

**APLIKASI METODE *FULL INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD* (FIML) PADA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN SIMULTAN**

**(Studi Kasus : Data Stok Uang, PDRB, dan Konsumsi Rumah Tangga Di DIY)**

**Eka Septiana<sup>1</sup>, Retno Subekti<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup>Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

<sup>1</sup>septianaecha@yahoo.com, <sup>2</sup>retnosubekti@uny.ac.id

**Abstrak**

Metode *Full Information Maximum Likelihood* (FIML) merupakan metode estimasi parameter menggunakan metode maksimum likelihood dengan memperhatikan seluruh informasi dalam sistem persamaan simultan, yaitu seluruh persamaan diperhitungkan bersama dan ditaksir secara simultan dengan memperhatikan batasan dari persamaan lain dalam model. Langkah-langkah estimasi parameter dengan metode FIML terdiri dari lima langkah. Pertama, menentukan fungsi densitas peluang bersama untuk variabel error. Kedua, menentukan fungsi likelihood untuk variabel error. Ketiga, menentukan fungsi loglikelihood untuk variabel error. Keempat, memaksimalkan fungsi loglikelihood untuk variabel error. Kelima, mengestimasi parameter. Estimasi parameter dengan metode FIML dapat dibantu dengan program komputer SPSS19 dan EViews7.2. Program SPSS19 digunakan untuk menguji asumsi-asumsi. Sedangkan EViews7.2 digunakan untuk mengestimasi parameter dengan metode FIML. Metode FIML digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan simultan dari hubungan variabel PDRB( $Y_t$ ), stok uang tahun sebelumnya( $M_{t-1}$ ), dan tingkat suku bunga ( $r_t$ ) terhadap stok uang ( $M_t$ ), variabel konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ), stok uang ( $M_t$ ), dan investasi ( $I_t$ ) terhadap PDRB ( $Y_t$ ), variabel stok uang ( $M_t$ ), tingkat suku bunga tahun sekarang ( $r_t$ ) dan tahun sebelumnya ( $r_{t-1}$ ) terhadap konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ). Dengan bantuan EViews7.2 diperoleh hasil estimasi  $\hat{M}_t^* = -285,5465 + 0,063427Y_t^* + 0,097435 M_{t-1}^* + 12,12340 r_t^*$  dengan variabel yang signifikan yaitu PDRB ( $Y_t^*$ ),  $\hat{Y}_t^* = -370,3526 + 2,052843CO_t^* + 1,307053M_t^* + 0,478464 I_t^*$  dengan variabel yang signifikan yaitu konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ),  $\hat{CO}_t^* = 2390,234 + 6,289563M_t^* - 88,30695r_t^* - 7,172578 r_{t-1}^*$  dengan variabel yang signifikan yaitu stok uang ( $M_t^*$ ). Yang artinya bahwa stok uang dipengaruhi PDRB, PDRB dipengaruhi konsumsi rumah tangga, dan konsumsi rumah tangga dipengaruhi stok uang.

**Kata kunci:** estimasi, sistem persamaan simultan, metode FIML

**A. PENDAHULUAN**

Pada model persamaan simultan terdapat lebih dari satu variabel tak bebas dan lebih dari satu persamaan yang akan membentuk suatu sistem persamaan. Pada sistem persamaan simultan terdapat variabel tak bebas dalam satu persamaan dapat muncul kembali sebagai variabel bebas dalam persamaan lain dalam sistem. Oleh karena itu, pemberian nama variabel bebas dan

variabel tak bebas dalam sistem persamaan simultan sudah tidak tepat. Sehingga dalam persamaan simultan terdiri dari variabel endogen dan variabel yang ditetapkan lebih dulu (*predetermined variable*). Pada variabel predeterminan terdiri dari variabel eksogen sekarang, eksogen waktu lampau dan endogen waktu lampau. Pada metode sistem, semua persamaan dalam model diperhitungkan secara bersama-sama dan ditaksir secara simultan dengan memperhatikan semua batasan dari persamaan lain dalam model.

Metode *Full Information Maximum Likelihood* (FIML) merupakan salah satu dari metode sistem yang dalam mengestimasi parameternya menggunakan seluruh informasi pada sistem persamaan simultan tersebut. Sehingga, setiap persamaan diestimasi secara keseluruhan dengan memperhatikan persamaan lainnya dalam sistem. Dalam mengestimasi parameter menggunakan metode FIML dibantu dengan program SPSS 19 dan EVIEWS 7.2. SPSS (*Statistical Program for Social Science*) merupakan program aplikasi komputer untuk menganalisa data terutama untuk ilmu-ilmu sosial. Namun demikian, SPSS dapat digunakan untuk membuat laporan tabulasi, *chart* (grafik), plot (diagram), statistik deskriptif dan analisa statistik yang kompleks. Program SPSS dalam penulisan ini digunakan untuk menguji asumsi. Sedangkan program EVIEWS adalah sebuah program aplikasi yang mampu menganalisis ekonometrika secara lengkap. Salah satu keunggulan EVIEWS dibandingkan program atau *software* lainnya adalah berbasis *windows* dan mudah dioperasikan (*user-friendly*). EVIEWS dapat digunakan dalam analisis dan evaluasi analisis data saintifik, analisa keuangan, peramalan makro/mikro ekonomi, simulasi, dan analisa biaya dan peramalannya. Dalam penulisan ini, program EVIEWS digunakan untuk mengestimasi parameter menggunakan FIML.

