

Aplikasi Program *Nonlinear* Multi Tujuan Interaktif dengan Fungsi Tujuan *Fuzzy* Pada Optimalisasi Dosis Pemberian Pupuk Npk Tanaman Padi

Widodo

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada
Yogyakarta Indonesia. E-mail: widodo_math@yahoo.com

Hertomo Heroe

Staf Ahli Menteri Bidang Ekonomi dan Ketenagakerjaan
Kementerian Pemberdayaan Perempuan.
Jl.Merdeka Barat No.15 Jakarta Pusat 10110.

Abstrak

Dalam penelitian ini diselidiki dosis pemberian pupuk NPK yang tepat pada tanaman padi, yang mamaksimalkan dan/atau meminimalkan semua variable respons, dengan metode optimasi *nonlinear* multi tujuan interaktif dengan fungsi tujuan *fuzzy*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemberian pupuk NPK sebesar **129,4%** merupakan solusi optimal pareto yang mamaksimalkan 8 fungsi tujuan dan meminimalkan 2 fungsi tujuan.

Kata-kata kunci: program *nonlinear* multi tujuan interaktif *fuzzy*, solusi optimal pareto, dosis NPK tanaman padi.

1. PENDAHULUAN

Dewasa ini dalam banyak masalah pengambilan keputusan, tidak lagi berusaha mengoptimumkan satu fungsi tujuan (*single objective*) saja, seperti memaksimalkan produksi atau meminimumkan biaya, tetapi telah berkembang menjadi banyak tujuan (*multi objective*), misalnya memaksi-mumkan produksi, memaksi-mumkan kualitas, memaksimalkan efisiensi, meminimumkan biaya, meminumkan residu dalam tanah atau dalam tanaman padi, meminimalkan polusi/limbah, meminimalkan resiko, dan lain sebagainya, yang ditinjau secara serentak/simultan. Tujuan-tujuan dalam multi tujuan biasanya saling bertentangan (*conflict*) antara satu tujuan dengan tujuan yang lain, dan tidak dapat diukur dengan satuan yang sama (*noncommensurable*). Penyelesaian multi tujuan secara serentak ini sangat cocok dengan kenyataan, karena masalah nyata, misalnya dalam ilmu-ilmu pertanian, fungsi-fungsi tujuan tersebut mempunyai *resources* yang sama, sehingga kendala-kendalanya pun sama.

Dalam penelitian Heroe (2004), telah diketahui hubungan fungsional antara takaran/dosis NPK yang digunakan dalam tanaman padi (sebagai variable keputusan) dengan variable-variabel respons (sebagai fungsi tujuan) yang harus dimaksimalkan, yaitu hasil gabah kering giling, persentase beras pecah kulit, kandungan $N-NH_4^+$ tersedia dalam tanah pada 23 HST (Hari Setelah Tanam, fase anakan aktif), kandungan fosfat tersedia dalam tanah pada 70 HST (awal pengisian gabah), kandungan fosfat

tersedia dalam tanah pada 105 HST, konsentrasi K tersedia dalam tanah pada 70 HST, kandungan K tersedia dalam tanah pada 105 HST, kandungan karbofuran dalam tanaman pada 70 HST, dengan kendala rendemen beras giling ≥ 80 dan fosfat dalam air < 1 . Sedangkan variable-variabel respons (sebagai fungsi tujuan) yang harus diminimalkan, yaitu konsentrasi karbofuran dalam air pada 43 HST dan konsentrasi residu karbofuran di tanah pada 43 HST, dengan kendala karbofuran $< 0,2$.

Dalam penelitian **Widodo** dan **Heroe** (2007) telah dipelajari optimalisasi dosis pemberian pupuk NPK dengan metode optimasi *nonlinear* multi tujuan interaktif (**tanpa tujuan fuzzy**). Sebagai kelanjutannya, dalam penelitian ini diselidiki dosis pemberian pupuk NPK yang tepat pada tanaman padi, yang mamaksimalkan dan/atau meminimalkan semua variable respons di atas, dengan metode optimasi *nonlinear* multi tujuan interaktif **dengan fungsi tujuan fuzzy**. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemberian pupuk NPK sebesar **129,4%** merupakan solusi optimal pareto yang mamaksimalkan 8 fungsi tujuan dan meminimalkan 2 fungsi tujuan (**fuzzy**).

