ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

S - 20

ESTIMASI NILAI VaR MENGGUNAKAN SIMULASI PROSES LÉVY

Komang Dharmawan[1]
[1]Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Udayana
[1]e-mail dharmawan.komang@gmail.com

Abstrak

Ketika data harga saham menunjukkan adanya perubahan yang sangat tinggi pada fase tertentu, kemudian diikuti oleh perubahan yang tidak begitu tinggi pada fase berikut, hal ini diyakini adanya apa yang disebut dengan *volatility clustering.* Selain itu, beberapa hasil penelitian menyebutkan adanya distribusi ekor gemuk (fat tail) dan skew pada data indeks atau harga saham. Mengacu ke fenomena ini, menurut beberapa peneliti maupun praktisi bahwa gerak *Brown* seperti yang dipakai pada model Black-Scholes dalam memodelkan pergerakan harga saham tidak lagi dianggap sesuai dengan kenyataan yang ada. Model *Brown* diyakini memiliki pola gerak yang terlalu seragam selama pengamatan data tersebut. Untuk menanggulangi masalah ini, dua subordinasi dari proses Lévy, yaitu proses *Variance Gamma* (VG) dan proses *Normal Inverse Gaussian* (NIG) diusulkan karena dianggap lebih sesuai dalam menangani *volatility clustering* atau distribusi yang tidak normal.

Makalah ini membahas penerapan proses VG dan proses NIG dalam mensimulasikan *Value at Risk* (VaR) pasar saham yang dalam hal ini diwakili oleh Indeks Indonesia (IHSG). Langkah-langkah yang dilakukan dalam mensimulasi prose Lévy adalah dengan menyertakan model VG dan model NIG kedalam gerak Brown. Selain itu, penambahan *drift* dan koreksi pada variasi kuadratik pada bagian yang bersifat stokastik juga dilakukan, sehingga model *logretun* untuk harga saham yang terbentuk melibatkan *drift* dan model stokastik. Setelah model untuk indeks atau harga saham terkonstruksi, penaksiran nilai parameter model VG(σ, ν, θ) dan model NIG (α, β, δ) dilakukan dengan fungsi maksimum likelihood. Investigasi terhadap kedua model dilakukan dengan menerpkanya pada data historis nilai Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) periode 1 Juli 2008 – 11 Oktober 2013. Hasilnya menunjukkan bahwa asumsi normal pada data indeks saham meng-*underestimate* nilai VaR yang diestimasi dengan model VG dan model NIG, khususnya untuk periode lebih dari 3 hari.

Kata kunci: Value at Risk, Proses Lévy, Model Variance Gamma, Model Normal Inverse Gaussian

A. PENDAHULUAN

Proses Lévy memegang peran penting dalam sains dan teknologi. Pada bidang sains fisika, proses Lévy banyak dipakai dalam pemodelan mengenai turbulensi, laser, dan teori kuantum. Dalam bidang teknologi, proses Lévy banyak diterapkan dalam teori networking, teori antrian, dan disain bendungan. Dalam bidang ekonomi, penerapan proses Lévy mengalami kemajuan sangat signifikan, seperti dalam analisis time series, perhitungan-perhitungan dalam asuransi dan yang paling pesat adalah dalam pemodelan finansial. Aplikasi proses Lévy dalam financial dalam dilihat dari munculnya beberpa publikasi seperti dalam Barndor-Nielsen (1998), Schoutens (2003). Sebagai acuan standar dalam finansial pembaca dapat mengacu ke Cont & Tankov (2004).

Dalam literatur ada beberapa proses yang menjadi subordiansi dari proses Lévy, seperti proses Poisson, proses Compound Poisson, proses Gamma, proses Inverse Gaussian, proses Generalized Inverse Gaussian, proses Tempered Stable, proses Variance Gamma, proses Normal

Inverse Gaussian, proses CGMY, proses Meixner, proses Generalized Hyperbolic. Diantara model-model tersebut yang paling popular adalah model Variance Gamma (VG) and Normal Inverse Gaussian (NIG) diusulkan pertama kali oleh Carr dkk. (1998) and Barndor-Nielsen (1998). Beberapa studi terkait dengan penggunaan proses Lévy pada pemodelan finansial meyebutkan bahwa kedua model mampu dengan baik menangkap prilaku *logreturn* dari suatu indeks atau harga saham. Studi pada model-model tersebut di atas sangat intens dilakukan pada beberapa tahun terakhir, terutama penggunaan model VG dan NIG dalam memodelkan tingkat pengembalian harga saham (*logreturn*) atau penentuan harga produk derivatif, seperti opsi, kontrak *forward* atau kontrak *future*. Penerapan kedua model tersebut menggunakan metode yang standar dalam statistika seperti metode maximum likelihood (MLE) dan metode moment estimator (MME). Eberlein & Ozkan (2003), Carr et al. (1998), Carr et al. (2002), Seneta (2004), Ramezani & Zeng (2007).

