

Pembelajaran Kalkulus Integral dengan *Mathematica*

Wahyu Setyaningrum
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Pemanfaatan teknologi untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran dapat dilakukan melalui komputer dan berbagai programnya. Salah satu program komputer (*software*) yang dapat digunakan adalah *Mathematica*. Software *Mathematica* merupakan suatu alternatif pendekatan yang layak dikembangkan, mengingat kemampuannya dalam membantu perhitungan yang cukup luas dan rumitnya materi belajar termasuk kaitan dengan materi yang lebih mendasar. Kalkulus merupakan salah satu topik dasar yang dapat didukung pengajarannya dengan menggunakan *Mathematica*. Dalam tulisan ini akan disampaikan tentang pengajaran Kalkulus Integral menggunakan *Mathematica*.

Kata kunci: *Mathematica*, Kalkulus Integral.

Pendahuluan

Matematika merupakan salah satu bidang ilmu dasar yang banyak digunakan dimana-mana. Untuk mempelajarinya diperlukan ketekunan yang cukup dalam, tidak hanya membaca dan memahaminya, tetapi perlu disertai banyak berlatih. Untuk mempelajari satu topik sering kali kita harus mempeljari topik lain sebagai prasyarat. Hal ini menambah sulit dalam memahaminya.

Namun demikian, seiring dengan perkembangan teknologi khususnya komputer yang sangat pesat, ada banyak hal yang dapat dilakukan termasuk di dalamnya untuk mengembangkan kualitas pembelajaran. Dengan memanfaatkan perkembangan komputer baik dalam kemampuan menghitung maupun perkembangan software sebagai media pembelajaran. *Mathematica* merupakan salah satu program komputer yang dapat dimanfaatkan sebagai media dalam pembelajaran matematika. Program ini dapat dimanfaatkan baik untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep yang telah dipelajari maupun sebagai sarana mengenalkan konsep baru.

Pada makalah ini, akan dibahas mengenai software *Mathematica* dan pemanfaatannya sebagai media pembelajaran matematika khususnya pada materi Kalkulus Integral.

Pembahasan

Media pembelajaran merupakan alat yang menyampaikan atau mengatakan pesan-pesan pengajaran (Arsyad, 2002: 3). Sedangkan menurut Winkel (2004: 318-319), media adalah suatu sarana non personal (bukan manusia) yang digunakan atau disediakan oleh tenaga pengajar, yang memegang peranan dalam proses belajar-mengajar untuk tujuan instruksional. Dalam perkembangannya, media pengajaran mengikuti perkembangan teknologi. Teknologi yang paling tua yang dimanfaatkan dalam proses belajar adalah percetakan yang bekerja atas dasar prinsip mekanis. Kemudian lahir teknologi media-visual yang menggabungkan mekanis dan elektronis, dan yang terakhir muncul adalah teknologi mikro-prosesor yang melahirkan pemakaian komputer dan kegiatan interaktif (Seels dan Richey, 1994).

Pembelajaran dengan menggunakan komputer memunculkan pembaharuan dalam pembelajaran matematika dimana komputer digunakan sebagai alat bantu berpikir atau *mindtools*. Siswa mengembangkan kerangka berpikirnya dengan bantuan komputer (Johanssen, 2000:3). Jadi komputer tidak hanya sebagai guru yang merupakan suatu materi tetapi juga sebagai “partner” intelektual, membantu siswa mengkonstruksi pengetahuannya, mendukung kemampuan eksplorasi siswa pada suatu topik tertentu, dan membantu siswa memahami keterkaitan antar konsep.