2. KAJIAN PUSTAKA

Konsep dan penyelesaian masalah optimasi nonlinear satu tujuan sudah banyak dibahas oleh para ahli, antara lain oleh **Bazaraa** dan **Shetty** (1993), dan **Chong** dan **Zaks** (1996). Sedangkan konsep dan penyelesaian masalah optimasi nonlinear multi tujuan telah dibahas oleh **Ignizio** (1982), dan **Sakawa** (1993). Optimasi linear multi tujuan dengan tujuan fuzzy sudah dibahas oleh **Christer** dan **Robert** (1994), Fajar dan **Widodo** (2002), **Gasimov** dan **Yenilmez** (2002), dan **Sakawa** (1993). Aplikasi Metoda *Subgradien* untuk Menyelesaikan Program Linear *Fuzzy* telah dibahas oleh **Khairudin** (2004). Aplikasi Metoda *Subgradien* untuk Menyelesaikan Program Nonlinear Nonkonveks dibicarakan oleh **Khairudin** dan **Widodo** (2004). Untuk menentukan solusi kompromi dapat dilakukan dengan cara pendekatan *Goal Programming* dan pendekatan *interactive programming*. Pendekatan *Goal Programming* telah dibahas oleh **Charnes** dan **Chopper** (1961), dan dilanjutkan oleh **Ignizio** (1982). Pendekatan interaktif yang dibahas dalam penelitian ini merupakan suatu cara menentukan solusi kompromi dengan asumsi pengambil keputusan (*decision maker*) dapat menentukan titik referensi (*reference point*) untuk fungsi-fungsi tujuan yang mencerminkan nilai-nilai fungsi tujuan yang diinginkan dan dapat mengubah titik referensi secara interaktif untuk memperbaiki solusi. Setelah titik referensi ditentukan, masalah program

nonlinear multi tujuan diselesaikan dengan masalah minimax, kemudian direduksi menjadi masalah program *nonlinear* dengan fungsi tujuan tunggal (*single objective*). **Widodo dan Heroe (2007)** telah mempelajari optimalisasi dosis pemberian pupuk NPK dengan metode optimasi *nonlinear* multi tujuan interaktif (**tanpa tujuan fuzzy**).

3. PENINJAUAN ULANG PENELITIAN SEBELUMNYA

Dalam penelitian **Heroe (2004)**, jika x variabel keputusan yang menyatakan prosentase dosis pemberian pupuk NPK pada tanaman padi, maka dengan analisis regresi ganda diperoleh hubungan-hubungan fungsional yang harus dimaksimalkan, yaitu optimasi pemberian pupuk terhadap produksi, kualitas beras dan kadar hara tanah dengan memaksimalkan fungsi tujuan sebagai berikut:

1. Hasil Gabah Kering Giling (GKG): $Z_1(x) = 37,14 + 28,377x - 0,0763 x^2$
2. Persentase beras pecah kulit (BPK) $Z_2(x) = 79,08 + 0,0113x - 0,00002 x^2$
3. Kandungan N-NH₄⁺ tersedia dalam tanah pada 23 HST (fase anakan aktif) : $Z_3(x) = 9,5683 + 0,0134 x$
4. Kandungan fosfat tersedia dalam tanah pada 70 HST (awal pengisian gabah):
 $Z_4(x) = 28,787 - 0,0782x + 0,0004 x^2$
5. Kandungan fosfat tersedia dalam tanah pada 105 HST (saat panen) :
 $Z_5(x) = 12,035 + 0,0546x + 0,0001 x^2$
6. Konsentrasi K tersedia dalam tanah pada 70 HST (awal pengisian gabah):
 $Z_6(x) = 34,283 + 0,382 x - 0,0008 x^2$
7. Kandungan K tersedia dalam tanah pada 105 HST (saat panen) :
 $Z_7(x) = 52,587 + 0,1256 x$
8. Kandungan karbofuran dalam tanaman pada 70 HST (awal pengisian gabah):
 $Z_8(x) = 0,0145 - 0,00009x + 0,000001x^2$,
dengan fungsi kendala:

1. $g_1(x) = -0,00002x^2 + 0,0113 x + 79,85 \geq 80$ (rendemen beras giling ≥ 80)
2. $g_2(x) = 0,00002x^2 - 0,0031x + 0,59 < 1$ (fosfat dalam air < 1), dan x menyatakan prosentase dosis pemberian pupuk NPK, $50 \leq x \leq 250$.

Optimasi konsentrasi karbofuran dalam air dan tanah dilakukan dengan mengurangi konsentrasi karbofuran agar tidak melampaui ambang batas yang diperbolehkan ($< 0,2$ ppm) dan efektif dalam mengendalikan hama, namun tidak menimbulkan pencemaran

lingkungan. Fungsi tujuan dengan meminimumkan kendala yang ada dirumuskan sebagai berikut:

1. Konsentrasi karbofuran dalam air pada 43 HST (priomordia)

$$Z_9(x) = 0,000007x^2 - 0,0014x + 0,1284.$$

2. Konsentrasi residu karbofuran di tanah pada 43 HST (priomordia):

$$Z_{10}(x) = 0,0000002x^2 + 0,000003x + 0,003,$$

dengan fungsi kendala:

$$g_3(x) = 7E-06x^2 - 0,0014x + 0,1284 < 0,2 \text{ (karbofuran } < 0,2).$$

Mudah dipahami bahwa sepuluh (10) fungsi tujuan tersebut di atas saling konflik. Karena itu harus dicari solusi kompromi agar ke 10 fungsi tujuan tersebut terakomodir dengan baik. Caranya adalah dengan **optimasi *nonlinear* multi tujuan baik dengan fungsi tujuan *fuzzy* maupun tanpa tujuan *fuzzy***.

Dalam penelitian **Widodo** dan **Heroe** (2007) telah dipelajari optimalisasi dosis pemberian pupuk NPK dengan metode optimasi *nonlinear* multi tujuan interaktif (**tanpa tujuan *fuzzy***). Dalam makalah ini, disajikan hasil penelitian yang mirip dengan penelitian **Widodo** dan **Heroe** (2007), tetapi dengan fungsi tujuan *fuzzy*.

4. HASIL PENELITIAN

4.1. Program Nonlinear Multi Objektif dengan Fungsi Objektif/Tujuan *Fuzzy*

Apabila untuk setiap fungsi objektif $Z_i(x)$, $i = 1, \dots, k$ dari masalah program nonlinear multi objektif, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai fuzzy goal “**fungsi objektif $Z_i(x)$ secara substansial lebih kecil atau sama dengan suatu nilai p_i** ”, maka disebut **Program Nonlinear Multi Objektif/Tujuan *Fuzzy***, yang dapat diformulasikan sebagai berikut :

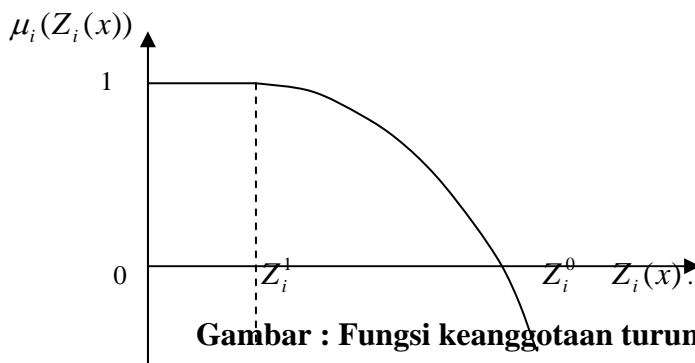
$$\left. \begin{array}{l} \text{meminimalkan } Z(x) = (Z_1(x), Z_2(x), \dots, Z_k(x))^T \\ \text{dengan kendala } x \in X = \{x \in R^n \mid g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\} \\ x \geq 0. \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

