510,59
800	175	5585041,52	1223451,15	902	125	6297973,354	874075,6	931	138	-1561412,42	965092,222
975	125	6808492,67	874272,425	1027	165	7172048,954	1154263,08	1069	140	-596320,2	979472,158
1100	145	7682765,09	1014551,43	1192	115	8326312,031	804811,607	1209	154	383151,9582	1077876,66
1245	142	8697316,52	993972,324	1307	173	9131123,638	1211219,81	1363	158	1461028,62	1106371,35
1387	108	9691288,84	756251,651	1480	127	1034234,45	889546,176	1521	136	2567399,967	952723,479
1495	175	10447540,5	1225907,97	1607	166	11231889,63	1163205,14	1657	142	3520123,446	995154,105
1670	183	11673448,5	1282611,17	1773	144	12395094,77	1009496,29	1799	152	4515277,551	1065686,73
1853	146	12956059,6	1023770,56	1917	135	13404591,06	946783,188	1951	97	5580964,28	680320,345
1999	196	13979830,2	1375053,93	2052	155	14351374,25	1087501,36	2048	157	6261284,625	1101539,82
2195	102	15354884,1	715896,292	2207	152	15438875,61	1066924,25	2205	94	7362824,445	659758,956
2297	92	16070780,4	645890,646	2359	138	16505799,86	969059,115	2299	179	8022583,401	1256843,06
2389	183	16716671,1	1285269,02	2497	104	17474858,98	730559,617	2478	208	9279426,46	1461278,69
2572	84	18001940,1	590186,075	2601	186	18205418,59	1307122,57	2686	105	10740705,15	737996,658
2656	184	18592126,2	1293286,6	2787	145	19512541,16	1019478,15	2791	189	11478701,8	1328955,2
2840	267	19885412,8	1877887,52	2932	225	20532019,31	1582789,68	2980	127	12807657,01	893406,976
3107	101	21763300,3	710737,343	3157	65	22114808,99	457440,737	3107	167	13701063,98	1175290,89
3208	134	22474037,6	943276,505	3222	145	22572249,73	1020752,27	3274	104	14876354,87	732202,338
3342	219	23417314,1	1542404,34	3367	157	23593002	1105707,2	3378	190	15608557,21	1338241,54
3561	112	24959718,5	789183,954	3524	133	24698709,19	937071,45	3568	131	16946798,74	923107,037
3673	197	25748902,4	1388733,02	3657	185	25635780,64	1304039,43	3699	163	17869905,78	1149082,84
3870	130	27137635,4	916852,157	3842	158	26939820,08	1114267,52	3862	138	19018988,63	973262,678
4000		28054487,6		4000		28054087,6		4000		19992251,3	

b. Nilai untuk  $g_{ij}(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta g_{i,vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

Fungsi												
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{11}(x_{v1})$	$\Delta g_{1,v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{22}(x_{v2})$	$\Delta g_{2,v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{33}(x_{v3})$	$\Delta g_{3,v3}$	
0	85	0	85	0	65	0	65	0	70	0	70	70
85	130	85	130	65	112	65	112	70	127	70	127	127
215	100	215	100	177	145	177	145	197	137	197	137	137
315	150	315	150	322	138	322	138	334	147	334	147	147
465	105	465	105	460	152	460	152	481	131	481	131	131
570	110	570	110	612	115	612	115	612	163	612	163	163
680	120	680	120	727	175	727	175	775	156	775	156	156
800	175	800	175	902	125	902	125	931	138	931	138	138
975	125	975	125	1027	165	1027	165	1069	140	1069	140	140
1100	145	1100	145	1192	115	1192	115	1209	154	1209	154	154
1245	142	1245	142	1307	173	1307	173	1363	158	1363	158	158
1387	108	1387	108	1480	127	1480	127	1521	136	1521	136	136
1495	175	1495	175	1607	166	1607	166	1657	142	1657	142	142
1670	183	1670	183	1773	144	1773	144	1799	152	1799	152	152
1853	146	1853	146	1917	135	1917	135	1951	97	1951	97	97
1999	196	1999	196	2052	155	2052	155	2048	157	2048	157	157
2195	102	2195	102	2207	152	2207	152	2205	94	2205	94	94
2297	92	2297	92	2359	138	2359	138	2299	179	2299	179	179
2389	183	2389	183	2497	104	2497	104	2478	208	2478	208	208

2572	84	2572	84	2601	186	2601	186	2686	105	2686	105
2656	184	2656	184	2787	145	2787	145	2791	189	2791	189
2840	267	2840	267	2932	225	2932	225	2980	127	2980	127
3107	101	3107	101	3157	65	3157	65	3107	167	3107	167
3208	134	3208	134	3222	145	3222	145	3274	104	3274	104
3342	219	3342	219	3367	157	3367	157	3378	190	3378	190
3561	112	3561	112	3524	133	3524	133	3568	131	3568	131
3673	197	3673	197	3657	185	3657	185	3699	163	3699	163
3870	130	3870	130	3842	158	3842	158	3862	138	3862	138
4000		4000		4000		4000		4000		4000	

3. Untuk 48 Titik Kisi

a. Nilai untuk  $f_j(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta f_{vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_1(x_{vj})$	$\Delta f_{v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_2(x_{vj})$	$\Delta f_{v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$f_3(x_{vj})$	$\Delta f_{v3}$
0	85	0	592796,834	0	65	0	453295,596	0	50	-8062236,297	348686,345
85	65	592796,834	453413,701	65	105	453295,596	732427,017	50	75	-7713549,952	523124,205
150	50	1046210,535	348837,845	170	78	1185722,61	544232,809	125	125	-7190425,747	872126,175
200	120	1395048,38	837416,868	248	84	1729955,42	586234,312	250	60	-6318299,572	418732,674
320	85	2232465,248	593346,274	332	78	2316189,73	544488,056	310	85	-5899566,898	593329,104
405	105	2825811,522	733158,657	410	93	2860677,79	649357,918	395	82	-5306237,794	572526,386
510	65	3558970,179	453971,726	503	87	3510035,71	607622,024	477	83	-4733711,408	579646,735

575	75	4012941,905	523919,58	590	90	4117657,73	628735,401	560	80	-4154064,673	558827,352
650	95	4536861,485	663794,583	680	110	4746393,13	768676,579	640	85	-3595237,321	593895,714
745	105	5200656,068	733879,797	790	53	5515069,71	370449,606	725	175	-3001341,607	1223186,02
850	85	5934535,865	594256,284	843	81	5885519,32	566268,457	900	100	-1778155,587	699241,19
935	70	6528792,149	489497,113	924	92	6451787,77	643329,863	1000	50	-1078914,397	349696,345
1005	110	7018289,262	769409,729	1016	82	7095117,64	573546,811	1050	70	-729218,052	489659,723
1115	70	7787698,991	489751,633	1098	102	7668664,45	713625,833	1120	50	-239558,329	349817,545
1185	100	8277450,624	699816,89	1200	65	8382290,28	454871,196	1170	130	110259,216	909761,957
1285	50	8977267,514	349984,195	1265	88	8837161,48	615961,606	1300	90	1020021,173	630035,181
1335	95	9327251,709	665109,098	1353	85	9453123,08	595111,435	1390	70	1650056,354	490140,483
1430	105	9992360,807	735332,682	1438	62	10048234,5	434173,333	1460	95	2140196,837	665348,973
1535	80	10727693,49	560402,952	1500	108	10482407,9	756487,372	1555	75	2805545,81	525404,28
1615	95	11288096,44	665646,418	1608	92	11238895,2	644601,008	1630	95	3330950,09	665675,203
1710	75	11953742,86	525639,105	1700	70	11883496,2	490571,823	1725	75	3996625,293	525661,83
1785	55	12479381,96	385540,892	1770	90	12374068,1	630880,641	1800	100	4522287,123	701059,19
1840	95	12864922,86	666078,193	1860	81	13004948,7	567932,472	1900	68	5223346,313	476835,632
1935	105	13531001,05	736403,787	1941	59	13572881,2	413762,634	1968	82	5700181,945	575131,903
2040	75	14267404,84	526139,055	2000	110	13986643,8	771609,619	2050	50	6275313,848	350756,845
2115	95	14793543,89	666605,918	2110	90	14758253,4	631498,761	2100	110	6626070,693	771842,819
2210	90	15460149,81	631689,561	2200	90	15389752,2	631662,381	2210	80	7397913,512	561493,752
2300	80	16091839,37	561639,192	2290	80	16021414,6	561615,032	2290	92	7959407,264	645877,637
2380	58	16653478,56	407269,255	2370	90	16583029,6	631971,441	2382	83	8605284,901	582840,658
2438	113	17060747,82	793668,02	2460	85	17215001	597012,154	2465	75	9188125,559	526782,93
2551	74	17854415,84	519886,963	2545	85	17812013,2	597158,099	2540	95	9714908,489	667421,493

2625	95	18374302,8	667584,608	2630	104	18409171,3	730839,023	2635	85	10382329,98	597321,129
2720	95	19041887,41	667766,913	2734	56	19140010,3	393619,201	2720	76	10979651,11	534198,946
2815	82	19709654,32	576534,874	2790	90	19533629,5	632735,001	2796	83	11513850,06	583534,77
2897	73	20286189,2	513370,938	2880	88	20166364,5	618832,43	2879	71	12097384,83	499278,731
2970	90	20799560,13	633071,241	2968	85	20785196,9	597884,39	2950	90	12596663,56	633034,881
3060	82	21432631,37	576940,692	3053	88	21383081,3	619139,954	3040	87	13229698,44	612089,248
3142	88	22009572,07	619306,961	3141	79	22002221,3	555952,072	3127	63	13841787,69	443332,487
3230	95	22628879,03	668745,603	3220	80	22558173,4	563117,912	3190	102	14285120,17	717946,39
3325	75	23297624,63	528085,83	3300	90	23121291,3	633662,181	3292	83	15003066,56	584366,364
3400	85	23825710,46	598634,634	3390	80	23754953,5	563392,632	3375	75	15587432,93	528161,58
3485	95	24424345,09	669234,948	3470	95	24318346,1	669196,663	3450	50	16115594,51	352170,845
3580	75	25093580,04	528472,155	3565	83	24987542,7	584815,776	3500	100	16467765,35	704493,19
3655	85	25622052,2	599072,469	3648	52	25572358,5	366461,508	3600	109	17172258,54	768127,665
3740	115	26221124,67	810742,111	3700	118	25938820	831788,337	3709	81	17940386,21	570965,906
3855	55	27031866,78	387840,662	3818	85	26770608,4	599343,84	3790	120	18511352,11	846119,028
3910	90	27419707,44	634780,161	3903	97	27369952,2	684135,393	3910	90	19357471,14	634780,161
4000		28054487,6		4000		28054087,6		4000		19992251,3	

b. Nilai untuk  $g_{ij}(x_{vj})$ ,  $\Delta x_{vj}$  dan  $\Delta g_{i,vj}$  dengan titik kisi  $x_{vj}$

