

KOMBINASI FUNGSI TRANSFER DAN WAVELET UNTUK DISKRIMINASI SINYAL ULF GEOMAGNET

John Maspupu

Pusfatsainsa LAPAN, Jl. Dr. Djundjuna No. 133 Bandung 40173,
Tlp. 0226012602 Pes. 106. Fax. 0226014998
E-mail: john_mspp@yahoo.com

Abstrak

Makalah ini membahas suatu pendekatan fungsi transfer antar-stasion yang dikombinasikan dengan transformasi wavelet. Kegunaan kombinasi kedua metode ini adalah untuk memisahkan sinyal ULF geomagnet dari noise yang ditimbulkan oleh sumber eksternal (ionosfer) dan lainnya, dalam arti mampu mengeliminasi noise pulsa magnet yang berasal dari interaksi matahari-bumi dan noise buatan yaitu dari kendaraan bermotor dan pabrik. Selain itu kontribusi dari kedua metode di atas juga dapat digunakan pada data-data yang berindikasi anomali perubahan geomagnet terkait dengan aktivitas kerak bumi.

Kata kunci : Fungsi transfer, Antar-stasion, Transformasi wavelet, Sinyal ULF, Geomagnet

PENDAHULUAN

Pendekatan fungsi transfer secara khusus digunakan untuk mendiskriminasi sinyal-sinyal ULF (*Ultralow Frequency*) dari data variasi geomagnet (lihat [11]). Selain itu dengan mengacu pada peristiwa gempa bumi, ternyata perubahan waktu fungsi transfer juga dapat merupakan indikasi terhadap anomali konduktivitas geomagnet (lihat [15]). Sedangkan sinyal ULF adalah suatu sinyal yang mempunyai frekuensi rendah yaitu kurang dari satu Hertz ($< 1\text{ Hz}$) dan biasanya dianggap sebagai ciri awal sebelum terjadinya gempa bumi (*precursor of earthquake*). Emisi sinyal ULF ini terjadi dalam selang frekuensi antara 0,01 Hz sampai dengan 0,1 Hz dan grafiknya dapat dilihat pada gambar 1.b, yang merupakan hasil filter dari gambar 1.a (yaitu data analog variasi geomagnet komponen H). Data komponen H ini diamati dari stasion geomagnet yang ada di Biak pada tanggal 06 Januari 2000. Selain itu manfaat dari selang frekuensi sinyal ini antara lain dapat menangkap sinyal-sinyal yang langsung dari kerak bumi. Dengan demikian metode observasi yang menggunakan emisi sinyal ULF sangat terkait dengan gempa bumi sehingga mampu mendeteksi prekursor gempa tersebut (lihat [5], [6], [7], [8], [9], [10]). Sinyal ULF ini pernah dideteksi dengan menggunakan transformasi wavelet (lihat [1]). Dalam hal ini Morlet dianggap sebagai fungsi wavelet yang dikenakan pada transformasi wavelet, sedangkan grafik fungsi tersebut dapat dilihat pada gambar 2.a dan gambar 2.b (yaitu bagian riil dan bagian imajiner untuk suatu fungsi tertentu). Tujuan pembahasan makalah ini adalah memformulasikan fungsi-fungsi transfer antar-stasion kemudian mengkombinasikan dengan transformasi wavelet. Namun yang menjadi masalah adalah bagaimana formulasi fungsi-fungsi transfer tersebut? dan bagaimana pula mengkombinasikannya dengan transformasi wavelet?. Salah satu analisis metode yang digunakan untuk memproses formulasi fungsi-fungsi transfer ini adalah dengan menerapkan *teorema Wiener – Khintchine*, yang prinsipnya mengkaji fungsi otokorelasi dengan fungsi densitas spektral serta fungsi kroskorelasi dengan fungsi densitas krosspektral dari ketiga komponen H, D, Z melalui transformasi Fourier (lihat [14]). Tentunya dengan memunculkan terlebih dahulu sistem persamaan normal dari hubungan linier ketiga komponen tersebut. Analisis metode ini biasanya dikenal dengan sebutan enersi fungsi densitas spektral (*Power Spectrum Analysis*). Kemudian konsep-konsep terkait transformasi wavelet akan dijelaskan dengan bentuk definisi ataupun teorema yang disusun dalam suatu metodologi.

