

MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI DENGAN MENGUNAKAN PROGRAM *MATHEMATICA*¹⁾

Oleh: Atmini Dhoruri²⁾

Abstrak

Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK) saat ini berkembang sangat pesat. Perkembangan IPTEK tersebut berdampak pada bidang-bidang lain dalam kehidupan kita. Salah satu hasil teknologi yang banyak digunakan hampir di setiap bidang kehidupan adalah komputer dengan berbagai program sofwarenya. Sebagai suatu alat bantu, komputer sangatlah banyak manfaatnya, dengan menggunakan komputer kita dapat melakukan perhitungan dan analisis data yang akurat, melakukan visualisasi grafik, bahkan dengan komputer kita bisa berhubungan dengan orang lain tanpa terbatas ruang dan waktu, mengakses segala informasi yang kita butuhkan. Pemanfaatan komputer dalam bidang pendidikan sudah menjadi kebutuhan kita bersama. Salah satu program (software) berbasis matematika yang dapat digunakan sebagai media dalam pembelajaran matematika adalah program *Mathematica*. Program *mathematica* dapat digunakan untuk melakukan: (1) komputasi matematik (baik simbolik maupun numerik), (2) pengembangan algoritma dan aplikasi, (3) pemodelan dan simulasi, (4) eksplorasi, analisis, dan visualisasi data.

Fungsi dan grafik fungsi merupakan konsep yang sangat penting dalam matematika, bahkan banyak digunakan dalam ilmu-ilmu lain. Biasanya untuk menggambar grafik fungsi yang rumus fungsinya sederhana kita kerjakan secara manual dengan merajah titik titik dalam bidang koordinat, kemudian menghubungkan titik-titik tersebut sehingga diperoleh grafik dari fungsi tersebut. Akan tetapi untuk menggambar grafik fungsi yang rumus fungsinya cukup kompleks (misalnya fungsi implisit, fungsi dalam bentuk parameter, grafik tiga dimensi, dsb) akan sangat sulit jika kita gambar secara manual, untuk itu diperlukan suatu cara agar dapat menggambar grafik fungsi tersebut dengan mudah. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menggambar grafik suatu fungsi dengan bantuan komputer adalah dengan menggunakan program *mathematica*.

Dengan menggunakan program *mathematica*, untuk menggambar grafik fungsi dua dimensi digunakan perintah **Plot**, sedangkan untuk menggambar grafik persamaan parametrik digunakan perintah **ParametricPlot**. Perintah **ImplicitPlot** digunakan untuk menampilkan grafik fungsi Implisit, akan tetapi karena perintah ini terdapat dalam paket standar Graphics, sebelum memulai menggunakannya pertamakali, harus dipanggil dengan perintah `Get (<<)`, yaitu `<<Graphics`ImplicitPlot``. Untuk menggambar grafik tiga dimensi digunakan perintah **Plot3D**, sedangkan perintah **ParametricPlot3D** akan menghasilkan suatu kurva ruang jika diberikan list dari tiga fungsi parametrik dengan satu parameter.

Kata Kunci: Grafik Fungsi, Program Mathematica

¹⁾ Makalah disampaikan pada Seminar Nasional di UNY Yogyakarta. Tgl. 08 Februari 2005

²⁾ Staf Pengajar Jurdik Matematika FMIPA UNY

A. Pendahuluan

Dewasa ini kita telah memasuki era globalisasi, yang disebut juga era informasi. Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK) saat ini berkembang sangat pesat. Salah satu hasil teknologi yang banyak digunakan hampir di setiap bidang kehidupan adalah komputer. Sebagai suatu alat bantu, komputer memang sangatlah banyak manfaatnya, bahkan dengan komputer kita bisa berhubungan dengan orang lain tanpa terbatas ruang dan waktu, mengakses segala informasi yang kita butuhkan.

Pemanfaatan komputer dalam bidang pendidikan sudah menjadi kebutuhan kita bersama.

