 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

T - 9

PROBABILITAS WAKTU *DELAY* MODEL EPIDEMI *ROUTING*

Dyah Wardiyani
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret Surakarta

Abstrak

Model epidemi *routing* menjelaskan pengiriman paket data pada jaringan *mobile* melalui analogi pada model epidemi penyebaran penyakit. Analogi didasarkan pada kemiripan proses dan variabel. Pengiriman paket data dapat dilihat berdasarkan banyaknya node yang menerima paket data. Perubahan banyaknya node yang menerima paket data terhadap waktu dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial. Waktu *delay* merupakan waktu yang dibutuhkan untuk mengirim paket dari satu node ke node yang lain. Setiap pengiriman paket data memiliki waktu *delay* yang berbeda, sehingga waktu *delay* dapat dipandang sebagai variabel random yang memiliki fungsi distribusi probabilitas.

Tujuan penelitian ini adalah mengonstruksi model epidemi *routing* dan menentukan probabilitas waktu *delay*. Selanjutnya, model epidemi *routing* dan probabilitas waktu *delay* diterapkan pada kasus pengiriman informasi pada area militer dan disimulasikan dengan mengambil laju pengiriman paket, β yang berbeda. Hasil simulasi menunjukkan semakin besar β maka semakin cepat waktu yang diperlukan agar semua node menerima paket data dan probabilitas kumulatif waktu *delay* menuju 1.

***Kata kunci**: delay, epidemi routing, mobile, node, dan probabilitas.*

A. PENDAHULUAN

Model epidemi merupakan model matematika yang dapat menggambarkan pola penyebaran penyakit. Banyak ilmuwan yang meneliti dan memodelkan pola penyebaran penyakit, diantaranya Mc.Kendrick dan Kermack [5]. Pada tahun 1927 Mc.Kendrick dan Kermack berhasil memodelkan pola penyebaran penyakit dalam bentuk deterministik yang sesuai dengan kasus epidemi sebenarnya. Kesesuaian model epidemi dengan kasus epidemi sebenarnya, mengakibatkan banyak dilakukan pengembangan model epidemi. Menurut Isham [4], pengembangan model epidemi dapat dilakukan dengan menambah variabel atau menambah perlakuan. Pengembangan model epidemi juga dapat dilakukan dengan melakukan analogi antara proses penyebaran penyakit dengan proses lain yang memiliki kemiripan proses. Salah satu proses yang mirip dengan penyebaran penyakit adalah proses pengiriman paket data pada *routing* (Zhang [10]).

Routing merupakan proses pemilihan jalur pengiriman paket data pada suatu jaringan *mobile* (Andrew [1]). Jaringan *mobile* dibentuk oleh beberapa node yang dapat berpindah tempat atau bersifat *mobile*. Menurut Liu [7] dan Zhang [10], pengiriman paket data pada *routing* dapat dinyatakan dengan algoritma *store- carry-forward*. Maksud dari algoritma *store-carry-forward* adalah node menerima paket data, membawa paket data dan mengirimkannya ke node lain yang belum memiliki paket data sampai semua node memiliki paket data. Menurut Small [8] dan Sun[9], algoritma *store-carry-forward* mirip dengan proses penyebaran penyakit pada model *susceptible*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

infected (SI). Pada model SI, individu menularkan penyakit ke individu lain yang belum terinfeksi. Karena kemiripan proses penyebaran penyakit dan pengiriman paket data pada *routing*, maka dapat dilakukan analogi.

Model analogi penyebaran penyakit dan pengiriman paket data pada *routing* disebut dengan model epidemi *routing* (Zhang [10]). Model epidemi *routing* menggambarkan pola pengiriman paket data pada *routing* berdasarkan banyaknya node yang menerima paket data tiap waktu. Menurut Zhang [10], pada model epidemi *routing* diharapkan mampu mencapai minimum waktu penundaan pengiriman paket data (waktu *delay*). Waktu *delay* merupakan selang waktu dari pertama kali paket data diterima oleh sebuah node sampai dikirimkan ke node yang lain. Pengiriman paket yang satu dengan yang lain memiliki waktu *delay* yang berbeda, sehingga waktu *delay* tidak dapat diprediksi dengan pasti. Oleh karena itu waktu *delay* dapat dipandang sebagai variabel random. Ketidakpastian waktu *delay* dapat dinyatakan dalam fungsi distribusi kumulatif waktu *delay*. Sehingga pada penelitian ini akan dikonstruksi ulang model epidemi *routing* dan probabilitas waktu *delay*.