Fungsi											
$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{11}(x_{v1})$	$\Delta g_{1,v1}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{22}(x_{v2})$	$\Delta g_{2,v2}$	$x_{vj}$	$\Delta x_{vj}$	$g_{33}(x_{v3})$	$\Delta g_{3,v3}$
0	85	0	85	0	65	0	65	0	50	0	50
85	65	85	65	65	105	65	105	50	75	50	75

150	50	150	50	170	78	170	78	125	125	125	125
200	120	200	120	248	84	248	84	250	250	250	60
320	85	320	85	332	78	332	78	310	310	310	85
405	105	405	105	410	93	410	93	395	395	395	82
510	65	510	65	503	87	503	87	477	477	477	83
575	75	575	75	590	90	590	90	560	560	560	80
650	95	650	95	680	110	680	110	640	640	640	85
745	105	745	105	790	53	790	53	725	725	725	175
850	85	850	85	843	81	843	81	900	900	900	100
935	70	935	70	924	92	924	92	1000	1000	1000	50
1005	110	1005	110	1016	82	1016	82	1050	1050	1050	70
1115	70	1115	70	1098	102	1098	102	1120	1120	1120	50
1185	100	1185	100	1200	65	1200	65	1170	1170	1170	130
1285	50	1285	50	1265	88	1265	88	1300	1300	1300	90
1335	95	1335	95	1353	85	1353	85	1390	1390	1390	70
1430	105	1430	105	1438	62	1438	62	1460	1460	1460	95
1535	80	1535	80	1500	108	1500	108	1555	1555	1555	75
1615	95	1615	95	1608	92	1608	92	1630	1630	1630	95
1710	75	1710	75	1700	70	1700	70	1725	1725	1725	75
1785	55	1785	55	1770	90	1770	90	1800	1800	1800	100
1840	95	1840	95	1860	81	1860	81	1900	1900	1900	68
1935	105	1935	105	1941	59	1941	59	1968	1968	1968	82
2040	75	2040	75	2000	110	2000	110	2050	2050	2050	50
2115	95	2115	95	2110	90	2110	90	2100	2100	2100	110

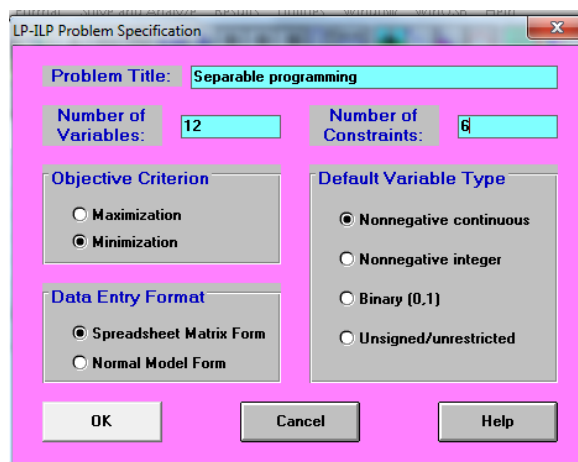
2210	90	2210	90	2200	90	2200	90	2200	90	2210	80	2210	80
2300	80	2300	80	2290	80	2290	80	2290	80	2290	92	2290	92
2380	58	2380	58	2370	90	2370	90	2370	90	2382	83	2382	83
2438	113	2438	113	2460	85	2460	85	2460	85	2465	75	2465	75
2551	74	2551	74	2545	85	2545	85	2545	85	2540	95	2540	95
2625	95	2625	95	2630	104	2630	104	2630	104	2635	85	2635	85
2720	95	2720	95	2734	56	2734	56	2734	56	2720	76	2720	76
2815	82	2815	82	2790	90	2790	90	2790	90	2796	83	2796	83
2897	73	2897	73	2880	88	2880	88	2880	88	2879	71	2879	71
2970	90	2970	90	2968	85	2968	85	2968	85	2950	90	2950	90
3060	82	3060	82	3053	88	3053	88	3053	88	3040	87	3040	87
3142	88	3142	88	3141	79	3141	79	3141	79	3127	63	3127	63
3230	95	3230	95	3220	80	3220	80	3220	80	3190	102	3190	102
3325	75	3325	75	3300	90	3300	90	3300	90	3292	83	3292	83
3400	85	3400	85	3390	80	3390	80	3390	80	3375	75	3375	75
3485	95	3485	95	3470	95	3470	95	3470	95	3450	50	3450	50
3580	75	3580	75	3565	83	3565	83	3565	83	3500	100	3500	100
3655	85	3655	85	3648	52	3648	52	3648	52	3600	109	3600	109
3740	115	3740	115	3700	118	3700	118	3700	118	3709	81	3709	81
3855	55	3855	55	3818	85	3818	85	3818	85	3790	120	3790	120
3910	90	3910	90	3903	97	3903	97	3903	97	3910	90	3910	90
4000		4000		4000		4000		4000		4000		4000	

## LAMPIRAN VII

### Formulasi Delta

Langkah-langkah penyelesaian pemrograman linear dengan metode simpleks menggunakan *software* WinQSB sebagai berikut

1. Menggunakan 5 titik kisi untuk formulasi delta
  - a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



- b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	24529301.65	24776751.65	25024201.65	25271651.65	24529651.65	24777101.65	25024551.65	25272001.65	24530001.65	24777451.65	25024901.65	25272351.65
C1	3500	3500	3500	3500	0	0	0	0	0	0	0	0
C2	0	0	0	0	3500	3500	3500	3500	0	0	0	0
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	3500	3500	3500	3500
C4	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C5	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
C6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

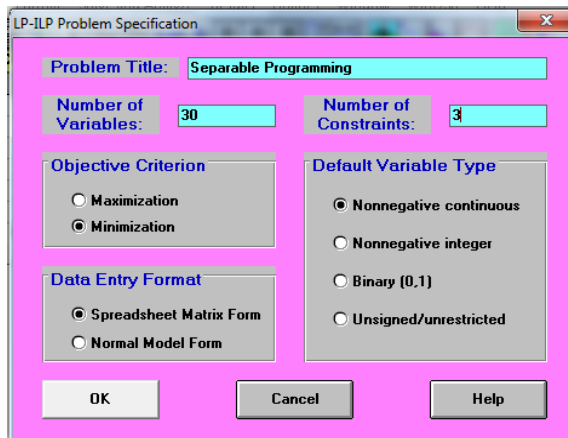
- c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK

d. Akan muncul output sebagai berikut

21:43:20		Monday		January		19		2015	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	X1	0.7143	24,529,300.0000	17,520,930.0000	0	basic	0	24,776,750.0000	
2	X2	0	24,776,750.0000	0	247,450.0000	at bound	24,529,300.0000	M	
3	X3	0	25,024,200.0000	0	494,900.0000	at bound	24,529,300.0000	M	
4	X4	0	25,271,650.0000	0	742,350.0000	at bound	24,529,300.0000	M	
5	X5	0.8571	24,529,650.0000	21,025,420.0000	0	basic	0	24,777,100.0000	
6	X6	0	24,777,100.0000	0	247,450.0000	at bound	24,529,650.0000	M	
7	X7	0	25,024,550.0000	0	494,900.0000	at bound	24,529,650.0000	M	
8	X8	0	25,272,000.0000	0	742,350.0000	at bound	24,529,650.0000	M	
9	X9	1.0000	24,530,000.0000	24,530,000.0000	0	basic	0	24,777,450.0000	
10	X10	0	24,777,450.0000	0	247,450.0000	at bound	24,530,000.0000	M	
11	X11	0	25,024,900.0000	0	494,900.0000	at bound	24,530,000.0000	M	
12	X12	0	25,272,350.0000	0	742,350.0000	at bound	24,530,000.0000	M	
Objective	Function	(Min.) =	63,076,350.0000						
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,008.3720	0	3,500.0000	
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	7,008.4720	0	3,500.0000	
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,008.5720	0	3,500.0000	
4	C4	0.7143	<=	1.0000	0.2857	0	0.7143	M	
5	C5	0.8571	<=	1.0000	0.1429	0	0.8571	M	
6	C6	1.0000	<=	1.0000	0	0	1.0000	M	

2. Menggunakan 11 titik kisi untuk formulasi delta

a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



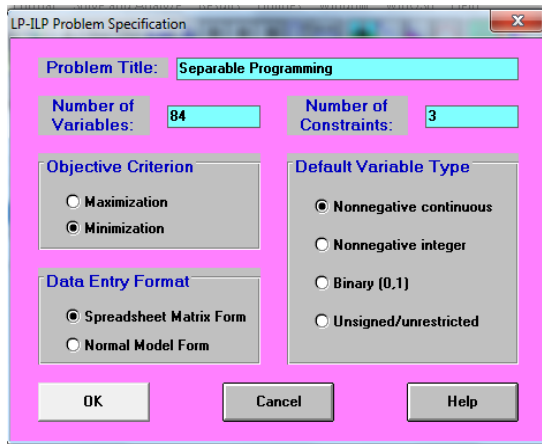
b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	2092875.57	3492185.95	2097723.57	3500245.95	2102571.57	3508325.95	2107419.57	3516405.95	2112267.57	3524485.95	348681.345	1046347.03
C1	300	500	300	500	300	500	300	500	300	500	0	
C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	15
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	400
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuou

- c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK
- d. Akan muncul output sebagai berikut

