

# PROSES ABSTRAKSI SISWA SMP KELAS 1 DALAM MENINGKONSTRUKSI KUBUS DARI RANGKAIAN 6 PERSEGI

Oleh  
Mega Teguh Budiarto, UNESA

## Abstrak

Dalam makalah ini, penulis mengajukan sebuah pendekatan terhadap proses identifikasi teoritis dan empiris dari abstraksi dalam **konteks** mengkonstruksi kubus dari rangkaian persegi. Pemikiran tentang abstraksi muncul dari analisis terhadap data wawancara. Yang dimaksud **abstraksi** adalah aktivitas tentang reorganisasi vertikal terhadap matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya menjadi sebuah struktur matematika yang baru. Istilah **aktivitas** digunakan untuk menekankan bahwa abstraksi adalah sebuah proses yang mempunyai sejarah, yang bisa memperkaya alat-alat dan artifak, dan ini terjadi dalam sebuah latar sosial yang khusus. Penulis mempresentasikan sebuah model terjadinya abstraksi dalam mengkonstruksi kubus dari rangkaian persegi. Komponen utama dalam model terdiri dari tiga aksi epistemik tersarang yang dinamis yaitu mengkonstruksi, mengenal, dan merangkai. Mempelajari abstraksi berarti mengidentifikasi ketiga aksi tersebut pada siswa yang berperanserta dalam sebuah aktivitas akstraksi.

Kata Kunci: abstraksi; aktivitas; konstruksi ilmu pengetahuan; konteks, mengkonstruksi, mengenal, dan merangkai

## Pendahuluan

Abstraksi telah menjadi obyek penelitian yang intensif dalam filosofi. Tidak hanya Plato dan pengikutnya yang melihat abstraksi sebagai sebuah jalan untuk mencapai kebenaran abadi, tetapi ahli filosofi modern seperti Russel memberi ciri abstraksi sebagai salah satu prestasi manusia yang tertinggi. Abstraksi telah menjadi fokus penelitian pada banyak bidang, termasuk pendidikan matematika. Banyak penelitian yang dilakukan dari sudut pandang teoritis, dan mendeskripsikan abstraksi sebagai bentuk **dekontekstualisasi**. Dalam tulisan ini, peneliti mengajukan sebuah sudut pandang yang berbeda terhadap abstraksi dan menunjukkan bahwa pandangan itu mengarah kepada pendekatan

“baru” dalam bidang abstraksi. Dalam tulisan ini abstraksi adalah sebuah proses dimana siswa mereorganisasi vertikal terhadap matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya menjadi sebuah struktur matematika yang baru.

Sudut pandang yang digunakan adalah sudut pandang *sosiokultural*, yang berbeda dengan sudut pandang kognitif murni. Dalam melakukan investigasi tentang proses abstraksi pada sejumlah studi kasus, (Tsamir & Dreyfus, 2002) mengidentifikasi tiga aksi epistemik yang dapat diobservasi yaitu bahwa karakteristik abstraksi terdiri dari: *mengkonstruksi, mengenali* dan *merangkai*.

Untuk itu peneliti mendesain sebuah tugas yang mendorong siswa menggunakan hasil abstraksi sebelumnya untuk mengkonstruksi pengetahuan baru yaitu mengkonstruksi kubus dari rangkaian persegi. Akan ditunjukkan bagaimana ketiga aksi epistemik muncul pada saat wawancara. Pada akhirnya, peneliti menawarkan sebuah model abstraksi yang mengintegrasikan ketiga aksi epistemik dalam sebuah cara tersarang yang dinamis dengan memperhatikan konteks dimana proses abstraksi terjadi.

### Terminologi tentang Abstraksi

Seperti telah dikemukakan di bagian depan, abstraksi merupakan aktifitas reorganisasi vertikal dari konsep matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya menjadi sebuah struktur matematika yang baru. Istilah aktifitas diambil dari teori aktifitas yang menyiratkan bahwa konteks perlu diperhatikan secara lengkap, sedangkan konteks adalah konstruk personal dan sosial yang meliputi sejarah personal dan sosial siswa, konsepsi, artifak dan interaksi sosial. Istilah matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya mengacu pada dua hal: pertama bahwa hasil proses abstraksi sebelumnya dapat digunakan pada aktifitas abstraksi

sekarang dan kedua bahwa aktifitas sekarang berawal dari bentuk awal abstraksi.

