

Peran Penalaran Matematik untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik Siswa

Oleh :

Ani Minarni

Mahasiswa S3 Pendidikan Matematika SPS UPI Bandung

Abstrak

Kemampuan bernalar merupakan salah satu kemampuan yang harus tumbuh berkembang dan dikuasai siswa dalam mempelajari matematika oleh karena kemampuan penalaran bersama-sama dengan kemampuan pemahaman, koneksi dan kemampuan lainnya mendasari kemampuan pemecahan masalah. Beberapa hasil penelitian internasional dianalisis dalam makalah ini terutama untuk melihat isu-isu yang berkembang di kelas yang bermanfaat bagi dan berkaitan dengan kemampuan penalaran dan kemampuan pemecahan masalah matematika. Di bagian akhir, analisis difokuskan pada peran penalaran matematik untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematik siswa.

Abstract

Reasoning is one of the ability that must grow up and mastered by students in learning mathematics, since reasoning together with understanding, connection and other ability are basis for problem solving ability. In this paper results of some researches are analysed especially to looking for the issues developed in the classrooms that give advantages to and have the connection with reasoning ability and problem solving ability. It then focuses on the role of reasoning to improving students' mathematical problem solving ability.

A. Pendahuluan

Kemampuan bernalar merupakan salah satu dari sekian banyak kecerdasan yang sangat penting dipunyai dan dikuasai siswa terlebih saat mempelajari matematika. Hal ini karena kemampuan inilah yang terutama digunakan anak sewaktu dihadapkan pada masalah matematik yang mesti diselesaiannya. *National Council Of Teachers Of Mathematics* (NCTM, 2000) menegaskan benalar dan membuktikan adalah salah satu lima kompetensi yang harus tumbuh dan berkembang manakala anak belajar matematika. Sejalan dengan itu, Kilpatrick, et al. (2001) menjelaskan penalaran adaptif merupakan satu dari lima komponen yang membentuk jalinan kemahiran bermatematika. Sesuai dengan pandangan konstruktivisme, di sekolah anak seyogianya diberi kesempatan seluas-luasnya melihat dan mengalami proses pemecahan berbagai masalah untuk membangun sendiri pengetahuan yang baru baginya. Sedapatnya guru menyajikan masalah kontekstual guna diselesaikan oleh anak baik secara perorangan maupun berkelompok. Dengan demikian anak dirangsang untuk mengaitkan pengetahuan dan pengalamannya dengan masalah yang dihadapi sekaligus menggunakan struktur kognitifnya untuk menyelesaikan masalah itu. Dalam rangka mencari selesaian masalah inilah anak didorong untuk membangun ide, menemukan dan mencobakan strategi yang mungkin cocok, dan merumuskan serta membuktikan dugaan yang muncul sewaktu merespon masalah tersebut. Dengan menjalani semua proses itu diharapkan anak terbiasa dan terampil mengolah nalaranya dalam rangka menyelesaikan masalah baik dalam ranah matematika maupun di luarnya.

Sebagaimana kecerdasan dasar lainnya yang diwarisi anak saat dilahirkan, kemampuan bernalar inilah yang digunakan dan diasah untuk memahami dunia. Secara akumulatif dan dengan percepatan yang begitu tinggi anak belajar segala sesuatu yang ada di sekelilingnya. Anak belajar berbagai hal, mulai dari fakta, konsep, prinsip atau aturan, dan beragam prosedur. Sebagian dari apa yang dipelajarinya itu tersimpan di ingatan jangka panjang sebagai pengetahuan. Pengetahuan dan pengalamannya inilah

yang kemudian menjadi modal yang setiap waktu mesti dipanggil dan bahkan dimodifikasi sesuai keperluan saat menghadapi beragam masalah yang harus diselesaikan. Pengetahuan dan pengalaman baru yang diperolehnya ini kembali menjadi modal tatkala menemui dan menghadapi masalah baru lagi. Demikian seharusnya siklus berkembang itu berlangsung.