	07:36:52		Wednesday	December	10	2014		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	8.3333	2,092,876.0000	17,440,630.0000	0	basic	0	2,095,312.0000
2	X2	0	3,492,186.0000	0	4,059.9580	at bound	3,488,126.0000	M
3	X3	0	2,097,724.0000	0	4,847.8750	at bound	2,092,876.0000	M
4	X4	0	3,500,246.0000	0	12,119.9600	at bound	3,488,126.0000	M
5	X5	0	2,102,572.0000	0	9,695.8750	at bound	2,092,876.0000	M
6	X6	0	3,508,326.0000	0	20,199.9600	at bound	3,488,126.0000	M
7	X7	0	2,107,420.0000	0	14,543.8800	at bound	2,092,876.0000	M
8	X8	0	3,516,406.0000	0	28,279.9600	at bound	3,488,126.0000	M
9	X9	0	2,112,268.0000	0	19,391.8800	at bound	2,092,876.0000	M
10	X10	0	3,524,486.0000	0	36,359.9600	at bound	3,488,126.0000	M
11	X11	60.0000	348,681.3000	20,920,880.0000	0	basic	0	348,782.3000
12	X12	0	1,046,347.0000	0	303.0313	at bound	1,046,044.0000	M
13	X13	0	1,744,922.0000	0	1,515.0310	at bound	1,743,407.0000	M
14	X14	0	2,445,012.0000	0	4,242.0940	at bound	2,440,770.0000	M
15	X15	0	3,147,222.0000	0	9,089.9060	at bound	3,138,132.0000	M
16	X16	0	4,202,659.0000	0	18,482.8800	at bound	4,184,176.0000	M
17	X17	0	4,561,087.0000	0	28,229.5300	at bound	4,532,858.0000	M
18	X18	0	4,921,485.0000	0	39,945.6900	at bound	4,881,539.0000	M
19	X19	0	5,284,003.0000	0	53,782.3400	at bound	5,230,220.0000	M
20	X20	0	352,670.8000	0	3,989.5000	at bound	348,681.3000	M
21	X21	17.5000	1,395,048.0000	24,413,350.0000	0	basic	0	1,396,058.0000
22	X22	0	2,094,088.0000	0	1,515.0630	at bound	2,092,573.0000	M
23	X23	0	2,794,945.0000	0	4,848.0000	at bound	2,790,097.0000	M
24	X24	0	4,198,477.0000	0	13,331.8800	at bound	4,185,145.0000	M
25	X25	0	4,205,749.0000	0	20,603.8800	at bound	4,185,145.0000	M
26	X26	0	2,807,873.0000	0	17,776.0000	at bound	2,790,097.0000	M
27	X27	0	2,108,026.0000	0	15,452.9400	at bound	2,092,573.0000	M
28	X28	0	1,406,360.0000	0	11,312.0000	at bound	1,395,048.0000	M
29	X29	0	4,223,929.0000	0	38,783.8800	at bound	4,185,145.0000	M
30	X30	0	2,819,993.0000	0	29,896.0000	at bound	2,790,097.0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	62,774,860.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	6,976.2520	0	1,200,000.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	6,973.6270	0	200,000.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	6,975.2420	0	800,000.0000

3. Menggunakan 29 titik kisi untuk formulasi delta
  - a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	592796.834	906912.747	697857.49	1047164.985	733285.917	768443.159	838580.388	1223451.145	874272.425	1014551.428	993972.3242	756251.650
C1	85	130	100	150	105	110	120	175	125	145	142	10
C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

c. Pilih menu Analysis and Solver Problem, kemudian klik

d. Akan muncul output sebagai berikut

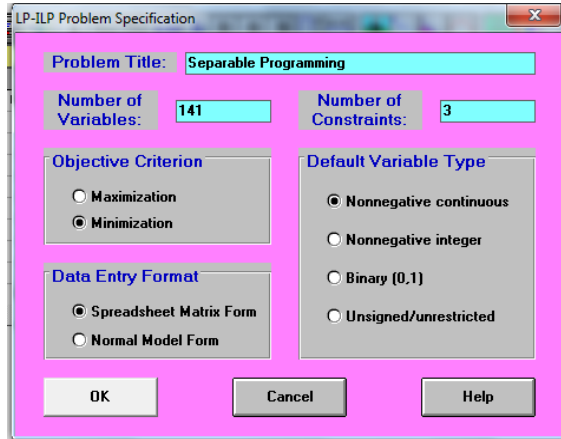
	08:17:17		Wednesday	December	10	2014		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	29.4118	592,796.8000	17,435,200.0000	0	basic	0	592,981.4000
2	X2	0	906,912.8000	0	282.3309	at bound	906,630.4000	M
3	X3	0	697,857.5000	0	449.4853	at bound	697,408.0000	M
4	X4	0	1,047,165.0000	0	1,052.9780	at bound	1,046,112.0000	M
5	X5	0	733,285.9000	0	1,007.5220	at bound	732,278.4000	M
6	X6	0	768,443.2000	0	1,294.3710	at bound	767,148.8000	M
7	X7	0	838,580.4000	0	1,690.7570	at bound	836,889.6000	M
8	X8	0	1,223,451.0000	0	2,987.0990	at bound	1,220,464.0000	M
9	X9	0	874,272.4000	0	2,512.4190	at bound	871,760.0000	M
10	X10	0	1,014,551.0000	0	3,309.8160	at bound	1,011,242.0000	M
11	X11	0	993,972.3000	0	3,652.9320	at bound	990,319.4000	M
12	X12	0	756,251.6000	0	3,050.9690	at bound	753,200.6000	M
13	X13	0	1,225,908.0000	0	5,443.9740	at bound	1,220,464.0000	M
14	X14	0	1,282,611.0000	0	6,354.4580	at bound	1,276,257.0000	M
15	X15	0	1,023,771.0000	0	5,554.8610	at bound	1,018,216.0000	M
16	X16	0	1,375,054.0000	0	8,134.1660	at bound	1,366,920.0000	M
17	X17	0	715,896.3000	0	4,540.1380	at bound	711,356.2000	M
18	X18	0	645,890.6000	0	4,275.2520	at bound	641,615.4000	M
19	X19	0	1,285,269.0000	0	9,012.3330	at bound	1,276,257.0000	M
20	X20	0	590,186.1000	0	4,363.3300	at bound	585,822.8000	M
21	X21	0	1,293,287.0000	0	10,055.8800	at bound	1,283,231.0000	M
22	X22	0	1,877,888.0000	0	15,808.1000	at bound	1,862,079.0000	M
23	X23	0	710,737.3000	0	6,355.2180	at bound	704,382.1000	M

24	X24	0	943,276.5000	0	8,749.7610	at bound	934,526.8000	M
25	X25	0	1,542,404.0000	0	15,080.8200	at bound	1,527,324.0000	M
26	X26	0	789,183.9000	0	8,086.9610	at bound	781,097.0000	M
27	X27	0	1,388,733.0000	0	14,839.2100	at bound	1,373,894.0000	M
28	X28	0	916,852.2000	0	10,221.7700	at bound	906,630.4000	M
29	X29	46.1538	453,295.6000	20,921,340.0000	0	basic	0	453,411.8000
30	X30	0	781,263.4000	0	200.1981	at bound	781,063.2000	M
31	X31	0	1,011,833.0000	0	635.5745	at bound	1,011,198.0000	M
32	X32	0	963,380.8000	0	999.3356	at bound	962,381.4000	M
33	X33	0	1,061,560.0000	0	1,545.9390	at bound	1,060,014.0000	M
34	X34	0	803,464.3000	0	1,479.7380	at bound	801,984.5000	M
35	X35	0	1,223,176.0000	0	2,764.4110	at bound	1,220,411.0000	M
36	X36	0	874,075.6000	0	2,353.3290	at bound	871,722.3000	M
37	X37	0	1,154,263.0000	0	3,589.6950	at bound	1,150,673.0000	M
38	X38	0	804,811.6000	0	2,827.1130	at bound	801,984.5000	M
39	X39	0	1,211,220.0000	0	4,756.2180	at bound	1,206,464.0000	M
40	X40	0	889,546.2000	0	3,876.3350	at bound	885,669.9000	M
41	X41	0	1,163,205.0000	0	5,557.9170	at bound	1,157,647.0000	M
42	X42	0	1,009,496.0000	0	5,272.2280	at bound	1,004,224.0000	M
43	X43	0	946,783.2000	0	5,323.1080	at bound	941,460.1000	M
44	X44	0	1,087,501.0000	0	6,565.7290	at bound	1,080,936.0000	M
45	X45	0	1,066,924.0000	0	6,909.9390	at bound	1,060,014.0000	M
46	X46	0	969,059.1000	0	6,677.7100	at bound	962,381.4000	M
47	X47	0	730,559.6000	0	5,286.6750	at bound	725,272.9000	M
48	X48	0	1,307,123.0000	0	9,999.8490	at bound	1,297,123.0000	M
49	X49	0	1,019,478.0000	0	8,280.2620	at bound	1,011,198.0000	M
50	X50	0	1,582,790.0000	0	13,689.4900	at bound	1,569,100.0000	M
51	X51	0	457,440.8000	0	4,145.1560	at bound	453,295.6000	M
52	X52	0	1,020,752.0000	0	9,554.3870	at bound	1,011,198.0000	M
53	X53	0	1,105,707.0000	0	10,824.0500	at bound	1,094,883.0000	M
54	X54	0	937,071.4000	0	9,558.9150	at bound	927,512.5000	M
55	X55	0	1,304,039.0000	0	13,890.3800	at bound	1,290,149.0000	M
56	X56	0	1,114,268.0000	0	12,410.5200	at bound	1,101,857.0000	M
57	X57	50.0000	488,175.0000	24,408,750.0000	0	basic	0	488,314.3000
58	X58	0	885,941.7000	0	252.7022	at bound	885,689.0000	M
59	X59	0	956,066.1000	0	637.8495	at bound	955,428.3000	M
60	X60	0	1,026,274.0000	0	1,106.0590	at bound	1,025,168.0000	M
61	X61	0	914,938.2000	0	1,353.4860	at bound	913,584.7000	M
62	X62	0	1,138,919.0000	0	2,168.1950	at bound	1,136,750.0000	M
63	X63	0	1,090,511.0000	0	2,577.6980	at bound	1,087,933.0000	M
64	X64	0	965,092.3000	0	2,690.0460	at bound	962,402.2000	M
65	X65	0	979,472.2000	0	3,122.1250	at bound	976,350.1000	M
66	X66	0	1,077,877.0000	0	3,891.5560	at bound	1,073,985.0000	M
67	X67	0	1,106,371.0000	0	4,490.5900	at bound	1,101,881.0000	M
68	X68	0	952,723.5000	0	4,269.1540	at bound	948,454.4000	M
69	X69	0	995,154.1000	0	4,856.2050	at bound	990,297.9000	M
70	X70	0	1,065,687.0000	0	5,649.5390	at bound	1,060,037.0000	M
71	X71	0	680,320.4000	0	3,849.2600	at bound	676,471.1000	M
72	X72	0	1,101,540.0000	0	6,633.0190	at bound	1,094,907.0000	M