Sifat kenormalan dari tingkat pengembalian suatu saham (*return*) berperan penting dalam teori finansial. Asumsi kenormalan ini, pertama kali muncul dalam teori portofolio dari *Markowitz* yang mengasumsikan nilai *return* bersifat normal, kemudian perhitungan risiko (VaR) dengan menggunakan teori statistika yang standard, seperti kuantil atau persentil juga menggunakan asumsi kenormalan pada data *return*. Selain itu, model gerak *Brown* atau dikenal juga dengan model *Black-Scholes* mengasumsikan bahwa lintasan (path) suatu harga saham bersifat kontinu. Asumsi kenormalan data dan kekontinuan lintasan nilai indeks atau harga saham banyak mengalami pertentangan dikalangan praktisi maupun peneliti di bidang finansial. Hal ini dipercaya bahwa model gerak *Brown* atau model *Markowitz* tidak dapat mewakili dinamika nilai indeks atau harga saham yang sesungguhnya. Seperti banyak dibantah, misalnya Vonak (2012) bahwa data finansial umumnya lebih bersifat 'fat tail' dan 'higher kurtosis' dibandingkan dengan distribusi normal. Selain itu, sifat ketakbergantungan data seperti diasumsikan dalam model *Brown* juga masih dalam perdebatan (dibahas dalam Cont (2001)). Kebergantungan data saham ini dapat dilihat dari sifat logaritmik data tingkat pengembalian masih menunjukkan adanya korelasi pada runtun data dalam suatu interval waktu tertentu. Fenomena ini dikenal juga dengan istilah 'volatility clusturing', yaitu adanya pola perubahan yang sangat tinggi pada fase tertentu yang diikuti oleh pola perubahan yang tidak begitu tinggi pada fase berikutnya. Sifat kontinu pada gerak *Brown* masih dapat diperdebatkan juga khususnya untuk data dengan frekuensi rendah, tetapi tidak untuk data dengan frekuwnsi tinggi seperti pergerakan harga saham dalam amatan waktu dengan satuan menit (Figueroa-Lopez dkk (2010)).

Dengan banyaknya pertentangan mengenai asumsi-asumsi di atas maka oleh beberapa peneleti, misalnya Figueroa-Lopez, dkk. (2011) dan Seneta (2004) mengusulkan adanya perlonggar sifat kenormalan di atas, yaitu dengan mengusulkan bahwa logaritma tingkat pengembalian harga saham dalam periode tertentu dapat memiliki distribusi tertentu, misalnya distribusi Poisson, Gamma, Inverse Normal atau yang lainnya. Selain itu pelonggaran juga dilakukan dengan memunculkan sifat diskontinutas, adanya lompatan (diskontinu) pada selang waktu tertentu. Dengan demikian, asumsi normal dan kontinu tidak lagi harus dipertimbangkan dalam memodelkan pergerakan harga saham. Untuk memenuhi pelonggaran asumsi ini, maka diusulkan proses Lévy yang akan dipakai untuk memodelkan harga saham.

Makalah ini membahas penerapan dua subordinasi proses Lévy yaitu proses *Variance Gamma* (VG) dan proses *Normal Inverse Gaussian* (NIG) dalam mensimulasikan *Value at Risk* (VaR) nilai indeks pasar saham yang dalam hal ini diwakili oleh Indeks Indonesia (IHSG). Langkah-langkah yang dilakukan dalam mensimulasi prose Lévy adalah dengan menyertakan model VG dan model NIG kedalam gerak Brown. Selain itu, penambahan *drift* dan koreksi pada variasi kuadratik pada bagian yang bersifat stokastik juga dilakukan, sehingga model tingkat pengembalian (*log-retun*) untuk nilai indeks atau harga saham akan terkontruksi dengan melibatkan faktor stokastik, *drift*, maupun lompatan. Penaksiran nilai parameter model

VG(σ, ν, θ) dan model NIG(α, β, δ) dilakukan dengan fungsi maksimum likelihood. Investigasi terhadap kedua model dilakukan menggunakan data empiris nilai Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) periode 1 Juli 2008 – 11 Oktober 2013 untuk mengetahui model yang mana lebih realistis dipakai untuk memodelkan harga saham di Indonesia.