METODOLOGI

Telah diketahui secara empiris bahwa ada suatu relasi linier diantara ketiga komponen variasi geomagnet yang mengambil bentuk

$$\Delta Z = A \Delta X + B \Delta Y \dots\dots\dots(1)$$

Dengan ΔX , ΔY , ΔZ berturut-turut mewakili komponen-komponen variasi geomagnet arah utara-selatan, timur-barat dan vertikal atau secara matematis dapat dikatakan sebagai komponen-komponen transformasi Fourier Diskrit yang bernilai kompleks (lihat [12]). Sedangkan koefisien-koefisien A dan B adalah konstanta-konstanta spesifik untuk suatu stasion geomagnet yang diberikan dan dikenal sebagai fungsi transfer bernilai kompleks. Relasi di atas ini selanjutnya diinterpretasikan sebagai suatu sistem linier yang mempunyai dua masukan yaitu ΔX dan ΔY dengan satu keluaran yaitu ΔZ . Disisi lain konsep analisa spektral juga memungkinkan atau dapat digunakan untuk mempredik respons dari suatu sistem fisis yang dibangkitkan secara acak menuruti kondisi karakteristik respons linier (sistem linier). Namun demikian beberapa definisi dan teorema spektral yang berkaitan dengan fungsi transfer dapat dibaca pada makalah sebelumnya yaitu [14]. Berikut ini diberikan beberapa definisi yang terkait dengan kriteria fungsi wavelet dan *mother wavelet* (lihat [2], [3], [4]).

Definisi 1. $L_2(\mathbb{R})$ adalah ruang dari semua fungsi f yang bernilai kompleks dengan wilayahnya pada bilangan riil \mathbb{R} , demikian rupa sehingga norm fungsi f berhingga.

Atau ditulis : $L_2(\mathbb{R}) = \{ f \mid f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \text{ dengan } \|f\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} < \infty.$

Definisi 2. $\psi(t)$ dikatakan suatu fungsi wavelet jika kedua pernyataan berikut di bawah ini yaitu i) dan ii) dipenuhi, selain itu $\psi(t)$ disebut sebagai *mother wavelet* apabila pernyataan yang ke iii) juga dipenuhi.

- i). $\psi(t)$ adalah fungsi yang kontinyu dan mempunyai bentuk eksponensial yang sangat menurun (*exponential decay*) itu berarti $\psi(t) \leq Me^{-K|t|}$ dengan $M, K \in \mathbb{R}^+$.
- ii). Integral dari $\psi(t)$ adalah nol atau ditulis $\int \psi(t) dt = 0$ dengan $-\infty < t < \infty$.
- iii). $0 < C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$, dalam hal ini ω sebagai variabel bebas terdefinisi pada wilayah (*domain*) frekuensi.

Definisi 3. Misalkan diberikan suatu fungsi $f \in L_2(\mathbb{R})$ dan suatu fungsi wavelet ψ yang memenuhi dua kondisi pada Definisi 2., di atas. Transformasi wavelet dari fungsi f adalah suatu fungsi $W_f : \mathbb{R}_2 \times \mathbb{R}$ yang didefinisikan sebagai berikut ;

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \text{ dengan } -\infty < t < \infty.$$

Selanjutnya sebutlah $y = \left(\frac{t-b}{a}\right)$, akibatnya $t = ay + b$ dan $dt = a dy$. Dengan demikian $W_f(a, b) = \sqrt{|a|} \int f(ay + b) \overline{\psi(y)} dy$, dengan $-\infty < y < \infty$. Jelas $W_f(a, b) = 0$, bilamana $a = 0$. Sekarang tulislah $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ dan itu berarti transformasi

wavelet yang didefinisikan pada Definisi 3., di atas menjadi $W_f(a, b) = \int f(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt$ dengan $-\infty < t < \infty$.