73	X73	0	659,758.9000	0	4,209.6100	at bound	655,549.3000	M
74	X74	0	1,256,843.0000	0	8,509.7060	at bound	1,248,333.0000	M
75	X75	0	1,461,279.0000	0	10,701.3900	at bound	1,450,577.0000	M
76	X76	0	737,996.7000	0	5,734.1410	at bound	732,262.6000	M
77	X77	0	1,328,955.0000	0	10,882.6700	at bound	1,318,073.0000	M
78	X78	0	893,407.0000	0	7,718.0150	at bound	885,689.0000	M
79	X79	0	1,175,291.0000	0	10,644.7300	at bound	1,164,646.0000	M
80	X80	0	732,202.3000	0	6,913.6950	at bound	725,288.6000	M
81	X81	0	1,338,242.0000	0	13,194.9900	at bound	1,325,047.0000	M
82	X82	0	923,107.1000	0	9,522.3610	at bound	913,584.7000	M
83	X83	0	1,149,083.0000	0	12,332.4500	at bound	1,136,750.0000	M
84	X84	0	973,262.7000	0	10,860.4800	at bound	962,402.2000	M

Objective	Function	(Min.) =	62,765,290.0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	6,974.0800	0	340,000.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	6,973.7780	0	260,000.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	6,973.9290	0	280,000.0000

4. Menggunakan 48 titik kisi untuk formulasi delta
  - a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



- b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	592796.834	453413.701	348837.845	837416.868	593346.274	733158.657	453971.726	523919.58	663794.583	733879.797	594256.284	489497.11
C1	85	65	50	120	85	105	65	75	95	105	85	75
C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

- c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK
  - d. Akan muncul output sebagai berikut

	10:11:53		Wednesday	December	10	2014		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	29.4118	592,796.8000	17,435,200.0000	0	basic	0	592,925.6000
2	X2	0	453,413.7000	0	98.4779	at bound	453,315.2000	M
3	X3	0	348,837.8000	0	133.8364	at bound	348,704.0000	M
4	X4	0	837,416.9000	0	527.2573	at bound	836,889.6000	M
5	X5	0	593,346.3000	0	549.4375	at bound	592,796.8000	M
6	X6	0	733,158.7000	0	880.2720	at bound	732,278.4000	M
7	X7	0	453,971.7000	0	656.5092	at bound	453,315.2000	M
8	X8	0	523,919.6000	0	863.5827	at bound	523,056.0000	M
9	X9	0	663,794.6000	0	1,256.9490	at bound	662,537.6000	M
10	X10	0	733,879.8000	0	1,601.3970	at bound	732,278.4000	M
11	X11	0	594,256.3000	0	1,459.5000	at bound	592,796.8000	M
12	X12	0	489,497.1000	0	1,311.5150	at bound	488,185.6000	M
13	X13	0	769,409.8000	0	2,260.9340	at bound	767,148.8000	M
14	X14	0	489,751.6000	0	1,566.0150	at bound	488,185.6000	M
15	X15	0	699,816.9000	0	2,408.8600	at bound	697,408.0000	M
16	X16	0	349,984.2000	0	1,280.1800	at bound	348,704.0000	M
17	X17	0	665,109.1000	0	2,571.5110	at bound	662,537.6000	M
18	X18	0	735,332.7000	0	3,054.2720	at bound	732,278.4000	M
19	X19	0	560,402.9000	0	2,476.5260	at bound	557,926.4000	M
20	X20	0	665,646.4000	0	3,108.8240	at bound	662,537.6000	M
21	X21	0	525,639.1000	0	2,583.1140	at bound	523,056.0000	M
22	X22	0	385,540.9000	0	1,966.4980	at bound	383,574.4000	M
23	X23	0	666,078.2000	0	3,540.5740	at bound	662,537.6000	M
24	X24	0	736,403.8000	0	4,125.3970	at bound	732,278.4000	M
25	X25	0	526,139.1000	0	3,083.0520	at bound	523,056.0000	M
26	X26	0	666,605.9000	0	4,068.3240	at bound	662,537.6000	M
27	X27	0	631,689.6000	0	4,022.3490	at bound	627,667.2000	M
28	X28	0	561,639.2000	0	3,712.7760	at bound	557,926.4000	M
29	X29	0	407,269.3000	0	2,772.6020	at bound	404,496.7000	M
30	X30	0	793,668.0000	0	5,596.9430	at bound	788,071.1000	M
31	X31	0	519,887.0000	0	3,805.0380	at bound	516,081.9000	M
32	X32	0	667,584.6000	0	5,047.0110	at bound	662,537.6000	M
33	X33	0	667,766.9000	0	5,229.3240	at bound	662,537.6000	M
34	X34	0	576,534.9000	0	4,660.3030	at bound	571,874.6000	M
35	X35	0	513,370.9000	0	4,263.0870	at bound	509,107.8000	M
36	X36	0	633,071.3000	0	5,404.0370	at bound	627,667.2000	M
37	X37	0	576,940.7000	0	5,066.1150	at bound	571,874.6000	M
38	X38	0	619,306.9000	0	5,587.8850	at bound	613,719.1000	M
39	X39	0	668,745.6000	0	6,208.0110	at bound	662,537.6000	M
40	X40	0	528,085.8000	0	5,029.8010	at bound	523,056.0000	M
41	X41	0	598,634.6000	0	5,837.8130	at bound	592,796.8000	M
42	X42	0	669,234.9000	0	6,697.3240	at bound	662,537.6000	M
43	X43	0	528,472.1000	0	5,416.1140	at bound	523,056.0000	M
44	X44	0	599,072.5000	0	6,275.6880	at bound	592,796.8000	M
45	X45	0	810,742.1000	0	8,722.9080	at bound	802,019.2000	M
46	X46	0	387,840.7000	0	4,266.2480	at bound	383,574.4000	M
47	X47	0	634,780.2000	0	7,112.9740	at bound	627,667.2000	M
48	X48	46.1538	453,295.6000	20,921,340.0000	0	basic	0	453,407.2000

49	X49	0	732,427.0000	0	180.2716	at bound	732,246.8000	M
50	X50	0	544,232.8000	0	278.1000	at bound	543,954.7000	M
51	X51	0	586,234.3000	0	436.9298	at bound	585,797.4000	M
52	X52	0	544,488.1000	0	533.3500	at bound	543,954.7000	M
53	X53	0	649,357.9000	0	796.5495	at bound	648,561.4000	M
54	X54	0	607,622.0000	0	903.2822	at bound	606,718.7000	M
55	X55	0	628,735.4000	0	1,095.3220	at bound	627,640.1000	M
56	X56	0	768,676.6000	0	1,560.9420	at bound	767,115.6000	M
57	X57	0	370,449.6000	0	839.3404	at bound	369,610.3000	M
58	X58	0	566,268.4000	0	1,392.3900	at bound	564,876.1000	M
59	X59	0	643,329.9000	0	1,742.2650	at bound	641,587.6000	M
60	X60	0	573,546.8000	0	1,696.9870	at bound	571,849.8000	M
61	X61	0	713,625.8000	0	2,300.4190	at bound	711,325.4000	M
62	X62	0	454,871.2000	0	1,575.5940	at bound	453,295.6000	M
63	X63	0	615,961.6000	0	2,269.1290	at bound	613,692.5000	M
64	X64	0	595,111.4000	0	2,340.2760	at bound	592,771.2000	M
65	X65	0	434,173.3000	0	1,799.0850	at bound	432,374.3000	M
66	X66	0	756,487.4000	0	3,319.3120	at bound	753,168.1000	M
67	X67	0	644,601.0000	0	3,013.3900	at bound	641,587.6000	M
68	X68	0	490,571.8000	0	2,407.3270	at bound	488,164.5000	M
69	X69	0	630,880.6000	0	3,240.5720	at bound	627,640.1000	M
70	X70	0	567,932.5000	0	3,056.4520	at bound	564,876.1000	M
71	X71	0	413,762.6000	0	2,309.7010	at bound	411,452.9000	M
72	X72	0	771,609.6000	0	4,494.0050	at bound	767,115.6000	M
73	X73	0	631,498.8000	0	3,858.6970	at bound	627,640.1000	M
74	X74	0	631,662.4000	0	4,022.3220	at bound	627,640.1000	M
75	X75	0	561,615.1000	0	3,712.7930	at bound	557,902.3000	M
76	X76	0	631,971.4000	0	4,331.3850	at bound	627,640.1000	M
77	X77	0	597,012.1000	0	4,240.9640	at bound	592,771.2000	M
78	X78	0	597,158.1000	0	4,386.9640	at bound	592,771.2000	M
79	X79	0	730,839.0000	0	5,566.0500	at bound	725,272.9000	M
80	X80	0	393,619.2000	0	3,087.5990	at bound	390,531.6000	M
81	X81	0	632,735.0000	0	5,094.9470	at bound	627,640.1000	M
82	X82	0	618,832.4000	0	5,139.9410	at bound	613,692.5000	M
83	X83	0	597,884.4000	0	5,113.2140	at bound	592,771.2000	M
84	X84	0	619,139.9000	0	5,447.4410	at bound	613,692.5000	M
85	X85	0	555,952.1000	0	5,023.5720	at bound	550,928.5000	M
86	X86	0	563,117.9000	0	5,215.6690	at bound	557,902.3000	M
87	X87	0	633,662.2000	0	6,022.1350	at bound	627,640.1000	M
88	X88	0	563,392.6000	0	5,490.3560	at bound	557,902.3000	M
89	X89	0	669,196.7000	0	6,687.7430	at bound	662,508.9000	M
90	X90	0	584,815.8000	0	5,992.1460	at bound	578,823.6000	M
91	X91	0	366,461.5000	0	3,825.0250	at bound	362,636.5000	M
92	X92	0	831,788.3000	0	8,882.4660	at bound	822,905.9000	M
93	X93	0	599,343.8000	0	6,572.6510	at bound	592,771.2000	M
94	X94	0	684,135.4000	0	7,678.8740	at bound	676,456.5000	M
95	X95	70.0000	348,686.3000	24,408,040.0000	0	basic	0	348,749.5000
96	X96	0	523,124.2000	0	94.7031	at bound	523,029.5000	M
97	X97	0	872,126.2000	0	410.3281	at bound	871,715.9000	M
98	X98	0	418,732.7000	0	309.0750	at bound	418,423.6000	M