Teori dalam ilmu ekonomi merupakan gambaran tentang bagaimana suatu perekonomian berfungsi dalam menjalankan kegiatannya. Teori dalam ilmu ekonomi terdiri dari teori mikroekonomi dan teori makroekonomi. Analisis dalam teori mikroekonomi pada umumnya meliputi bagian-bagian kecil dari keseluruhan kegiatan perekonomian. Sedangkan analisis dalam teori makroekonomi lebih luas dan menyeluruh. Dalam hal ini, digunakan data makroekonomi yang diperoleh dari BPS Yogyakarta dari tahun 1984 sampai dengan 2010 yang meliputi data tingkat suku bunga, PDRB (Produk Domestik Regional Bruto), stok uang, konsumsi rumah tangga, dan data investasi. Tujuan dalam penulisan ini yaitu menjelaskan langkah-langkah dalam mengestimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode FIML dan menjelaskan penerapan estimasi model persamaan simultan dengan metode FIML.

**B. PEMBAHASAN**

**Bentuk Umum Sistem Persamaan Simultan**

Bentuk umum pada sistem persamaan simultan dengan M variabel endogen yaitu  $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iM}$ , K variabel predeterminan yaitu  $x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tK}$  adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 y_{t1}\alpha_{11} + y_{t2}\alpha_{21} + \dots + y_{tM}\alpha_{M1} + x_{t1}\omega_{11} + x_{t2}\omega_{21} + \dots + x_{tK}\omega_{K1} &= u_{t1} \\
 y_{t1}\alpha_{12} + y_{t2}\alpha_{22} + \dots + y_{tM}\alpha_{M2} + x_{t1}\omega_{12} + x_{t2}\omega_{22} + \dots + x_{tK}\omega_{K2} &= u_{t2} \\
 &\vdots \\
 y_{t1}\alpha_{1M} + y_{t2}\alpha_{2M} + \dots + y_{tM}\alpha_{MM} + x_{t1}\omega_{1M} + x_{t2}\omega_{2M} + \dots + x_{tK}\omega_{KM} &= u_{tM}
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Dengan  $u_{t1}, u_{t2}, \dots, u_{tM}$  merupakan variabel error,  $\alpha$  dan  $\omega$  merupakan parameter struktural dalam model yang akan diestimasi. Persamaan (3.1) dapat disederhanakan menjadi

$$\mathbf{y}_t \mathbf{A} + \mathbf{x}_t \mathbf{W} = \mathbf{u}_t
 \tag{3.2}$$

Dengan  $\mathbf{A}$  merupakan matriks nonsingular dan

$\mathbf{y}_t$  : variabel endogen dengan vektor observasi berukuran  $1 \times M$

$\mathbf{x}_t$  : variabel predeterminan dengan vektor observasi berukuran  $1 \times K$

$u_t$  : variabel error dengan vektor error berukuran  $1 \times M$

$A$  : parameter struktural dari variabel endogen dengan matriks koefisien berukuran  $M \times M$ .

$W$  : parameter struktural dari variabel predeterminan dengan matriks koefisien berukuran  $K \times M$ .

Bentuk lain dari persamaan (3.1) dalam bentuk matriks dengan  $M$  variabel endogen,  $K$  variabel predeterminan, dan  $t$  indeks observasi yaitu  $t = 1, 2, \dots, T$  adalah:

$$YA + XW = U \tag{3.3}$$

**Metode Full Information Maximum Likelihood ( FIML )**

Menurut Maddala (1977: 486), metode *Full Information Maximum Likelihood* (FIML) merupakan suatu metode estimasi dalam sistem persamaan simultan yang menggunakan metode maksimum likelihood. Metode FIML merupakan salah satu dari metode sistem, sehingga semua persamaan dalam model diperhitungkan secara bersama-sama dan ditaksir secara simultan dengan memperhatikan semua batasan-batasan dari persamaan lain dalam model. Beberapa asumsi yang terdapat dalam metode FIML berdasarkan pada persamaan (3.3) yaitu:

a.  $A$  merupakan matriks nonsingular dan semua persamaan memenuhi kondisi rank dengan syarat rank  $X = K$ .

b. Terdapat 
$$plim \left( \frac{1}{T} X'U \right) = 0.$$

c. Pada setiap persamaan terdapat error yang berdistribusi normal dengan mean ( $\mu = 0$ ) dan kovarians matriks ( $\Sigma$ ) dapat ditulis  $u_{it} \sim N(0, \Sigma)$  dengan  $i=1,2,\dots,M$  dan kovarians matriks  $\Sigma$  adalah independen yaitu  $E(u_{it}u'_{is}) = 0$  untuk  $t,s = 1, 2, \dots, T$ ;  $t \neq s$ .

d. Terdapat korelasi contemporaneus (*contemporaneously correlation*) yaitu

$$E(u_{it}u'_{kt}) = \sigma_{ik} \quad , t = 1, 2, \dots, T \tag{3.4}$$

yang berarti bahwa kovarians dari error pada dua persamaan  $i,k = 1,2,\dots,M$  adalah  $\sigma_{ik}$  dan tidak berubah bersamaan dengan perubahan pada  $t$ .