Salah satu program (software) berbasis matematika yang dapat digunakan sebagai media dalam pembelajaran matematika adalah program *Mathematica*. Program *mathematica* dapat digunakan untuk melakukan: (1) komputasi matematik (baik simbolik maupun numerik), (2) pengembangan algoritma dan aplikasi, (3) pemodelan dan simulasi, (4) eksplorasi, analisis, dan visualisasi data.

Karena kegunaannya yang sangat luas tersebut maka kita dapat memanfaatkan program *mathematica* khususnya untuk menggambar grafik fungsi yang tidak mungkin kita gambar secara manual.

Fungsi dan grafik fungsi merupakan konsep matematika yang sangat penting dalam matematika, bahkan banyak digunakan dalam ilmu-ilmu lain. Biasanya untuk menggambar grafik fungsi yang rumus fungsinya sederhana kita kerjakan secara manual dengan merajah titik-titik dalam bidang koordinat, kemudian menghubungkan titik-titik tersebut sehingga diperoleh grafik dari fungsi. Akan tetapi untuk menggambar grafik-grafik fungsi yang rumus fungsinya cukup kompleks (misalnya fungsi implisit, fungsi dalam bentuk parameter) akan sangat sulit jika kita gambar secara manual, untuk itu diperlukan suatu cara agar dapat menggambar grafik fungsi tersebut dengan mudah. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menggambar grafik suatu fungsi dengan bantuan komputer adalah dengan program *mathematica*.

B. Fungsi

Fungsi merupakan salah satu konsep dalam matematika yang sangat penting bahkan dalam ilmu-ilmu lainpun banyak digunakan konsep fungsi, misalnya dalam ilmu Sosial, Kimia, Fisika dan lain sebagainya. Banyak contoh dalam kehidupan sehari-hari dimana nilai suatu besaran bergantung pada nilai lainnya. Hal ini berkaitan dengan konsep fungsi. Sebagai contoh : gaji

seseorang bergantung pada banyaknya jam kerja; jarak yang ditempuh suatu objek bergantung pada waktu sejak bergerak dari suatu titik tertentu; banyaknya populasi manusia di dunia bergantung pada waktu; ongkos parkir di suatu tempat bergantung pada lamanya parkir, dsb.

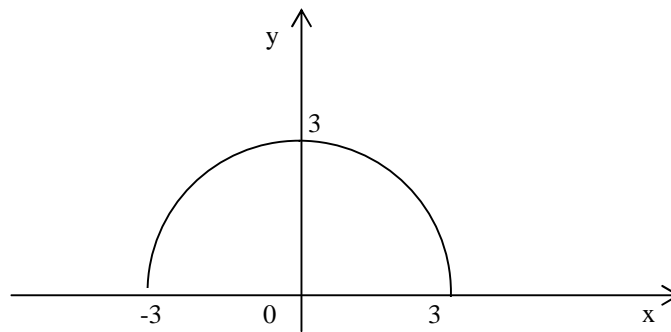
Fungsi merupakan objek utama yang dibahas dalam kalkulus dan analisis. Melalui topik fungsi, beberapa kemampuan dapat dikembangkan, seperti kemampuan memahami konsep, keterampilan berkomunikasi, dan kemampuan mengkaitkan berbagai fenomena, serta kemampuan memecahkan masalah. Konsep fungsi dikembangkan dari pengertian relasi antara dua himpunan. Relasi antara dua himpunan adalah suatu aturan yang menghubungkan elemen-elemen pada himpunan pertama dengan elemen-elemen himpunan kedua, sedangkan fungsi adalah suatu aturan pemadanan dari dua himpunan yang mempunyai sifat khusus, yaitu setiap anggota himpunan pertama harus punya pasangan dan pasangannya pada himpunan kedua harus tunggal. Secara singkat pengertian tersebut dituliskan sebagai berikut: Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu aturan yang memasangkan setiap anggota himpunan A dengan tepat satu anggota himpunan B . Himpunan A disebut daerah asal (domain), ditulis dengan notasi D_f , himpunan B disebut daerah kawan (kodomain) dan himpunan nilai $f(x)$ disebut daerah hasil, ditulis dengan notasi R_f . Dengan demikian apabila f suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B maka :

- (1) setiap anggota dari himpunan A harus dipadankan dengan tepat satu anggota himpunan B .
- (2) dapat dimungkinkan dua anggota himpunan A mempunyai padanan yang sama di B .
- (3) tidak mungkin dua anggota himpunan B mempunyai padanan yang sama di A .
- (4) tidak mungkin ada anggota himpunan A yang tidak berpadanan.

Sebagai contoh fungsi $g(x) = \sqrt{9-x^2}$. Dalam hal ini $x = 5$ tidak mungkin menjadi anggota daerah asal, karena untuk $x = 5$ maka nilai $g(x)$ tidak ada. Demikian pula untuk $x = -5$ juga tidak mungkin menjadi anggota daerah asal, karena $g(-5)$ tidak ada. Dengan demikian daerah asal terbesar dari f adalah $D_g = [-3,3]$. Adapun daerah hasilnya adalah $R_g = [0,3]$.

C. Grafik Fungsi

Perhatikan fungsi $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ dan misalkan $y = g(x)$, maka $y = \sqrt{9-x^2}$. Diperoleh $y^2 = 9-x^2$. Sehingga $x^2 + y^2 = 9$. Persamaan terakhir adalah persamaan lingkaran yang berpusat di $(0,0)$ dan berjari-jari 3. Selanjutnya dari bentuk $y = \sqrt{9-x^2}$ maka dapat dipastikan bahwa untuk sembarang nilai x yang diambil maka y selalu bernilai *positif* jadi pastilah $y \geq 0$. Jadi $g(x) \geq 0$, dengan demikian grafik $g(x)$ berupa setengah lingkaran yang berada di sebelah atas sumbu x . Gambar grafiknya adalah sbb:



D. Penggunaan Program Mathematica untuk Menggambar Grafik Fungsi

Penggunaan komputer dalam pembelajaran merupakan hal yang sudah tidak asing lagi bahkan dalam kehidupan sehari-hari banyak orang menggunakan jasa komputer. Segala informasi dapat diperoleh secara luas dalam waktu yang sangat singkat melalui jaringan komputer, internet. Selain itu komputer dapat pula digunakan sebagai salah satu media dalam pembelajaran. Peran media dalam pembelajaran sangatlah penting. Media berfungsi memberikan fasilitas agar terjadi proses belajar yang optimal seperti berpikir analitis, logis pada mahasiswa. Penggunaan media dalam pembelajaran akan menunjang implementasi kurikulum, membantu upaya meningkatkan minat belajar dan menjadi sumber belajar pelengkap.

Saat ini cukup banyak *software-software* yang dibuat dan digunakan untuk membantu pembelajaran matematika, *software-software* tersebut antara lain program *Maple*, *Matlab*, dan *Mathematica*. Dengan program *Mathematica* akan dapat dijelaskan secara mudah konsep-konsep matematika, misalnya konsep dalam kalkulus, aljabar, statistik, dengan program tersebut kita dapat dengan mudah menggambar grafik suatu fungsi, bahkan untuk fungsi-fungsi yang cukup kompleks yang sulit sekali bila digambar secara manual.. Selain itu dengan *Mathematica* kita dapat bereksplorasi dengan mengganti dengan fungsi-fungsi yang lain dan mencoba menggambaranya.

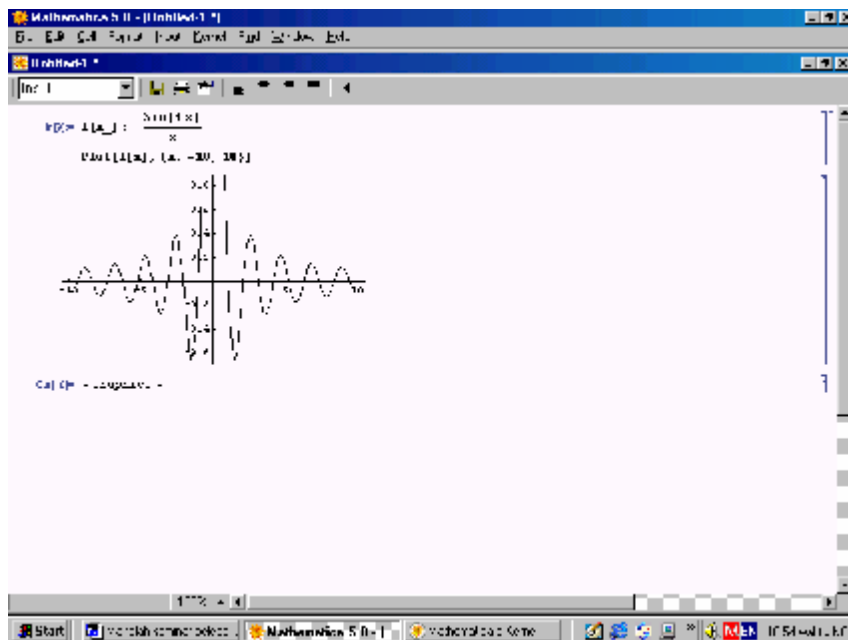
Mathematica diperkenalkan pertama kali pada tahun 1988, merupakan suatu sistem aljabar komputer (*CAS, Computer Algebar System*) yang mengintegrasikan kemampuan komputasi (*simbolik, numerik*), visualisasi (*grafik*), bahasa pemrograman, dan pengolahan kata (*word processing*) ke dalam suatu lingkungan yang mudah digunakan. *Mathematica* kini banyak digunakan dan merupakan tool pilihan dalam pendidikan, penelitian, bisnis, dan sebagainya, khususnya untuk melakukan: (1) komputasi matematik, baik simbolik maupun numerik, (2) pengembangan algoritma dan aplikasi, (3) pemodelan dan simulasi, (4) eksplorasi, analisis, dan visualisasi data.

Sistem *Mathematica* terdiri dari dua bagian utama ,yaitu *front end* dan *kernel*. Front end berupa antarmuka (*interface*) dengan lingkungan kerjanya yang disebut *notebook*. dalam mengoperasikan program *Mathematica*, pengguna memasukkan perintah-perintah atau melakukan pengolahan kata pada notebook, sedangkan komputasi matematik dilakukan pada bagian kernel.

a. Memulai menggunakan program *Mathematica*

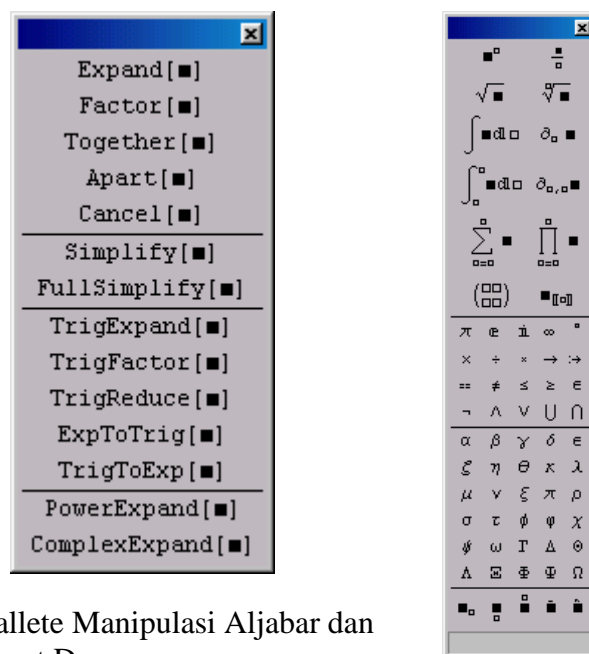
Untuk memulai menggunakan program *Mathematica* pada lingkungan Windows, double-click ikon front end *Mathematica*, maka Kernel *Mathematica* dengan ikon secara otomatis akan bekerja pada background setelah *Mathematica* melakukan proses komputasi pertama kali.