B. PEMBAHASAN

Pada bagain ini akan dibahas sifat-sifat penting dari model VG dan model NIG. Kedua model tersebut merupakan subordiansi dari proses Lévy yang sangat popular. Rumusan berikut ini diringkas dari Korn dkk (2010) dan Figueroa-Lopez, dkk. (2011). Proses VG dapat dipandang dari dua persepektif. Pertama, model VG dapat dipandang sebagai model dari gerak Brown dengan *drift* dimana gerak Brown itu sendiri merupakan fungsi dari proses Gamma. Proses VG disajikan dalam bentuk

$$X_t^{VG} = \theta G_t + \sigma W_{G_t} \tag{4}$$

dimana $\sigma > 0$ dan $\theta \in \mathbb{R}$ masing-masing adalah *drift*, G_t adalah proses *Gamma* dengan parameter a dan b, sedangkan W_{G_t} adalah gerak *Brown* sebagai fungsi dari proses *Gamma*.

Misalkan $X_t = \log(S_t/S_0)$ adalah suatu proses yang menyajikan logaritma tingkat pengembalian (logreturn) dari suatu indeks atau harga saham, maka (X_t) dapat disajikan dalam bentuk

$$S_t = S_0 e^{\mu t + X_t^{VG} + \omega\, t} \tag{5}$$

dengan X_t^{VG} adalah suatu proses VG, μ adalah *drift* dari indeks atau harga saham, dan ωt merupakan suatu kompensasi yang dirumuskan dalam bentuk (Korn, dkk. (2010))

$$\omega\, t = \ln\left(1 - \theta\,\nu - \frac{\sigma^2\,\nu}{2}\right)\frac{t}{\nu}$$

Persamaan ini disertakan dalam persmaan (5) untuk menjamin bahwa

$$\mathbb{E}(S_t) = S_0 e^{\mu t}$$

Selain berbentuk seperti pada persamaan (4) di atas, proses VG juga dapat dipandang sebagai selisih dari dua proses *Gamma*, yaitu

$$X_t^{VG} = X_{t+h}^G - X_t^G \tag{6}$$

yang memiliki distribusi $VG\left(\sigma\sqrt{t}, \frac{\nu}{t}, t\theta\right)$ dengan fungsi karakteristik: (Schouten, 2003).

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[e^{i\omega X_t^{VG}}\right] &= \varphi\left(\omega; \sigma\sqrt{t}, \frac{\nu}{t}, t\theta\right) \\ &= \left(1 - i\nu\omega\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\nu\omega^2\right)^{-\frac{t}{\nu}}\end{aligned}$$

Model VG memiliki bentuk moment sebagai berikut (diturunkan secara lengkap di Mastro (2013) atau Schoutens (2003)):

$$\mathbb{E}(X_t) = \bar{X} = (\bar{\mu} + \bar{\theta})t$$
$$\mathbb{E}((X_t - \bar{X})^2) = (\nu\theta^2 + \sigma^2)t$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

$$\mathbb{E}(\,(X_t - \bar{X})^3) = (2\theta^3\nu^2 + 3\sigma^2\nu\theta)t$$
$$\mathbb{E}(\,(X_t - \bar{X})^4) = (3\nu\sigma^4 + 12\theta^2\sigma^2\nu^2 + 6\theta^4\nu^3)t + (3\sigma^4 + 6\theta^2\sigma^2\nu + 3\theta^4\nu^2)t^2$$

dimana berturut-turut masing-masing adalah Mean, Variance, Skewnee, dan Kurtosis. Apabila diasumsikan nilai $\theta^2, \theta^3, \theta^4$ sangat kecil, sehingga bisa diabaikan, maka Skewness dan Kurtosis menjadi

$$S = \frac{3\nu\theta}{\sigma\sqrt{t}} \qquad \text{dan} \qquad K = 3\left(1 + \frac{\nu}{t}\right)$$

Sehingga nilai awal yang dimasukkan dalam menaksir nilai parameter-parameter fungsi VG adalah

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{Var}}{t}}, \qquad \nu = \left(\frac{\text{Kurt}}{3} - 1\right)t, \qquad \theta = \frac{\text{Skew}\,\sigma\,\sqrt{t}}{3\nu}, \qquad \mu = \frac{\text{Mean}}{t} - \theta \qquad (7)$$

Seperti diungkapkan dalam Mastro (2013) bahwa penerapan metode moment dapat menghasilkan solusi yang tidak masuk akal terutama untuk jumlah sampel yang sedikit. Taksiran parameter-parameter di atas lebih sering dipakai sebagai pembangkit atau nilai awal proses pencarian parameter-parameter yang optimal dalam metode maksimum likelihood. Setelah parameter-parameter diestimasi, proses simulasi dapat dilakukan dengan memasukkan nilai-nilai parameter Algoritma 1. Output dari Algoritma 1 berupa simulasi nilai X_t, untuk mendapatkan pergerakan harga saham, nilai simulasi X_t dimasukkan ke dalam persamaan (5).