dengan “meminimalkan” menyatakan meminimalkan versi *fuzzy* dari k fungsi sasaran dan memenuhi kendala-kendala yang diberikan. **Fuzzy Goal** dapat ditentukan dari fungsi keanggotaan $\mu_i(Z_i(x))$, $i = 1, \dots, k$, dari pengambil keputusan untuk setiap fungsi

objektif $Z_i(x)$, $i = 1, \dots, k$. Secara umum, dalam masalah minimisasi, fuzzy goal yang ditetapkan oleh pengambil keputusan “secara substansial lebih kecil atau sama dengan suatu nilai p_i ” dan pengambil keputusan harus menentukan fungsi keanggotaan linear atau nonlinear untuk setiap fungsi objektif $Z_i(x)$, $i = 1, \dots, k$ yang merupakan fungsi turun monoton tegas terhadap $Z_i(x)$ dan memenuhi aturan :

$$\mu_i(Z_i(x)) = \begin{cases} 1 & , \text{jika } Z_i(x) \leq Z_i^1 \\ d_i(x) & , \text{jika } Z_i^1 \leq Z_i(x) \leq Z_i^0 \\ 0 & , \text{jika } Z_i(x) \geq Z_i^0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Fungsi keanggotaan nonlinear fungsi objektif $\mu_i(Z_i(x))$, $i = 1, \dots, k$, dapat digambarkan:



dengan Z_i^1 atau Z_i^0 masing-masing menyatakan nilai Z_i sehingga derajat dari fungsi keanggotaan 1 atau 0. Untuk fungsi intermediate, nilai Z_i ditunjukkan oleh fungsi turun monoton tegas $d_i(x)$ terhadap Z_i .

Untuk memperoleh fungsi keanggotaan $\mu_i(Z_i(x))$, $i = 1, \dots, k$ dari setiap fungsi objektif $Z_i(x)$, pengambil keputusan dapat menggunakan pendekatan sebagai berikut: pertama, dihitung minimum individu $Z_i^{\min} = \min_{x \in X} Z_i(x)$ dan maksimum individu $Z_i^{\max} = \max_{x \in X} Z_i(x)$. Kemudian pengambil keputusan memilih fungsi keanggotaan diantara lima tipe fungsi keanggotaan, yaitu : linear, eksponensial, hiperbolik, invers hiperbolik, atau linear sepotong-sepotong. Nilai parameter ditentukan melalui interaksi

dengan pengambil keputusan. Selain untuk fungsi keanggotaan hiperbolik, diasumsikan bahwa :

$$\mu_i(Z_i(x)) = 0 \text{ jika } Z_i(x) \geq Z_i^0 \text{ dan } \mu_i(Z_i(x)) = 1 \text{ jika } Z_i(x) \leq Z_i^1 .$$

Untuk fungsi keanggotaan linear diberikan oleh:

$$\mu_i(Z_i(x)) = \frac{Z_i(x) - Z_i^0}{Z_i^1 - Z_i^0} . \tag{1.3}$$

Untuk fungsi keanggotaan linear dapat ditentukan oleh pengambil keputusan dengan menetapkan dua titik Z_i^0 dan Z_i^1 yang nilainya di antara Z_i^{\max} dan Z_i^{\min} .

Berikut ini, dikenalkan Solusi Optimal Pareto *Fuzzy* atau Solusi Optimal M-Pareto kemudian didefinisikan fungsi keanggotaan sebagai pengganti dari fungsi objektif $Z_i(x)$.

Definisi 4.1.1. (Solusi Optimal M-Pareto)

Vektor $x^* \in X$ dikatakan sebagai Solusi Optimal M-Pareto untuk Program Nonlinear Multi Objektif/Tujuan Fuzzy (1.1), jika tidak ada $x \in X$ yang lain ($x \neq x^*$) sehingga $\mu_i(Z_i(x)) \geq \mu_i(Z_i(x^*)), \forall i = 1, 2, \dots, k$ dan $\mu_j(Z_j(x)) \neq \mu_j(Z_j(x^*))$ dipenuhi paling sedikit untuk satu j .

4.2. Penyelesaian Program Nonlinear Multi Objektif dengan Fungsi Objektif

Fuzzy dengan Metode Interaktif

Dengan metoda interaktif Sakawa, Yano, dan Yumine (1987), pengambil keputusan dapat menentukan tingkat keanggotaan referensi $\bar{\mu} = (\bar{\mu}_1, \dots, \bar{\mu}_k)^T$. Solusi optimal M-Pareto diperoleh dengan menyelesaikan masalah minimaks berikut :

$$\underset{x \in X}{\text{minimumkan}} \quad \underset{i=1, \dots, k}{\text{maksimumkan}} (\bar{\mu}_i - \mu_i(Z_i(x))) \tag{1.4}$$

atau ekivalen dengan

$$\text{minimumkan } v \tag{1.5}$$

dengan kendala : $\bar{\mu}_i - \mu_i(Z_i(x)) \leq v, i = 1, \dots, k, x \in X$.

Jika fungsi keanggotaan $\mu_i(Z_i(x))$, $i = 1, \dots, k$ sudah ditentukan, maka masalah minimaks menjadi masalah program nonlinear biasa, dan dapat diselesaikan secara

langsung dengan metode yang sudah banyak dikenal seperti metode *Newton*, dll. Berdasarkan 2 teorema berikut ini, untuk mencari solusi M-optimal pareto program nonlinear multi tujuan fuzzy dengan metode interaktif, cukup dikerjakan masalah minimaks (1.5) dengan variabel bantu v .

Teorema 4.2.1. *Jika x^* solusi optimal tunggal dari masalah minimaks (1.5) untuk suatu titik referensi: $\bar{\mu} = (\bar{\mu}_1, \dots, \bar{\mu}_k)^T$, maka x^* adalah solusi Optimal M-Pareto untuk Program Nonlinear Multi Objektif/Tujuan Fuzzy (1.1).*

Teorema 4.2.2. *Jika x^* adalah solusi Optimal M-Pareto untuk Program Nonlinear Multi Objektif/Tujuan Fuzzy (1.1) dengan $0 < \mu_i(f_i(x^*)) < 1$ untuk setiap $i=1,2,\dots,k$, maka terdapat suatu titik referensi $\bar{\mu} = (\bar{\mu}_1, \dots, \bar{\mu}_k)^T$ sehingga x^* solusi optimal tunggal dari masalah minimaks (1.5).*

Algoritma Program nonlinear multi objektif fuzzy interaktif :

Langkah 1: Hitung minimum dan maksimum individu untuk setiap fungsi objektif terhadap kendala yang diberikan.

Langkah 2: Tentukan fungsi keanggotaan dari pengambil keputusan untuk setiap fungsi objektif

Langkah 3: Tentukan tingkat keanggotaan referensi awal sama dengan 1.

Langkah 4: Untuk nilai keanggotaan referensi, selesaikan masalah minimaks untuk mendapatkan solusi optimal M-Pareto dan nilai fungsi keanggotaan bersama dengan informasi tradeoff antara fungsi-fungsi objektif.

Langkah 5: Jika pengambil keputusan merasa puas dengan solusi optimal M-Pareto, maka proses berhenti. Jika tidak, tanyakan kepada pengambil keputusan untuk memperbaiki nilai referensi dan kembali ke Langkah 4.

4.3. Hasil Pemrograman Nonlinear Masing-Masing Fungsi Tujuan (Individu)

Terlebih dahulu masalah Optimalisasi Dosis Pemberian Pupuk NPK Tanaman Padi dikonversikan ke bentuk standar minimum:

Minimumkan 10 fungsi tujuan:

1. $-Z_1(x) = -(37,14 + 28,377x - 0,0763 x^2)$
2. $-Z_2(x) = -(79,08 + 0,0113x - 0,00002x^2)$

3. $-Z_3(x) = -(9,5683 + 0,0134 x)$
4. $-Z_4(x) = -(28,787 - 0,0782x + 0,0004x^2)$
5. $-Z_5(x) = -(12,035 + 0,0546x + 0,0001x^2)$
6. $-Z_6(x) = -(34,283 + 0,382x - 0,0008 x^2)$
7. $-Z_7(x) = -(52,587 + 0,1256 x)$
8. $-Z_8(x) = -(0,0145 - 0,00009x + 0,000001x^2)$
9. $Z_9(x) = 0,000007x^2 - 0,0014x + 0,1284$
10. $Z_{10}(x) = 0,0000002 x^2 + 0,000003 x + 0,003$

dengan fungsi kendala:

$$g_1(x) = -0,00002x^2 + 0,0113x + 79,85 \geq 80 \text{ (rendemen beras giling } \geq 80)$$

$$g_2(x) = 0,00002x^2 - 0,0031x + 0,59 < 1 \text{ (fosfat dalam air } < 1),$$

$$g_3(x) = 7E-06x^2 - 0,0014x + 0,1284 < 0, \text{ (karbofuran } < 0,2)$$

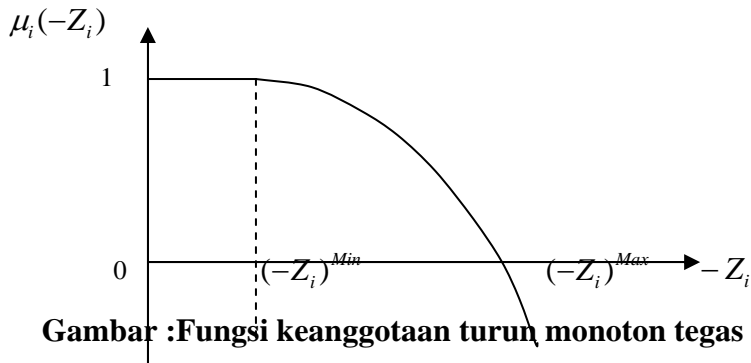
dan x menyatakan prosentase dosis pemberian pupuk NPK, $50 \leq x \leq 250$.

Dengan program *Quantitative System* (QS) versi 3.0, diperoleh Hasil Pemrograman Nonlinear Masing-Masing Fungsi Tujuan (Individu) sbb:

Fungsi tujuan	Minimum Individu		Maksimum Individu	
	Peminimal (x)	Nilai minimal $(-Z_i)^{\min}$	Pemaksi mal (x)	Nilai Maksimal $(-Z_i)^{\max}$
$-Z_1(x)$	186,1	-6352,6	50	-4942,4
$-Z_2(x)$	237,5	-80,6	50	-79,6
$-Z_3(x)$	240	-12,8	50	-10,2
$-Z_4(x)$	240,3	-33,1	98	-25
$-Z_5(x)$	240,3	-30,9	50	-15
$-Z_6(x)$	237,5	-79,9	50	-51,4
$-Z_7(x)$	240,2	-82,7	50	-58,6
$-Z_8(x)$	240	-0,05	50	-0,01
$Z_9(x)$	99,3	0,06	240,3	0,2
$Z_{10}(x)$	50	0,004	240	0,02

4.4. Hasil Pemrograman Nonlinear Multi Tujuan Interaktif dengan Fungsi Tujuan Fuzzy

Fungsi keanggotaan (*Membership Function*) nonlinear fungsi objektif $\mu_i(Z_i(x))$, $i = 1, \dots, k$, dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar : Fungsi keanggotaan turun monoton tegas

$$\mu_i(-Z_i(x)) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } -Z_i(x) \leq (-Z_i)^{Min} \\ \frac{-Z_i(x) - (-Z_i)^{Max}}{(-Z_i)^{Min} - (-Z_i)^{Max}} & , \text{ jika } (-Z_i)^{Min} \leq -Z_i(x) \leq (-Z_i)^{Max} \\ 0 & , \text{ jika } -Z_i(x) \geq (-Z_i)^{Max} \end{cases}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, 8$, dan