B. PEMBAHASAN

1. Model Epidemi *Routing*

Model epidemi *routing* merupakan model yang dapat menggambarkan pola pengiriman paket data pada jaringan mobile berdasarkan banyaknya node yang menerima paket data. Menurut Zhang [10], model epidemi *routing* dapat mudah dikonstruksi dengan menganalogikan pengiriman paket data dan penyebaran penyakit, berdasarkan proses dan variabel yang berpengaruh. Menurut Small [8] dan Sun [9], model epidemi yang sesuai dengan proses pengiriman paket data pada *routing* adalah model *susceptible infected* (SI).

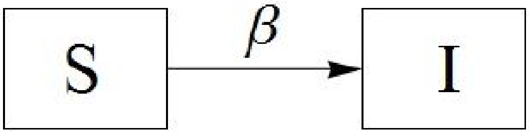
Pada model SI, populasi individu dibagi ke dalam dua kelompok, yaitu kelompok individu rentan (S) dan kelompok individu terinfeksi penyakit (I). Individu S dapat terinfeksi penyakit dengan laju penularan sebesar b, sehingga banyaknya individu S akan berkurang sebesar bSI ke individu I. Individu rentan yang terus berkurang mengakibatkan semua individu akan terinfeksi penyakit.

Karena pengiriman paket data pada *routing* dapat dianalogikan dengan model SI, asumsi pada model epidemi *routing* mengacu pada model SI. Berikut adalah asumsi-asumsi konstruksi model epidemi *routing*.

a. Pengiriman paket data terjadi pada suatu jaringan *mobile* dengan banyaknya node konstan.
b. Node dalam jaringan *mobile* tersebut dibagi ke dalam kelompok node tanpa paket dan node yang memiliki paket.
c. Setiap node memiliki peluang yang sama untuk mendapat paket data.
d. Hanya satu paket data yang dikirimkan

Pada model epidemi *routing*, node-node dibagi dalam kelompok node tanpa paket data (S) dan kelompok node yang memiliki paket data (I). Node S dapat terkirimi paket data dengan laju pengiriman paket data sebesar β, sehingga node S akan berkurang ke node I sebesar βSI. Karena setiap node memiliki kemungkinan yang sama untuk menerimat paket data, banyaknya node kelompok S berpindah ke kelompok I sebesar βSI. Sehingga proses pengiriman dan penerimaan paket data antar node disajikan dalam Gambar 1.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4



Gambar 1. Proses pengiriman dan penerimaan paket data antar node

Banyaknya node pada kelompok S dan I pada waktu t, masing-masing dinyatakan sebagai $S(t)$ dan $I(t)$. Jika banyaknya node dalam jaringan *mobile* dinyatakan dengan N maka $S(t) = N - I(t)$. Dengan demikian perubahan banyaknya node yang menerima paket data terhadap waktu dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta I(t)\big(N - I(t)\big), \tag{2.1}$$

dengan laju pengiriman paket data $\beta > 0$.

Model epidemi *routing* menggambarkan pola pengiriman paket data berdasarkan banyaknya node yang menerima paket data. Persamaan (2.1) menyatakan perubahan banyaknya node yang menerima paket data terhadap waktu. Sehingga persamaan (2.1) perlu diselesaikan untuk mendapatkan banyaknya node yang menerima paket data tiap waktu.

Persamaan (2.1) harus dibentuk ke dalam persamaan diferensial dengan variabel terpisah (Campbell [2]), yaitu

$$\frac{dI(t)}{I(t)\left(1 - \frac{I(t)}{N}\right)} = \beta\, N dt \tag{2.2}$$

Jika diasumsikan $I(0) = 1$ yang berarti mula-mula terdapat sebuah node yang memiliki paket data, maka banyaknya node yang menerima paket data dapat dinyatakan sebagai

$$I(t) = \frac{N}{1 + (N-1)e^{-\beta N t}}, \tag{2.3}$$

dengan laju pengiriman paket data $\beta > 0$.

Jika nilai β semakin besar maka nilai $e^{-\beta N t}$ semakin mendekati 0. Hal ini mengakibatkan banyaknya node yang menerima paket data mendekati N. Sedangkan jika β bernilai 0 maka $e^{-\beta N t}$ bernilai 1, berakibat hanya terdapat sebuah node yang menerima paket data yaitu node awal. Sehingga dapat disimpulkan bahwa semakin besar β maka banyaknya node yang menerima paket data semakin cepat mendekati N.