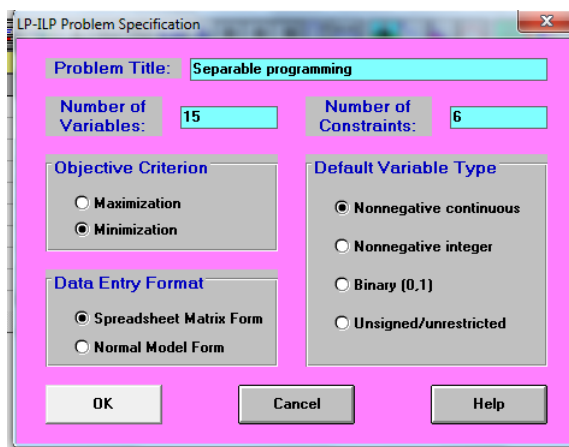
99	X99	0	593,329.1000	0	562.3406	at bound	592,766.8000	M
100	X100	0	572,526.4000	0	680.7712	at bound	571,845.6000	M
101	X101	0	579,646.8000	0	827.4194	at bound	578,819.3000	M
102	X102	0	558,827.4000	0	929.2250	at bound	557,898.1000	M
103	X103	0	593,895.7000	0	1,128.9030	at bound	592,766.8000	M
104	X104	0	1,223,186.0000	0	2,783.7970	at bound	1,220,402.0000	M
105	X105	0	699,241.2000	0	1,868.5000	at bound	697,372.7000	M
106	X106	0	349,696.3000	0	1,010.0000	at bound	348,686.3000	M
107	X107	0	489,659.7000	0	1,498.8380	at bound	488,160.9000	M
108	X108	0	349,817.5000	0	1,131.1880	at bound	348,686.3000	M
109	X109	0	909,761.9000	0	3,177.4440	at bound	906,584.5000	M
110	X110	0	630,035.2000	0	2,399.7690	at bound	627,635.4000	M
111	X111	0	490,140.5000	0	1,979.5880	at bound	488,160.9000	M
112	X112	0	665,349.0000	0	2,844.9470	at bound	662,504.1000	M
113	X113	0	525,404.3000	0	2,374.7340	at bound	523,029.5000	M
114	X114	0	665,675.2000	0	3,171.1340	at bound	662,504.1000	M
115	X115	0	525,661.8000	0	2,632.2970	at bound	523,029.5000	M
116	X116	0	701,059.2000	0	3,686.5000	at bound	697,372.7000	M
117	X117	0	476,835.6000	0	2,622.1980	at bound	474,213.4000	M
118	X118	0	575,131.9000	0	3,286.2710	at bound	571,845.6000	M
119	X119	0	350,756.8000	0	2,070.5000	at bound	348,686.3000	M
120	X120	0	771,842.8000	0	4,732.8560	at bound	767,109.9000	M
121	X121	0	561,493.8000	0	3,595.6000	at bound	557,898.1000	M
122	X122	0	645,877.6000	0	4,294.7520	at bound	641,582.9000	M
123	X123	0	582,840.7000	0	4,021.3570	at bound	578,819.3000	M
124	X124	0	526,782.9000	0	3,753.4220	at bound	523,029.5000	M
125	X125	0	667,421.5000	0	4,917.4470	at bound	662,504.1000	M
126	X126	0	597,321.1000	0	4,554.3410	at bound	592,766.8000	M
127	X127	0	534,198.9000	0	4,195.6950	at bound	530,003.3000	M
128	X128	0	583,534.8000	0	4,715.4190	at bound	578,819.3000	M
129	X129	0	499,278.7000	0	4,144.1110	at bound	495,134.6000	M
130	X130	0	633,034.9000	0	5,399.4560	at bound	627,635.4000	M
131	X131	0	612,089.3000	0	5,375.0120	at bound	606,714.3000	M
132	X132	0	443,332.5000	0	3,987.7070	at bound	439,344.8000	M
133	X133	0	717,946.4000	0	6,626.2340	at bound	711,320.1000	M
134	X134	0	584,366.4000	0	5,547.0440	at bound	578,819.3000	M
135	X135	0	528,161.6000	0	5,132.0470	at bound	523,029.5000	M
136	X136	0	352,170.8000	0	3,484.5000	at bound	348,686.3000	M
137	X137	0	704,493.2000	0	7,120.5000	at bound	697,372.7000	M
138	X138	0	768,127.7000	0	7,991.4580	at bound	760,136.3000	M
139	X139	0	570,965.9000	0	6,093.9980	at bound	564,871.9000	M
140	X140	0	846,119.0000	0	9,271.7750	at bound	836,847.3000	M
141	X141	0	634,780.2000	0	7,144.7690	at bound	627,635.4000	M
	Objective	Function	(Min.) =	62,764,580.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	6,974.0800	0	340,000.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	6,973.7780	0	260,000.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	6,973.7270	0	200,000.0000

## LAMPIRAN VIII

### Formulasi Lambda

Langkah-langkah penyelesaian pemrograman linear dengan metode simpleks menggunakan *software* WinQSB sebagai berikut

5. Menggunakan 5 titik kisi untuk formulasi lambda
  - e. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



- f. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	0	24529301.65	49306053.3	74330254.95	99601906.6	0	24529651.65	49306753.3	74331304.95	99603306.6	8062236.297	16467765.3
C1	0	3500	7000	10500	14000	0	0	0	0	0	0	0
C2	0	0	0	0	0	0	3500	7000	10500	14000	0	0
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3500
C4	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
C5	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
C6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuou

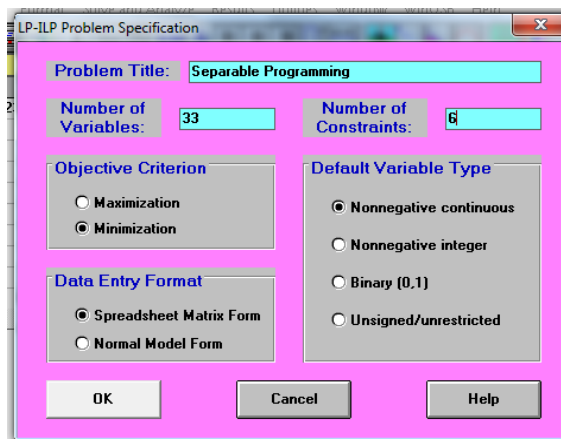
- g. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK

h. Akan muncul output sebagai berikut

13:40:15			Tuesday	January	20	2015		
1	X1	0.2857	0	0	0	basic	-247,448.0000	24,529,300.0000
2	X2	0.7143	24,529,300.0000	17,520,930.0000	0	basic	0	24,653,030.0000
3	X3	0	49,306,050.0000	0	247,448.0000	at bound	49,058,600.0000	M
4	X4	0	74,330,260.0000	0	742,350.0000	at bound	73,587,900.0000	M
5	X5	0	99,601,900.0000	0	1,484,696.0000	at bound	98,117,210.0000	M
6	X6	0.1429	0	0	0	basic	-247,448.0000	24,529,650.0000
7	X7	0.8571	24,529,650.0000	21,025,420.0000	0	basic	0	24,653,380.0000
8	X8	0	49,306,750.0000	0	247,448.0000	at bound	49,059,300.0000	M
9	X9	0	74,331,300.0000	0	742,348.0000	at bound	73,588,960.0000	M
10	X10	0	99,603,300.0000	0	1,484,696.0000	at bound	98,118,610.0000	M
11	X11	0	-8,062,237.0000	0	0	basic	-8,309,686.0000	16,467,770.0000
12	X12	1.0000	16,467,770.0000	16,467,770.0000	0	basic	-8,062,237.0000	16,591,490.0000
13	X13	0	41,245,220.0000	0	247,449.5000	at bound	40,997,770.0000	M
14	X14	0	66,270,120.0000	0	742,352.0000	at bound	65,527,770.0000	M
15	X15	0	91,542,470.0000	0	1,484,703.0000	at bound	90,057,770.0000	M
Objective Function			(Min.) =	55,014,110.0000				
Constraint		Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,008.3720	0	3,500.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	7,008.4720	0	3,500.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,008.5720	0	3,500.0000
4	C4	1.0000	=	1.0000	0	0	0.7143	14,000.7100
5	C5	1.0000	=	1.0000	0	0	0.8571	14,000.8600
6	C6	1.0000	=	1.0000	0	-8,062,237.0000	1.0000	14,001.0000