Jika kita sudah masuk pada program *Mathematica* maka di layar akan muncul tampilan seperti Gambar 1 berikut, yang menunjukkan lingkungan kerja windows *Mathematica*. Perhatikan bagian notebook yang terpisah dari baris menu. Toolbar di bagian atas notebook dapat ditampilkan dari menu **Format** ® **Show ToolBar**, sehingga akan muncul pilihan a.l : text,small text, input, output, dll. Jika ingin mengoprasikan program misalnya melakukan kakulasi atau menggambar grafik, pilih “Input”, tetapi kalau hanya ingin mengetik text pilih “text”. Pada bagian notebook dapat ditampilkan ilustrasi beberapa kalkulasi dan tampilan grafik. Dalam hal ini bagian pada sel yang dicetak tebal merupakan sel "Input". Hasilnya ditampilkan pada sel "Output". Nomor input dan output dinyatakan dengan In[n] dan Out[n], dengan n bilangan bulat positif. Kedua lambang ini dapat ditampilkan/disembunyikan melalui menu **Kernel**® **Show In/Out names**.



Gambar 1. Jendela kerja *Mathematica*

Dalam matematika banyak operasi-operasi, konsep-konsep atau rumus yang menggunakan simbol-simbol matematis, untuk mempermudah pengetikan input yang berupa simbol-simbol matematis digunakan bantuan palette. *Mathematica* menyediakan banyak *palette* yang memudahkan kita menuliskan operasi-operasi hanya dengan mengklik tombol-tombol tertentu, untuk mengeluarkan palette klik File-Palletes. Gambar 2 berikut adalah contoh palette Manipulasi Aljabar dan Input Dasar. Palette-palette lainnya dapat dipilih dari menu File-Palletes.



Gambar 2. Palette Manipulasi Aljabar dan Input Dasar

Jika kita bekerja dengan *Mathematica*, menemui kesulitan dalam mengetik atau mengolah data kita dapat memanfaatkan “bantuan” yang tersedia dalam *mathematica*, misalnya bagaimana penulisan sintaks untuk suatu fungsi, pilih menu Help→Help Browser. Dalam menu tersebut terdapat beberapa pilihan : Built in Functions, Add-ons, The *Mathematica* Book, Getting Started/Demos, Other Information, dan Master Index.

b. Bekerja di dalam Notebook

Mathematica notebook dapat digunakan sebagai lembar kerja untuk memasukkan input komputasi maupun sebagai pengolah kata. Sebuah notebook memiliki grup-grup sel yang dapat berdiri sendiri maupun berupa suatu hierarki. Grup sel Input, misalnya, merupakan tempat masukan komputasi dan hasilnya muncul pada grup sel Output.

Berikut ini akan diberikan suatu contoh penggunaan program *Mathematica* untuk menggambar grafik fungsi.

1. Menggambar Grafik Dua Dimensi

Untuk menggambar grafik dua dimensi digunakan perintah **Plot**. Dengan mengetik perintah

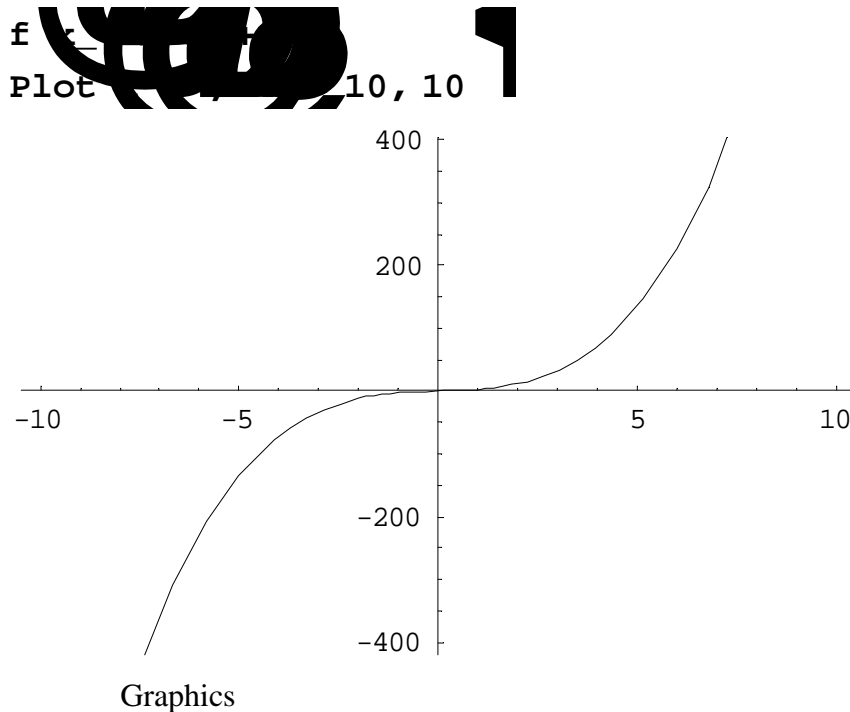
Plot[f[x],{x,x_{min},x_{max}}]