Selanjutnya fungsi wavelet $\psi(t)$ atau *mother wavelet* yang digunakan pada transformasi wavelet dalam pembahasan makalah ini adalah fungsi Morlet seperti di [11] yaitu kombinasi dari fungsi sinus dan Gaussian atau dapat juga menggunakan fungsi Morlet yang telah dijelaskan dalam makalah [13]. Salah satu alasan Morlet digunakan sebagai *mother wavelet* dalam pembahasan ini dikarenakan fungsi tersebut telah memenuhi kondisi ortonormal (lihat [11]) sehingga cocok untuk pengolahan data-data sinyal ULF (*Ultra Low-Frequency*).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Fungsi-fungsi transfer yang akan dirancang untuk komponen vertikal variasi geomagnet ini dapat diturunkan dari persamaan (1) . Selanjutnya dalam pembahasan ini persamaan (1) akan dimodifikasikan dengan menggunakan data dari tempat-tempat pengamatan yang berbeda . Cara pendekatan seperti ini dikenal dengan sebutan antar stasion dan juga dapat digunakan untuk menghitung fungsi-fungsi transfer pada komponen horizontal variasi geomagnet . Selanjutnya variasi-variasi geomagnet yang diamati pada suatu stasion dapat dipisahkan dalam dua bagian yaitu bagian normal dan bagian anomali. Bagian normal terbentuk dari medan magnet yang berasal atau bersumber dari ionosfer. Dipihak lain bagian anomali terbentuk dari suatu induksi arus medan magnet dibagian struktur bumi yang tak homogen (lihat [15]). Dengan demikian fungsi-fungsi transfer antar stasion umumnya ditulis dalam bentuk normal dan anomali sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_n \\ \Delta y_n \\ \Delta z_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x_a \\ \Delta y_a \\ \Delta z_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_n \\ \Delta y_n \\ \Delta z_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C & D & G \\ E & F & H \\ A & B & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_n \\ \Delta y_n \\ \Delta z_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix} \quad \dots\dots(2)$$

Dalam hal ini A , B , C , D , E , F , G , H , I yang disusun dalam bentuk matriks masing-masing merupakan fungsi-fungsi transfer antar stasion. Sedangkan unsur-unsur lainnya yang terdapat dalam bentuk matriks pada persamaan (2) akan dijelaskan sebagai berikut :

$\begin{pmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta z_s \end{pmatrix}$ adalah ketiga komponen variasi geomagnet di suatu tempat pengamatan ,

$\begin{pmatrix} \Delta x_n \\ \Delta y_n \\ \Delta z_n \end{pmatrix}$ adalah bagian normal dari ketiga komponen variasi geomagnet ,

$\begin{pmatrix} \Delta x_a \\ \Delta y_a \\ \Delta z_a \end{pmatrix}$ adalah bagian anomali dari ketiga komponen variasi geomagnet dan

$\begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix}$ sebagai galat (error) dari ketiga komponen variasi geomagnet .

Jika bagian normal dari komponen vertikal variasi geomagnet Δz_n diabaikan, sedangkan bagian normal lainnya diamati dari suatu stasion acuan , demikian juga galat dari ketiga komponen variasi geomagnet δx , δy , δz diasumsikan sangat kecil maka persamaan (2) dapat disederhanakan sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C & D \\ E & F \\ A & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C+1 & D \\ E & F+1 \\ A & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

dalam hal ini $\begin{pmatrix} \Delta x_r \\ \Delta y_r \end{pmatrix}$ adalah kedua komponen horizontal variasi geomagnet dari suatu

stasion acuan. Untuk menghitung fungsi-fungsi transfer ini perlu dilakukan pengamatan secara serempak di setiap stasion pengamat dan stasion yang diambil sebagai acuan atau referensi. Dengan analisis enersi fungsi densitas spektral atau tepatnya metode PSA (Power Spectrum Analysis) yang telah dibahas dalam [14] diperoleh hasil-hasil sebagai berikut :

$$A = \frac{S_{z_s x_r} S_{y_r y_r} - S_{z_s y_r} S_{y_r x_r}}{S_{x_r x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_r y_r} S_{y_r x_r}} \quad \text{dan} \quad B = \frac{S_{z_s y_r} S_{x_r x_r} - S_{z_s x_r} S_{x_r y_r}}{S_{x_r x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_r y_r} S_{y_r x_r}}$$