6. Menggunakan 11 titik kisi untuk formulasi lambda

a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

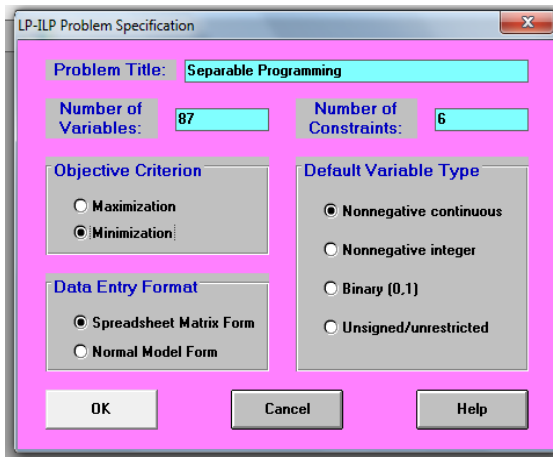
Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	0	2092875.57	5585041.52	7682765.09	11183011.04	13285582.61	16793908.56	18901328.13	22417734.08	24530001.65	28054487.6	
C1	0	300	800	1100	1600	1900	2400	2700	3200	3500	4000	
C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
C4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
C5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
C6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
UpperBound	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

- c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK
- d. Akan muncul output sebagai berikut

09:34:14		Wednesday	December	10	2014			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	0	0	0	65,452.0000	at bound	-65,452.0000	M
2	X2	0	2,092,876.0000	0	50,907.6300	at bound	2,041,968.0000	M
3	X3	0	5,585,042.0000	0	30,706.8300	at bound	5,554,335.0000	M
4	X4	0	7,682,765.0000	0	21,010.3300	at bound	7,661,755.0000	M
5	X5	0	11,183,010.0000	0	8,889.6670	at bound	11,174,120.0000	M
6	X6	0	13,285,580.0000	0	4,041.6670	at bound	13,281,540.0000	M
7	X7	0.6667	16,793,910.0000	11,195,940.0000	0	basic	16,791,480.0000	16,795,420.0000
8	X8	0.3333	18,901,330.0000	6,300,443.0000	0	basic	18,898,900.0000	18,902,840.0000
9	X9	0	22,417,730.0000	0	4,039.3330	at bound	22,413,690.0000	M
10	X10	0	24,530,000.0000	0	8,887.3330	at bound	24,521,110.0000	M
11	X11	0	28,054,490.0000	0	21,006.6700	at bound	28,033,480.0000	M
12	X12	0	0	0	80,798.5700	at bound	-80,798.5700	M
13	X13	0	348,681.3000	0	77,945.3400	at bound	270,736.0000	M
14	X14	0	1,395,028.0000	0	69,688.6600	at bound	1,325,340.0000	M
15	X15	0	3,139,950.0000	0	56,937.4300	at bound	3,083,013.0000	M
16	X16	0	5,584,962.0000	0	41,206.9300	at bound	5,543,755.0000	M
17	X17	0	8,732,184.0000	0	24,618.2900	at bound	8,707,566.0000	M
18	X18	0	12,934,840.0000	0	8,862.4290	at bound	12,925,980.0000	M
19	X19	0.2857	17,495,930.0000	4,998,838.0000	0	basic	17,485,680.0000	17,500,530.0000
20	X20	0.7143	22,417,410.0000	16,012,440.0000	0	basic	22,407,870.0000	22,422,720.0000
21	X21	0	27,701,420.0000	0	10,983.4300	at bound	27,690,430.0000	M
22	X22	0	28,054,090.0000	0	12,120.8600	at bound	28,041,970.0000	M
23	X23	0	-8,062,237.0000	0	109,079.5000	at bound	-8,171,316.0000	M
24	X24	0	-6,667,188.0000	0	96,151.6600	at bound	-6,763,340.0000	M
25	X25	0	-4,573,101.0000	0	78,274.6600	at bound	-4,651,375.0000	M
26	X26	0	-1,778,156.0000	0	57,266.8800	at bound	-1,835,423.0000	M
27	X27	0	2,420,322.0000	0	31,815.0000	at bound	2,388,507.0000	M
28	X28	0	6,626,071.0000	0	13,635.0000	at bound	6,612,436.0000	M
29	X29	0	9,433,943.0000	0	5,554.8340	at bound	9,428,388.0000	M
30	X30	0	11,541,970.0000	0	1,616.3330	at bound	11,540,350.0000	M
31	X31	0.1667	12,948,330.0000	2,158,055.0000	0	basic	12,942,270.0000	12,949,540.0000
32	X32	0.8333	17,172,260.0000	14,310,220.0000	0	basic	17,167,410.0000	17,174,680.0000
33	X33	0	19,992,250.0000	0	4,041.3330	at bound	19,988,210.0000	M
Objective	Function	(Min.) =	54,975,930.0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,024.7330	2,400.0000	2,700.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	7,030.6910	2,500.0000	3,200.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,039.8820	3,000.0000	3,600.0000
4	C4	1.0000	=	1.0000	0	-65,452.0000	0.9259	1.0417
5	C5	1.0000	=	1.0000	0	-80,798.5700	0.9375	1.2000
6	C6	1.0000	=	1.0000	0	-8,171,316.0000	0.9722	1.1667

7. Menggunakan 29 titik kisi untuk formulasi lambda

- a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	0	592796.834	1499709.581	2197567.071	3244732.056	3978017.973	4746461.132	5585041.52	6808492.665	7682765.09	8697316.518	9691288.84
C1	0	85	215	315	465	570	680	800	975	1100	1245	138
C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

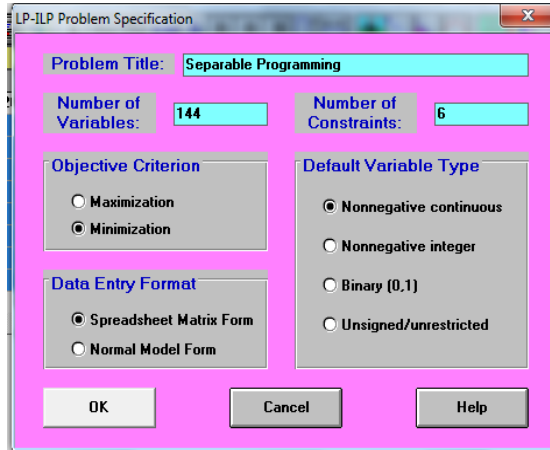
c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK

d. Akan muncul output sebagai berikut

22:27:48		Thursday	December	11	2014			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	0	0	62,059.2800	at bound	-62,059.2800	M	
2	X2	0	592,796.8000	57,873.2200	at bound	534,923.6000	M	
3	X3	0	1,499,710.0000	51,753.4100	at bound	1,447,956.0000	M	
4	X4	0	2,197,567.0000	47,278.0000	at bound	2,150,289.0000	M	
5	X5	0	3,244,732.0000	40,943.8200	at bound	3,203,788.0000	M	
6	X6	0	3,978,018.0000	36,780.3900	at bound	3,941,238.0000	M	
7	X7	0	4,746,461.0000	32,657.3300	at bound	4,713,804.0000	M	
8	X8	0	5,585,042.0000	28,438.4800	at bound	5,556,603.0000	M	
9	X9	0	6,808,493.0000	22,807.1100	at bound	6,785,686.0000	M	
10	X10	0	7,682,765.0000	19,163.6200	at bound	7,663,602.0000	M	
11	X11	0	8,697,317.0000	15,333.0800	at bound	8,681,984.0000	M	
12	X12	0	9,691,289.0000	11,992.5200	at bound	9,679,296.0000	M	
13	X13	0	10,447,540.0000	9,724.1150	at bound	10,437,820.0000	M	
14	X14	0	11,673,450.0000	6,549.7380	at bound	11,666,900.0000	M	
15	X15	0	12,956,060.0000	3,892.7380	at bound	12,952,170.0000	M	
16	X16	0	13,979,830.0000	2,256.8690	at bound	13,977,570.0000	M	
17	X17	0	15,354,880.0000	738.6066	at bound	15,354,150.0000	M	
18	X18	0	16,070,780.0000	255.1639	at bound	16,070,530.0000	M	
19	X19	0.3934	16,716,670.0000	6,577,051.0000	0	basic	16,716,180.0000	16,716,840.0000
20	X20	0.6066	18,001,940.0000	10,919,210.0000	0	basic	18,001,430.0000	18,002,100.0000
21	X21	0	18,592,130.0000	0	226.4590	at bound	18,591,900.0000	M
22	X22	0	19,885,410.0000	0	1,220.1310	at bound	19,884,190.0000	M
23	X23	0	21,763,300.0000	0	3,879.5900	at bound	21,759,420.0000	M