Sehingga diperoleh bentuk umum untuk variabel error yaitu:

$$U \sim N(0, \Sigma \otimes I_T) \tag{3.5}$$

Langkah – langkah dalam estimasi parameter menggunakan metode FIML:

**1. Menentukan pdf bersama dari variabel error adalah sebagai berikut:**

Berdasarkan persamaan (3.3) dan (3.5), maka mencari pdf bersama dari  $Y$  samadengan mencari pdf dari  $Y$  itu sendiri. Pdf dari  $Y$  diturunkan dari pdf  $U$  sebagai fungsi dari  $Y$  adalah:

$$f(Y; A, W, \Sigma) = f(U; A, W, \Sigma) \tag{3.6}$$

Berdasarkan pdf distribusi multivariat normal dan persamaan (3.4) maka diperoleh :

$$\begin{aligned} f(Y; A, W, \Sigma) &= f(U; A, W, \Sigma) \\ f(u_t) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{MT} |\Sigma \otimes I_T|}} \exp - \frac{1}{2} \frac{\sum_{t=1}^T u_t(u_t)'}{(\Sigma \otimes I_T)} \\ f(u_1, \dots, u_T) &= \frac{1}{(2\pi)^{MT/2}} \frac{1}{|\Sigma \otimes I_T|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T u_t (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (u_t)'] \end{aligned} \tag{3.7}$$

Jadi, pada persamaan (3.7) merupakan bentuk pdf bersama untuk variabel error.

**2. Menentukan fungsi likelihoodnya untuk variabel error adalah sebagai berikut:**

Berdasarkan persamaan simultan (3.2) dan diketahui bahwa  $u_t$  untuk setiap persamaan adalah independen, maka pdf bersama dari  $u_t$  dapat ditulis  $\prod_{t=1}^T f(u_t)$ . Karena  $u_t$  tidak diobservasi, maka dapat diubah ke dalam bentuk pdf observasi  $y$ . Sehingga diperoleh  $f(y_t; x_t) = f(u_t) \cdot J$ , dengan  $J$  adalah transformasi jacobian yaitu  $\left| \frac{\partial u_t}{\partial y_t} \right| = |A|$  berdasarkan persamaan simultan (3.2) maka  $f(y_1 y_2 \dots y_T; x_1 x_2 \dots x_T) = |A|^T \prod_{t=1}^T f(u_t)$ . Karena

parameter  $A, W, \Sigma$  tidak diketahui pada fungsi likelihood, maka  $L(A, W, \Sigma) = |A|^T \prod_{t=1}^T f(u_t)$ . Berdasarkan persamaan (3.3) dan persamaan (3.7) diperoleh fungsi likelihood untuk variabel yang akan diestimasi:

$$L(A, W, \Sigma; Y, X) = |A|^T \frac{1}{(2\pi)^{MT/2}} \frac{1}{|\Sigma \otimes I_T|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\Sigma^{-1} \otimes I_T) U' U\right) \\ = \left(\frac{1}{(2\pi)^{\frac{MT}{2}}}\right) \left(\frac{1}{|\Sigma \otimes I_T|^{\frac{1}{2}}}\right) |A|^T \exp\left(-\frac{1}{2} (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (YA + XW)' (YA + XW)\right) \quad (3.8)$$

Jadi, pada persamaan (3.8) merupakan fungsi likelihood untuk variabel error.

**3. Menentukan fungsi loglikelihood untuk variabel error adalah sebagai berikut:**

Fungsi loglikelihood dapat diperoleh dengan berdasarkan pada persamaan (3.8) yang diubah kedalam bentuk logaritma natural ( $\ln$ ) yaitu

$$\ell(A, W, \Sigma) = \ln L(A, W, \Sigma) \text{ sehingga diperoleh:} \\ \ell(A, W, \Sigma) = -\frac{MT}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln|\Sigma \otimes I_T|^{-1} + T \ln|A| - \frac{1}{2} (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (YA + XW)' (YA + XW) \\ = -\frac{MT}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln|\Sigma|^{-T} + T \ln|A| - \frac{1}{2} (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (YA + XW)' (YA + XW) \\ = -\frac{MT}{2} \ln(2\pi) + \frac{T}{2} \ln|\Sigma|^{-1} + T \ln|A| - \frac{1}{2} (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (YA + XW)' (YA + XW) \quad (3.9)$$

Jadi pada persamaan (3.9) merupakan bentuk fungsi loglikelihood untuk variabel error.

**4. Memaksimalkan fungsi loglikelihood untuk variabel error adalah sebagai berikut:**

Pada tahap memaksimalkan fungsi loglikelihood, dapat dilakukan dengan menurunkan secara parsial pada  $A, W, \Sigma$  dari persamaan (3.9) adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ell(A, W, \Sigma)}{\partial A} = T (A')^{-1} - Y' (YA + XW) (\Sigma^{-1} \otimes I_T) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \ell(A, W, \Sigma)}{\partial W} = -X' (YA + XW) (\Sigma^{-1} \otimes I_T) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \ell(A, W, \Sigma)}{\partial \Sigma^{-1}} = \frac{1}{2} T (\Sigma) - \frac{1}{2} (YA + XW)' (YA + XW) \quad (3.12)$$

Setelah dilakukan turunan parsial, dalam memaksimalkan fungsi loglikelihood pada persamaan (3.10), (3.11), dan (3.12) adalah disamadengankan nol:

$$\frac{\partial \ell(A, W, \Sigma)}{\partial A} = 0 \Rightarrow T (\widehat{A}')^{-1} - Y' (\widehat{YA} + \widehat{XW}) (\widehat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T) = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \ell(A, W, \Sigma)}{\partial W} = 0 \Rightarrow -X' (\widehat{YA} + \widehat{XW}) (\widehat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T) = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \ell(A, W, \Sigma)}{\partial \Sigma^{-1}} = 0 \Rightarrow T (\widehat{\Sigma}) - (\widehat{YA} + \widehat{XW})' (\widehat{YA} + \widehat{XW}) = 0 \quad (3.15)$$

