

*Kode Makalah PM-10*

## ISTILAH, SIMBOL, DAN OBJEK YANG DIBERI SIMBOL DALAM MATEMATIKA

Oleh: Sugiyono, FMIPA UNY

### ABSTRAK

Bahasa matematika adalah bahasa simbol. Simbol tidak mempunyai makna apa-apa sebelum simbol tersebut diberi arti. Kesalahan memberi simbol sering terjadi karena orang tersebut mungkin kurang mencermati definisi atau pengertian dari istilah atau objek yang diberi simbol. Selain itu kesalahan memberi simbol juga terjadi karena orang *mencampur aduk* (tidak membedakan) antara simbol dengan objek yang diberi simbol. Sebagai simbol tentu tidak sama dengan objek yang diberi simbol.

Istilah atau pemberian nama suatu objek, sangat tergantung dari si pemberi nama/istilah tersebut. Tetapi pemberian nama / istilah yang berbeda untuk objek yang sama, khususnya istilah-istilah dalam matematika, dapat membingungkan siswa yang belajar dan guru yang mengajar.

Pada kenyataannya kesalahan memberikan simbol atau pemberian istilah banyak ditemui pada pelajaran Matematika Sekolah, sehingga dapat membingungkan siswa. Kesalahan-kesalahan simbol dan istilah dalam geometri misalnya dikacaukannya simbol dan istilah untuk ruas garis dengan panjang ruas garis, simbol dan untuk sudut dengan besar sudut, istilah simetri putar tingkat satu, dsb. Pada Aljabar/Aritmetika kesalahan terjadi misalnya tidak dibedakannya antara bilangan dengan lambang bilangan.

Penertiban pemberian simbol dan istilah akan mempermudah siswa untuk belajar, sehingga siswa tidak lagi menganggap matematika adalah pelajaran yang sulit dan menakutkan.

*Kata kunci* : Simbol, istilah, objek yang diberi simbol.

### **A. Pendahuluan**

Jika ditinjau dari epistemology ilmu, matematika adalah bukan suatu ilmu. Matematika lebih merupakan bahasa artifisial yang bersifat eksak, cermat, dan terbebas dari rona emosi (Alfred North Withehead, dalam Depdikbud,1994).Lambang-lambang dalam matematika bersifat “artificial”, yang baru mempunyai arti jika sebuah makna diberikan padanya. Jadi  $x$  itu sama sekali tidak mempunyai arti. Bahasa verbal mempunyai banyak kekurangan . Untuk mengatasi kekurangan tersebut, maka digunakan matematika. Ini berarti

bahwa matematika adalah bahasa yang berusaha untuk menghilangkan sifat kabur, majemuk, dan emosional dari bahasa verbal.

Lambang-lambang dalam matematika bersifat artificial dan individual yang merupakan perjanjian yang berlaku khusus untuk masalah yang sedang dibicarakan. Sebuah objek yang sedang dibicarakan / dibahas dapat diberi lambang apa saja sesuai dengan perjanjian kita. Apabila kita sedang mempelajari tentang jarak dua buah tempat, maka jarak dua buah tempat itu dapat kita lambangkan dengan  $s$ . Dalam hal ini lambang  $s$  hanya mempunyai satu arti yaitu “jarak dua buah tempat”. Lambang matematika yang disebut  $s$  ini kiranya mempunyai arti yang sangat jelas, yakni “jarak dua buah tempat”. Disamping itu, lambang  $s$  ini tidak bersifat majemuk, karena hanya dan hanya melambangkan “jarak dua buah tempat.”, dan tidak mempunyai pengertian lain. Selain itu jika kita menghubungkan antara “jarak dua tempat” dengan objek lain misalnya “waktu yang dibutuhkan sebuah mobil untuk menempuh jarak dua tempat tersebut”(yang kita lambangkan dengan  $t$ ), maka kita dapat melambangkan hubungan itu sebagai :  $v = \frac{s}{t}$ , dengan  $v$  adalah kecepatan mobil rata-rata untuk menempuh jarak dua tempat tersebut. Dalam hal ini tampak bahwa pernyataan  $v = \frac{s}{t}$ , kiranya jelas, tidak mempunyai konotasi emosional, dan hanya mengemukakan informasi masalah hubungan antara  $s$ ,  $v$ , dan  $t$ . Dari contoh ini, tampak bahwa matematika sebagai bahasa mempunyai sifat yang jelas, tepat spesifik, dan informative dan tidak menimbulkan konotasi yang bersifat emosional.

Menurut Morris Kline ( dalam Jujun S Suriasumantri,;p.175) simbolisme dipergunakan secara luas dalam matematika dengan alasan utamanya adalah agar singkat, persis dan mudah dimengerti. Agar singkat sudah tidak perlu penjelasan lagi, sudah cukup jelas. Sedangkan yang kedua, matematika membantu meningkatkan ketepatan, sebab banyak kata dalam bahasa verbal yang mempunyai arti samar (tidak jelas). Sebagai contoh kata “sama” dalam kalimat : Semua manusia dilahirkan dalam keadaan yang sama, mempunyai banyak arti,

misalnya sama besarnya, sama bentuknya, sama haknya, sama kemampuan intelektualnya, dsb. Tetapi tanda “=” yang berarti “sama” pada kalimat  $v = \frac{s}{t}$ , adalah jelas, yakni menunjuk pada kesamaan bilangan.

Dalam kalimat yang lain, Morris Kline menyatakan bahwa manusia dengan mudah mendapatkan pengertian lewat simbolisme, sebab pikiran manusia memang bekerja lebih baik dengan mempergunakan ekspresi simbol.

## **B. Simbol dan Objek yang diberi Simbol**

Bilangan yang ada pertama kali adalah bilangan asli., yaitu bilangan yang digunakan untuk kepentingan membilang. Dengan kemampuan otak/berpikir, maka manusia mengembangkan bilangan cacah, bilangan bulat, bilangan rasional, dsb, Demikian juga dengan titik. Dari titik kemudian dengan kemampuan pikir maka dikembangkan adanya garis, bidang, ruang berdimensi 3, ruang berdimensi 4, dst. Banyak objek-objek di alam ini yang tidak dapat diamati dengan panca indera. Objek atau benda yang demikian disebut objek atau benda abstrak. Objek – objek matematika seperti bilangan, titik, dan garis, dan sebagainya hanyalah objek sebagai hasil imajinasi dalam alam pikir manusia. Pancaindera tidak mampu untuk mengamatinya. Untuk kepentingan penelaahan terhadap objek-objek abstrak tersebut maka diperlukan perwujudan atau simbol atau lambang yang dapat diamati di ruang fisik..

Angka adalah perwujudan / symbol untuk bilangan, noktah adalah perwujudan dari titik, dsb. Hal ini sesuai dengan symbol untuk keperkasaan adalah Bima atau Herkules, symbol untuk kecantikan adalah Dewi Shinta, dsb.

Dalam suatu pembicaraan, kita menggunakan symbol dan bukan bendanya sendiri. Dalam kalimat : **Minah adalah seorang gadis anak Pak Lurah**

Kita menggunakan kata “Minah” yaitu symbol, untuk berbicara tentang seorang gadis, dan gadis itu sendiri tidak diajak datang ke ruang pembicaraan.

Meskipun symbol dan benda yang diberi symbol itu jelas berbeda, tetapi sering kedua hal tersebut *dicampur adukkan* ( tidak dibedakan).

Akibat dari pengacauan tersebut maka akan berakibat hal yang tidak benar .

Contoh 1. Kalimat : **Minah terdiri dari 5 huruf**

Kata “Minah” dalam kalimat ini bukan simbol untuk menyatakan seorang gadis, tetapi simbol untuk “perkataan Minah” dengan menggunakan perkataan itu sendiri.

Akibat yang terjadi dengan mengacaukan antara kedua hal tersebut adalah, jika kita menarik kesimpulan dari kedua kalimat tersebut.

- (1) **Minah adalah seorang gadis anak Pak Lurah**
- (2) **Minah terdiri dari 5 huruf**
- (3). **Jadi: Ada seorang gadis, yaitu anak Pak Lurah, yang terdiri dari 5 huruf.**

Kesalahan tidak akan terjadi kalau simbol untuk **perkataan Minah** dibedakan dengan simbol untuk si **gadis anaknya Pak Lurah**. Misalnya symbol untuk perkataan Minah digunakan kata tersebut tetapi digunakan tanda petik. Sehingga kalimatnya menjadi “ Minah “ terdiri dari 5 huruf.

Contoh 2. Terdapat argument (penarikan kesimpulan ) sbb.

(1)  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

(2) Penyebut dari  $\frac{2}{3}$  adalah bilangan prima

(3) Karena  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  , maka dalam kalimat 2) dapat kita gantikan  $\frac{2}{3}$  dengan  $\frac{4}{6}$ . Sehingga kalimatnya menjadi :

(4) Penyebut dari  $\frac{4}{6}$  adalah bilangan prima

(5) Kesimpulan : 6 adalah bilangan prima.

Kesalahan pada argument ini seperti halnya pada contoh 1), yaitu mengacaukan antara simbol dengan objek yang diberi simbol tersebut. Dalam hal ini

*mencampuradukkan* antara angka dengan bilangan. Memang benar bahwa  $\frac{2}{3}$  sama dengan  $\frac{4}{6}$ , tetapi simbol “ $\frac{2}{3}$ ” tidak sama dengan simbol “ $\frac{4}{6}$ ”. Sebab yang merupakan bilangan prima itu adalah bilangan 3, yakni bilangan yang simbolnya adalah penyebut dari “ $\frac{2}{3}$ ”. Karena simbol “ $\frac{2}{3}$ ” tidak sama dengan simbol “ $\frac{4}{6}$ ”, maka dalam hal ini “ $\frac{2}{3}$ ” tidak boleh diganti dengan “ $\frac{4}{6}$ ”. Dengan demikian penurunan **6 adalah bilangan prima** tidak akan terjadi.

### C. Penertiban Simbol pada Geometri

Pada buku-buku pelajaran matematika di sekolah, khususnya Geometri, sering terjadi penyimbunan yang tidak konsisten, yakni simbol yang sama untuk objek yang berbeda, di dalam suatu buku. Jika dihubungkan dengan sifat matematika, yaitu eksak atau tepat (*precise*) maka kiranya hal ini perlu ditertibkan. Beberapa contoh ketidak konsistenan ini antara lain akan dibahas berikut ini.

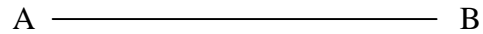
#### 1. Ruas garis dan Panjang Ruas garis

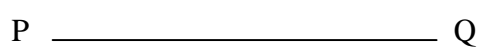
Telah diketahui bahwa ruas garis merupakan suatu himpunan; yaitu himpunan titik-titik yang terletak diantara dua titik tertentu. Misalkan diketahui dua titik A dan B, maka ruas garis AB adalah {P/ P diantara A dan B}. Ruas garis AB biasanya diberi simbol “ $\overline{AB}$ ”. Jadi  $\overline{AB} = \{P/ [APB]\}$ . Simbol [APB] menyatakan urutan, yaitu P terletak diantara A dan B.

Panjang ruas garis menunjuk pada suatu bilangan, yakni menyatakan besaran atau ukuran dari suatu ruas garis, dan bukan suatu himpunan titik. Ini berarti bahwa ruas garis tidak sama dengan panjang atau ukuran ruas garis. Perbedaan fakta yang demikian seharusnya simbol untuk kedua hal tersebut

berbeda pula. Misalnya “ $\overline{AB}$ ” untuk simbol **ruas garis**, dan “ $m \overline{AB}$ ” atau “ $u \overline{AB}$ ” atau “ $AB$ ” simbol untuk **panjang ruas garis**.

Visualisasi dari ruas garis  $\overline{AB}$  adalah :



Misalkan diketahui lagi ruas garis  $\overline{PQ}$ . 

Konsekwensi dari simbol-simbol semacam di atas antara lain:

$\overline{AB} = \overline{PQ}$  adalah pernyataan yang **salah**

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$  adalah pernyataan yang **benar**

$AB = PQ$  atau  $m \overline{AB} = m \overline{PQ}$  atau  $u \overline{AB} = u \overline{PQ}$  adalah pernyataan yang **benar**


$AB \cong PQ$  atau  $m \overline{AB} \cong m \overline{PQ}$  atau  $u \overline{AB} \cong u \overline{PQ}$  adalah pernyataan yang **salah**

Pernyataan bahwa  $\overline{KL} = 5$  adalah **salah**

Pernyataan bahwa  $KL=5$  atau  $m \overline{KL}=5$  adalah **benar** (jika memang ukurannya adalah 5)

## 2. Sudut dan Besar Sudut

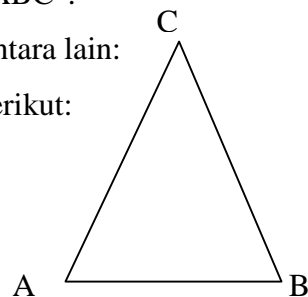
Sudut adalah gabungan dua sinar garis yang bersekutu pada pangkalnya. Sedangkan sinar garis dapat dipandang sebagai himpunan titik-titik. Misalkan

A dan B dua buah titik yang berlainan, sinar garis  dengan simbol  $\overrightarrow{AB}$  adalah himpunan titik P sehingga P terletak di antara A dan B atau B terletak di antara

A dan P. Jadi  $\overrightarrow{AB} = \{ P / [APB] \text{ atau } [ABP] \}$  Ini berarti bahwa sudut pada hakikatnya adalah himpunan titik. Sedangkan besar sudut atau ukuran sudut adalah suatu bilangan real. Perbedaan konsep ini tentu berbeda pula simbolnya. Kalau simbol untuk sudut ABC adalah “ $\angle ABC$ ”, maka simbol untuk ukuran sudut ABC adalah (misalnya) “ $u \angle ABC$ ” atau “ $m \angle ABC$ ”.

Konsekwensi dari simbol-simbol semacam di atas antara lain:

Terdapat gambar segitiga samakaki ABC sebagai berikut:



Maka :  $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC$  adalah pernyataan yang **salah**.

$\sphericalangle CAB \cong \sphericalangle ABC$  adalah pernyataan yang **benar**

$u \sphericalangle CAB = u \sphericalangle ABC$  adalah pernyataan yang **benar**

$u \sphericalangle CAB \cong u \sphericalangle ABC$  adalah pernyataan yang **salah**

#### **D. Masalah Istilah pada Konsep dalam Matematika**

Guru-guru di sekolah sering mengeluh masalah istilah pada beberapa konsep dalam matematika, khususnya Geometri. Keluhan ini datang dari guru-guru sewaktu mereka mengikuti pelatihan atau penataran secara nasional. Keluhan tersebut kebanyakan adalah tentang adanya perbedaan istilah untuk menyatakan konsep yang sama, dalam suatu buku atau pembicaraan.

Istilah-istilah tersebut antara lain:

##### **1. Tingkat suatu simetri putar**

Telah disepakati bahwa , misalnya:

Bangun persegi mempunyai simetri putar tingkat 4

Bangun segitiga samasisi mempunyai simetri putar tingkat 3

Bangun persegipanjang mempunyai simetri putar tingkat 2

Dsb.

Permasalahannya adalah : bagaimana dengan bangun-bangun seperti segitiga sebarang, jajargenjang, dan bangun-bangun lain yang tidak teratur?

Jika banyaknya simetri putar diartikan sebagai banyaknya cara bangun tersebut dapat menempati bingkainya dengan jalan memutar, maka banyaknya simetri putar untuk bangun-bangun tersebut adalah satu. Tetapi beberapa guru sesuai buku yang mereka baca (katanya) bangun-bangun tersebut tidak memiliki simetri putar. Alasan mereka (selain mereka membaca buku), adalah analogi dengan rumah. Rumah yang hanya mempunyai satu lantai dikatakan tidak bertingkat.

##### **2. Masalah Bangun Datar**

Bangun datar seperti segitiga, persegipanjang, lingkaran, dsb. sampai saat ini masih mempunyai pengertian yang berbeda. Di satu pihak mengatakan bahwa bangun-bangun tersebut **berupa daerah**, sedangkan di pihak yang lain mengatakan bangun-bangun tersebut berupa **kurva/ atau “bingkainya”** saja.

Memang kebenaran pernyataan tersebut tergantung dari bagaimana kita mendefinisikannya.

Jika lingkaran (misalnya) didefinisikan sebagai *himpunan titik-titik yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu*, maka yang dimaksud dengan lingkaran adalah garisnya/ “kerangkanya”. Tetapi kalau definisi segitiga (misalnya) adalah *bangun datar yang dibatasi oleh tiga ruas garis yang sepasang-sepasang ujungnya berimpit*, maka segitiga berupa suatu daerah.

Jika setiap orang (guru) mengambil definisi sendiri-sendiri, yang menjadi masalah adalah bagaimana jika masalah tersebut keluar dalam UAN (demikian keluhan guru). Dengan demikian yang benar, luas lingkaran atau luas daerah lingkaran, luas segitiga atau luas daerah segitiga, dsb.

#### **E. DAFTAR PUSTAKA**

Depdiknas. *Materi Dasar Pendidikan Program Akta Mangajar V*. Jakarta: Dirjen Dikti

Djoko Iswadji. 2001. *Geometri Ruang*. Yogyakarta: FMIPA UNY

Eccles M. Frank.1991. *An Introduction to Transformational Geometry*. London: Addison Wesley Publishing Company.

Jujun S. Suriasumantri. 1993. *Ilmu Dalam Perspektif*. Jakarta: Penerbit PT Gramedia

Slamet Dajono. 1976. “Harapan Terhadap Pengarahan Pendidikan Matematika di Indonesia”. *Pidato Pengukuhan* . IKIP Surabaya.

.Soehakso RMJT. *Aljabar Abstrak: Himpunan, Relasi dan Fungsi*. Yogyakarta: FMIPA UGM.

Travers, K.J. 1997. *Geometry*. Illionis: Laidlaw Brothers Publisher.