24	X24	0	22,474,040.0000	0	5,261.4760	at bound	22,468,780.0000	M
25	X25	0	23,417,310.0000	0	7,411.5410	at bound	23,409,900.0000	M
26	X26	0	24,959,720.0000	0	11,706.7400	at bound	24,948,010.0000	M
27	X27	0	25,748,900.0000	0	14,278.0200	at bound	25,734,620.0000	M
28	X28	0	27,137,640.0000	0	19,416.4300	at bound	27,118,220.0000	M
29	X29	0	28,054,490.0000	0	23,235.8000	at bound	28,031,250.0000	M
30	X30	0.1797	0	0	0	basic	-11,075,690.0000	14,556.1900
31	X31	0	453,295.6000	0	14,297.4700	at bound	438,998.1000	M
32	X32	0	1,234,559.0000	0	39,133.3300	at bound	1,195,426.0000	M
33	X33	0	2,246,393.0000	0	71,663.3200	at bound	2,174,729.0000	M
34	X34	0	3,209,773.0000	0	103,017.3000	at bound	3,106,756.0000	M
35	X35	0	4,271,334.0000	0	137,997.3000	at bound	4,133,336.0000	M
36	X36	0	5,074,798.0000	0	164,772.8000	at bound	4,910,025.0000	M
37	X37	0	6,297,974.0000	0	206,030.3000	at bound	6,091,943.0000	M
38	X38	0	7,172,049.0000	0	235,878.6000	at bound	6,936,171.0000	M
39	X39	0	8,326,312.0000	0	275,761.8000	at bound	8,050,551.0000	M
40	X40	0	9,131,124.0000	0	303,884.8000	at bound	8,827,239.0000	M
41	X41	0	10,342,340.0000	0	346,693.3000	at bound	9,995,650.0000	M
42	X42	0	11,231,890.0000	0	378,505.5000	at bound	10,853,380.0000	M
43	X43	0	12,395,100.0000	0	420,576.9000	at bound	11,974,520.0000	M
44	X44	0	13,404,590.0000	0	457,523.2000	at bound	12,947,070.0000	M
45	X45	0	14,351,370.0000	0	492,540.8000	at bound	13,858,830.0000	M
46	X46	0	15,438,880.0000	0	533,201.1000	at bound	14,905,680.0000	M
47	X47	0	16,505,800.0000	0	573,544.9000	at bound	15,932,260.0000	M
48	X48	0	17,474,860.0000	0	610,576.1000	at bound	16,864,280.0000	M
49	X49	0	18,205,420.0000	0	638,739.1000	at bound	17,566,680.0000	M
50	X50	0	19,512,540.0000	0	689,653.1000	at bound	18,822,890.0000	M
51	X51	0	20,532,020.0000	0	729,827.6000	at bound	19,802,190.0000	M
52	X52	0	22,114,810.0000	0	590,392.1000	at bound	21,524,420.0000	M
53	X53	0	22,572,250.0000	0	811,450.6000	at bound	21,760,800.0000	M
54	X54	0	23,593,000.0000	0	852,899.0000	at bound	22,740,100.0000	M
55	X55	0	24,698,710.0000	0	898,257.7000	at bound	23,800,450.0000	M
56	X56	0.8203	24,698,710.0000	20,261,450.0000	0	basic	0	25,376,170.0000
57	X57	0	26,939,820.0000	0	991,653.8000	at bound	25,948,170.0000	M
58	X58	0	28,054,090.0000	0	1,038,819.0000	at bound	27,015,270.0000	M
59	X59	0	-8,062,237.0000	0	121,722.8000	at bound	-8,183,960.0000	M
60	X60	0	-7,574,062.0000	0	116,861.6000	at bound	-7,690,923.0000	M
61	X61	0	-6,688,120.0000	0	108,295.2000	at bound	-6,796,415.0000	M
62	X62	0	-5,732,054.0000	0	99,418.9900	at bound	-5,831,473.0000	M
63	X63	0	-4,705,780.0000	0	90,316.5600	at bound	-4,796,097.0000	M
64	X64	0	-3,790,842.0000	0	82,573.1100	at bound	-3,873,415.0000	M
65	X65	0	-2,651,923.0000	0	73,421.7000	at bound	-2,725,345.0000	M
66	X66	0	-1,561,412.0000	0	65,166.0300	at bound	-1,626,578.0000	M
67	X67	0	-596,320.2000	0	58,272.6500	at bound	-654,592.8000	M
68	X68	0	383,152.0000	0	51,672.4900	at bound	331,479.5000	M
69	X69	0	1,461,029.0000	0	44,869.6000	at bound	1,416,159.0000	M
70	X70	0	2,567,400.0000	0	38,387.9300	at bound	2,529,012.0000	M
71	X71	0	3,520,124.0000	0	33,212.6100	at bound	3,486,911.0000	M
72	X72	0	4,515,278.0000	0	28,207.5500	at bound	4,487,070.0000	M
73	X73	0	5,580,965.0000	0	23,301.7500	at bound	5,557,663.0000	M
74	X74	0	6,261,285.0000	0	20,414.5000	at bound	6,240,870.0000	M
75	X75	0	7,362,825.0000	0	16,144.8300	at bound	7,346,680.0000	M
76	X76	0	8,022,584.0000	0	13,826.7100	at bound	8,008,757.0000	M
77	X77	0	9,279,426.0000	0	9,905.3150	at bound	9,269,521.0000	M
78	X78	0	10,740,710.0000	0	6,162.5890	at bound	10,734,540.0000	M
79	X79	0	11,478,700.0000	0	4,605.3530	at bound	11,474,100.0000	M
80	X80	0	12,807,660.0000	0	2,362.7260	at bound	12,805,290.0000	M
81	X81	0	13,701,060.0000	0	1,261.2680	at bound	13,699,800.0000	M
82	X82	0	14,876,360.0000	0	308.8632	at bound	14,876,050.0000	M
83	X83	0.3579	15,608,560.0000	5,586,221.0000	0	basic	15,607,940.0000	15,608,760.0000
84	X84	0.6421	16,946,800.0000	10,881,630.0000	0	basic	16,946,230.0000	16,947,050.0000
85	X85	0	17,869,910.0000	0	426.0474	at bound	17,869,480.0000	M
86	X86	0	19,018,990.0000	0	1,438.1370	at bound	19,017,550.0000	M
87	X87	0	19,992,250.0000	0	2,716.5680	at bound	19,989,540.0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	54,225,560.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,023.3280	2,389.0000	2,572.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	6,753.8170	0	3,657.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,043.3740	3,378.0000	3,568.0000
4	C4	1.0000	=	1.0000	0	-62,059.2800	0.9720	1.0465
5	C5	1.0000	=	1.0000	0	0	0.8203	4,000.8200
6	C6	1.0000	=	1.0000	0	-8,183,960.0000	0.9809	1.0361

8. Menggunakan 48 titik kisi untuk formulasi lambda
- a. Mengisi kolom *Problem Title*, *Number of Variables*, dan *Number of Constraints*, kemudian klik OK sebagai berikut



- b. Masukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada kolom-kolom berikut

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
Minimize	0	592796.834	1046210.535	1395048.38	2232465.248	2825811.522	3558970.179	4012941.905	4536861.485	5200656.068	5934535.865	6528792.14
C1	0	85	150	200	320	405	510	575	650	745	850	930
C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

- c. Pilih menu *Analysis and Solver Problem*, kemudian klik OK
- d. Akan muncul output sebagai berikut

	22:22:54		Thursday	December	11	2014		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	0	0	62,814.6900	at bound	-62,814.6900	M
2	X2	0	592,796.8000	0	58,604.6000	at bound	534,192.2000	M
3	X3	0	1,046,211.0000	0	55,483.6600	at bound	990,726.9000	M
4	X4	0	1,395,048.0000	0	53,140.9400	at bound	1,341,907.0000	M
5	X5	0	2,232,465.0000	0	47,724.5400	at bound	2,184,741.0000	M
6	X6	0	2,825,812.0000	0	44,063.8900	at bound	2,781,748.0000	M
7	X7	0	3,558,970.0000	0	39,743.5200	at bound	3,519,227.0000	M
8	X8	0	4,012,942.0000	0	37,180.5900	at bound	3,975,762.0000	M
9	X9	0	4,536,862.0000	0	34,329.2900	at bound	4,502,532.0000	M
10	X10	0	5,200,656.0000	0	30,880.7800	at bound	5,169,775.0000	M
11	X11	0	5,934,536.0000	0	27,281.6600	at bound	5,907,255.0000	M
12	X12	0	6,528,792.0000	0	24,530.7600	at bound	6,504,261.0000	M
13	X13	0	7,018,290.0000	0	22,375.5200	at bound	6,995,914.0000	M
14	X14	0	7,787,699.0000	0	19,187.8500	at bound	7,768,511.0000	M
15	X15	0	8,277,451.0000	0	17,286.6100	at bound	8,260,164.0000	M
16	X16	0	8,977,268.0000	0	14,743.0400	at bound	8,962,525.0000	M
17	X17	0	9,327,252.0000	0	13,546.5100	at bound	9,313,705.0000	M
18	X18	0	9,992,361.0000	0	11,412.5000	at bound	9,980,948.0000	M
19	X19	0	10,727,690.0000	0	9,265.3900	at bound	10,718,430.0000	M
20	X20	0	11,288,100.0000	0	7,779.5400	at bound	11,280,320.0000	M
21	X21	0	11,953,740.0000	0	6,183.5310	at bound	11,947,560.0000	M
22	X22	0	12,479,380.0000	0	5,051.7340	at bound	12,474,330.0000	M
23	X23	0	12,864,920.0000	0	4,294.1500	at bound	12,860,630.0000	M
24	X24	0	13,531,000.0000	0	3,129.1420	at bound	13,527,870.0000	M
25	X25	0	14,267,410.0000	0	2,054.0270	at bound	14,265,350.0000	M
26	X26	0	14,793,540.0000	0	1,422.2300	at bound	14,792,120.0000	M
27	X27	0	15,460,150.0000	0	785.2213	at bound	15,459,370.0000	M
28	X28	0	16,091,840.0000	0	349.2655	at bound	16,091,490.0000	M
29	X29	0	16,653,480.0000	0	100.4159	at bound	16,653,380.0000	M
30	X30	0.4513	17,060,750.0000	7,699,984.0000	0	basic	17,060,540.0000	17,060,810.0000
31	X31	0.5487	17,854,420.0000	9,796,228.0000	0	basic	17,854,220.0000	17,854,500.0000
32	X32	0	18,374,300.0000	0	138.8142	at bound	18,374,160.0000	M
33	X33	0	19,041,890.0000	0	481.8053	at bound	19,041,410.0000	M
34	X34	0	19,709,650.0000	0	1,004.7960	at bound	19,708,650.0000	M
35	X35	0	20,286,190.0000	0	1,604.7260	at bound	20,284,590.0000	M
36	X36	0	20,799,560.0000	0	2,251.1500	at bound	20,797,310.0000	M
37	X37	0	21,432,630.0000	0	3,198.1950	at bound	21,429,430.0000	M
38	X38	0	22,009,570.0000	0	4,202.1240	at bound	22,005,370.0000	M
39	X39	0	22,628,880.0000	0	5,432.3890	at bound	22,623,450.0000	M
40	X40	0	23,297,620.0000	0	6,933.3800	at bound	23,290,690.0000	M
41	X41	0	23,825,710.0000	0	8,248.5840	at bound	23,817,460.0000	M
42	X42	0	24,424,350.0000	0	9,877.6820	at bound	24,414,470.0000	M
43	X43	0	25,093,580.0000	0	11,868.6700	at bound	25,081,710.0000	M
44	X44	0	25,622,050.0000	0	13,569.8800	at bound	25,608,480.0000	M
45	X45	0	26,221,120.0000	0	15,634.9700	at bound	26,205,490.0000	M
46	X46	0	27,031,870.0000	0	18,661.7500	at bound	27,013,200.0000	M
47	X47	0	27,419,710.0000	0	20,205.1700	at bound	27,399,500.0000	M
48	X48	0	28,054,490.0000	0	22,860.2100	at bound	28,031,630.0000	M