B. Kajian Teoretis Tentang Penalaran Matematik

Menurut O'Daffler dan Thornquist dalam Anzt dan Yaloz-Fcmia (NCTM 1999, p.117), penalaran matematik adalah bagian dari berpikir matematik yang meliputi membuat perumuman dan menarik simpulan sahih tentang gagasan-gagasan dan bagaimana gagasan tersebut saling terkait. *Curriculum and Evaluation Standards* (NCTM, 1989) memberikan tanda-tanda saat proses penalaran sedang berlangsung, yaitu bila: (a) menggunakan coba-ralat dan bekerja mundur untuk menyelesaikan masalah, (b) membuat dan menguji dugaan, (c) menciptakan argumen

Dapat ditambahkan, sebenarnya penalaran pula yang di gunakan untuk melakukan abstraksi. Russel (NCTM, 1999, p.1) mengatakan penalaran matematik adalah pusat belajar matematika. Ia berargumen, matematika adalah suatu disiplin berkenaan dengan obyek abstrak dan penalaranlah alat untuk memahami abstraksi. Ia tambahkan penalaranlah yang digunakan untuk berpikir tentang sifat-sifat sekumpulan obyek matematik dan mengembangkan perumuman yang dikenakan padanya. Pernyataan Russel ini sejalan dengan pengertian penalaran matematik dari O'Daffler dan Thornquist di atas, bahwa penalaran melibatkan beberapa keterampilan penting seperti menyelidiki pola, membuat dan menguji dugaan (conjecture), dan menggunakan penalaran deduktif dan induktif formal untuk memformulasikan argumen matematik. Selanjutnya Dominowski (2002, p.57) menyatakan penalaran adalah jenis khusus dari pemecahan masalah. Dengan kata lain, penalaran adalah bagian tertentu dari pekerjaan memecahkan masalah yang dengan demikian merupakan bagian dari bermatematika (doing mathematics). Semuanya sejalan. Intinya, penalaran adalah alat untuk memahami matematika dan pemahaman matematik itu digunakan untuk menyelesaikan masalah. Pengalaman menyelesaikan masalah pada gilirannya memperkuat pemahaman dan penalaran matematik yang kemudian kembali menjadi modal untuk memecahkan masalah baru atau masalah yang lain lagi. Demikian siklus itu seharusnya berlangsung sebagaimana telah disinggung di depan. Menurut NCTM (NCTM, 2000, p. 56), bernalar matematik adalah suatu kebiasaan, dan seperti kebiasaan lainnya, maka ia mesti dikembangkan melalui pemakaian yang konsisten dan dalam berbagai konteks. NCTM menambahkan, orang yang bernalar dan berpikir secara analitik akan cenderung mengenal pola, struktur, atau keberaturan baik di dunia nyata maupun pada simbol-simbol. Orang ini gigih mencari tahu apakah pola itu terjadi secara kebetulan ataukah ada alasan tertentu. Ia membuat dugaan dan menyelidiki kebenaran atau ketidakbenaran dugaan itu. Membuat dan menyelidiki dugaan adalah hal yang sangat penting dalam matematika, karena melalui dugaan berbasis informasilah penemuan matematik sering terjadi. Jadi, melalui pemecahan masalah matematik siswa dibimbing, didorong, dan difasilitasi untuk mengasah seluruh kemampuan penalaran matematiknya agar dapat tumbuh dan berkembang seperti yang diharapkan.

C. Hasil Penelitian

Berikut disajikan hasil penelitian dari manca negara yang mengungkap berbagai bentuk dan jenis penalaran matematik yang muncul manakala anak memecahkan masalah

matematik sebagaimana dilaporkan Oleh Kishimoto (2000), Bjuland (2007), Dindyal (2007), Hunter (2007), Karp (2007), Osta dan Labban (2007), dan Hunter dan Anthony (2008).

Kishimoto (2000) secara khusus memfokuskan penelitiannya untuk melihat besar pengaruh penalaran kesebandingan dan kemampuan metakognisi terhadap kemampuan siswa sekolah dasar kelas 4, 5, dan 6 di Jepang dalam memecahkan masalah (seal) cerita perkalian berpecahan desimal. Dalam penelitian ini tidak ada perlakuan khusus apapun dalam pembelajaran.