**5. Estimasi Parameter**

Mengubah persamaan simultan yang berbentuk  $YA + XW = U$  ke dalam bentuk vektor tegak  $y = Z\delta + u$  dilakukan sebelum proses estimasi. Berdasarkan model sistem persamaan simultan pada persamaan (3.3) yaitu  $YA + XW = U$ , terdapat elemen pada diagonal  $A$  sama dengan -1 yaitu  $\alpha_{ii} = -1$  dengan  $i=1,2,\dots,M$  (Intriligator,1996:348).

Sehingga  $A_i = \begin{bmatrix} -1 \\ \alpha_i \\ 0 \end{bmatrix}$  dan  $W_i = \begin{bmatrix} \omega_i \\ 0 \end{bmatrix}$ . Jadi persamaan (3.3) dapat ditulis:

$$(y_i \ Y_i \ Y_{i+1}) \begin{pmatrix} -1 \\ \alpha_i \\ 0 \end{pmatrix} + (X_i \ X_{i+1}) \begin{pmatrix} \omega_i \\ 0 \end{pmatrix} = u_i$$

$$y_i = Z_i \delta_i - u_i$$

Dengan  $Z_i = [Y_i \ X_i]$ ,  $\delta_i = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \omega_i \end{bmatrix}$ , dan  $u$  adalah vektor yang bernilai negatif maka dapat ditulis menjadi  $y_i = Z_i \delta_i + u_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ . Sehingga diperoleh:  $y = Z\delta + u$ , maka

$$u = y - Z\delta \tag{3.16}$$

Masing-masing vektor pada  $y_1, y_2, \dots, y_M$  dan  $u_1, u_2, \dots, u_M$  adalah vektor berukuran  $T \times 1$ . Sedangkan pada  $Z$  terdiri dari  $[Y \ X]$  dengan masing-masing matriks pada  $Y_1, Y_2, \dots, Y_M$  terdiri dari matriks yang berukuran  $T \times (M^* - 1)$  dan masing-masing pada matriks pada  $X_1, X_2, \dots, X_M$  berukuran  $T \times K^*$ . Sedangkan masing-masing vektor pada  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M$  terdiri dari vektor berukuran  $((M^* - 1) + K^*) \times 1$ .

• **Estimasi Parameter untuk  $\Sigma$**

Untuk mengestimasi  $\Sigma$  dapat diperoleh dengan berdasarkan persamaan (3.15) yaitu

$$T \hat{\Sigma} - (Y\hat{A} + X\hat{W})'(Y\hat{A} + X\hat{W}) = 0$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{(Y\hat{A} + X\hat{W})'(Y\hat{A} + X\hat{W})}{T} \tag{3.17}$$

Sehingga diperoleh estimator untuk matriks kovarians  $\Sigma$  yaitu

$$\hat{\Sigma} = \frac{(Y\hat{A} + X\hat{W})'(Y\hat{A} + X\hat{W})}{T}, \text{ dengan elemen } ij \text{ pada } \hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{T} (y_i - Z_i \hat{\delta}_i)' (y_j - Z_j \hat{\delta}_j).$$

• **Estimasi Parameter untuk  $\delta$**

Pada persamaan (3.15), sesuai dengan asumsi bahwa  $\hat{\Sigma}$  adalah definit positif maka diperoleh:

$$T (\hat{\Sigma})^{-1} (\hat{\Sigma})^{-1} = (Y\hat{A} + X\hat{W})'(Y\hat{A} + X\hat{W}) (\hat{\Sigma})^{-1}$$

$$T \cdot I = (Y\hat{A} + X\hat{W})'(Y\hat{A} + X\hat{W}) (\hat{\Sigma})^{-1} \tag{3.18}$$

Selanjutnya persamaan (3.18) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.13) sehingga diperoleh:

$$(\hat{A}')^{-1} \hat{W}' X' (Y\hat{A} + X\hat{W}) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = 0 \tag{3.19}$$

Karena

$$(\hat{A}')^{-1} \hat{A}' Y' (Y\hat{A} + X\hat{W}) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = Y' (Y\hat{A} + X\hat{W}) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T \tag{3.20}$$

Maka pada persamaan (3.20) dan (3.14) dapat disederhanakan menjadi:

$$\left( \begin{matrix} (\hat{A}')^{-1} \hat{W}' X' \\ X' \end{matrix} \right) (Y\hat{A} + X\hat{W}) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = 0 \tag{3.21}$$

Persamaan (3.21) diubah dengan berdasarkan pada persamaan (3.16) yaitu  $u = y - Z\delta$  dan berdasarkan *reduced-form* yaitu  $\tilde{Z}_i = [\tilde{Y}_i X_i]$  dengan  $\tilde{Y}_i = -X\hat{W} \hat{A}^{-1}$  diperoleh dari *reduced-form* pada persamaan (3.3). Sehingga diperoleh  $\tilde{Z}_i$  untuk  $M$  persamaan adalah:

$$\tilde{Z} = \text{diagonal} [\tilde{Z}_1, \tilde{Z}_2, \dots, \tilde{Z}_M] \tag{3.22}$$

Sehingga pada persamaan (3.21) diperoleh bentuk sebagai berikut :

$$\tilde{Z}' u (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = 0$$

$$\tilde{Z}' (y - Z\delta) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = 0$$

$$\hat{\delta} = [\tilde{Z}' (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T Z]^{-1} [\tilde{Z}' (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T y] \tag{3.23}$$

$$\hat{\delta} = (\tilde{Q}' Z)^{-1} \tilde{Q}' y \tag{3.24}$$

Dengan

$$\tilde{Q} = \tilde{Z}' (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T \tag{3.25}$$

$$\text{Jadi diperoleh estimator untuk } \delta \text{ yaitu } \hat{\delta} = (\tilde{Q}' Z)^{-1} \tilde{Q}' y \tag{3.26}$$

Apabila pada persamaan (3.26) diperoleh parameter yang tidak linear, maka dilakukan proses iterasi dengan metode iterasi Berndt, Hall, Hall & Hausman (BHHH) sampai diperoleh nilai  $\hat{\delta}$  yang konvergen ke suatu titik, dengan bentuk dasar :

$$\hat{\delta}_{r+1} = \hat{\delta}_r + d\hat{\delta}, \text{ dengan } r = 1, 2, \dots$$

Misalkan  $r = 1$

$$\hat{\delta}_2 = \hat{\delta}_1 + d\hat{\delta} \tag{3.27}$$

Untuk mencari  $d\hat{\delta}$  dengan berdasarkan persamaan (3.27) adalah sebagai berikut:

$$\tilde{Z}' (y - Z\hat{\delta}) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = 0$$

$$\tilde{Z}' (y) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T = \tilde{Z}' (Z\hat{\delta}) (\hat{\Sigma})^{-1} \otimes I_T \text{ untuk } r = 1 \text{ maka:}$$

$$\tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 (Z\hat{\delta}_1 - y) + \tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 Z d\hat{\delta} + (d\tilde{Z}' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 + \tilde{Z}'_1 d(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)) (y - Z\hat{\delta}_1) = 0 \tag{3.28}$$

Dengan  $\tilde{Z}'_1$ ,  $(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1$  adalah nilai dari  $\tilde{Z}'$ ,  $(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)$  apabila  $\hat{\delta} = \hat{\delta}_1$ , dan  $d\tilde{Z}'$ ,  $d(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)$  adalah tambahan pada  $\tilde{Z}'$ ,  $(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)$  yang menyebabkan perubahan dari  $\hat{\delta}_1$  ke  $\hat{\delta}_2$ . Karena  $d\tilde{Z}'$ ,  $d(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)$  sangat kecil dibandingkan dengan  $\tilde{Z}'_1$ ,  $(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1$  maka dapat diabaikan dan hanya diperhatikan pada:

$$\tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 (Z\hat{\delta}_1 - y) + \tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 Z d\hat{\delta} = 0$$

$$d\hat{\delta} = [\tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 Z]^{-1} [\tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 (y - Z\hat{\delta}_1)] \tag{3.29}$$

Selanjutnya persamaan (3.29) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.27) sehingga diperoleh :

$$\hat{\delta}_2 = [\tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 Z]^{-1} [\tilde{Z}'_1 (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_1 y] \tag{3.30}$$

Jadi, berdasarkan pemisalan iterasi dengan  $r = 2$  diperoleh estimator yaitu:

$$\hat{\delta}_{r+1} = [\tilde{Z}'_r (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_r Z]^{-1} [\tilde{Z}'_r (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_T)_r y] \text{ dengan } r = 1, 2, \dots$$

Atau dapat ditulis :

$$\hat{\delta}_{r+1} = (\tilde{Q}'_r Z)^{-1} \tilde{Q}'_r y \tag{3.31}$$

Sehingga diperoleh estimator berdasarkan proses iterasi untuk  $\delta$  yaitu pada persamaan (3.31).

**Penerapan Metode FIML pada Sistem Persamaan Simultan**

Dalam hal ini digunakan data makroekonomi yang diperoleh dari BPS Yogyakarta dari tahun 1984 sampai dengan 2010 yang meliputi data tingkat suku bunga, Produk Domestik Regional Bruto (PDRB), stok uang, konsumsi rumah tangga, dan data investasi. Stok uang merupakan sisa dari PDRB menurut penggunaan pada tahun sebelumnya. Bentuk persamaan struktural pertama yang menyatakan bahwa stok uang pada tahun ke-t ( $M_t$ ) dipengaruhi oleh PDRB tahun ke-t ( $Y_t$ ), stok uang pada tahun sebelumnya ( $M_{t-1}$ ), suku bunga pada tahun ke-t ( $r_t$ ), dan faktor lain yang dapat mempengaruhi stok uang. Persamaan struktural yang ke dua menyatakan bahwa PDRB tahun ke-t ( $Y_t$ ) dipengaruhi oleh konsumsi rumah tangga tahun ke-t ( $CO_t$ ), stok uang pada tahun sebelumnya ( $M_{t-1}$ ), total investasi pada tahun ke-t ( $I_t$ ), dan faktor lain yang dapat mempengaruhi PDRB. Untuk persamaan struktural yang ketiga menyatakan bahwa konsumsi rumah tangga tahun ke-t ( $CO_t$ ) dipengaruhi oleh stok uang pada tahun ke-t ( $M_t$ ), suku bunga pada tahun ke-t ( $r_t$ ), suku bunga pada tahun sebelumnya ( $r_{t-1}$ ), dan faktor lain yang dapat mempengaruhi stok uang sebagai berikut:

$$M_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 M_{t-1} + \alpha_3 r_t + U_{1t} \tag{3.32}$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 CO_t + \beta_2 M_t + \beta_3 I_t + U_{2t} \tag{3.33}$$

$$CO_t = \delta_0 + \delta_1 M_t + \delta_2 r_t + \delta_3 r_{t-1} + U_{3t} \tag{3.34}$$

