

**PEMODELAN *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION*
DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN
PADA SEKTOR UTAMA DI JAWA TIMUR**

Agus Budhi Santosa¹, Nur iriawan², Seiawan³, Mohammad Dokhi⁴

^{1,2,3} Jurusan Statistika FMIPA-ITS, ⁴ STIS

¹agus10@mhs.statistika.its.ac.id, ²nur_i@statistika.its.ac.id,

³setiawan@statistika.its.ac.id, ⁴dokhi@stis.ac.id

Abstrak

Seemingly Unrelated Regression (SUR) adalah model ekonometrika yang banyak digunakan dalam menyelesaikan beberapa persamaan regresi dimana masing-masing persamaan memiliki parameter sendiri dan nampak bahwa tiap persamaan tidak berhubungan (*seemingly unrelated*). Namun demikian, antar persamaan-persamaan tersebut terjadi kaitan satu sama lainnya yaitu dengan adanya korelasi antar error dalam persamaan yang berbeda. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pemodelan SUR melalui pendekatan Bayesian pada sektor utama PDRB di Jawa Timur meliputi sektor sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan, dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR) dengan memperhatikan faktor-faktor ekonomi yang berpengaruh terhadap PDRB yaitu jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi dalam negeri dan investasi swasta. Metode estimasi yang digunakan dalam pendugaan parameter adalah metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) menggunakan *Gibbs sampling*.

Kata kunci: SUR, PDRB, MCMC, *Gibbs sampling*

A. PENDAHULUAN

Fenomena ekonomi merupakan salah satu fenomena yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Dalam upaya memahami fenomena ekonomi tersebut telah banyak dikembangkan teori-teori ekonomi yang mencoba mendefinisikan hubungan antara berbagai variabel ekonomi dalam bentuk matematis. Hubungan kuantitatif antara variabel-variabel ekonomi yang ukuran-ukuran kuantitatifnya diperoleh dari dunia nyata sangat diperlukan sebagai pedoman dalam perumusan kebijakan ekonomi.

Salah satu cara yang sederhana dalam mendefinisikan hubungan antara variabel ekonomi tersebut adalah dengan menggunakan model regresi linier. Dalam regresi linier dipelajari adanya hubungan antara satu atau lebih variabel bebas (*independent*) dengan satu variabel tak bebas (*dependent*) yang membentuk suatu model matematis. Model tersebut berupa model persamaan tunggal (*single equation models*). Model persamaan regresi tunggal yaitu suatu model yang terdiri atas satu persamaan regresi atau beberapa persamaan yang tidak ada keterkaitan antara persamaan yang satu dengan persamaan yang lain. Fenomena ekonomi tidak cukup hanya dengan melibatkan satu persamaan, seringkali terjadi dari beberapa persamaan yang saling terkait yang berupa *multiple equation models* seperti persamaan *seemingly unrelated regression* dan persamaan simultan.

Seemingly unrelated regression (SUR) adalah model ekonometrika yang banyak digunakan dalam menyelesaikan beberapa persamaan regresi dimana masing-masing persamaan memiliki parameter sendiri dan nampak bahwa tiap persamaan tidak berhubungan (*seemingly*

unrelated). Namun demikian, antar persamaan-persamaan tersebut terjadi kaitan satu sama lainnya yaitu dengan adanya korelasi antar *error* dalam persamaan yang berbeda. Zellner (1962) memperkenalkan model SUR dengan menerapkan pada kasus perusahaan *General Electric* (GE) dan *Westinghouse*. Zellner menduga bahwa terdapat korelasi yang cukup tinggi diantara kedua perusahaan tersebut, sehingga diperlukan suatu pemodelan khusus dengan memperhatikan matrik varian kovariannya. Penelitian terhadap model SUR telah banyak dilakukan oleh para peneliti sejak diperkenalkan oleh Zellner pada tahun 1962. Beberapa penelitian yang memberikan kontribusi terhadap pengembangan masalah estimasi SUR yakni, Kakwani (1967), Park. (1967), Guilkey dan Schmidt (1973), Dwivedi dan Srivastava (1978). Zellner (1971) juga merupakan orang pertama yang memperkenalkan estimasi SUR dengan pendekatan Bayesian. Selanjutnya peneliti lain yang melakukan analisis Bayesian SUR diantaranya Percy (1992), Chib dan Greenberg (1995), Smith dan Kohn (2000), Ng.V.M (2001) dan Zellner dan Ando (2010). Metode Bayesian menggunakan teorema Bayes sebagai dasar dalam inferensial statistiknya, sering digunakan dalam menyelesaikan model-model yang sangat kompleks. Pendekatan metode Bayesian memandang parameter sebagai variabel random yang memiliki distribusi sehingga hasil estimasinya menjadi lebih efisien.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pemodelan SUR melalui pendekatan Bayesian pada sektor utama PDRB di Jawa Timur meliputi sektor sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan, dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR) dengan memperhatikan faktor-faktor ekonomi yang berpengaruh terhadap PDRB (Bappenas 2006) yaitu jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi dalam negeri dan investasi swasta. Kontribusi yang cukup besar yaitu sekitar 72 persen terhadap total PDRB Jawa Timur, menjadikan ketiga sektor utama tersebut sering digunakan sebagai indikator perkembangan perekonomian di Jawa Timur.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan model SUR yang diperkenalkan Zellner dengan model persamaan sebagai berikut (Greene, 2003) :