Dari hasil analisis data ditemukan kinerja siswa semakin baik seiring dengan kian tingginya kelas. Dari persamaan regresi, disimpulkan bahwa penalaran kesebandingan mempunyai pengaruh yang lebih besar dibandingkan metakognisi terhadap keberhasilan menyelesaikan soal cerita perkalian di kelas 5 dan 6.

Kishimoto mengutip Inhelder dan Piaget yang menemukan bahwa konsep perbandingan berkembang pada diri anak pada usia antara 11 dan 12. Berdasarkan inilah peneliti berpendapat bahwa itulah sebabnya mengapa siswa kelas 5 dan kelas 6 mempunyai keterampilan penalaran kesebandingan yang lebih berkembang ketimbang siswa kelas 4 manakala mereka memecahkan soal cerita perkalian.

Hal lain yang menurut Kishimoto perlu diperhatikan ialah bahwa ternyata keberhasilan menyelesaikan soal cerita perkalian hanya dapat dijelaskan oleh faktor penalaran kesebandingan dan metakognisi sebesar 52%. Untuk itu, menurutnya, guna membantu anak menyelesaikan soal cerita berperkalian desimal, tidak cukup mengajari anak tentang perkalian tetapi juga perlu mendorongnya untuk mengembangkan keterampilan lain seperti penalaran sebanding dan kemampuan memecahkan masalah. Ketur bilangan menentukan tingkat kesulitan masalah.

Berikutnya Bjuland (2007) meneliti mahasiswa yang bekerja secara kolaboratif untuk memecahkan 2 masalah geometri tanpa campur tangan dosen. Dalam laporannya peneliti fokus pada empat kelompok strategi huristik yang muncul ketika mahasiswa berdialog yaitu memvisualkan (menerjemahkan masalah ke dalam bentuk visual), memantau, mempertanyakan, dan strategi logik.

Sampel dalam penelitian ini adalah 105 orang mahasiswa calon guru semester pertama. Mereka dibagi ke dalam 21 kelompok. Darinya dipilih secara acak 3 kelompok untuk diamati dan khususnya satu dari ketiga kelompok itu yang latar belakang matematikanya terbatas. Untuk mempersiapkan mahasiswa menyelesaikan masalah, terlebih dulu mereka dilatih dalam metakognitif dan belajar berkelompok, Selanjutnya peneliti memakai pendekatan dialog guna menganalisis data karena cara ini memungkinkan untuk menemui kenali proses interaksional yang dalam hal ini pergerakan strategi huristik yang digunakan dalam proses menemukan solusi.

Dari penelitian terungkap kegiatan memantau, dikaitkan dengan penggunaan memantau, mempertanyakan, dan memvisualkan krusial bagi langkah maju proses pencarian solusi dan untuk terjadinya diskusi kontruktif tentang konsep matematik.

Selanjutnya, Hunter (2007) menyelidiki penggunaan berpikir relasional oleh siswa dalam menyelesaikan masalah ekivalensi (persamaan). Tes diberikan setelah anak menjalani pembelajaran yang difokuskan pada pengembangan strategi berhitung yang efisien dan fleksibel. Penelitian Hunter dimotivasi oleh proses problematik namun penting yaitu transisi dari penalaran aritmatik ke penalaran aljabar. Secara khusus Penelitian bertujuan mencari tahu i) strategi apa yang digunakan siswa untuk memecahkan masalah terbuka ekivalensi bilangan dan ii) kesalahan umum apa yang dilakukan siswa sewaktu memecahkan masalah tersebut.

Sampel penelitian ini 361 siswa dari empat tingkatan kelas, kelas 5 sampai dengan kelas 8. Selain instrumen tes berbentuk $a + b = c + d$ atau $a - e = b - d$ juga digunakan kuisioner untuk mengungkap bagaimana mereka menyelesaikan soal tersebut. Data dianalisis dengan rubrik penskoran yang didasarkan pada penggunaan berpikir aritmatik atau berpikir relasional dengan tingkatan berbeda-beda. Perbedaan berpikir ini dibuat ke dalam tiga tingkatan, yaitu aritmatika stabil: siswa hanya menggunakan strategi aritmatik; relasional stabil: siswa hanya menggunakan strategi relasional; dan relasional tak-stabil: siswa menggunakan campuran strategi aritmatik dan relasional.

Hasil dari studi menunjukkan 46% siswa hanya menggunakan strategi aritmatik, 28% hanya menggunakan strategi relasional, dan 26% yang menggunakan strategi campuran. Secara lintas kelas tampak dominasi penggunaan strategi aritmatik untuk menyelesaikan soal kalimat terbuka tersebut. Data juga menunjukkan peningkatan penggunaan berpikir relasional yang konsisten dari kelas 5 hingga ke kelas 8. Bersamaan dengan itu terjadi penurunan penggunaan strategi berpikir aritmatik manakala kelasnya makin tinggi.

Kesalahan umum yang terjadi ialah salah hitung. Kesalahan lainnya terjadi tatkala persamaan memuat pengurangan dan siswa tidak dapat mengenali arah pekerjaan hitung. Penyelidikan lebih lanjut atas kerja siswa juga menunjukkan kekurangpahaman mereka terhadap tanda sama dengan. Hal ini terjadi misalnya pada persamaan berbentuk $A + B = C + D$ di mana yang harus diisi adalah A atau B. Mereka menganggap satu dari dua bilangan di ruas kanan tanda sama dengan sebagai jawaban.

Karp (2007) menyelidiki bagaimana siswa kelas 12 menyelesaikan sekumpulan (grup) soal tentang nilai mutlak yang satu sama lain saling terkait. Atas dasar itu, Karp kemudian menyelidiki lebih lanjut cara berpikir siswa sewaktu menyelesaikan masalah tersebut. Karp berargumen bahwa penguasaan konsep nilai mutlak perlu diselidiki karena materi ini dibahas di sekolah melalui berbagai representasi berbeda, yaitu didefinisikan sebagai jarak; diilustrasikan dengan grafik, dan secara aktif dimanfaatkan dalam bermacam manipulasi aljabar. Dalam penelitiannya, siswa langsung diberikan soal nilai mutlak seperti menentukan solusi dari $|x+3| = 1$. Selain itu diberikan gambar grafik dan siswa diminta untuk menentukan yang mana gradien dari $y = |x + 1|$ misalnya. Sewaktu siswa bekerja, peneliti mewawancarainya untuk melihat apakah siswa dapat melihat hubungan antar soal tersebut dan secara eksplisit mendorong siswa untuk menemukannya.

Karp melaporkan, secara umum siswa tidak dapat menghubungkan soal satu dengan yang lainnya dan akibatnya penalaran siswa tidak jalan bahkan siswa tidak dapat mengambil keuntungan dari penyelesaian satu soal untuk menyelesaikan soal berikutnya. Melalui wawancara ditemukan siswa kebingungan menentukan daerah asal dan daerah kawan. Begitu pula sewaktu menentukan persamaan dari grafik yang diberikan. Siswa tidak memperhitungkan adanya dua nilai untuk nilai mutlak. Intinya, mereka tidak menggunakan definisi nilai mutlak untuk menjawab soal. Berdasarkan hasil yang diperolehnya tentu saja tidak sesuai dengan semangat mengajarkan strategi pemecahan masalah.

Osta dan Labban (2007) berupaya mengidentifikasi strategi informal aljabar dan geometri yang dilakukan siswa untuk menyelesaikan masalah yang dapat dipecahkan secara aljabar. Analisisnya fokus pada pergeseran dari perhitungan aritmatik kepada prosedur dan berpikir aljabar dan juga pergeseran dari dan ke strategi geometrik. Kedua peneliti menggali strategi berpikir siswa kelas 7 dalam memecahkan masalah baik yang melibatkan obyek geometri sederhana (segitiga, ruas garis, sisi) maupun

menulis/menyehesakan polinom derajat satu $a + b + c + x = mx$ atau $a + x = mx$, sebelum persamaan derajat satu dan unsur tak diketahui dalam persamaan diajarkan secara formal.