$$\mu_9(Z_9(x)) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } Z_9(x) \leq Z_9^{Min} \\ \frac{Z_9(x) - Z_9^{Max}}{Z_9^{Min} - Z_9^{Max}} & , \text{ jika } Z_9^{Min} \leq Z_9(x) \leq Z_9^{Max} \\ 0 & , \text{ jika } Z_9(x) \geq Z_9^{Max} \end{cases}$$

$$\mu_{10}(Z_{10}(x)) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } Z_{10}(x) \leq Z_{10}^{Min} \\ \frac{Z_{10}(x) - Z_{10}^{Max}}{Z_{10}^{Min} - Z_{10}^{Max}} & , \text{ jika } Z_{10}^{Min} \leq Z_{10}(x) \leq Z_{10}^{Max} \\ 0 & , \text{ jika } Z_{10}(x) \geq Z_{10}^{Max} \end{cases}$$

Dengan titik referensi

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_1 = 0,3 & \quad \bar{\mu}_2 = 0,4 & \quad \bar{\mu}_3 = 0,4 & \quad \bar{\mu}_4 = 0,4 & \quad \bar{\mu}_5 = 0,4 \\ \bar{\mu}_6 = 0,4 & \quad \bar{\mu}_7 = 0,5 & \quad \bar{\mu}_8 = 0,4 & \quad \bar{\mu}_9 = 0,5 & \quad \bar{\mu}_{10} = 0,5; \end{aligned}$$

maka menurut masalah minimaks (1.5), perhitungan penyelesaian Pareto optimal dilakukan dengan: meminimalkan v , dengan kendala:

1. $g_1(x) = -0,00002x^2 + 0,0113x + 79,85 \geq 80$
2. $g_2(x) = 0,00002x^2 - 0,0031x + 0,59 < 1,00$
3. $g_3(x) = 0,000007x^2 - 0,0014x + 0,1284 < 0,2$
4. $0,3 - (-3714 - 28,377x + 0,0763x^2 + 4942,4) / (-6352,7 + 4942,4) \leq v$
5. $0,4 - (-79,08 - 0,113x + 0,00002x^2 + 79,6) / (-80,6 + 79,6) \leq v$
6. $0,4 - (-9,5683 - 0,0134x + 10,2) / (-12,8 + 10,2) \leq v$
7. $0,4 - (-28,787 + 0,0782x - 0,0004x^2 + 25) / (-33,1 + 25) \leq v$
8. $0,4 - (-12,035 - 0,0546x - 0,0001x^2 + 15) / (-30,9 + 15) \leq v$
9. $0,4 - (-34,283 - 0,382x + 0,0008x^2 + 51,4) / (-79,9 + 51,4) \leq v$
10. $0,5 - (-52,587 - 0,1256x + 58,6) / (-82,7 + 58,6) \leq v$
11. $0,4 - (-0,0145 + 0,00009x - 0,000001x^2 + 0,01) / (-0,05 + 0,01) \leq v$
12. $0,5 - (0,000007x^2 - 0,0014x + 0,1284 - 0,02) / (0,06 - 0,2) \leq v$
13. $0,5 - (0,0000002x^2 + 0,000003x + 0,003 - 0,02) / (0,004 - 0,02) \leq v$
14. $50 \leq x \leq 250$ dan $v \leq 0$.

Dengan program *Quantitative System (QS)*, masalah di atas diperoleh hasil solusi Pareto optimal yaitu $x = 129,4\%$ mengoptimalkan ke 8 fungsi tujuan yang dimaksimalkan dan 2 fungsi tujuan yang diminimalkan dengan tiga fungsi kendala.