$$\begin{aligned}
 y_{1t} &= \beta_{10} + \beta_{11}X_{1t,1} + \beta_{12}X_{1t,2} + \dots + \beta_{1k_1}X_{1t,k_1} + u_{1t} \\
 y_{2t} &= \beta_{20} + \beta_{21}X_{2t,1} + \beta_{22}X_{2t,2} + \dots + \beta_{2k_2}X_{2t,k_2} + u_{2t} \\
 &\vdots \\
 y_{Mt} &= \beta_{M0} + \beta_{M1}X_{Mt,1} + \beta_{M2}X_{Mt,2} + \dots + \beta_{Mk_M}X_{Mt,k_M} + u_{Mt}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

dengan $t = 1, 2, \dots, T$.

Persamaan (1) dapat ditulis dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} ; \mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}),
 \tag{2}$$

dengan \mathbf{y} dan \mathbf{u} adalah suatu vektor berdimensi $(TM) \times 1$, dan \mathbf{X} adalah matriks berukuran $(TM) \times (K + 1)$, dan $\boldsymbol{\beta}$ adalah suatu vektor berdimensi $(K + 1) \times 1$ dimana $K = \sum_{m=1}^M k_m$. Estimasi parameter model SUR dilakukan dengan menggunakan metode *Generalized Least Square* (GLS) (Park, 1967) adalah sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{y}.
 \tag{3}$$

Sedangkan metode estimasi dalam analisis Bayesian SUR adalah metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) menggunakan *Gibbs sampling* dengan *conjugate prior distribution* Normal Invers Wishart . Distribusi *posterior* dari parameter θ diperoleh dari proses pembaruan informasi *prior* dengan menggunakan informasi dari hasil pengamatan. Dengan demikian *posterior* adalah proporsional terhadap *likelihood* dikalikan dengan *prior* dari parameter model (Box dan Tiao, 1973) seperti berikut:

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta})
 \tag{4}$$

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) untuk periode tahun 1991-2010. Data yang digunakan adalah data PDRB, tenaga kerja dan upah tenaga kerja serta data investasi (PMDN dan PMA) untuk masing-masing sektor utama yaitu sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR). Model SUR untuk data PDRB Jawa Timur yang diusulkan adalah berdasarkan model pada persamaan (1). Berdasarkan model tersebut variabel yang digunakan dalam penelitian ini, mengacu pada variabel yang digunakan Bappenas (2006), terdiri dari variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X) terdiri dari :

- y_{1t} : PDRB sektor Pertanian (Juta rupiah)
- y_{2t} : PDRB sektor Industri (Juta rupiah)
- y_{3t} : PDRB sektor Perdagangan, Hotel, dan Restoran (PHR) (Juta rupiah)
- $X_{1t,1}$: Jumlah tenaga kerja sektor Pertanian (jiwa)
- $X_{2t,1}$: Jumlah tenaga kerja sektor Industri (jiwa)
- $X_{3t,1}$: Jumlah tenaga kerja sektor PHR (jiwa)
- $X_{1t,2}$: Upah tenaga kerja sektor Pertanian (rupiah)
- $X_{2t,2}$: Upah tenaga kerja sektor Industri (rupiah)
- $X_{3t,2}$: Upah tenaga kerja sektor PHR (rupiah)
- $X_{1t,3}$: Investasi dalam negeri (PMDN) sektor Pertanian (Juta rupiah)
- $X_{2t,3}$: Investasi dalam negeri (PMDN) sektor Industri (Juta r rupiah)
- $X_{3t,3}$: Investasi dalam negeri (PMDN) sektor PHR (Juta rupiah)
- $X_{1t,4}$: Investasi swasta (PMA) sektor Pertanian (Juta rupiah)
- $X_{2t,4}$: Investasi swasta (PMA) sektor Industri (Juta rupiah)
- $X_{3t,4}$: Investasi swasta (PMA) sektor PHR (Juta rupiah)

C. PEMBAHASAN

Pemodelan *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) pada penelitian ini mempunyai tiga persamaan dimana antara variabel responnya mempunyai korelasi yang cukup tinggi sebagaimana yang disyaratkan dalam model SUR. Tabel 1 memperlihatkan besaran angka korelasi yang cukup tinggi diantara ketiga variabel respon, bahkan korelasi antara PDRB sektor pertanian dengan PDRB sektor perdagangan, hotel dan restoran mencapai angka 0,997. Hal ini memperkuat alasan penggunaan SUR dalam pemodelan PDRB sektor utama di Jawa Timur.

Tabel.1
Korelasi diantara PDRB Sektor Utama di Jawa Timur

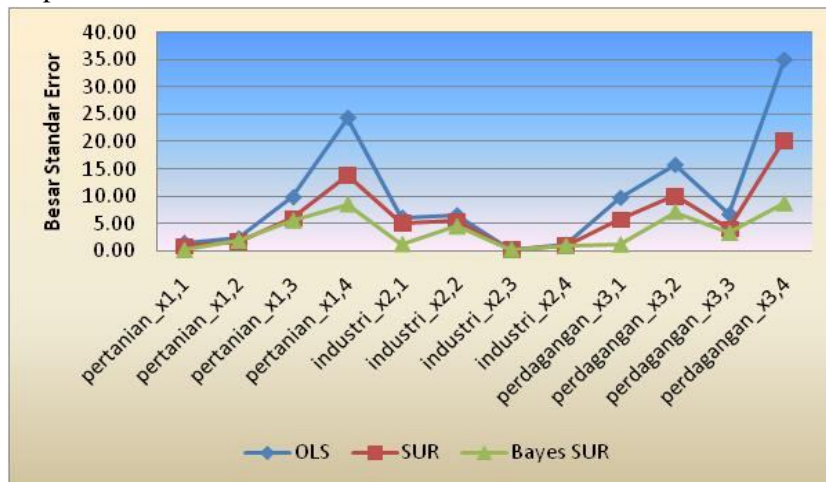
Correlations		PDRB Sektor Pertanian	PDRB Sektor Industri	PDRB Sektor Perdagangan
PDRB Sektor Pertanian	Pearson Correlation	1	.885**	.997**
	Sig. (2-tailed)		.000	.000
	N	20	20	20
PDRB Sektor Industri	Pearson Correlation	.885**	1	.903**
	Sig. (2-tailed)	.000		.000
	N	20	20	20
PDRB Sektor Perdagangan	Pearson Correlation	.997**	.903**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	
	N	20	20	20

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Sumber: Hasil olah data dengan SPSS 20

Gambar 1 menunjukkan perbandingan besarnya standar *error* dari tiga metode estimasi, yaitu *Ordinary Least Squares* (OLS), SUR dan Bayes SUR. Berdasarkan gambar 2 tersebut, nampak bahwa metode Bayes SUR memiliki standar *error* paling rendah dibandingkan metode

OLS maupun SUR. Hal ini memperlihatkan bahwa hasil estimasi parameter model SUR yang dilakukan dengan pendekatan Bayesian merupakan estimator paling efisien. Dengan demikian model Bayes SUR yang dihasilkan dapat digunakan sebagai dasar perencanaan strategis dalam meningkatkan pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur.



Gambar 1.
Perbandingan Efisiensi Hasil Estimasi OLS, SUR dan Bayes SUR

Hasil estimasi parameter dari model Bayes SUR dengan bantuan program paket R dapat dilihat pada tabel 2. Semua estimasi parameternya bertanda positif sesuai dengan teori ekonomi bahwa peningkatan jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi PMDN dan investasi PMA akan menyebabkan kenaikan besarnya PDRB. Namun pengujian parsial terhadap masing-masing variabel menghasilkan tiga variabel tidak signifikan, yaitu investasi PMDN sektor pertanian (x1,3), investasi PMA sektor pertanian (x1,4), investasi PMDN sektor industri (x2,3) dan investasi PMA sektor perdagangan (x3,4).

Berdasarkan hasil estimasi parameter model pada tabel 2, diperoleh model untuk ketiga sektor utama PDRB di Jawa Timur sebagai berikut:

- Untuk PDRB sektor pertanian :

$$y_1 = 0,027 + 4,883X_{1,1} + 13,821X_{1,2} + 4,754X_{1,3} + 7,881X_{1,4}$$

- Untuk PDRB sektor industri pengolahan :

$$y_2 = -0,036 + 22,998X_{2,1} + 16,747X_{2,2} + 0,057X_{2,3} + 4,015X_{2,4}$$

- Untuk PDRB sektor perdagangan, hotel dan restoran :

$$y_3 = -0,04 + 14,018X_{3,1} + 35,138X_{3,2} + 6,43X_{3,3} + 8,758X_{3,4}$$

Pada model PDRB sektor pertanian terlihat bahwa variabel upah tenaga kerja merupakan faktor yang mempunyai pengaruh paling besar dengan angka koefisien 13,821. Hal ini berarti kenaikan upah tenaga kerja sebesar 1 rupiah dapat meningkatkan nilai PDRB sektor pertanian sebesar 13,8 juta rupiah. Demikian juga dengan model pada PDRB sektor perdagangan, hotel dan restoran, variabel yang terbesar pengaruhnya adalah upah tenaga kerja yang memiliki angka koefisien 35,138. Sedangkan model PDRB sektor industri pengaruh variabel jumlah tenaga kerja menjadi yang paling besar dengan nilai koefisien 22,998, artinya kenaikan satu orang pekerja bisa meningkatkan nilai PDRB sector industry sebesar hampir 23 juta rupiah. Pengaruh variabel investasi dalam negeri (PMDN) pada model PDRB sektor industri sangat kecil dibandingkan pengaruh variabel investasi swasta (PMA). Kenyataan ini menunjukkan bahwa selama ini pengembangan sektor industri lebih banyak didukung oleh investasi swasta (PMA).

Tabel.2

Hasil Estimasi Bayesinan SUR Dengan *Conjugate Prior Distribution Normal-Invers Wishart*

variabel	Means posterior	Posterior Quantiles			
		2.50%	5%	50%	95%
pertanian_(Intercept)	0.027	-19.63	-16.53	0.034	16.51
Jml tenaga kerja sektor pertanian_x11	4.883	4.728	4.75	4.879	5.03
Upah TK sektor pertanian_x12	13.821	9.935	10.66	13.892	16.72
investasi PMDN sektor pertanian_x13	4.754	-6.269	-4.43	4.805	13.74
investasi PMA sektor pertanian_x14	7.881	-9.15	-6.33	8.006	21.82
industri_(Intercept)	-0.036	-19.611	-16.46	-0.047	16.42
Jml tenaga kerja sektor industri_x21	22.998	20.793	21.14	22.948	25.01
Upah TK sektor industri_x22	16.747	7.594	9.25	16.873	23.89
investasi PMDN sektor industri_x23	0.057	-0.33	-0.27	0.053	0.39
investasi PMA industri_x24	4.015	2.18	2.49	4.027	5.5
perdagangan_(Intercept)	-0.04	-19.54	-16.48	-0.063	16.4
Jml tenaga kerja sektor perdagangan_x31	14.018	11.917	12.24	13.972	15.96
Upah TK sektor perdagangan_x32	35.138	20.398	22.91	35.442	46.25
investasi PMDN sektor perdagangan_x33	6.43	0.023	1.16	6.398	11.84
investasi PMA perdagangan_x34	8.758	-8.406	-5.63	8.768	23.05

based on 90000 valid draws (burn-in=10000)

Sumber: Hasil olah data dengan R 2.9.0

D. KESIMPULAN

Penggunaan metode SUR pada pemodelan PDRB sektor utama didukung oleh tingginya Angka korelasi diantara ketiga variabel respon (PDRB sector pertanian, PDRB sektor industri dan PDRB sektor perdagangan) yang mencapai rata-rata 0,93. Pemodelan Bayesinan SUR merupakan model yang menghasilkan estimasi parameter paling efisien dibandingkan dengan metode OLS maupun SUR. Pada model PDRB sektor pertanian dan PDRB sektor perdagangan, variabel upah tenaga kerja merupakan faktor yang berpengaruh paling besar. Sedangkan variabel jumlah tenaga kerja menjadi variabel yang terbesar pengaruhnya pada model PDRB sektor industri.

E. DAFTAR PUSTAKA

- Bappenas. (2006). Laporan Hasil Kajian Tahun 2006 : Penyusunan Model Perencanaan Lintas Wilayah dan Lintas Sektor. Bappenas : Jakarta
- Box, G. dan Tiao, G. (1973). Bayesian Inference in Statistical Analysis. Addison-Wesley: Reading MA
- BPS. (1990-2010). Produk Domestik Regional Bruto Provinsi Jawa Timur. BPS Provinsi Jawa Timur.
- BPS. (1990-2010). Survei Angkatan Kerja Nasional Provinsi Jawa Timur. BPS Provinsi Jawa Timur.
- BPS. (1990-2010). Provinsi Jawa Timur dalam Angka. BPS Provinsi Jawa Timur.
- Casella, G., dan George, E.I. (1992), "Explaining the Gibbs Sampler", The American Statistician, Vol. 46, No. 3, hal. 167-174
- Carlin, B., dan Chib, S. (1995). Bayesian model choice via Markov Chain Monte Carlo methods. Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, 57(3) , 473-484

- Dufour J. dan L. Khalaf (2002): Exact tests for contemporaneous correlation of disturbances in seemingly unrelated regressions. *Journal of Econometrics* 106, 143–170
- Dwivedi, T.D. dan Srivastava, V.K. (1978). Optimality of least squares in the seemingly unrelated regression equation model. *Journal of Econometrics* 7: 391-395.
- Gelman, A., Carlin, J.B., Stern H.S., dan Rubin, D.B. (2004), *Bayesian Data Analysis, Second Edition*, Chapman & Hall/CRC.
- Greene A., (2003),” *Ekonometric Analisis, Fifth Edition* New York University.
- Gujarati D. N, (2004),” *Basic Econometrics, Fourth Edition*. Mc Graw-Hill, New York.
- Guilkey, D.K. dan Schmidt, P. (1973). Estimation of seemingly unrelated regressions with vector autoregressive errors. *Journal of the American Statistical Association* 68 (343): 642-647. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2284793>
- Kakwani, N.C. (1967). The unbiasedness of Zellner’s seemingly unrelated regression equations estimators. *Journal of the American Statistical Association* 62 (317): 141-142. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2282917>
- Kowalski, J.R., Mendoza-Blanco, X., Tu, M. dan Gleser, L.J., (1999). On the difference in inference and prediction between the joint and independent t-error models for seemingly unrelated regressions. *Communications in Statistics, Part A_Theory and Methods* 28, 2119_2140.
- Ng, V. M. (2002). Robust Bayesian inference for seemingly unrelated regressions with elliptical errors. *Journal of Multivariate Analysis*, 83, 409–414.
- Park. (1967). Efficient Estimation of System of Regression Equations When Disturbances Are Both Serially and Contemporaneously Correlated. *Journal of the American Statistical Association* 62. 500-509.
- P.A.V.B. Swamy dan J.S. Mehta, (1975) On Bayesian estimation of seemingly unrelated regressions when some observations are missing, *J. Econometrics* 3 157–169.
- Singh, B. dan Ullah, A. (1974). Estimation of seemingly unrelated regressions with random coefficients. *Journal of the American Statistical Association* 69 (345): 191-195, Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2285522>.
- Zellner (1962): An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression Equations and Tests for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 57. 348-368. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2281644>.
- Zellner, A. (1963). Estimators for seemingly unrelated regression equations: some exact finite sample results. *Journal of the American Statistical Association* 58(304): 977-992. Zellner, A. 1971. *An introduction to Bayesian inference in econometrics*. New York: Wiley. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2283326> .
- Zellner, A. (1989). Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration. *Journal of Econometrics* Vol 57 (No. 6), 1317 – 1339.