Hasil penelitian menunjukkan kebanyakan siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan cara intuitif non-aljabar. Pemeriksaan numerik (coba-ralat, dan menaksir) paling sering dipakai. Sangat sedikit yang menggunakan simbol aljabar atau menyajikan masalah dalam persamaan derajat satu. Dari 12 orang partisipan, hanya dua yang menggunakan strategi semi-aljabar. Hanya satu yang menuliskan persamaan aljabar dan melakukan kegiatan yang mencerminkan pembentukan pengertian akar persamaan. Tampak juga siswa belum mampu menggeser pendekatan aritmatik ke prosedur aljabar.

Hasil penelitian Hunter dan Anthony (2008) menunjukkan bahwa tugas yang melibatkan pola geometrik dan penggunaan representasi majemuk memberikan banyak kesempatan pada siswa untuk menggali, membenarkan, dan memvalidasi penalaran mereka dengan menggunakan alat. Tindakan pedagogik guru seperti mempertanyakan dan memposisikan siswa sebagai intelektual, lebih jauh memaksa mereka memberi pbenaran atas penalarannya dengan lebih banyak menggunakan benda konkret dan representasi geometri.

D. Diskusi Hasil Penelitian

Penelitian Kishimoto menggabungkan subyek sampel dari kelas 4 hingga kelas 6. Sedangkan bahan instrumen diambil dari kelas 5. Namun peneliti tidak menjelaskan bagaimana bahan ini kemudian diadaptasi untuk menjadi instrumen yang juga diperuntukkan bagi siswa kelas 4.

Hasil penelitian ini menunjukkan 52% kemampuan siswa memecahkan soal cerita berperkalian pecahan desimal diprediksi oleh kemampuan penalaran kesebandingan dan metakognisi mereka. Oleh karena itu penelitian ini masih dapat diperluas dengan melibatkan faktor lain yang dianggap turut memprediksi pencapaian siswa dimaksud, misalnya keterampilan berhitung dan starategi pemecahan masalah.

Penelitian Bjuland menganalisis dialog yang berlangsung pada satu kelompok mahasiswa dari 21 kelompok yang ada. Kelompok yang dianalisis memiliki latar belakang matematik terbatas. Temuan peneliti berimplikasi pedagogik misalnya pendidikan guru mestinya merangsang pelatihan metakognitif yang dicampur dengan belajar koperatif untuk mengembangkan keterampilan pemecahan masalah mahasiswa. Meski demikian, penelitian ini masih sangat terbatas subyek sampcnya. Oleh karena itu penelitian lanjutan masih diperlukan dengan sampel yang lebih luas untuk dapat menjadi landasan bagi generalisasi.

Penelitian Hunter menyelidiki penggunaan berpikir relasional oleh siswa dalam menyelesaikan masalah ekivalen (persamaan). Penelitian ini masih dapat dikembangkan dengan melibatkan pemakaian peubah terutama bagi siswa yang telah duduk di kelas VII dan VIII.

Osta dan Labban memfokuskan penelitian pada penyelidikan pergeseran dari dan ke strategi geometrik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa belum mampu menggeser pendekatan aritmatik ke prosedur aljabar. Di sini perlu ditekankan bahwa peneliti menguji siswa sebelum prosedur dan berpikir secara aljabar disampaikan guru di kelas. Oleh karena itu, penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menentukan suatu model atau pendekatan pembelajaran yang akan digunakan untuk maksud tersebut. Selain itu, subyek sampel tentu mesti diperluas agar hasil penelitian dapat diperumum keberlakuananya.

Penelitian Karp berupaya menyelidiki cara berpikir siswa sewaktu menyelesaikan sekumpulan (grup) masalah nilai mutlak yang terkait satu sama lain. Hasil penelitian Karp dapat dijadikan titik tolak bagi penelitian selanjutnya. Penelitian lanjutan misalnya dapat diarahkan pada penyelidikan:

- i. Sampai sejauh mana usaha guru memberikan soal yang memerlukan pengaitan antara berbagai representasi mempengaruhi cara berpikir siswa.
- ii. Apa yang terjadi manakala siswa tidak saja secara sistematis menyelesaikan soal yang melibatkan penerapan algoritma tetapi juga soal yang penyelesaiannya menuntut adanya pengaitan.
- iii. Bagaimana keberhasilan mereka kelak menangani masalah sejenis dan seberapa jauh mereka dapat mentransfer pengalamannya untuk memecahkan masalah lain?

Studi Hunter dan Anthony secara spesifik, ingin menunjukkan bahwa kemampuan siswa untuk terlibat dalam adu argumentasi dapat disokong melalui pemberian yang melibatkan strategi numerik, verbal, dan visual.

Namun keberlakuan hasil ini masih memerlukan validasi eksternal disebabkan sampel yang kecil. Untuk itu masih diperlukan penelitian dengan subyek sampel yang lebih besar.

E. Simpulan

Berdasarkan uraian hasil penelitian beserta diskusinya, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut.

1. Penalaran matematik seperti kesebandingan, aljabar, geometrik, induktif, deduktif sangat berpengaruh pada keberhasilan siswa menyelesaikan masalah matematik.
2. Penalaran matematik yang didampingi oleh metakognisi memperbesar peluang pada keberhasilan memecahkan masalah matematik.
3. Perpindahan dari berpikir dengan menggunakan model ke berpikir abstrak dalam rangka pemecahan masalah merupakan suatu rintangan yang sulit dilalui siswa di kelas awal sekolah dasar.
4. Kegiatan memantau, dikaitkan dengan penggunaan memantau, mempertanyakan, dan memvisualkan adalah unsur krusial bagi langkah maju proses pencarian solusi dari masalah.
5. Penalaran yang umum berlangsung saat siswa menyelesaikan masalah menemukan pola dan memperumum mengikuti urutan tahap: pemodelan langsung, mengidentifikasi suatu pola, menguji pola tersebut, dan terakhir menemukan aturan untuk hal umum.
6. Tindakan pedagogik guru, rancangan tugas, dan penggunaan material benda kongkrit membantu siswa mengembangkan beragam bentuk justifikasi dalam rangka memecahkan masalah.

Daftar Pustaka

Bjuland, R. (2007). Adult Students' Reasoning in Geometry: Teaching Mathematics through Collaborative Problem Solving in Teacher Education. Dalam *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 4, no.1, pp. 1-30. The Montana Council of Teachers of Mathematics.

Hunter, J. (2007). Relational or Calculational Thinking: Students Solving Open Number Equivalence Problems. Dalam Watson dan Beswick (Eds), *Proceedings of the*

- 30'' Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. MERGA Inc.
- Hunter, J. dan Anthony, G. (2008). The Development of Students' Use of Justification Strategies. Dalam M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. MERGA Inc.
- Karp, A. (2006). Dalam Novotna, J., Moraova, H., M. & Stehlikova, N. (Eds.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol.3, pp.25-32. PME30.
- Kilpatrick, J. et al. (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington DC : National Research Council.
- Kishimoto, T. (2000). Solving Multiplicative Word Problems With Decimal Fractions: The Effect of Proportional Reasoning and Metacognition. Dalam *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol.3, pp. 143-150. PME24.
- NCTM, (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston: VA.
- NCTM, (1999). Developing Mathematical Reasoning in Grade K-12. Reston: VA.
- NCTM, (2000). Principle and Standards for School Mathematics. Reston: VA.
- Osta, I. dan Labban, S. (2007). *Seventh Graders' Pre-algebraic Problem Solving Strategies: Geometric, arithmetic, and algebraic interplay* [Online]. Tersedia: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/osta.pdf> [11 Desember 2007].