Dengan:

- $M_t$  = stok uang pada tahun ke-t
- $M_{t-1}$  = stok uang pada tahun ke t-1
- $r_t$  = Total suku bunga tahun ke-t
- $Y_t$  = Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) tahun ke-t
- $I_t$  = Total investasi swasta domestik bruto tahun ke-t
- $CO_t$  = konsumsi rumah tangga tahun ke-t
- $r_{t-1}$  = Total suku bunga tahun ke t-1

**Estimasi Parameter dengan Metode FIML dengan Menggunakan SPSS 19 dan EViews 7.2**

Program SPSS 19 dalam estimasi ini digunakan untuk menguji signifikansi bersama dan uji parsial pada masing-masing persamaan pada persamaan (3.32), (3.33), (3.34). Hasil uji parsial dengan program SPSS merupakan hasil estimasi untuk masing-masing persamaan tanpa

memperhatikan persamaan lain dalam model. Sedangkan hasil estimasi parameter dengan memperhatikan persamaan lain dalam model adalah estimasi parameter dengan metode FIML menggunakan program EViews 7.2.

**a. Uji Signifikansi Bersama dengan Program SPSS19**

Uji signifikansi bersama dengan program SPSS pada persamaan (3.32), (3.33), dan (3.34) menunjukkan bahwa pada setiap persamaan diperoleh nilai  $p$ -value = 0,000 lebih kecil dari 0,05. Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada persamaan (3.32), (3.33), dan (3.34), paling sedikit ada satu variabel predeterminan yang dapat berpengaruh terhadap variabel endogen.

**b. Uji Parsial dengan Program SPSS19**

• **Model Stok Uang**

Berdasarkan pada persamaan (3.32) diperoleh hasil output dengan program SPSS:

$$\begin{aligned} \hat{M}_t &= -123,967 + 0,026Y_t + 0,620 M_{t-1} + 6,286 r_t & (3.35) \\ \text{Standar error} &= (0,008) \quad (0,131) \quad (3,722) \\ p\text{-value} &= 0,004 \quad 0,000 \quad 0,105 \\ \bar{R}^2 &= 0,889 \end{aligned}$$

Diperoleh  $p$ -value untuk PDRB ( $Y_t$ ) dan stok uang tahun sebelumnya ( $M_{t-1}$ ) adalah 0,004 dan 0,000 lebih kecil dari 0,05 dengan standar error sebesar 0,008 dan 0,131. Sedangkan  $p$ -value untuk suku bunga ( $r_t$ ) adalah 0,105 lebih besar dari 0,05 dengan standar error sebesar 3,722. Sehingga dapat disimpulkan bahwa PDRB ( $Y_t$ ) dan variabel stok uang tahun sebelumnya ( $M_{t-1}$ ) signifikan mempengaruhi stok uang ( $M_t$ ) sedangkan suku bunga ( $r_t$ ) tidak signifikan mempengaruhi stok uang ( $M_t$ ). Selain itu, diperoleh nilai  $\bar{R}^2 = 0,889$ , yang berarti bahwa 88,9% variasi pada stok uang dapat dijelaskan oleh PDRB, stok uang tahun sebelumnya, dan suku bunga. Sedangkan sisanya yaitu 11,1% dijelaskan oleh faktor lain di luar model.

• **Model PDRB**

Berdasarkan pada persamaan (3.33) diperoleh hasil output dengan program SPSS:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t &= -259,118 + 1,968CO_t + 1,783 M_t + 0,442 I_t & (3.36) \\ \text{Standar error} &= (0,030) \quad (0,232) \quad (0,326) \\ p\text{-value} &= 0,0055 \quad 0,6525 \quad 0,7698 \\ \bar{R}^2 &= 0,999 \end{aligned}$$

Diperoleh  $p$ -value untuk konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ) dan stok uang ( $M_t$ ) adalah 0,000 dan 0,000 lebih kecil dari 0,05 dengan standar error sebesar 0,030 dan 0,232. Sedangkan  $p$ -value untuk variabel investasi ( $I_t$ ) adalah 0,189 lebih besar dari 0,05 dengan standar error sebesar 0,326. Sehingga dapat disimpulkan bahwa konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ) dan stok uang ( $M_t$ ) signifikan mempengaruhi PDRB ( $Y_t$ ) sedangkan investasi ( $I_t$ ) tidak signifikan mempengaruhi PDRB ( $Y_t$ ). Selain itu, diperoleh nilai  $\bar{R}^2 = 0,999$ , yang berarti bahwa 99,9% variasi pada PDRB dapat dijelaskan oleh konsumsi rumah tangga, stok uang, dan investasi. Sedangkan sisanya yaitu 0,1% dijelaskan oleh faktor lain di luar model.

• **Model Konsumsi Rumah Tangga**

Berdasarkan pada persamaan (3.34) diperoleh hasil output dengan program SPSS:

$$\begin{aligned} \widehat{CO}_t &= -2581,223 + 6,133M_t - 87,846 r_t - 15,778 r_{t-1} & (3.37) \\ \text{Standar error} &= (0,783) \quad (41,761) \quad (43,234) \\ p\text{-value} &= 0,000 \quad 0,047 \quad 0,781 \\ \bar{R}^2 &= 0,766 \end{aligned}$$

Diperoleh  $p$ -value untuk stok uang ( $M_t$ ) dan suku bunga ( $r_t$ ) adalah 0,000 dan 0,047 lebih kecil dari 0,05 dengan standar error sebesar 0,783 dan 41,761. Sedangkan  $p$ -value untuk suku bunga tahun sebelumnya ( $r_{t-1}$ ) adalah 0,781 lebih besar dari 0,05 dengan standar error sebesar 43,234. Sehingga dapat disimpulkan bahwa stok uang ( $M_t$ ) dan suku bunga ( $r_t$ ) signifikan mempengaruhi konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ) sedangkan suku bunga tahun sebelumnya ( $r_{t-1}$ ) tidak signifikan mempengaruhi konsumsi rumah tangga ( $CO_t$ ). Selain itu, diperoleh nilai  $\bar{R}^2 = 0,766$ , yang berarti bahwa 76,6% variasi pada konsumsi

rumah tangga dapat dijelaskan oleh stok uang, tingkat suku bunga tahun tersebut dan tahun sebelumnya. Sedangkan sisanya yaitu 23,4% dijelaskan oleh faktor lain di luar model.

**c. Estimasi Parameter Menggunakan Metode FIML dengan Program Eviews7.2**

Pada persamaan (3.32), (3.33), dan (3.34) dapat diestimasi dengan metode FIML menggunakan program EViews 7.2. Berdasarkan hasil output dari program EViews 7.2 dapat dilihat bahwa dengan metode BHHH, konvergensi dapat dicapai pada iterasi ke-568 dengan hasil estimasi parameter sebagai berikut:

$$\hat{M}^*_t = -285,5465 + 0,063427Y^*_t + 0,097435 M^*_{t-1} + 12,12340 r^*_t \tag{3.38}$$

$$\hat{Y}^*_t = -370,3526 + 2,052843CO^*_t + 1,307053M^*_t + 0,478464 I^*_t \tag{3.39}$$

$$\hat{CO}^*_t = 2390,234 + 6,289563M^*_t - 88,30695r^*_t - 7,172578 r^*_{t-1} \tag{3.40}$$

Berdasarkan pada persamaan (3.38), (3.39), dan (3.40) dapat dijabarkan sebagai berikut:

• **Hasil Estimasi Parameter untuk Model Stok Uang**

$\hat{M}^*_t$	=	-285,5465	+ 0,063427	$Y^*_t$	+ 0,097435	$M^*_{t-1}$	+ 12,12340	$r^*_t$
Standar error	=	(0,022862)		(0,216386)		(41,42575)		
<i>p-value</i>	=	0,0055		0,6525		0,7698		
$\bar{R}^2$	=	0,778						

Diperoleh *p-value* untuk PDRB ( $Y^*_t$ ) = 0,0055 lebih kecil dari 0,05 dengan standar error sebesar 0,022862. Sedangkan *p-value* untuk stok uang tahun sebelumnya ( $M^*_{t-1}$ ) dan suku bunga ( $r^*_t$ ) adalah 0,6525 dan 0,7698 lebih besar dari 0,05 dengan standar error berturut-turut sebesar 0,216386 dan 41,42575. Sehingga dapat disimpulkan bahwa PDRB ( $Y^*_t$ ) signifikan mempengaruhi stok uang ( $M^*_t$ ). Sedangkan stok uang tahun sebelumnya ( $M^*_{t-1}$ ) dan suku bunga ( $r^*_t$ ) tidak berpengaruh signifikan terhadap stok uang. Selain itu, diperoleh nilai  $\bar{R}^2 = 0,778$ , menunjukkan bahwa 77,8% variasi pada variabel stok uang dapat dijelaskan oleh variabel PDRB, stok uang tahun sebelumnya, dan suku bunga. Sedangkan sisanya yaitu 22,2% dijelaskan oleh faktor lain di luar model.

• **Hasil Estimasi Parameter untuk Model PDRB**

$\hat{Y}^*_t$	=	-370,3526	+ 2,052843	$CO^*_t$	+ 1,307053	$M^*_t$	+ 0,478464	$I^*_t$
Standar error	=	(0,319998)		(1,779656)		(0,583223)		
<i>P-value</i>	=	0,0000		0,4627		0,4120		
$\bar{R}^2$	=	0,998						

Berdasarkan output program EViews, diperoleh *p-value* untuk konsumsi rumah tangga ( $CO^*_t$ ) adalah 0,0000 lebih kecil dari 0,05 dengan standar error sebesar 0,319998. Sedangkan *p-value* untuk stok uang ( $M^*_t$ ) dan investasi ( $I^*_t$ ) adalah 0,4627 dan 0,4120 lebih besar dari 0,05 dengan standar error berturut-turut sebesar 1,779656 dan 0,583223. Sehingga dapat disimpulkan bahwa konsumsi rumah tangga ( $CO^*_t$ ) signifikan mempengaruhi PDRB ( $Y^*_t$ ). Sedangkan stok uang ( $M^*_t$ ) dan investasi ( $I^*_t$ ) tidak berpengaruh signifikan terhadap konsumsi rumah tangga. Selain itu, diperoleh nilai  $\bar{R}^2 = 0,998$ , yang menunjukkan bahwa 99,8% variasi pada variabel PDRB dapat dijelaskan oleh variabel konsumsi rumah tangga, stok uang, dan investasi. Sedangkan sisanya yaitu 0,2% dijelaskan oleh faktor lain di luar model.