Algoritma 1: (**Algortima 7.2**, Korn dkk (2010)) Simulasi lintasan X_t menggunakan Pers (4)

1. Tetapkan nilai $X(0) = 0$.
2. Pilih pembagian selang waktu $[0, T]$, seperti $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_n = T$
3. Untuk $i = 1$ sampai N
   - Simulasi bilangan acak $G_i \sim Gamma((t_i - t_{i-1})/\nu\,, 1)$ masing-masing saling bebas.
   - Simulasi bilangan acak $Y_i \sim N(0,1)$, distribusi normal standard
   - Tetapkan $X(t_i) = X(t_{i-1}) + \sqrt{G_i}\,Y_i + G_i\theta$

Pembaca yang tertarik dengan algoritma untuk persamaan (6) silahkan mengacu ke Korn dkk (2010).

Model lain yang merupakan subordinasi dari proses Lévy adalah model *Normal Inverse Gaussian* (NIG). Model ini mirip dengan model VG, tetapi model NIG menggunakan proses *Inverse Gaussian* sebagai subordinasi. Model NIG didefinisikan sebagai

$$X_t = W_{G_t} + \beta G_t \qquad (8)$$

dengan W_t adalah gerak *Brown* dan $G_t \sim IG(\delta t, \gamma)$. X_t berdistribusi $NIG(\alpha, \beta, \delta t)$ dengan $\alpha = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$, dalam hal ini $\alpha > 0$, $\delta > 0$, $\alpha > |\beta|$. Dalam model NIG disarankan menggunakan model Bardorff-Nielson yang bersifat *equivalent martingale measure* sebagai model pergerakan harga saham, seperti dalam Kord dkk (2010), yaitu

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

$$S_t = S_0 \frac{\exp(rt + \sigma X_t)}{\mathbb{E}(\exp(\sigma X_t))} \tag{9}$$

dengan

$$\mathbb{E}(X_t) = \exp\left(\left(\delta\gamma - \delta\sqrt{\alpha^2 - (1+\beta)^2}\right) t\right)$$

dimana $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$. Salah satu alasan model NIG lebih cocok untuk mensimulasi log-return suatu harga saham adalah model NIG lebih stabil disbanding dengan distribusi normal. Selain itu, model NIG dapat menghasilkan puncak yang lebih tinggi dengan ekor yang lebih gemuk dan pada saat yang sama memiliki mean dan variance yang sama dengan distribusi normal (Korn dkk (2010). Distribusi $NIG(\alpha, \beta, \delta)$ mempunyai fungsi densitas peluang

$$f_{NIG(\alpha,\beta,\delta)}(x) = \frac{\alpha\delta}{\pi} e^{\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}+\beta x} \times \frac{K_1\left(\alpha\sqrt{\delta^2 + x^2}\right)}{\sqrt{\delta^2 + x^2}} \tag{10}$$

dimana $K_1(x)$ adalah fungsi Bessel tipe III dengan indeks 1 yang didefinisikan sebgai

$$K_1(x) = \frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}x\left(u+\frac{1}{u}\right)}\, du$$

dan fungsi karakteristik dari distribusi $NIG(\alpha, \beta, \delta)$ adalah

$$\Phi_{NIG(\alpha,\beta,\delta)}(u) = \exp\left(-\delta\sqrt{-\alpha^2 - (\beta + iu)^2} - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\right) \tag{11}$$

Penurunan lengkap rumus berikut ini ada di Mastro (2013).

$$\text{Var}(X_t) = \frac{\alpha^2\delta}{\gamma^{\frac{3}{2}}} \tag{12a}$$

$$\text{Skew}(X_t) = 3\,\frac{\beta}{\alpha\sqrt{\delta\gamma}}, \tag{12b}$$

$$\text{Kurt}\,(X_t) = 3\left(1 + \frac{\alpha^2 + 4\beta^2}{\delta\alpha^2\gamma}\right) \tag{12c}$$

dimana $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$. Dengan menyusun kembali bentuk di atas, maka didapat nilai taksiran awal untuk α, β, δ sebagai berikut:

$$\alpha = \sqrt{\frac{3K - 3S^2 - 9}{S\left(V - \frac{5}{4}S^2 - 3\right)^2}} \tag{13a}$$

$$\beta = \frac{S}{\sqrt{V}\left(K - \frac{5}{3}S^2 - 3\right)} \tag{13b}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{27V\left(K - \frac{5}{3}S^2 - 3\right)}{3K - 4S^2 - 9}} \tag{13c}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Perhatikan bahwa persamaan di atas hanya berlaku untuk $(3K - 4S^2) > 0$. Jika syarat in tidak dipenuhi maka Mastro (2013) menyarankan memilih $\alpha = 1, \beta = 0$ dan $\delta = 0.01$ sebagai nilai awal taksiran yang dipakai dalam pencarian nilai optimal menggunakan fungsi maximum likelihood, persamaan (11).

Algoritma 2 : (Algortima 7.6, Korn dkk (2010)) Simulasi X_t menggunakan persamaan (8)

Misalkan $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ memenuhi kondisi $\alpha > 0$, $\delta > 0$, $\alpha > |\beta|$, dan tetapkan pembagian selang waktu $[0, T]$ seperti $0 = t_0, \cdots, t_N = T$.

Tetapkan $X(0) = 0$
Untuk $i = 1$ sampai N

1. Simulasi $G_t \sim IG(\delta(t_i - t_{i-1}), \gamma)$.
2. Simulasi $Y_i \sim N(0,1)$, distribusi normal standard
3. Tetapkan nilai $X(t_i) = X(t_{i-1}) + \sqrt{G_i}\, Y_i + \beta G_i(t_i - t_{i-1})$
4. Tetapkan nilai $X(t) = X(t_i), \ t \in (t_{i-1}, t_i)$.

Hasil simulasi kemudian disubstitusikan ke persamaan (8), maka didapat lintasan indeks atau harga saham.

Penaksiran parameter-parameter dalam model VG atau NIG dilakukan dengan metode Maximum Likelihood (MLE). Misalkan nilai logarima dari $(S(t_{i+1})/S(t_i))$ dengan $t_{i+1} - t_i = t$ adalah suatu barisan $x_1, x_2, \cdots, x_n$ dan misalkan $\pi = \{\alpha, \beta, \delta\}$ adalah himpunan parameter parameter dari fungsi densitas peluang NIG. Parameter-parameter ini akan diestimasi dengan metode MLE. Misalkan $\mathcal{L}(\pi, \boldsymbol{x}) = \prod_{i=1}^{n} \varphi(x_i; \pi)$ adalah logaritma dari fungsi maximum likelihood, maka

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\pi | x_1, \cdots, x_n) &= \prod_{i=1}^{n} \varphi(x_i | \pi) \\ &= \varphi(x, \alpha, \beta, \delta) \\ &= n \log\left(\frac{\alpha\delta}{\pi}\right) + n\,\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \sum_{i=1}^{n} \beta x_i \\ &\quad + \log\left\{\frac{K_1\left(\alpha\sqrt{\delta^2 + x_i^2}\right)}{\sqrt{\delta^2 + x_i^2}}\right\} \end{aligned} \tag{11}$$

dengan menerapkan fungsi *fminsearch*() pada Matlab himpunan parameter-parameter π. Cara yang sama juga dilakukan terhadap model VG.

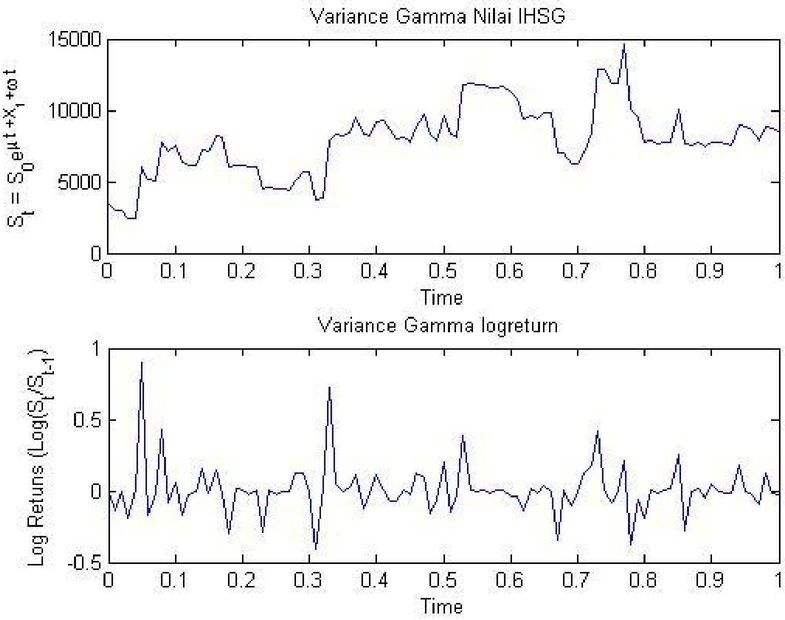
Estimasi nilai VaR dilakukan dengan memanfaatkan data historis nilai Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) periode 1 Juli 2008 – 11 Oktober 2013. Langkah-langkah yang dilakukan dalam studi empiris, adalah pertama menghitung nilai mean, variance, skewness, dan kurtosis dari nilai Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) menggunakan Model VG dan model NIG. Hasil perhitungan dalam Tabel 1 berikut ini

Tabel 1. Sifat-sifat statistik dihitung menggunakan metode momen untuk model VG dan model NIG

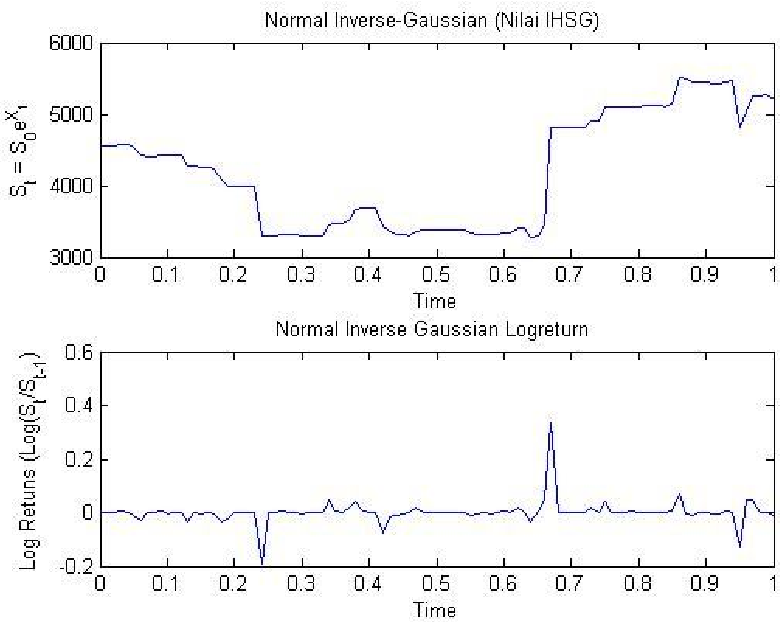
	VG	NIG
Mean	0.0006218	0.00049875
St. Dev	0.0156	0.0157
Skewness	-0.4347	-0.6315
Kurtosis	9.4122	9.9407

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Dari Tabel 1 terlihat bahwa kedua model VG atau NIG memiliki bentuk yang hampir sama, keduanya tidak simetris, yaitu skew ke kiri dan fat tail dilihat dari nilai Kurtosis yang cukup besar, normalnya 3. Menggunakan nilai pada Tabel 1, nilai parameter VG dikalibrasi menggunakan persamaan (7) didapat $\theta = -0.8470, \sigma = 1.2493,\ \nu = 0.0214,\ \mu = 0.9091$. Sedangkan menggunakan MLE didapat $\hat{\theta} = -1.1559, \hat{\sigma} = 1.8120,\ \hat{\nu} = 0.0251,\ \hat{\mu} = 0.0012$. Hasil ini dipakai untuk mensimulasi nilai X_t menggunakan Algoritma 1, kemudian nilai indeks dihasilkan menggunakan persamaan (5). Simulasi nilai indeks menggunakan model VG disajikan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Hasil simulasi nilai indeks saham menggunakan model VG dengan parameter $\hat{\theta} = -1.1559, \hat{\sigma} = 1.8120,\ \hat{\nu} = 0.0251,\ \hat{\mu} = 0.0012$



Gambar 2. Hasil simulasi nilai indeks saham menggunakan model NIG dengan parameter $\hat{\alpha} = 0.0630,\ \hat{\beta} = 0.0039, \hat{\delta} = 0.0168$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

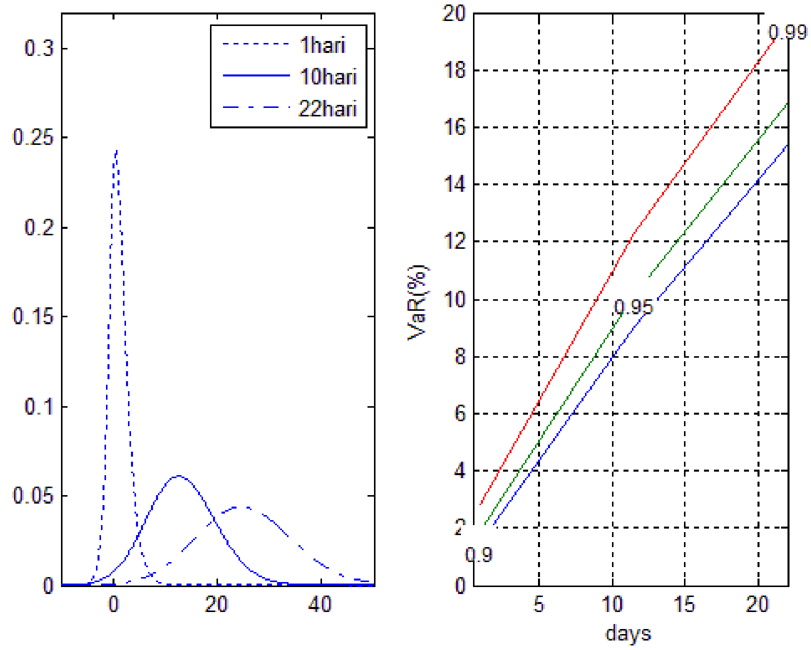
Nilai estimasi parameter-parameter NIG menggunakan persamaan (12a-12c) menghasilkan yang tidak memenuhi kondisi $(3K - 4S^2) > 0$ sehingga dipilih $\alpha = 1, \beta = 0$ dan $\delta = 0.01$. Nilai ini dipakai sebagai nilai awal untuk estimasi parameter menggunakan metode MLE. Menghasilkan $\hat{\alpha} = 0.0630$, $\hat{\beta} = 0.0039, \hat{\delta} = 0.0168$ Hasil ini dipakai untuk mensimulasi nilai X_t menggunakan Algoritma 2, kemudian nilai indeks dihasilkan menggunakan persamaan (9). Simulasi nilai indeks menggunakan model NIG disajikan dalam Gambar 2.

Perhitung nilai Value at Risk (VaR) dari IHSG mengacu ke definisi VaR yaitu

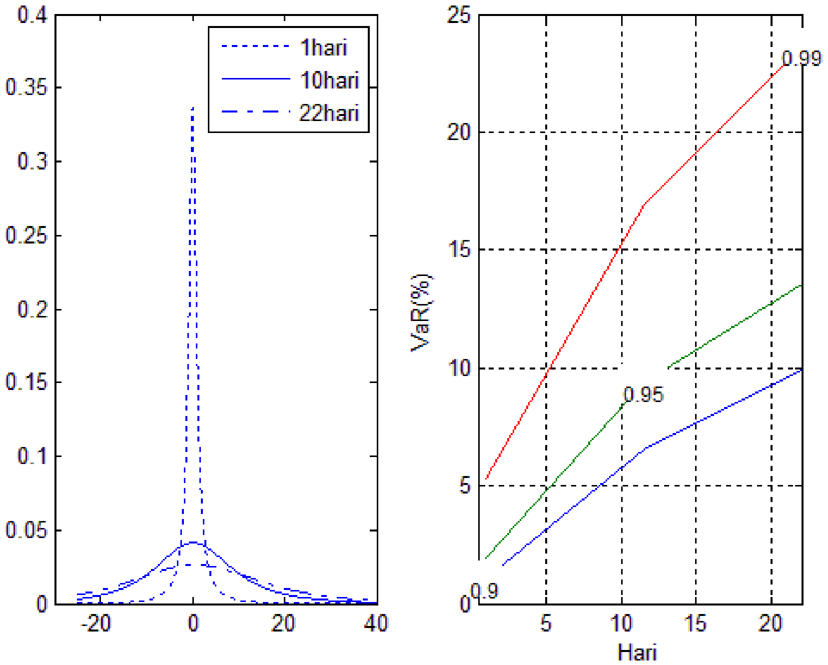
$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{\xi} \varphi(x)dx = \mathrm{VaR}_{\alpha}(x, \xi)$$

dimana $\varphi(x)$ adalah fungsi densitas peluang dari model VG atau NIG dengan masing=masing parameter, $(\hat{\theta}, \hat{\sigma}, \hat{v})$ untuk model VG dan $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\delta})$ untuk model NIG yang didapat dari hasil optimasi maximum likelihood. Konstanta ξ merepresentasikan ambang batas risiko yang harus ditanggung. Jika data terdistribusi normal maka dapat dipilih $\xi = z_{1-\alpha}\sigma$. Dengan menggunakan integral numerik pada fungsi Matlab, maka VaR untuk $\alpha = 0.10, 0.05, 0.01$ dapat dihitung, hasilnya ditunjukkan dalam Gambar 3 dan Gambar 4.

Hasil estimasi VaR memperlihatkan bahwa VaR-VG menunjukkan nilai yang kurang sensitive terhadap perubahan hari dibandingkan dengan VaR-NIG. Perubahan yang cukup signifikan diperlihatkan oleh VaR-NIG dengan bertambahnya waktu estimasi. Hal ini juga diperlihatkan oleh grafik fungsi densitas kedua model tersebut, Gambar 3 dan 4 (Kiri). Sekarang coba kita bandingkan dengan mengasumsikan normal data indeks saham maka untuk risiko satu hari ke depan dengan $\alpha = 5\%$ adalah $\mathrm{VaR} = \hat{\mu} + 1.62 \times \hat{\sigma}\sqrt{1} = 0.0062 + 1.62 \times 0.0156 = 2.58\%$. Nilai VaR ini tidak jauh berbeda dengan nilai VaR-VG maupun dengan VaR-NIG, lihat Gambar 3 dan Gambar 4. Sekarang coba waktu estimasi diperpanjang menjadi 10 hari. $\mathrm{VaR} = 0.0062 + 1.62 \times 0.0156 \times \sqrt{10} = 8.61\%$. Nilai ini tidak berbeda jau dengan VaR-VG, tetapi berbeda sangat jauh dengan VaR-NIG (15%). Dari hasil ini dapat dijelaskan bahwa asumsi normal pada data untuk estimasi lebih dari 1 hari dapat menjadi masalah serius.



Gambar 3. (Kiri) Fungsi densitas VG untuk $\hat{\theta} = -1.1559, \hat{\sigma} = 1.8120$, $\hat{v} = 0.0251$
(Kanan) Estimasi nilai VaR menggunakan model VG selama 22 hari ke depan.



Gambar 4. (Kiri) Fungsi densitas NIG untuk $\hat{\alpha} = 0.0630$, $\hat{\beta} = 0.0039$, $\hat{\delta} = 0.0168$ (Kanan) Estimasi nilai VaR menggunakan model NIG selama 22 hari ke depan.

C. KESIMPULAN

Makalah ini membahas estimasi nilai VaR untuk nilai indeks saham menggunakan simulasi model Variance Gamma dan model Normal Inverse Gaussian. Adanya lomptan-lompatan pada interval tertentu pada nilai indeks saham telah dimasukkan dalam model VG dan NIG. Dengan memasukkan distribusi Gamma pada model VG dan distribusi Inverse Normal pada NIG, berarti asumsi normal dan kontinu seperti pada model *Brown* atau model Black-Scholes telah dihilangkan, sehingga dinamika nilai indeks maupun harga saham dapat ditangkap dan dimodelkan dengan lebih baik.

Keluaran dari makalah ini adalah berupa langkah-langkah sistematis dalam menghitung dan mensimulasikan VaR menggunakan model VG dan NIG. Dari hasil diskusi di atas dapat disimpulkan bahwa VaR-normal, yaitu VaR dengan asumsi data normal, memberikan nilai yang lebih kecil dibandinkan dengan VaR-VG dan VaR-NIG. Jadi asumsi normal pada data indeks atau harga saham dapat menghasilkan estimasi VaR yang salah terutama untuk estimasi lebih dari 3 hari ke depan.

D. DAFTAR PUSTAKA

Barndorff-Nielsen, O. (1998). *Processes of normal inverse Gaussian type.* Finance and Stochastics 2, 41-68.

Carr, P., Geman, H., Madan, D. & Yor, M. (2002). The fine structure of asset returns: An empirical investigation. Journal of Business 75, 305-332.

Carr, P., Madan, D. & Chang, E. (1998). The variance Gamma process and option pricing. European Finance Review 2, 79-105.

Cont, R. & Tankov, P. (2004). Financial modelling with Jump Processes. Chapman & Hall.

Eberlein, E. & Ozkan, F. (2003). Time consistency of Lévy processes. Quantitative Finance 3, 40-50.

Figueroa-Lopez, J., et.al. (2011). Estimation of NIG and VG models for high frequency Financial data. Technical Report diakses melalui: www.stat.purdue.edu/~figueroa/Papers/**NIGVG**MMEMLE.pdf

Figueroa-Lopez, J. (2011). Jump-diffusion models driven by Lévy processes. Springer. To appear in Handbook of Computational Finance. Jin-Chuan Duan, James E. Gentle, and Wolfgang Hardle (eds.).

Figueroa-Lopez, J. & Houdre, C. (2009). Small-time expansions for the transition distributions of Lévy processes. Stochastic Processes and Their Applications 119, 3862-3889.

Korn, R., E. Korn, and G. Kroisandt (2010). *Monte Carlo Methods and Models in Finance and Insurance*, Taylor and Francis Group, LLC

Mastro M. (2013), *Financial derivative and energy market valuation: theory and implementation in Matlab*. John Wiley & Sons, Inc.

Novak S. Y. (2012). *Extreme Value Methods with Applications to Finance*. A Chapman and Hall Book.

Ramezani, C. & Zeng, Y. (2007). Maximum likelihood estimation of the double exponential jump-diffusion process. Annals of Finance 3, 487-507.

Schoutens, W. (2003). *Lévy Processes in Finance: Pricing Financial Derivatives*. John Wiley & Sons, Ltd

Seneta, E. (2004). *Fitting the variance-gamma model to financial data*. Journal of Applied Probability 41A, 177-187.

Tankov, P. (2011). Pricing and hedging in exponential Lévy models: review of recent results. To appear in the Paris-Princeton Lecture Notes in Mathematical Finance, Springer .