akan menghasilkan grafik fungsi f dengan domain (x_{min},x_{max}).

Contoh:

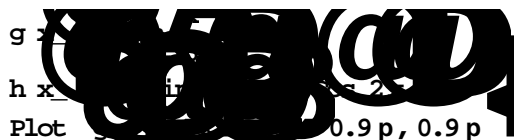
1. Gambar grafik fungsi $f(x) = x^3 + 2x$

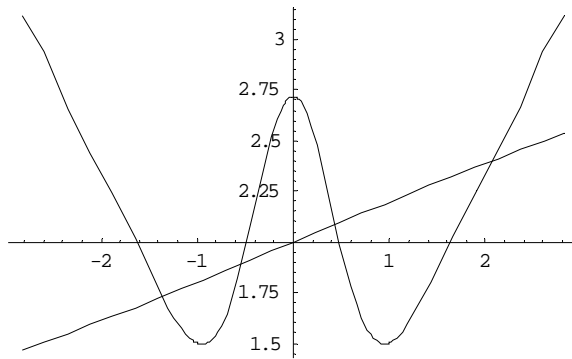
Jawab:



2. Gambarkanlah grafik fungsi : $g(x) = \sin\left(\frac{x}{5}\right) + 2$
dan $h(x) = x \sin(x) + \text{Exp}(\cos(2x))$
dalam satu bidang koordinat.

Jawab:



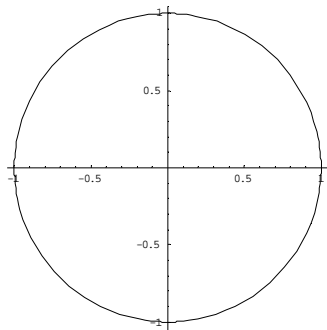


Graphics

Untuk menggambar grafik fungsi yang persamaanya dinyatakan dalam bentuk parameter digunakan perintah: **ParametricPlot**

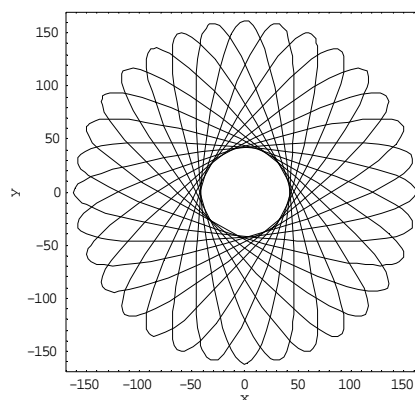
Contoh 1 :

ParametricPlot[{Sin[t],Cos[t]},{t,0,2p},AspectRatio® 1];



Contoh 2:

ParametricPlot[{102Cos[t]+60Cos[17/15t],102Sin[t]-60Sin[17/15t]},{t,0,30Pi},AspectRatio® Automatic,Axes® False,Frame® True,FrameLabel® {"x","y"}]