Istilah reorganisasi menjadi struktur baru menyiratkan bahwa terjadinya hubungan matematis yang meliputi aksi matematis tingkat tinggi seperti (a) membuat hipotesis baru (b) menemukan atau menemukan kembali sebuah generalisasi matematis, bukti atau strategi baru untuk menyelesaikan masalah. Aksi-aksi tersebut membutuhkan pemikiran teoritis tingkat tinggi meskipun demikian, pemikiran empiris tidak dapat dan tidak dapat dilupakan. Peneliti meminjam istilah vertikal dari ahli-ahli Belanda dalam *Realistic Mathematics Education* (RME), dimana para ahli tersebut membicarakan tentang matematisasi vertikal dan matematisasi horisontal. Matematisasi horisontal berkenaan dengan hubungan antara situasi nonmatematis dan ide-ide matematis. Matematisasi vertikal adalah “aktivitas dimana unsur-unsur matematis dikumpulkan, disusun, diorganisasi, dikembangkan dan sebagainya menjadi unsur baru, sering dalam bentuk yang lebih abstrak atau lebih formal daripada aslinya”

Menurut psikologi kognitif klasik, ciri utama abstraksi adalah: (a) Penyarian (*extraction*) sifat-sifat yang sama/umum dari sebuah himpunan contoh-contoh nyata dan (b) kategorisasi yang berkorespondensi. Jadi yang dimaksud abstraksi adalah transisi dari konkrit ke abstrak, yaitu himpunan sifat-sifat yang sama/umum. Pendekatan psikologi kognitif klasik juga dilakukan oleh Piaget (1970) dengan idenya *abstraksi refleksif*, yang berkaitan dengan kategorisasi operasi mental dan abstraksi terhadap obyek mental. Hasil dari abstraksi refleksif adalah skema, *building block* pengetahuan pada setiap level perkembangan. Abstraksi refleksif menyarikan skema dari pola aksi-aksi yang berkaitan. Proses ini menuju ke arah model teoritis konstruktif yang konsisten dan logis.

Mengikuti Piaget, beberapa pendidik matematika menawarkan deskripsi tentang proses mekanisme dimana siswa mengubah fokus mereka dari konkrit ke abstrak ( Dreyfus, 1991). Bagi sebagian besar pendidik tersebut, abstraksi berproses dari sebuah himpunan obyek atau proses matematika, dan lebih memfokuskan pada sifat-sifat yang istimewa dan hubungan obyek-obyek, daripada kepada obyek itu sendiri. Hasil abstraksi terdiri dari kelas yang memuat semua obyek yang mempunyai sifat-sifat istimewa, yang memiliki hubungan istimewa. Sehingga proses abstraksi ini merupakan sebuah proses dekontekstualisasi, karena tidak memperhatikan baik obyek-obyeknya maupun beberapa ciri dan hubungan yang dimiliki, bahkan yang berkaitan dengan realisasi atau representasi tertentu. Proses ini linier, berawal dari obyek-obyek menuju pada kelas atau struktur, yang nantinya disebut *obyek* pada level yang lebih tinggi. Dalam pendekatan klasik, *abstrak* dianggap sebagai sifat intrinsik dari obyek yang baru, meskipun demikian sifat ini tidak dapat diperoleh secara langsung.

Kontradiksi antara dekontekstualisasi dan ketergantungan proses abstraksi terhadap konteks adalah nyata. Dua gagasan terpisah tentang konteks meliputi: konteks obyek matematika dan himpunan faktor-faktor eksternal. Siswa yang melakukan abstraksi sedikit demi sedikit mengacuhkan konteks dari berbagai obyek matematika. Meskipun demikian, sekumpulan faktor eksternal dapat mempengaruhi proses abstraksi ini. Pada pendekatan kognitif, konteks yang dapat mempengaruhi proses abstraksi dianggap sebagai himpunan faktor-faktor eksternal. Peneliti memberikan karakteristik abstraksi sebagai sebuah proses yang terjadi pada konteks yang kompleks yang membutuhkan tugas, alat, dan artifak lain; sejarah personal dari partisipan; dan setting fisik dan sosial.

Ohlson dan Lehtinen (1977) mengkritik pendekatan klasik dan mengusulkan pendekatan berbeda. Ohlson dan Lehtinen mengatakan bahwa untuk mengidentifikasi sebuah obyek sebagai contoh abstraksi, siswa yang akan diteliti proses abstraksinya harus sudah mempunyai abstraksi tersebut meskipun sedikit. Mekanisme kognitif dari abstraksi adalah penyusunan ide-ide yang sudah ada menjadi ide-ide yang lebih kompleks. Jadi, prosesnya tidak menuju ke satu arah dari abstrak ke konkrit. Konkrit dan abstrak bukanlah entitas yang terpisah, tetapi cenderung dihubungkan dan bukannya dipisahkan selama proses abstraksi.

### Proses Abstraksi

Tujuan penelitian ini adalah menginvestigasi abstraksi secara eksperimental. Peneliti bermaksud mengidentifikasi proses dimana terjadi abstraksi matematis. Istilah abstraksi digunakan baik untuk proses maupun hasil. Guna membedakan keduanya, peneliti juga menggunakan istilah *proses abstraksi* disatu sisi, dan *entitas yang diabstraksikan* pada sisi yang lain.

Abstraksi dalam konteks lebih diutamakan aspek proses daripada hasil. Hershkowitz, et al (2001) mendefinisikan abstraksi seperti telah diuraikan pada terminologi di atas, sehingga untuk mengidentifikasi proses tersebut digunakan *mengenali*, *merangkai* dan, *mengkonstruksi* yang dilakukan subjek.

*Mengkonstruksi* merupakan tahap utama dari abstraksi. Mengkonstruksi terhadap struktur matematika yang familier terjadi jika seorang siswa menyadari bahwa struktur tersebut terkait dengan situasi matematika yang diberikan (Tsamir & Dyeyfus, 2002). Seperti hasil dari aksi, proses mengenali akan diperoleh suatu hasil dari aksi sebelumnya dan ekspresi yang sama (dengan analogi), atau yang sesuai (dengan pengkhususan).

*Merangkai* berisi pengkombinasian dari elemen-elemen struktural untuk mencapai tujuan yang diberikan sebagai tindakan epistemik kedua dari abstraksi. Dalam *merangkai* digunakan pengetahuan struktural untuk menyelesaikan suatu masalah. Bila siswa menyelesaikan suatu masalah, memahami, dan menjelaskan suatu situasi, atau merefleksikan suatu proses, mereka sering menggunakan aturan-aturan, teorema-teorema, atau strategi-strategi.

*Mengenal* dalam abstraksi bermakna mengidentifikasi suatu struktur matematika yang telah dikonstruksi, apakah dalam aktivitas yang sama atau berbeda. Mengenal dari suatu struktur matematika terjadi sebagai bagian dari aktivitas dengan tujuan melakukan tindakan pengenalan.

Tindakan seseorang dalam memecahkan masalah berupa tiga tindakan epistemik, yang telah diuraikan di atas, bukan sebagai rantai yang saling terhubung namun sebagai suatu jaringan yang tersarang. Tindakan *mengkonstruksi* bukan semata-mata setelah *mengenal* dan *merangkai* secara linier, tetapi *mengenal* dan *merangkai* dapat dilakukan secara simultan untuk melakukan struktur *mengkonstruksi*, sebagai suatu sarang yang dinamis dari tindakan-tindakan epistemik.

Merangkai adalah mengkombinasikan unsur struktural untuk mencapai tujuan yang telah ditetapkan. Pada proses ini, siswa tidak diperkaya dengan struktur pengetahuan baru dan lebih kompleks; namun, siswa menggunakan pengetahuan struktural yang sudah ada untuk menyelesaikan masalah yang ada. Merangkai sangat mungkin terjadi ketika siswa berada dalam proses pencapaian tujuan misalnya menyelesaikan masalah, memahami, dan menjelaskan sebuah situasi, atau merefleksikan sebuah proses. Merangkai akan terjadi ketika guru mengingatkan siswa tentang suatu sumber belajar dan siswa mengambil ide tersebut.