49	X49	0	0	0	91,576.3300	at bound	-91,576.3300	M
50	X50	0	453,295.6000	0	87,664.9800	at bound	365,630.6000	M
51	X51	0	1,185,723.0000	0	81,526.9500	at bound	1,104,196.0000	M
52	X52	0	1,729,955.0000	0	77,111.3800	at bound	1,652,844.0000	M
53	X53	0	2,316,190.0000	0	72,493.7000	at bound	2,243,696.0000	M
54	X54	0	2,860,678.0000	0	68,333.3800	at bound	2,792,345.0000	M
55	X55	0	3,510,036.0000	0	63,533.7500	at bound	3,446,502.0000	M
56	X56	0	4,117,658.0000	0	59,201.8400	at bound	4,058,456.0000	M
57	X57	0	4,746,393.0000	0	54,881.3300	at bound	4,691,512.0000	M
58	X58	0	5,515,070.0000	0	49,823.0100	at bound	5,465,247.0000	M
59	X59	0	5,885,520.0000	0	47,473.5000	at bound	5,838,046.0000	M
60	X60	0	6,451,788.0000	0	43,991.8100	at bound	6,407,796.0000	M
61	X61	0	7,095,118.0000	0	40,197.6400	at bound	7,054,920.0000	M
62	X62	0	7,668,665.0000	0	36,960.5000	at bound	7,631,704.0000	M
63	X63	0	8,382,291.0000	0	33,123.3000	at bound	8,349,167.0000	M
64	X64	0	8,837,161.0000	0	30,786.8600	at bound	8,806,374.0000	M
65	X65	0	9,453,123.0000	0	27,761.0000	at bound	9,425,362.0000	M
66	X66	0	10,048,240.0000	0	24,987.0000	at bound	10,023,250.0000	M
67	X67	0	10,482,410.0000	0	23,054.9200	at bound	10,459,350.0000	M
68	X68	0	11,238,900.0000	0	19,875.0000	at bound	11,219,020.0000	M
69	X69	0	11,883,500.0000	0	17,352.3300	at bound	11,866,140.0000	M
70	X70	0	12,384,070.0000	0	25,547.6200	at bound	12,358,520.0000	M
71	X71	0	13,004,950.0000	0	13,372.8600	at bound	12,991,580.0000	M
72	X72	0	13,572,880.0000	0	11,554.6700	at bound	13,561,330.0000	M
73	X73	0	13,986,640.0000	0	10,314.4500	at bound	13,976,330.0000	M
74	X74	0	14,758,250.0000	0	8,188.6240	at bound	14,750,060.0000	M
75	X75	0	15,389,750.0000	0	6,631.8590	at bound	15,383,120.0000	M
76	X76	0	16,021,420.0000	0	5,239.0940	at bound	16,016,180.0000	M
77	X77	0	16,583,030.0000	0	4,137.8590	at bound	16,578,890.0000	M
78	X78	0	17,215,000.0000	0	3,054.0940	at bound	17,211,950.0000	M
79	X79	0	17,812,010.0000	0	2,180.0940	at bound	17,809,830.0000	M
80	X80	0	18,409,170.0000	0	1,452.0940	at bound	18,407,720.0000	M
81	X81	0	19,140,010.0000	0	758.9882	at bound	19,139,250.0000	M
82	X82	0	19,533,630.0000	0	477.6235	at bound	19,533,150.0000	M
83	X83	0	20,166,360.0000	0	155.8588	at bound	20,166,210.0000	M
84	X84	0.6235	20,785,200.0000	12,960,180.0000	0	basic	20,785,050.0000	20,785,270.0000
85	X85	0.3765	21,383,080.0000	8,050,102.0000	0	basic	21,382,930.0000	21,383,160.0000
86	X86	0	22,002,220.0000	0	152.1412	at bound	22,002,070.0000	M
87	X87	0	22,558,170.0000	0	421.8588	at bound	22,557,750.0000	M
88	X88	0	23,121,290.0000	0	823.6235	at bound	23,120,470.0000	M
89	X89	0	23,754,950.0000	0	1,429.8590	at bound	23,753,520.0000	M
90	X90	0	24,318,350.0000	0	2,105.6240	at bound	24,316,240.0000	M
91	X91	0	24,987,540.0000	0	3,076.0940	at bound	24,984,470.0000	M
92	X92	0	25,572,360.0000	0	4,074.0000	at bound	25,568,280.0000	M
93	X93	0	25,938,820.0000	0	4,770.4470	at bound	25,934,050.0000	M
94	X94	0	26,770,610.0000	0	6,552.0000	at bound	26,764,060.0000	M
95	X95	0	27,369,950.0000	0	8,010.0000	at bound	27,361,940.0000	M
96	X96	0	28,054,090.0000	0	9,852.5650	at bound	28,044,240.0000	M
97	X97	0	-8,062,237.0000	0	121,898.5000	at bound	-8,184,135.0000	M
98	X98	0	-7,713,550.0000	0	118,415.0000	at bound	-7,831,965.0000	M

99	X99	0	-7,190,426.0000	0	113,284.5000	at bound	-7,303,710.0000	M
100	X100	0	-6,318,300.0000	0	104,985.5000	at bound	-6,423,285.0000	M
101	X101	0	-5,899,567.0000	0	101,114.0000	at bound	-6,000,681.0000	M
102	X102	0	-5,306,238.0000	0	95,754.0000	at bound	-5,401,992.0000	M
103	X103	0	-4,733,712.0000	0	90,721.7000	at bound	-4,824,433.0000	M
104	X104	0	-4,154,065.0000	0	85,766.2500	at bound	-4,239,831.0000	M
105	X105	0	-3,595,237.0000	0	81,121.7500	at bound	-3,676,359.0000	M
106	X106	0	-3,001,342.0000	0	76,328.5000	at bound	-3,077,670.0000	M
107	X107	0	-1,778,156.0000	0	66,919.3800	at bound	-1,845,075.0000	M
108	X108	0	-1,078,914.0000	0	61,820.6300	at bound	-1,140,735.0000	M
109	X109	0	-729,218.1000	0	59,346.9400	at bound	-788,565.0000	M
110	X110	0	-239,558.3000	0	55,968.6700	at bound	-295,527.0000	M
111	X111	0	110,259.2000	0	53,616.2200	at bound	56,643.0000	M
112	X112	0	1,020,021.0000	0	47,736.1900	at bound	972,285.0000	M
113	X113	0	1,650,056.0000	0	43,865.3800	at bound	1,606,191.0000	M
114	X114	0	2,140,197.0000	0	40,967.7500	at bound	2,099,229.0000	M
115	X115	0	2,805,546.0000	0	37,193.7500	at bound	2,768,352.0000	M
116	X116	0	3,330,950.0000	0	34,343.0000	at bound	3,296,607.0000	M
117	X117	0	3,996,625.0000	0	30,895.2500	at bound	3,965,730.0000	M
118	X118	0	4,522,287.0000	0	28,302.0000	at bound	4,493,985.0000	M
119	X119	0	5,223,347.0000	0	25,021.5000	at bound	5,198,325.0000	M
120	X120	0	5,700,182.0000	0	22,905.8000	at bound	5,677,276.0000	M
121	X121	0	6,275,314.0000	0	20,479.0000	at bound	6,254,835.0000	M
122	X122	0	6,626,071.0000	0	19,065.5000	at bound	6,607,005.0000	M
123	X123	0	7,397,914.0000	0	16,134.5000	at bound	7,381,779.0000	M
124	X124	0	7,959,408.0000	0	14,156.5000	at bound	7,945,251.0000	M
125	X125	0	8,605,285.0000	0	12,041.2000	at bound	8,593,244.0000	M
126	X126	0	9,188,126.0000	0	10,280.0000	at bound	9,177,846.0000	M
127	X127	0	9,714,908.0000	0	8,807.0000	at bound	9,706,101.0000	M
128	X128	0	10,382,330.0000	0	7,106.0000	at bound	10,375,220.0000	M
129	X129	0	10,979,650.0000	0	5,738.0000	at bound	10,973,910.0000	M
130	X130	0	11,513,850.0000	0	4,638.6000	at bound	11,509,210.0000	M
131	X131	0	12,097,390.0000	0	3,571.4000	at bound	12,093,810.0000	M
132	X132	0	12,596,660.0000	0	2,769.0000	at bound	12,593,900.0000	M
133	X133	0	13,229,700.0000	0	1,897.0000	at bound	13,227,800.0000	M
134	X134	0	13,841,790.0000	0	1,211.2000	at bound	13,840,580.0000	M
135	X135	0	14,285,120.0000	0	809.0000	at bound	14,284,310.0000	M
136	X136	0	15,003,070.0000	0	329.2000	at bound	15,002,740.0000	M
137	X137	0	15,587,430.0000	0	93.0000	at bound	15,587,340.0000	M
138	X138	0	16,115,600.0000	0	0	basic	16,115,520.0000	16,115,630.0000
139	X139	1.0000	16,467,770.0000	16,467,770.0000	0	basic	16,467,700.0000	16,467,820.0000
140	X140	0	17,172,260.0000	0	153.0000	at bound	17,172,100.0000	M
141	X141	0	17,940,390.0000	0	550.4000	at bound	17,939,840.0000	M
142	X142	0	18,511,350.0000	0	1,001.0000	at bound	18,510,350.0000	M
143	X143	0	19,357,470.0000	0	1,913.0000	at bound	19,355,560.0000	M
144	X144	0	19,992,250.0000	0	2,787.0000	at bound	19,989,470.0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	54,974,260.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	2,500.0000	>=	2,500.0000	0	7,023.6110	2,438.0000	2,551.0000
2	C2	3,000.0000	>=	3,000.0000	0	7,033.9530	2,968.0000	3,053.0000
3	C3	3,500.0000	>=	3,500.0000	0	7,043.4000	3,450.0000	3,500.0000
4	C4	1.0000	=	1.0000	0	-62,814.6900	0.9800	1.0254
5	C5	1.0000	=	1.0000	0	-91,576.3300	0.9826	1.0108
6	C6	1.0000	=	1.0000	0	-8,184,135.0000	1.0000	1.0145