Graphics

Grafik Fungsi Implisit

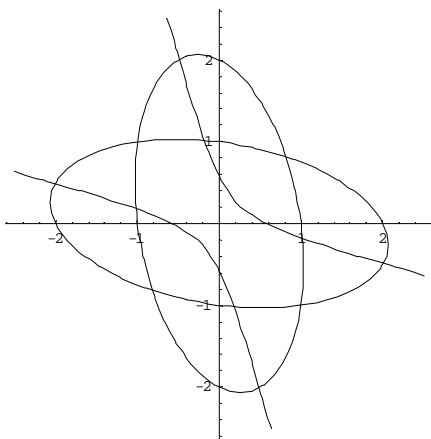
Fungsi implisit adalah fungsi yang dalam penulisan persamaannya variabel y tidak dapat dinyatakan secara eksplisit dengan variabel x . Sebagai contoh fungsi dengan persamaan : $3x^2y^3+4xy^2-5x=6$. Untuk menggambar grafik fungsi implisit digunakan perintah: **ImplicitPlot**. Akan tetapi karena perintah ini terdapat di dalam paket standar Graphics, maka sebelum memulai menggunakannya pertama kali, harus dipanggil dengan perintah Get (<<), sbb:

<<Graphics`ImplicitPlot`

Contoh 1:

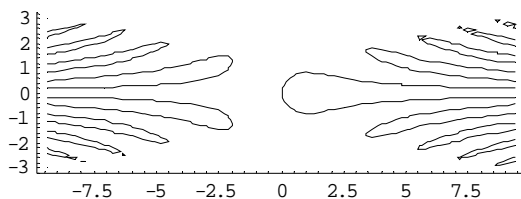
<<Graphics`ImplicitPlot`

ImplicitPlot[{3x^2+3x*y+12y^2•12,12x^2+3x*y+3y^2•12,3x^2+12x*y+3y^2•1},{x,-2.5,2.5},{y,-2.5,2.5}];



Contoh 2:

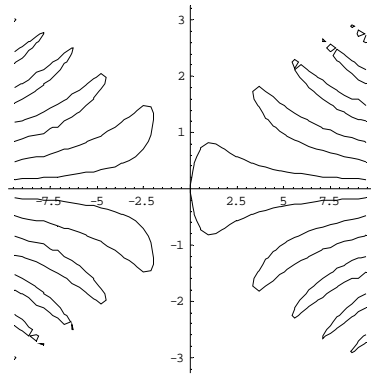
ImplicitPlot[y^2 x*Cos[x*y],{x,-3Pi,3Pi},{y,-Pi,Pi},PlotPoints→50]



ContourGraphics

Dari grafik tersebut kita dapat mengubah tampilannya, misalnya kita ubah tampilan sumbunya.

ContourPlot[y^2-x*Cos[x*y],{x,-3Pi,3Pi},{y,-Pi,Pi},PlotPoints® 50,Contours® {0},ContourShading® False,Frame® False,Axes® Automatic,AxesOrigin® {0,0}]



ContourGraphics

2. Grafik Tiga Dimensi

Untuk menggambar grafik fungsi yang persamaannya dinyatakan dalam bentuk parameter digunakan perintah :

`ParametricPlot3D[{x[r,t],y[r,t],z[r,t]},{r,0,4},{t,-Pi,Pi}]`

Contoh : gambarlah grafik fungsi $x = r \cos t$, $y = r \sin t$ dan $z = f(r)$

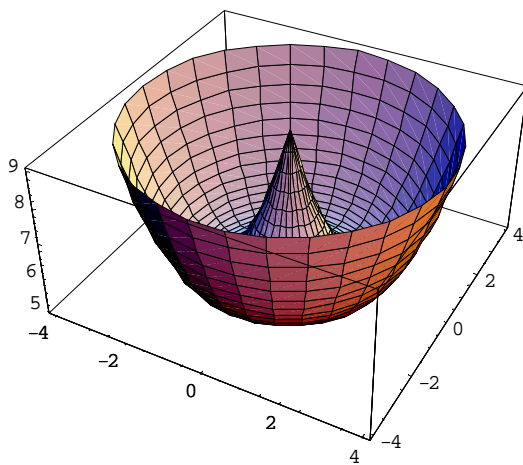
Jawab:

`x[r_,t_]:=r Cos[t]`

`y[r_,t_]:=r Sin[t]`

`z[r_,t_]:=f[r]`

`ParametricPlot3D[{x[r,t],y[r,t],z[r,t]},{r,0,4},{t,-Pi,Pi}]`

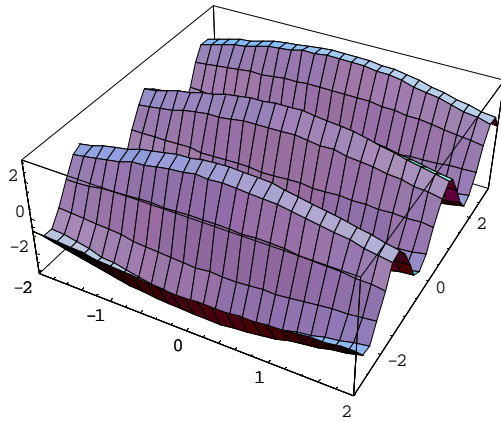


Graphics3D

Sedangkan untuk menggambar grafik tiga dimensi yang persamaan fungsinya dinyatakan dalam bentuk Cartesius digunakan perintah : **Plot3D**

Contoh:

`Plot3D[(2+Cos[x])Sin[3y],{x,-2,2},{y,-3,3}];`



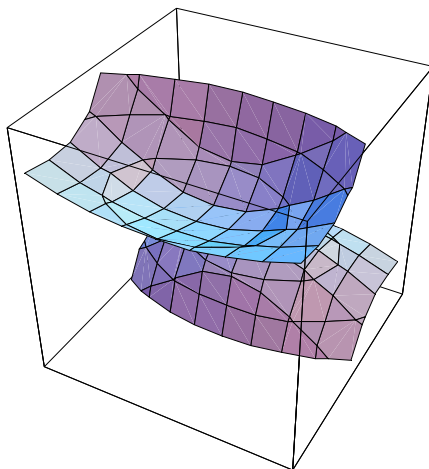
Graphics

Selain itu kita juga dapat menampilkan grafik dimensi tiga dalam bentuk contour, yaitu dengan menggunakan perintah: `ContourPlot3D`, dengan terlebih dahulu mengaktifkan perintah `Get (<<)`, yaitu: `<<Graphics`ContourPlot3D``

Contoh :

`<<Graphics`ContourPlot3D``

`ContourPlot3D[-x^2-2y^2+z^2-4y z-10,{x,-6,6},{y,-6,6},{z,-6,6}]`



Graphics3D

D. Penutup

Pemanfaatan komputer dengan menggunakan program *mathematica* sangat membantu dalam pembelajaran kalkulus khususnya pada materi fungsi dan grafik fungsi. Dengan Karena dengan menggunakan program *mathematica* akan sangat mudah kita menggambar grafik fungsi terutama untuk fungsi-fungsi yang rumusnya cukup kmpleks dan akan sangat sulit kalau kita gambar secara manual. demikian pula untuk menggambar grafik dimensi tiga, akan sulit jika kita kerjakan secara manual, dengan menggunakan program *mathematica* mudah sekali digambar grafik dimensi tiga.

E. Daftar Pustaka

- Azhar Arsyad. 2000. *Media Pembelajaran*. Raja Grafindo Persada : Jakarta.
- Eggen, Paul D & Kauchack, Donald. 1988. *Strategies for Teachers. Teaching Content and Thinking Skills*. New Yersey: Prentise Hall, Englewood Cliffs.
- Martha L.Abell&James P.Braselton. *Mathematica By Example*. AP Profesional. New York.
- Purcell Edwin J & Varberg Dale. 2001. *Kalkulus*. Jilid 1. Edisi Tujuh.(Terjemahan). Erlangga Jakarta.
- Purcell Edwin J & Varberg Dale. 2001. *Kalkulus dan Geometri Analitik*. Jilid 2. Edisi Tujuh.(Terjemahan). Erlangga Jakarta.
- Tim Pelatihan . 2004. *Panduan Penggunaan Mathematica* . Buku 1. IPB Bogor
- Tim Pelatihan . 2004. *Panduan Penggunaan Mathematica* . Buku 2. IPB Bogor
- Tommy Suprpto. 2004. Pengembangan Media Cetak untuk Pembelajaran. *Makalah*. Disampaikan pada Lokakarya Pengembangan Media Matematika Sekolah di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.