Untuk mengumpulkan data digunakan teknik wawancara berdasarkan tugas. Wawancara dipandu *pedoman wawancara* yang terdiri dari 4 alternatif. Masing-masing alternatif terdiri dari 6 kemungkinan tindakan yang dilakukan responden. Wawancara dilengkapi dengan bahan yaitu benda berbentuk kubus, model kubus 1, model kubus 2, model persegi yang dilengkapi silotip ganda pada masing-masing sisinya sebanyak 12 buah, 21 gambar rangkaian 6 persegi pada kertas polos, 21 potongan rangkaian 6 persegi, kayu bulat dengan diameter 3 mm dengan panjang sama sebanyak 20 dan alat yang terdiri dari gunting dan penggaris. Bahan yang disiapkan mempunyai karakteristik tertentu dan dirancang untuk mendukung terjadinya proses abstraksi. Pada penelitian ini responden diminta untuk mengkonstruksi model kubus dengan menggunakan bahan dan alat yang disediakan dan responden diminta mengucapkan dengan keras apa yang dipikirkan dan apa yang akan dilakukan.

Penelitian ini dikenakan pada dua orang siswa SMP kelas 1 selama 3 jam. Tingkah laku yang teramati dari *responden 1* disajikan berikut ini.

- Responden (R) mengambil model persegi kurang dari 4 buah
- R mengambil benda berbentuk kubus yang sisinya kongruen dengan model persegi.
- R memegang benda berbentuk kubus, mengamati sambil diputar, dibalik dan kemudian meletakkan di meja. R mencoba menyusun rangkaian persegi yaitu meletakkan satu persegi di meja dan model persegi yang lain diletakkan berdiri. Dalam tindakan ini R selalu mengamati benda berbentuk kubus.
- R membongkar apa yang telah dibuat dan mengambil benda berbentuk kubus kemudian menghitung banyaknya sisi benda tersebut.
- R mengambil model persegi sebanyak 6, kemudian menyusun model kubus dengan mencoba-coba merangkai model persegi di meja sambil

mengamati benda berbentuk kubus. R dalam menyusun rangkaian persegi menjadi model kubus diragakan dengan cara melipat rangkaian model persegi. Jika tidak dapat membentuk model kubus R membongkarnya.

- Demikian ia lakukan hal yang sama sampai memperoleh model kubus yang lain.
- R hanya dapat mengkonstruksi 3 model kubus.
- Waktu yang digunakan untuk tindakan yang satu ke tindakan yang lain relative lama.

Tingkah laku yang teramati dari *responden 2* disajikan berikut ini.

- Responden (R) mengambil 6 model persegi dan meletakkannya berjajar, R mengamati sebentar dan kemudian mencatat dan membongkarnya.
- R menyusun 5 model persegi secara mendatar dan meletakkan satu model persegi di atas persegi paling ujung kiri, kemudian mengamati sebentar. R menggeser satu persegi ke sebelahnya dan mengamati sebentar kemudian mencatat, menggeser satu persegi lagi ke sebelahnya mencatat dan membongkar rangkaian model persegi yang disusun. R menyusun 5 persegi secara vertikal dan meletakkan satu persegi di samping kiri persegi paling ujung atas kemudian mengamati sebentar, mencatat, membandingkan dengan catatannya, kemudian membongkarnya.
- R menyusun 4 persegi secara mendatar dan meletakkan satu model persegi di atas dan satu persegi di bawah persegi paling ujung kiri, kemudian mengkonstruksi model kubus dengan mengamati. R menggeser dua persegi ke sebelahnya dan mengamati sebentar kemudian mencatat. R memasang satu persegi di atas dan satu di bawah dengan kombinasi berbeda dengan yang ia lakukan, kemudian mengamati, mencatat dan membongkar rangkaian model persegi yang



disusun. R mengulangi tindakan di atas dengan rangkaian 4 persegi dalam posisi vertikal.