5. KESIMPULAN

Dari Kajian ini, dengan metode optimasi *monlinear* multi tujuan interaktif **fungsi tujuan fuzzy**, diperoleh kesimpulan bahwa dosis optimal pemberian pupuk NPK tanaman padi adalah $x = 129,4\%$. Dosis ini akan menghasilkan:

- a. Nilai maksimal Gabah Kering Giling (GKG) sebanyak $Z_1(129,4\%) = 6.108,39$ kg per hektar
- b. Nilai maksimal Prosentase beras pecah kulit (BPK) sebesar $Z_2(129,4\%) = 80,21\%$
- c. Nilai maksimal Kandungan N-NH₄⁺ tersedia dalam tanah pada 23 HST (fase anakan aktif) $Z_3(129,4\%) = 11,30$ ppm.
- d. Nilai maksimal Kandungan fosfat tersedia dalam tanah pada 70 HST (awal pengisian gabah) $Z_4(129,4\%) = 25,37$ ppm
- e. Nilai maksimal Kandungan fosfat tersedia dalam tanah pada 105 HST $Z_5(129,4\%) = 20,77$ ppm

- f. Nilai maksimal Konsentrasi K tersedia dalam tanah pada 70 HST $Z_6(129,4\%) = 70,32$ ppm
- g. Nilai maksimal Kandungan K tersedia dalam tanah pada 105 HST $Z_7(129,4\%) = 68,84$ ppm
- h. Nilai maksimal Kandungan karbofuran dalam tanaman pada 70 HST $Z_8(129,4\%) = 0,02$ ppm
- i. Nilai minimal Konsentrasi karbofuran dalam air pada 43 HST $Z_9(129,4\%) = 0,06$ ppm
- j. Nilai minimal Konsentrasi residu karbofuran di tanah pada 43 HST $Z_9(129,4\%) = 0,01$ ppm.

REFERENSI

- Bazaraa, M.S. and Shetty, C.M., 1993, *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, Singapore.
- Charnes, A. and Chopper, W.W., 1961, "Management Models and Industrial Applications of Linear Programming", Vols. I and II, Wiley.
- Chong, E.K.P. and Zak, S.H., 1996, *An Introduction to Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Christer, C. and Robert, F., 1994, *Fuzzy Reasoning for Solving Fuzzy Multiple Objective Linear Programming*, Proceeding of Twelfth European Meeting on Cybernetics and System Research, World Scientifics, London, Vol. 1, 295-301.
- Fajar, M.Y. dan Widodo, PROGRAM LINEAR MULTI OBJEKTIF FUZZY, Berkala Ilmiah MIPA (BIMIPA): Majalah Ilmiah Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam FMIPA UGM, Edisi Khusus (2002) memuat makalah terseleksi pada Seminar Nasional dalam Dies Natalis ke-47 FMIPA UGM, 21 September, 2002. ISSN : 0215 - 9309. SK Dirjen DIKTI Akreditasi Jurnal No.050/O/I/98 tgl 13 Januari 1999
- Gasimov, R.N. and Yenilmez, K., 2002, *Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions*, Turk J.Math, 26, 375-396.

Ignizio, James P., 1982, "Linear Programming in Single and Multiple Objective Systems", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, London.

Heroe, H. (2004), KARAKTERISASI, DINAMIKA DAN OPTIMASI PEMBERIAN UNSUR HARA SERTA INSEKTISIDA PADA SISTEM PRODUKSI PADI BAGI PEMANFAATAN LAHAN SAWAH BERKELANJUTAN: Studi Kasus di Sukamandi, Kabupaten Subang, Propinsi Jawa Barat, Disertasi S3, SEKOLAH PASCASARJANA, INSTITUT PERTANIAN BOGOR.

Khairudin, Aplikasi Metoda *Subgradien* untuk Menyelesaikan Program Linear *Fuzzy*, Tesis S2, Program Pascasarjana, Universitas gadjah Mada, 2004.

Khairudin dan Widodo, Metoda *Subgradien* untuk Menyelesaikan Program Nonlinear Nonkonveks, Forum MIPA (Jurnal Penelitian dan Kajian Ilmiah MIPA), Vol. 3 No.1, Juni 2004.

Sakawa, Masatoshi, 1993, "Fuzzy Sets and Interactive Multi Objective Optimization", Plenum Press, New York.

Widodo dan Heroe, H. 2007. OPTIMALISASI DOSIS PEMBERIAN PUPUK NPK TANAMAN PADI DENGAN METODE PROGRAM *NONLINEAR* MULTI TUJUAN INTERAKTIF, akan terbit di JPMS, UNY.