2. Probabilitas Waktu *Delay*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Ketika terjadi pengiriman paket data pada jaringan *mobile* dimungkinkan terdapat waktu penundaan pengiriman paket data atau waktu *delay* (Groenevelt [3]). Menurut Zhang [10] dan Zhou [11], waktu *delay* merupakan selang waktu dari pertama kali paket data diterima oleh sebuah node sampai dikirimkan ke node yang lain, $t < T_d < t + \Delta t$ dengan Δt kecil. Pengiriman paket yang satu dengan yang lain memiliki waktu *delay* yang berbeda, sehingga waktu *delay* tidak dapat diprediksi secara pasti. Oleh karena itu, waktu *delay* dapat dipandang sebagai variabel random. Ketidakpastian waktu *delay* dapat dinyatakan dalam fungsi distribusi kumulatif waktu *delay*. Menurut Zhang [10], fungsi distribusi kumulatif dari $T_d, P_N(t) = Pr(T_d < t)$.

Fungsi distribusi kumulatif T_d sulit diperoleh secara langsung. Menurut Small [8] dan Lin [6] perubahan fungsi distribusi kumulatif T_d untuk Δt kecil dapat dinyatakan dengan

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_N(t+\Delta t) - P_N(t)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} -\frac{Pr(T_d > t + \Delta t) - Pr(T_d > t)}{\Delta t}. \quad (3.1)$$

Pada persamaan (3.1), $Pr(T_d > t + \Delta t) = Pr(T_d > t)[1 - +\Delta t \beta I(t)]$ sehingga diperoleh

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = \beta I(t) Pr(T_d > t). \quad (3.2)$$

Karena $Pr(T_d > t) = 1 - Pr(T_d < t)$, maka

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = \beta I(t)\big(1 - P_N(t)\big). \quad (3.3)$$

Persamaan (3.3) diselesaikan untuk mendapatkan persamaan yang menyatakan probabilitas waktu *delay*. Persamaan (3.3) harus dibentuk ke dalam persamaan diferensial dengan variabel terpisah (Campbell [2]). Jika diasumsikan $P(0) = 0$, maka penyelesaian persamaan (3.3) yaitu

$$P_N(t) = 1 - \frac{N}{e^{\beta N t} + (N-1)}, \quad (2.3)$$

dengan laju pengiriman paket data $\beta > 0$.

Jika nilai β semakin besar maka nilai $e^{\beta N t}$ juga semakin besar tergantung pada N. Hal ini mengakibatkan probabilitas kumulatif waktu *delay* semakin mendekati 1.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Sedangkan jika β bernilai 0 maka $e^{\beta Nt}$ bernilai 1, berakibat probabilitas kumulatif waktu *delay* bernilai 0. Sehingga dapat disimpulkan bahwa semakin besar β maka probabilitas kumulatif waktu *delay* semakin cepat stabil mendekati 1. Kestabilan probabilitas kumulaif waktu *delay* mendekati 1 menunjukan bahwa probabilitas waktu *delay* mendekati 0 sehingga dapat dikatakan probabilitas waktu *delay* mencapai minimum.

3. Penerapan Kasus

Pada bagian ini diberikan kasus pengiriman paket data jaringan *mobile* di area militer. Pada area militer tertentu terdapat 100 node *mobile* yang dapat mengirimkan paket data dengan laju 0.222 jam/node (Groenevelt [3]). Semua node dalam jaringan *mobile* tersebut diharapkan dapat menerima paket data dengan terdapat sebuah sumber atau node awal yang memiliki paket data. Banyaknya node pada waktu *t* pada jaringan *mobile* di area militer tersebut dapat dinyatakan dengan