- R menyusun 3 persegi mendatar dan meletakkan 3 persegi lainnya di atas atau di bawah dengan kombinasi berbeda. R mengamati, mencatat dan membongkarnya. R tidak mengulangi dalam susunan vertikal.
- R dapat menemukan 11 rangkaian persegi sebanyak 11 buah yang dapat dikonstruksi menjadi model kubus, tetapi ia tidak tahu apakah rangkaian maksimal yang dapat dikonstruksi hanya 11.
- Waktu yang digunakan antar tindakan yang satu ke tindakan yang lain relatif cepat.

Menggunakan analisis *dekomposisi* dengan teknik tertentu didapatkan hasil:

#### Responden 1

- Responden dalam mengkonstruksi model kubus dari rangkaian persegi dengan memanipulasi benda kongkret.
- Responden tidak *mengenali* struktur matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya yang terkait dengan situasi matematika yang diberikan.
- Dalam *mengkonstruksi*, responden tidak menggunakan aturan-aturan, teorema-teorema, atau strategi-strategi untuk menyelesaikan masalah. Strategi yang digunakan mencoba-coba tanpa aturan yang jelas dan konsisten.
- Responden tidak *mengenali* struktur-struktur yang telah mereka peroleh di kegiatan-kegiatan sebelumnya dan menggunakannya dalam kegiatan selanjutnya.
- Responden tidak menggunakan pengetahuan struktural untuk *merangkai* menjadi penyelesaian yang mungkin dari masalah yang diberikan.

#### Responden 2

- Responden dalam mengkonstruksi kubus memanipulasi rangkaian 6 persegi dengan menggunakan kemampuan spasial.

- Mengenal struktur matematika yang telah dikonstruksi yang terkait dengan situasi matematika yang diberikan.
- Menggunakan aturan-aturan, teorema-teorema, pola-pola atau strategi-strategi untuk menyelesaikan masalah.
- Mengenal struktur yang telah mereka peroleh di kegiatan-kegiatan sebelumnya dan menggunakannya dalam kegiatan selanjutnya.
- Menggunakan pengetahuan struktural untuk merangkainya menjadi penyelesaian yang mungkin dari masalah yang diberikan.

Hasil penelitian ini membuka peluang untuk menyusun Level Abstraksi yang menggunakan pandangan bahwa abstraksi adalah sebuah proses dimana siswa mereorganisasi vertikal terhadap matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya menjadi sebuah struktur matematika yang baru. Sedangkan sudut pandang yang digunakan adalah sudut pandang *sosiokultural* dan bukan mendeskripsikan abstraksi sebagai bentuk *dekontekstualisasi*.

#### *Daftar Pustaka*

- Dreyfus T. (1991), *Advanced mathematical thinking processes* in D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: The Netherlands: Kluwer.
- Easley, J.A. 1973. Levels of Abstraction and Intellectual Development. Dimuat dalam *The Journal of Children of Mathematical Behavior*. Vol 1 No. 2 1973.
- Hershkowitz, R; Schwarz, B.B.; Dreyfus, T. 2001. Abstraction in Context: Epistemic Actions. Dimuat dalam *JRME*. Vol 32 No. 2 March 2001.
- Hunt, R. Reed & Ellis, Henry C. 1999. *Fundamental of Cognitive Psychology*. Sixth Edition. Boston:McGraw-Hill College.
- Nesher, P. 2001. Dalam [www.cet.ac.il/math-international/mathematics.htm](http://www.cet.ac.il/math-international/mathematics.htm)

- Tsamir P, & Dreyfus, T. 2002. Comparing infinite Sets – a process of abstraction. The case of Ben. Dimuat dalam The Journal of Mathematical Behavior. Vol 21 Issue 1. 2002.
- Tall, D. & Vinner, S. 1981. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limit and continuity. Educational studies in Mathematics. Vol 12 1981.
- Thomas, Noel D; Mulligan, Joanne T.; & Goldin, Garall. 2002. *Children's Representasion and Structural Development of Counting Sequence 1-100*. In The Journal of Mathematical Behavior. Vol. 21, Issue 1, 2002. Online 14 August 2002.  
<http://www.sciencedirect.com/Science/Journal/07323123>
- Piaget, J. (1970), Genetic Epistemologi. New York: Colombia University Press
- Ohlsson, S. & Lehtinen, (1997). Abstraction & the Acquisition of Complex Ideas, International Journal of Education Research