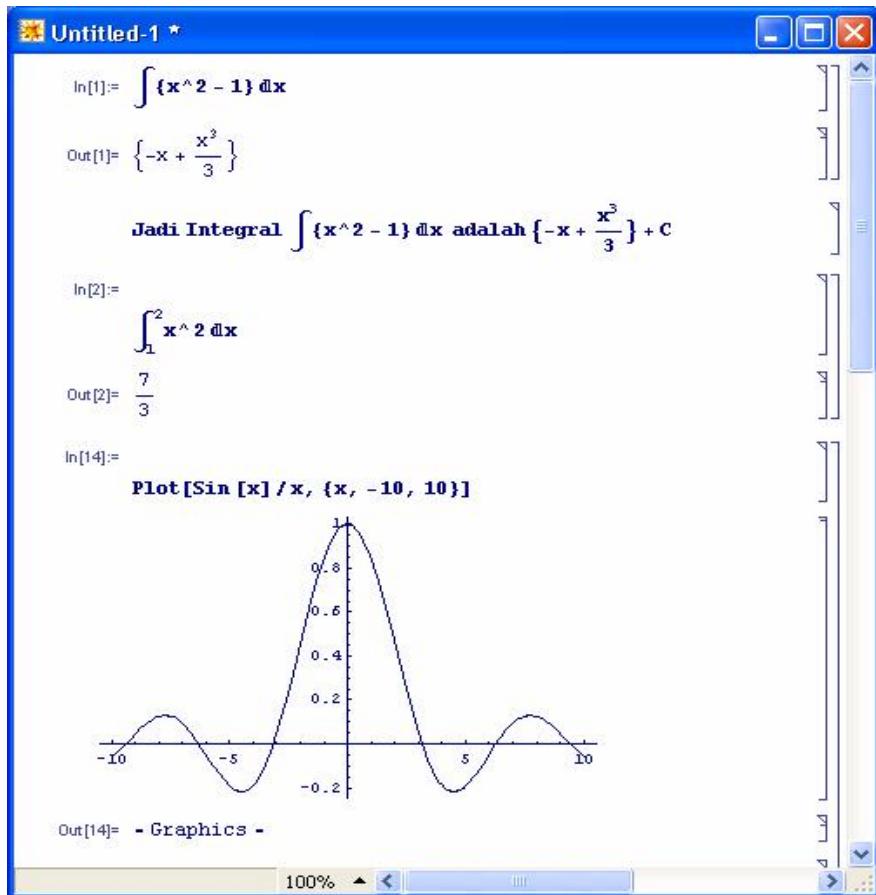
Sedangkan menurut Kusumah (2003), program-program komputer sangat ideal untuk dimanfaatkan dalam pembelajaran konsep atau prinsip yang repetitif, penyelesaian grafik secara tepat, cepat dan akurat, serta dalam pembelajaran konsep-konsep yang menuntut ketelitian tinggi seperti geometri, kalkulus, statistik dan grafik fungsi. Salah satu program komputer yang bisa digunakan adalah *Mathematica*.

Mathematica merupakan suatu sistem aljabar komputer (Computer Algebra System) yang mengintegrasikan kemampuan komputasi (simbolik, numerik), visualisasi (grafik), bahasa pemrograman, dan pengolahan kata (word processing) (<http://www.wolfram.com/products/mathematica/introduction.html>). *Mathematica* merupakan salah satu tool yang banyak dipilih dalam dunia pendidikan, penelitian, bisnis, dan sebagainya, karena mempunyai kemampuan untuk melakukan:

1. komputasi matematik, baik simbolik maupun numerik.
2. pengembangan algoritma dan aplikasi.

3. pemodelan dan simulasi.
4. eksplorasi, analisis dan visualisasi data.

Sistem *Mathematica* terdiri dari dua bagian utama, yaitu **front end** dan **kernel**. Front end berupa antar muka (*interface*) dengan lingkungan kerjanya yang disebut **notebook**. User memasukkan perintah-perintah atau melakukan pengolahan kata (*word prosessing*) pada **notebook**, sedangkan komputasi matematik dilakukan pada bagian **kernel**. Gambar 1 menunjukkan lingkungan kerja window *Mathematica*. Perhatikan bagian notebook yang terpisah dari baris menu. Toolbar di bagian atas notebook dapat ditampilkan dari menu **Format** → **Show ToolBar**. Pada bagian notebook ditampilkan ilustrasi beberapa kalkulasi dan tampilan grafik. Bagian pada sel yang dicetak tebal merupakan sel “input”. Hasilnya ditampilkan pada sel “Output”. Nomor input dan Output dinyatakan dengan **In[n]** dan **Out[n]**, dengan n bilangan bulat positif. Kedua lambang ini dapat ditampilkan/disembunyikan melalui menu **Kernel** → **Show In/OutNames**.



Gambar 1 Jendela Kerja Mathematica

Selain itu *Mathematica* juga menyediakan banyak *pallet* yang memudahkan kita menuliskan operasi-operasi hanya dengan mengklik tombol-tombol tertentu. Gambar berikut adalah contoh *pallet* Manipulasi Aljabar dan Input Dasar. *Pallet*-*pallet* lainnya dapat dipilih dari menu **File** → **Pallet**. User juga dapat merancang *pallet* sendiri.



Gambar 2 Contoh Pallete Input Dasar

Beberapa aturan dasar sintaks yang harus diperhatikan ketika bekerja dengan *Mathematica* antara lain:

1. Nama-nama fungsi *built in Mathematica* dimulai dengan huruf besar, tanpa spasi, tanpa underscore “_”. Jika suatu fungsi terdiri dari dua kata atau lebih, huruf pertama masing-masing kata menggunakan huruf kapital. Kita juga dapat mendefinisikan fungsi baru. Agar mudah membedakannya dengan fungsi built-in Mathematica, sebaiknya gunakan huruf kecil sebagai huruf awal fungsi baru.
(daftar fungsi built in dapat dilihat pada menu Help → HelpBrowser)
 2. Perintah-perintah *Mathematica* bersifat *case sensitive*. Jadi, $\text{Sine} \neq \text{SINE}$ $\neq \text{sine}$.

3. Komentar yang akan diabaikan oleh kernel diapit oleh (*...*)
4. Tanda kurung siku [...] menyatakan argumen fungsi. Kurung (...) digunakan dalam pengelompokan operasi. Kurung kurawal {...} menyatakan list, domain, atau iterator. Kurung siku ganda [[...]] digunakan sebagai indeks suatu list.
5. Operator aritmatik:

$^$: pangkat
$*$ atau spasi	: kali (juga boleh dengan “spasi”)
$/$: bagi
$+$: tambah
$-$: kurang

Catatan untuk operasi perkalian:

1. perkalian yang diawali sibol selain angka harus menggunakan spasi, *, atau ()
2. Perkalian antar bilangn (sebagai pengali pertama) dan simbol bisa dituliskan menggunakan **spasi**, *, (), atau **digabungkan**.

BENAR : $n a$, $n*a$, $n(a)$, $3 a$, $3*a$, $3a$, $3(a)$

SALAH : NA, a2

Mathematica dapat digunakan untuk menentukan integral tak tentu maupun integral tentu dari suatu fungsi. Oleh karena itu, *Mathematica* dapat digunakan sebagai aat bantu atau media pembelajaran kalkulus integral. Untuk menentukan integral tak tentu dari suatu fungsi, *Mathematica* menyediakan perintah $\int f[x] dx$ (dapat diambil dari pallete/input dasar) atau **integrate [f[x], x]**. Di dalam *Mathematica*, integral di pandang sebagai anti turunan dari fungsi f sehingga jawaban atau hasil yang diberikan tidak mencantumkan konstanta. Perhatikan contoh berikut.

integral tak tentu.nb

```

In[16]:=  $\int x \sqrt{x^2 + 4} dx$ 
Out[16]=  $\frac{1}{3} (4 + x^2)^{3/2}$ 
Jadi  $\int x \sqrt{x^2 + 4} dx = \frac{1}{3} (4 + x^2)^{3/2} + C$ 

In[17]:=  $\int (\cos[x])^4 dx$ 
Out[17]=  $\frac{1}{32} (12x + 8 \sin[2x] + \sin[4x])$ 
Jadi  $\int (\cos[x])^4 dx = \frac{1}{32} (12x + 8 \sin[2x] + \sin[4x]) + C$ 

```

Sedangkan untuk menentukan integral tentu dari suatu fungsi pada $[a,b]$,

Mathematica menyediakan perintah $\int_a^b f[x] dx$ atau **integrate** [f[x], {x,a,b}].

Contoh:

Untitled-3 *

```

In[18]:=  $\int_0^2 \frac{x}{(x^2 + 9)^2} dx$ 
Out[18]=  $\frac{2}{117}$ 
Jadi  $\int_0^2 \frac{x}{(x^2 + 9)^2} dx = \frac{2}{117}$ 

In[19]:=  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos[2x] + \sin[2x]) dx$ 
Out[19]= 1
Jadi  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos[2x] + \sin[2x]) dx = 1$ 

```

Mathematica juga dapat digunakan untuk menentukan luas daerah dan volum benda putar sebagai aplikasi dari integral. Misal akan ditentukan luas daerah antara kurva $y = x^4$ dan $y = 2x - x^2$. Perintah yang digunakan adalah sebagai berikut:

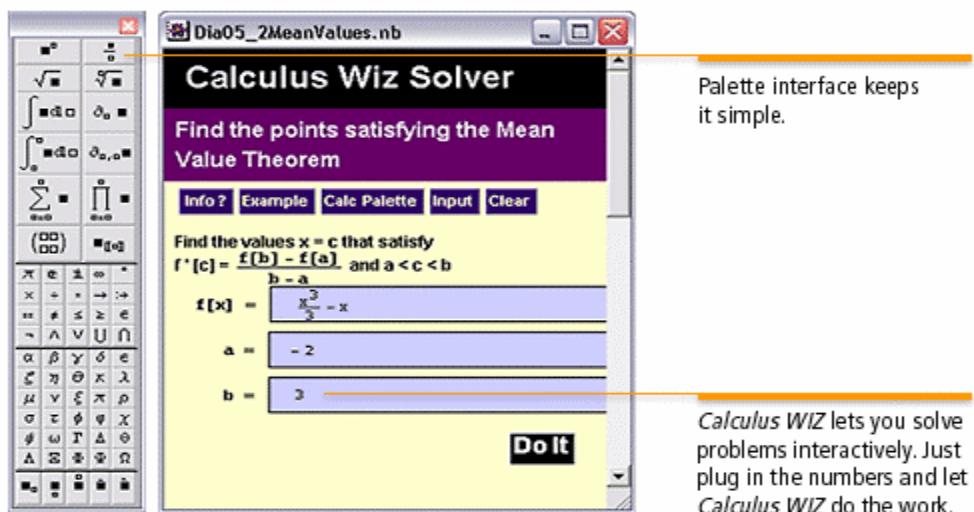
```

<<Graphics`FilledPlot`
Clear [f,g]
f[x_]:=x^4
g[x_]:=2x-x^2
(menggambar daerah antara dua kurva)
FilledPlot [{f[x],g[x]},{x,0}]
(menentukan titik potong dua kurva)
FindRoot [f[x]==g[x],{x,0}]
FindRoot [f[x]==g[x],{x,1}]
(menghitung luas daerah yang dicari)

$$\int_0^1 (f[x] - g[x]) dx$$


```

Perintah di atas bisa jadi dirasakan terlalu sulit oleh siswa, oleh karena itu dalam proses pembelajaran sebaiknya digunakan program yang sudah dimodifikasi, misalnya siswa tinggal mengisikan fungsi yang membatasi luas daerah yang akan dicari seperti yang terlihat di bawah ini.



Dengan menggunakan program yang sudah dimodifikasi, siswa tinggal memasukkan fungsi dan batas daerah yang akan dicari luas maupun volumnya sehingga diharapkan pembelajaran lebih efektif dan efisien. Siswa tidak harus menuliskan

perintah yang terlalu banyak, yang justru akan menambah sulit dalam mempelajari kalkulus.

Kesimpulan

Dalam uraian di atas telah disampaikan alternative pembelajaran dengan melibatkan software *Mathematica* sebagai pendukung proses pembelajaran. Namun pembahasan di atas masih sebatas pembahasan penulis berdasarkan telaah pustaka dan eksplorasi dengan komputer. Masih perlu dilakukan kajian lebih lanjut mengenai hambatan dan kesulitan yang dihadapi di lapangan. Satu hal yang perlu dipahami bahwa tidak ada satupun media yang paling tepat atau paling baik untuk semua topik pembelajaran matematika. Begitu juga dengan *Mathematica*, untuk mencapai efektivitas pembelajaran Kalkulus, khususnya kalkulus integral, media ini perlu dikombinasikan dengan media pembelajaran lainnya.

Daftar Pustaka

- Azhar Arsyad. (2002). *Media Pembelajaran*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada.
- Erman Suherman, dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran matematika Kontemporer*. Bandung: IMSTEP JICA.
- Johanssen, D. H. (1996). *Computer as Mindtools for Schools: Engaging Critical Thinking*. 2nd edition. New Jersey: prentice-Hall, Inc.
- Seels, B.B dan Richey, R.C. (1994). *Instructional Technology: The Definition and Domain of the Field*. Washington, Dc.: Association for Educational Communication and Technology.
- Varberg, D & Purcell, E. J. (2001). *Kalkukus Jilid 1, Edisi Ketujuh*. Batam: Interaksara.
- Winkel, W.S. (2004). *Psikologi Pengajaran*. Yogyakarta: Media Abadi.
- Wolframresearch.(2005).*Mathematica*.
<http://www.wolfram.com/products/mathematica/introduction.html>.
- Yaya Kusumah. (2003). *Desain dan Pengembangan Bahan Ajar Matematika Interaktif Berbasiskan Teknologi Komputer*. Makalah terdapat pada **Proceeding National Seminar on Science and Matheatics Education**. Seminar diselenggarakan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UPI bekerjasama dengan JICA.