$$I(t) = \frac{100}{1 + 99e^{-22.2t}}. \tag{4.1}$$

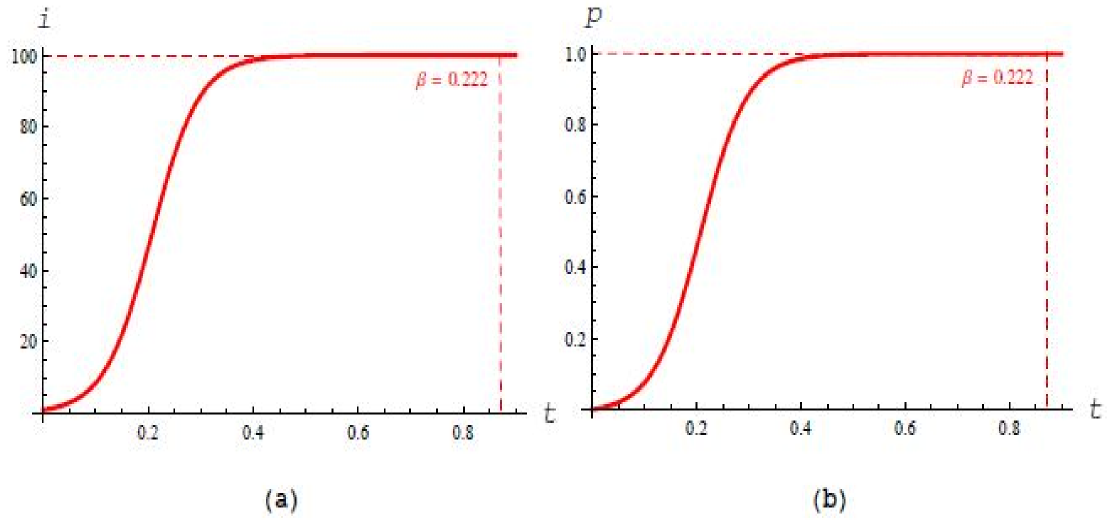
Pada model epidemi *routing* juga diharapkan mampu mencapai minimum waktu penundaan pengiriman paket data (*delay*).Pengiriman paket yang satu dengan yang lain memiliki waktu *delay* yang berbeda, sehingga waktu *delay* tidak dapat diprediksi dengan pasti. Oleh karena itu waktu *delay* dapat dipandang sebagai variabel random. Ketidakpastian waktu *delay* dapat dinyatakan dalam fungsi distribusi kumulatif waktu *delay*. Fungsi distribusi kumulatif waktu *delay* pada jaringan *mobile* dalam area militer tersebut adalah

$$P_N(t) = 1 - \frac{100}{e^{22.2t} + 99}. \tag{4.2}$$

Persamaan (4.1) dan persamaan (4.2) yang menyatakan banyaknya node yang menerima paket data dan probabilitas kumulatif waktu *delay* dapat dilihat pada Gambar 2.

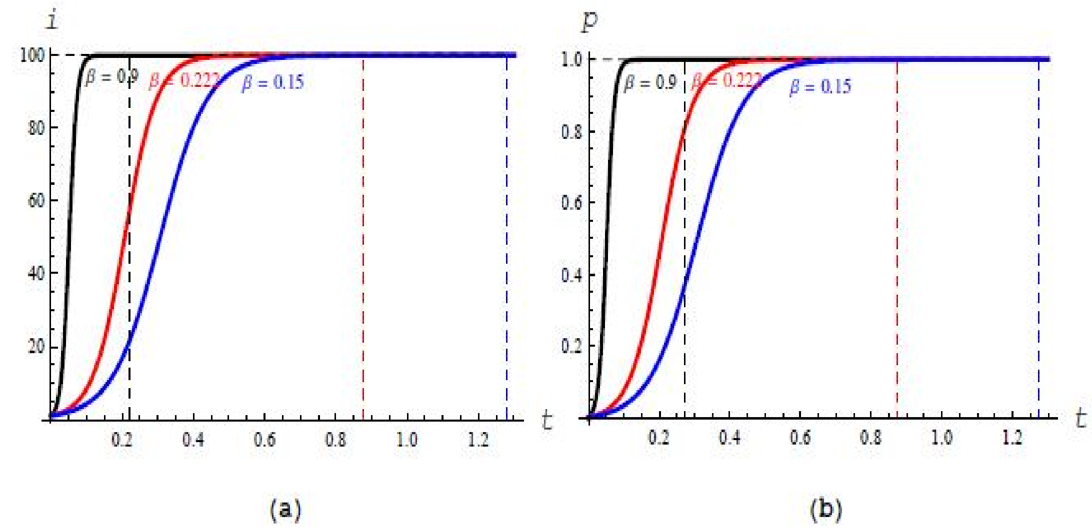
Gambar 2 (a) menunjukan bahwa pada waktu 0.87 jam semua node dalam jaringan *mobile* telah menerima paket data. Gambar 2 (b) menunjukan bahwa probabilitas kumulatif waktu *delay* kurang dari 0,87 jam dalam jaringan *mobile* menuju 1. Hal ini menunjukan probabilitas waktu *delay* mendekati 0 atau dapat dikatakan sudah tidak terjadi waktu *delay*. Sehingga semua node dalam jaringan *mobile* pada area militer tersebut menerima paket dan probabilitas *delay* mencapai minimum setelah 0,87 jam. Banyaknya node yang menerima paket data dan probabilitas waktu *delay* pengiriman paket data dalam area militer tersebut hanya dipengaruhi oleh laju pengiriman paket data.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4