$$C = \frac{S_{x_s x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_s y_r} S_{y_r x_r}}{S_{x_r x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_r y_r} S_{y_r x_r}} - 1 \quad \text{dan} \quad D = \frac{S_{x_s y_r} S_{x_r x_r} - S_{x_r y_r} S_{x_s x_r}}{S_{x_r x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_r y_r} S_{y_r x_r}} .$$

$$\text{Demikian juga} \quad E = \frac{S_{y_s x_r} S_{y_r y_r} - S_{y_s y_r} S_{y_r x_r}}{S_{x_r x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_r y_r} S_{y_r x_r}} \quad \text{dan} \quad F = \frac{S_{y_s y_r} S_{x_r x_r} - S_{x_r y_r} S_{y_s x_r}}{S_{x_r x_r} S_{y_r y_r} - S_{x_r y_r} S_{y_r x_r}} - 1.$$

Dalam hal ini $S_{x_r x_r}$, $S_{y_r y_r}$ menyatakan *auto power spectra* sedangkan $S_{x_r y_r}$, $S_{y_r x_r}$, $S_{x_s x_r}$, $S_{y_s x_r}$, $S_{z_s y_r}$, $S_{y_s y_r}$, $S_{x_s y_r}$, $S_{z_s x_r}$ dan $S_{z_s y_r}$ masing-masing menyatakan *cross power spectra*. Selanjutnya jika persamaan (3) ditulis kembali dengan menggunakan matriks T, H_s, dan H_r maka diperoleh bentuk persamaan sebagai berikut,

$$H_s = T . H_r \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{Atau} \quad \begin{pmatrix} H_{x_s} \\ H_{y_s} \\ H_{z_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \\ T_{zx} & T_{zy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{x_r} \\ H_{y_r} \end{pmatrix} .$$

Dalam hal ini T, H_s , dan H_r masing-masing

mewakili matriks fungsi transfer antar-stasion, matriks ketiga komponen variasi geomagnet di suatu tempat pengamatan dan matriks kedua komponen horizontal variasi geomagnet dari suatu stasion acuan. Umumnya estimasi fungsi transfer dilakukan dengan pendekatan transformasi Fourier. Namun dalam pembahasan makalah ini, transformasi wavelet diadopsi sebagai pengganti FFT (*Fast Fourier Transform*). Hal ini dikarenakan nois-nois buatan yang berasal dari kendaraan bermotor dan pabrik mempunyai ciri-ciri seperti sinyal transien. Selain itu *mother wavelet* yang

digunakan disini adalah fungsi Morlet $\psi(x)$ dan menurut definisi di [11], $\psi(x) = \pi^{-1/4} e^{yxi} e^{-\frac{x^2}{2}}$

dengan konyugasinya adalah $\overline{\psi(x)} = \pi^{-1/4} e^{-yxi} e^{-\frac{x^2}{2}}$. Dalam hal ini x , y berturut-turut merupakan parameter tanpa dimensi dari waktu dan frekuensi. Selanjutnya transformasi wavelet kontinyu dari suatu data deret waktu x_k didefinisikan sebagai konvolusi x_k dengan skala yang dinyatakan dalam versi $\psi(x)$ sebagai berikut ;

$$W(n,s) = \sum_{j=0}^{N-1} x_j \overline{\psi} \left[\frac{(j-n)\Delta t}{s} \right]$$

dengan $\overline{\psi}$ adalah konyugasi dari ψ , sedangkan s dan n berturut-

turut merupakan skala wavelet dan indeks waktu yang dibatasi. Selain itu hubungan antara skala wavelet s dan frekuensi Fourier f menurut [11] dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$s = \left(\frac{y + \sqrt{2 + y^2}}{4\pi} \right) \frac{1}{f} .$$

Sedangkan mengenai data deret waktu yang direkonstruksi dapat disusun

dengan menjumlahkan bagian-bagian riil transformasi wavelet dari semua skala. Pernyataan ini diformulasikan secara matematis sebagai berikut,

$$x_k = \frac{\delta_j \sqrt{\Delta t}}{c_\delta \psi(0)} \sum_{j=0}^J \frac{\text{Re}\{W(k, s_j)\}}{\sqrt{s_j}} \quad (\text{lihat [11]}) .$$

Dalam hal ini faktor $\psi(0) = \pi^{-1/4}$ menghilangkan skala

enersi , sementara $\sqrt{s_j}$ mengubah transformasi wavelet ke suatu kepadatan enersi dan c_δ dipilih sebesar 0,776 untuk *Morlet wavelet* yang digunakan pada kasus ini. Jika fungsi-fungsi transfer antar-stasion telah ditentukan maka kita dapat mengestimasi komponen eksternal di suatu tempat pengamatan dengan menggunakan data dari stasion acuan. Selanjutnya dengan menerapkan wilayah wavelet sebagai pengganti persamaan (4) akan diperoleh $W(H_{sn}^j) = W(T^j) . W(H_r^j)$. Dalam hal ini j merupakan indikasi skala wavelet dan H_{sn} adalah sinyal eksternal yang direkonstruksi dari data acuan di tempat pengamatan. Ini berarti H_{sn} hanya mencakup nois-nois dari sinyal alam yakni sinyal yang berasal dari atmosfer atas dan terkait dengan interaksi matahari-bumi. Selanjutnya jika data yang direkonstruksi dikurangi dari data pengamatan sesungguhnya maka diharapkan hanya terdapat sedikit komponen global di dalam sisa hasil pengurangan

$\Delta W(H^j)$. Dengan demikian sisa hasil pengurangan ini dapat diformulasikan sebagai, $\Delta W(H^j) = W(H_s^j) - W(H_{sn}^j)$. Itu berarti komponen-komponen yang sangat kuat dapat dihilangkan.

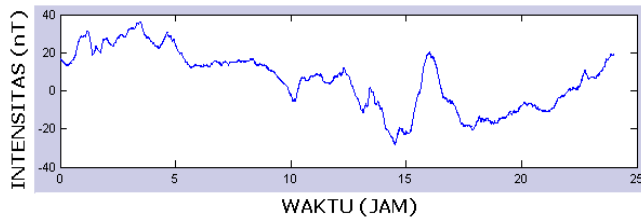
SIMPULAN

Pendekatan dari kombinasi fungsi-fungsi transfer antar-stasion dengan transformasi wavelet ini diharapkan nantinya dapat diaplikasikan pada data sinyal ULF di setiap stasion geomagnet yang ada di wilayah Indonesia. Namun demikian data mentah dari ketiga komponen variasi geomagnet ini (H,D,Z) lebih dahulu harus diperiksa kondisinya untuk memastikan kualitas data tersebut (menghilangkan kondisi data yang jelek). Selain itu proses *filtering-windowing* tertentu juga digunakan pada setiap partisi data yang dihimpun. Selanjutnya harus dipikirkan bagaimana mengembangkan suatu metodologi untuk menghilangkan nois dari sinyal-sinyal buatan yang regional. Juga bagaimana menemukan secara otomatis pola-pola nois yang tidak normal dan bagaimana pula memisahkannya secara otomatis. Semuanya ini merupakan bahan pemikiran (*Open Problem*) dikemudian hari untuk penelitian selanjutnya.

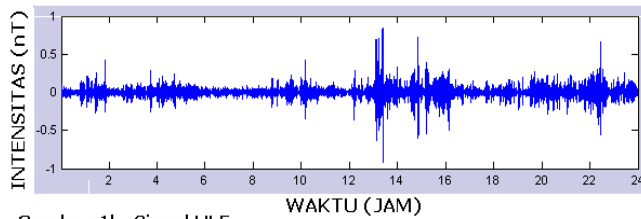
DAFTAR PUSTAKA

- [1].Alperovich, L.and Zheludev, V. (1997)., *Wavelet Transform as a Tool for Detection of Geomagnetic Precursors of Earthquakes*, Phys.Chem.Earth , Vol.23, No.9-10 , pp. 965-967.
- [2].Burke- Hubbard, B. (1995)., *Ondes et ondelettes*, Pour La science , Paris.
- [3].Cohen , A.and Ryan , R.(1995)., *Wavelets and Multiscale signal processing*, Chapman and Hall.
- [4].Hardle W.et.al.(2003)., *Wavelets Approximation and Statistical Applications*, Seminaire Paris-Berlin.
- [5].Gotoh K. et.al.(2002)., *Principle Component Analysis of ULF Geomagnet Data for Izu islands earthquakes in July 2000*, J. Atm. Electr. 22, pp. 1-12.
- [6].Hattori K.et.al.(2002)., *ULF magnetic anomaly Preceding the 1997 Kagoshima earthquakes*, TERRAPUB, Tokyo, pp. 19-28.
- [7].Hayakawa M. et.al. (2000)., *ULF electromagnetic Precursors for an earthquake at Biak, Indonesia on February 17, 1996*, Geophys. Res.Lett.27, pp.1531-1534.
- [8].Hayakawa M. et.al. (1996)., *Results of ULF magnetic field measurements during the Guam earthquake of 8 August 1993*, Geophys. Res.Lett.23, pp.241-244.
- [9].Kawate R.et.al.(1998)., *ULF magnetic fields during the Guam earthquake of 8 August 1993 and their interpretation*, Phys. Earth Planet. Inter.105, pp.229-238.
- [10].Kopytenko Y.A. et.al. (1993), *Detection of ULF Emission connected with the Spitak earthquake and its aftershock activity, based on geomagnetic pulsation data at Dusheti and Vardzia Observatories*, Phys. Earth Planet. Inter.77, 85-95.
- [11]. Harada M. et al. (2004)., *Transfer function approach to Signal discrimination of ULF Geomagnet data*, J. Physc. and Chemistry of the Earth 29, ELSEVIER , pp. 409-417.
- [12]. Maspu J.(2007)., *Rancangan Estimasi Fungsi Transfer Data Variasi Geomagnet*, Prosiding Seminar Nasional Matematik ,hal.133-137, FMIPA-UNPAR, Bandung.
- [13]. Maspu J.(2007)., *Penyelidikan Morlet sebagai Fungsi Wavelet dalam Pemrosesan Sinyal*, Prosiding Seminar Nasional Sistem dan Teknologi Informasi (SNASTI), hal.VI-1 s/d VI-5, STIKOM , Surabaya.

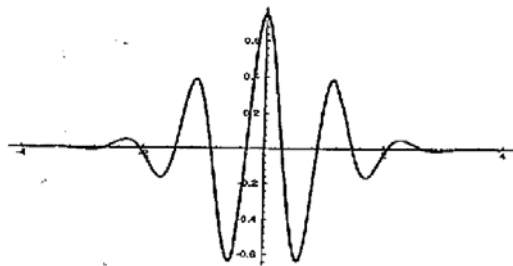
- [14]. Maspupu J. (2008)., *Disain Awal Fungsi Transfer antar-Stasion Geomagnet*, Prosiding Seminar Nasional Matematik ,hal.133-137, FMIPA-UNPAR, Bandung.
- [15]. Yanagihara K.& Nagano T.(1996)., *Time change of Transfer function in the central Japan Anomaly of conductivity with Special reference to Earthquake Occurrences*, J.Geomag. Geoelectr., 28, pp 157-163.



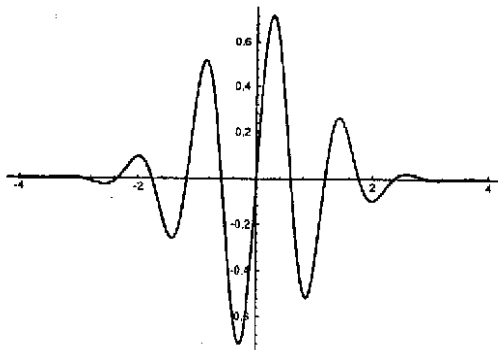
Gambar 1a. Data magnetometer komponen H.



Gambar 1b. Sinyal ULF



Gambar 2a. Bagian riil dari fungsi Morlet dengan $f = 0.849$



Gambar 2b. Bagian imajiner dari fungsi Morlet dengan $f = 0.849$