• **Hasil Estimasi Parameter untuk Konsumsi Rumah Tangga**

$\hat{CO}^*_t$	=	2390,234	+ 6,289563	$M^*_t$	- 88,30695	$r^*_t$	- 7,172578	$r^*_{t-1}$
Standar error	=	(3,165960)		(282,5547)		(20,51865)		
<i>p-value</i>	=	0,0470		0,7546		0,7267		
$\bar{R}^2$	=	0,765						

Berdasarkan output program EViews, diperoleh *p-value* untuk stok uang ( $M^*_t$ ) adalah 0,0470 lebih kecil dari 0,05 dengan standar error sebesar 3,165960. Sedangkan *p-value* untuk suku bunga tahun tertentu ( $r^*_t$ ) dan tahun sebelumnya ( $r^*_{t-1}$ ) adalah 0,7546 dan 0,7267



lebih besar dari 0,05 dengan standar error berturut-turut sebesar 282,5547 dan 20,51865. Sehingga dapat disimpulkan bahwa stok uang ( $M^*_t$ ) signifikan mempengaruhi konsumsi rumah tangga ( $CO^*_t$ ). Sedangkan suku bunga tahun tersebut dan tahun sebelumnya tidak berpengaruh signifikan terhadap stok uang. Selain itu, diperoleh nilai  $\bar{R}^2 = 0,765$ , yang menunjukkan bahwa 76,5% variasi pada variabel konsumsi rumah tangga dapat dijelaskan oleh variabel stok uang, suku bunga tahun tertentu, dan suku bunga tahun sebelumnya. Sedangkan sisanya yaitu 23,5% dijelaskan oleh faktor lain di luar model.

### C. SIMPULAN DAN SARAN

#### SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan tentang estimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan metode *Full Information Maximum Likelihood* (FIML) dapat disimpulkan:

- Langkah-langkah dalam mengestimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode *Full Information Maximum Likelihood* (FIML) yaitu:
  - Menentukan *pdf* bersama dari variabel error .
  - Menentukan fungsi likelihood pada variabel error.
  - Menentukan fungsi loglikelihood untuk variabel error.
  - Memaksimalkan fungsi loglikelihood untuk variabel error.
  - Mengestimasi parameter untuk  $\Sigma$  dan  $\delta$ .
- Penerapan estimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan metode FIML pada data makro ekonomi dengan model sebagai berikut:

$$M_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 M_{t-1} + \alpha_3 r_t + U_{1t}$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 CO_t + \beta_2 M_t + \beta_3 I_t + U_{2t}$$

$$CO_t = \delta_0 + \delta_1 M_t + \delta_2 r_t + \delta_3 r_{t-1} + U_{3t}$$

Berdasarkan output dari program EViews 7.2 menunjukkan bahwa dengan metode BHHH, konvergensi dapat dicapai pada iterasi ke-568 dengan hasil estimasi parameter sebagai berikut:

$$\hat{M}^*_t = -285,5465 + 0,063427Y^*_t + 0,097435 M^*_{t-1} + 12,12340 r^*_t$$

$$\hat{Y}^*_t = -370,3526 + 2,052843CO^*_t + 1,307053M^*_t + 0,478464 I^*_t$$

$$\hat{CO}^*_t = 2390,234 + 6,289563M^*_t - 88,30695r^*_t - 7,172578 r^*_{t-1}$$

Variabel yang signifikan mempengaruhi stok uang ( $\hat{M}^*_t$ ) yaitu hanya PDRB ( $Y^*_t$ ). Variabel yang signifikan mempengaruhi PDRB ( $\hat{Y}^*_t$ ) yaitu hanya konsumsi rumah tangga ( $CO^*_t$ ). Variabel yang signifikan mempengaruhi konsumsi rumah tangga ( $\hat{CO}^*_t$ ) yaitu hanya stok uang ( $M^*_t$ ). Jadi, terdapat hubungan simultan pada stok uang, PDRB, dan konsumsi rumah tangga yaitu stok uang signifikan dipengaruhi PDRB, PDRB signifikan dipengaruhi konsumsi rumah tangga, dan konsumsi rumah tangga signifikan dipengaruhi stok uang.

#### SARAN

Dalam hal ini membahas tentang estimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan metode FIML pada data ekonomi makro yang melibatkan stok uang, konsumsi rumah

---

tangga, dan PDRB. Analisa dapat dilakukan dengan bentuk model dan data yang lain menggunakan metode *Full Information Instrumental Variables* (FIIV).

#### **D. DAFTAR PUSTAKA**

Gujarati, Damodar N. (2003). *Basic Econometrics*. New York: Mc.Grawhill.

Intriligator, MD, Bodkin, R.G & Hsiao, Cheng. (1996). *Econometric Models, Techniques, and Applications*. USA: Prentice-Hall.

Maddala, G.S. (1977). *Econometrics*. New York : McGraw-Hill Book Company.

Sukirno, Sadono. (1999). *Pengantar Teori Makro Ekonomi*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada.

Sumodiningrat, Gunawan. (1994). *Ekonometrika Pengantar*. Yogyakarta: BBEF-Yogyakarta.