Gambar 2. (a) Banyaknya node yang menerima paket data dan (b) probabilitas waktu *delay*

Pengaruh laju pengiriman paket data β terhadap pola pengiriman paket data dan probabilitas waktu *delay* dalam jaringan *mobile* dapat diperjelas dengan simulasi. Simulasi pola pengiriman paket data dan probabilitas waktu *delay* untuk $\beta = 0.15$, $\beta = 0.222$, $dan\ \beta = 0.9$ dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. (a) Banyaknya node yang menerima paket data dan (b) probabilitas waktu *delay* dengan $\beta = 0.15$, $\beta = 0.222$, $dan\ \beta = 0.9$

Gambar 3 (a) menunjukan bahwa untuk $\beta = 0.15$ semua node dalam jaringan *mobile* dapat menerima paket data dalam waktu 1.28 jam, untuk $\beta = 0.222$ memerlukan waktu 0.87 jam, dan $\beta = 0.9$ memerlukan waktu 0.22 jam. Sedangkan dari Gambar 3 (b) terlihat bahwa untuk $\beta = 0.15$ probabilitas waktu *delay* menuju 1 setelah 1.28 jam, untuk $\beta = 0.222$ setelah 0.87 jam, dan $\beta = 0.9$ setelah 0.22 jam. Sehingga dapat disimpulkan bahwa semakin besar laju pengiriman paket data

(β) maka semakin cepat waktu yang diperlukan agar semua node menerima paket data dan probabilitas waktu *delay* cepat menuju 1. Hasil simulasi ini memperjelas pengaruh laju pengiriman paket data (β) terhadap banyaknya node yang menerima paket data dan probabilitas waktu *delay* yang telah dijelaskan sebelumnya.

C. KESIMPULAN

Model epidemi *routing* pada jaringan *mobile* dinyatakan sebagai

$$I(t) = \frac{N}{1 + (N-1)e^{-\beta N t}},$$

dengan syarat terdapat satu node awal yang memiliki paket data, sedangkan probabilitas kumulatif waktu *delay* pada model epidemi *routing* yaitu

$$P_N(t) = 1 - \frac{N}{e^{\beta N t} + (N-1)},$$

dengan probabilitas waktu *delay* mula-mula 0, laju pengiriman paket data $\beta > 0$ dan banyaknya node dalam jaringan *N*. Simulasi menunjukan semakin besar laju pengiriman paket data (β) maka semakin cepat waktu yang diperlukan agar semua node menerima paket data dan probabilitas waktu *delay* juga semakin cepat menuju 1.

D. DAFTAR PUSTAKA

Andrew S.T., *Computer Networks*, Pearson Education, Inc., Amsterdam, 2003.

Campbell,L. Stephen, *An Introduction to Differential Equations and Their Application*, second ed., Wadswordh, Inc, California, USA, 1990.

Groenevelt, R., P. Nain, and G. Koole, *The Message Delay in Mobile Ad Hoc Network*, Perform (2005), no. 62, 210-228.

Isham, V., *Stochastic Models for Epidemics*, Research Report 263, Department of Statistical Science, University College London, 2004.

Kermack,W.O. and A. G. McKendrick, *A Contribution to The Mathematical Theory of Epidemics*, Proceedings of the Royal Society of London Series A 115 (1927), 700-721.

Lin, Y., B. Li, B. Liang, *Stochastic Analysis of Network Coding in Epidemic Routing*, ACN MobiOpp (2007).

Liu, J., X. Jiang, H. Nishiyama, and N. Kato, *General Model for Store-Carry-Forward Routing Schemes with Multicast in Delay Tolerant Networks*, IEEE (2011), 494-500.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Small, T., and Z.J. Haas, *The Shared Wireless Infostation Model-A New Ad Hoc Networking Paradigm*, MobiHoc, Maryland, USA (2003), 233-244.

Sun,L., *Epidemic Content Distribution in Mobile Networks*, Master of science thesis, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Swedia, Februari 2013.

Zhang, E., G. Neglia, J. Kurose, and D. Towsley, *Performance Modeling of Epidemic Routing*, Tech. Report 44, UMass Computer Science, 2005.

Zhou, S., L. Ying, S. Tirthapura, *Delay, Cost and Infrastructure Tradeoff of Epidemic Routing in Mobile Sensor Networks*, Proceedings of 11 the 6th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference.