

# PANDUAN DAN KENDALI KAPAL TANPA AWAK DENGAN MENGGUNAKAN METODE MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) DAN AKAR KUADRAT-UNSCENTED KALMAN FILTER (AK-UKF)

Tahiyatul Asfihani<sup>1</sup>, Subchan<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya  
[tahiyatul.asfihani@gmail.com](mailto:tahiyatul.asfihani@gmail.com) , [subchan@matematika.its.ac.id](mailto:subchan@matematika.its.ac.id)

## Abstrak

Sistem kendali merupakan hal vital pada kapal tanpa awak. Pada penelitian ini dikembangkan sistem tracking untuk kapal tanpa awak dalam sistem kendali dan estimasi. Masalah utama dalam kendali kapal adalah pelacakan lintasan dan pemenuhan lintasan. Metode yang digunakan untuk menentukan kendali kapal agar tetap pada lintasannya adalah metode Model Predictive Control (MPC). MPC sangat cocok untuk pemenuhan lintasan karena MPC bisa memprediksi output dari sistem. Untuk menambah keakuratan kendali yang sudah didapat dengan MPC, state model dan parameter model yang tidak pasti akibat gangguan lingkungan laut/dinamika kapal diestimasi dengan menggunakan metode Akar Kuadrat-Unscented Kalman Filter (AK-UKF). Metode AK-UKF merupakan pengembangan dari metode Unscented Kalman Filter (UKF) dengan mengimplementasikan skema akar kuadrat. Skema ini dapat mempengaruhi hasil estimasi, baik dalam hal tingkat akurasi maupun waktu komputasi yang digunakan.

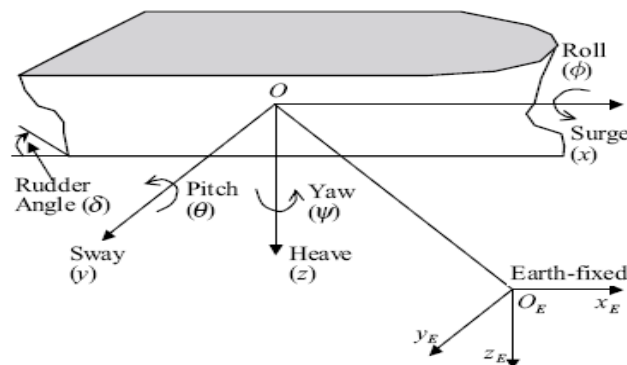
Model kapal yang digunakan pada penelitian ini adalah kapal underactuated dengan kendali pada momen yaw, kapal underactuated merupakan kapal yang memiliki jumlah kendali yang lebih banyak dibandingkan dengan jumlah aktuatornya. Dinamik kapal dijelaskan dengan menggunakan Serret-Frenet frame dengan mendefinisikan ulang output pelacakannya. Parameter model yang diestimasi yaitu inersia kapal termasuk penambahan massa pada surge. Dari hasil estimasi yang didapat dari simulasi dengan menggunakan AK-UKF akan digunakan sebagai input kendali (momen yaw). Simulasi dari kendali dan estimasi menunjukkan kevalidan dari hukum kendali yang didapat.

**Kata kunci:** MPC, AK-UKF, Kendali, Estimasi, Kapal

## PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara maritim dan merupakan negara kepulauan terbesar di dunia, yang dua per tiga wilayahnya adalah lautan. Dalam upaya menjaga keutuhan wilayah perairan diperlukan suatu sistem pertahanan keamanan yang kuat. Salah satu upaya yang telah dilakukan adalah dengan meningkatkan patroli di perairan Indonesia. Untuk mendukung upaya patroli perairan Indonesia tentu saja dibutuhkan alutsista (alat utama sistem pertahanan) yang memadai, contohnya adalah kapal.

Kapal didefinisikan sebagai alat yang bergerak pada permukaan laut yang memiliki 6 derajat kebebasan dalam bergerak yaitu *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch*, dan *yaw* (Fossen, 1999) yang dapat dilihat pada Gambar 1. Pada makalah ini variabel yang dikendalikan hanya dalam dua derajat kebebasan yaitu *surge* dan *yaw* dengan asumsi gerak *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* tidak berpengaruh pada manuver kapal. Kapal yang dimaksud adalah kapal *underactuated* dimana jumlah variabel yang dikontrol lebih banyak daripada jumlah yang dikendalikan oleh aktuator (Oh Ryeok dan Sun, 2010). Aktuator adalah sebuah alat yang digunakan untuk mengontrol sebuah mekanisme atau sistem Masalah utama dalam kendali kapal adalah *trajectory tracking* dan *path following* (Encarnaco dan Pascol, 2001). *Trajectory tracking* mengacu pada kasus bagaimana kapal melacak jalur referensinya, sedangkan *path following* bertujuan mengarahkan kapal untuk mengikuti jalur yang diinginkan. *Trajectory tracking* sangat tergantung pada model referensi sedangkan *path following* lebih cenderung untuk implementasi praktis seperti panduan (*guidance*) dan pengendalian kapal (Xiaofei, dkk, 2011).



Gambar 1. Enam derajat kebebasan gerak kapal

Perkembangan penelitian mengenai kendali kapal *path following* semakin bertambah seiring waktu. Banyak pendekatan yang dikenalkan dalam berbagai literatur, diantaranya pengendali backstepping yang digunakan Encarnaco dan Pascoal (2000) pada wahana dalam air dan Skjetne and Fossen (2001) untuk mengontrol kapal agar berada pada sebarang lintasan yang memungkinkan, serta pengendali *state* dan *output feedback* yang digunakan Do dan Pan (2004) untuk mengemudikan kapal permukaan *underactuated* mengikuti lintasan yang ada pada kecepatan maju konstan dengan mengabaikan gangguan lingkungan.

Pada makalah ini, digunakan *model predictive control* (MPC) untuk mengendalikan kapal tanpa awak sehingga posisi kapal dapat mengikuti lintasan yang diharapkan. Pemilihan teknik kendali MPC dikarenakan kendali ini dapat menangani sistem multivariabel. Penelitian ini difokuskan pada kontrol momen yaw yang terjadi karena pergerakan kapal di lautan. Agar input kendali lebih akurat maka dilakukan estimasi state model dan parameter yang tidak pasti yaitu penambahan massa kapal pada gerak arah surge ( $m_{11}$ ) dengan menggunakan metode Akar Kuadrat-Unscented Kalman Filter (AK-UKF). Metode AK-UKF merupakan pengembangan dari metode Unscented Kalman Filter (UKF), dimana AK-UKF menurut Tholib dan April (2011) mempunyai tingkat keakurasian lebih baik daripada UKF. Dari hasil estimasi tersebut digunakan sebagai inputan kendali MPC.

**MODEL MATEMATIKA PERGERAKAN KAPAL**

Model matematika kapal *underactuated* pada pergerakan *surge*, *sway*, dan *yaw* dengan *surge* konstan adalah sebagai berikut (Xiaofei, dkk, 2011):

$$\dot{x} = u \cos \psi - v \sin \psi$$

$$\dot{y} = u \sin \psi + v \cos \psi$$

$$\dot{\psi} = r$$

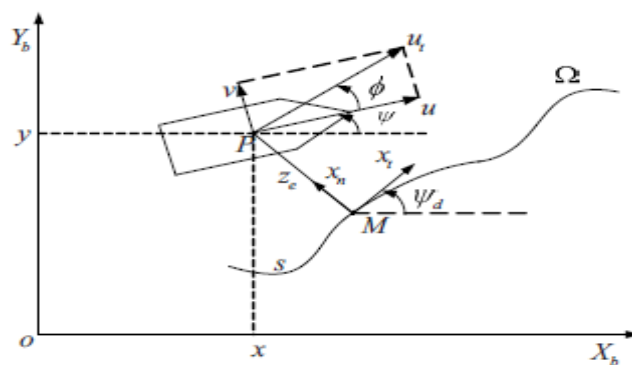
$$\dot{v} = -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \tag{1}$$

$$\dot{r} = \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}}uv - \frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{1}{m_{33}}\tau_r$$

dengan :

- $x$  = perpindahan pada arah gerak *surge*
- $y$  = perpindahan pada arah gerak *sway*
- $\psi$  = Sudut *yaw* terhadap sumbu bumi
- $u$  = Kecepatan *surge*
- $v$  = Kecepatan *sway*
- $r$  = Kecepatan *yaw*
- $m_{ii} (i = 1,2,3)$  = penambahan massa pada pergerakan *surge*, *sway*, dan *yaw*
- $d_{ii} (i = 2,3)$  = peredam getaran hidrodinamik akibat pergerakan *sway* dan *yaw*
- $\tau_r$  = momen *yaw*

Kerangka umum pada lintasan kapal ditunjukkan sebagai berikut :



Gambar 2. Kerangka umum pada lintasan kapal

Pada gambar 2,  $\Omega$  merupakan lintasan yang telah diketahui.  $M$  merupakan proyeksi orthogonal dari titik  $P$  kapal pada  $\Omega$ .  $s$  merupakan jarak sepanjang lintasan antara

beberapa titik tetap pada lintasan dan  $M$ .  $x_n$  dan  $x_t$  merupakan vektor normal dan vektor kemiringan pada  $M$ .  $z_e$  merupakan jarak antar  $M$  dan  $P$ ,  $\psi_d$  merupakan sudut antara  $x_t$  dan  $X_b$ . Misalkan  $u_t = \sqrt{u^2 + v^2}$  merupakan kecepatan total kapal.  $\phi$  merupakan sudut antara kecepatan surge dan kecepatan total.

Berdasarkan parameter di atas, dinamika kapal pada Persamaan (1) di transformasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{z}_e &= u_t \sin \psi_e^* \\ \dot{\psi}_e^* &= r \left( 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u_t^2} \right) - \frac{c(s)u_t}{1 - c(s)z_e} \cos \psi_e^* - \frac{u}{u_t^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}} ur - \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ \dot{r} &= \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} uv - \frac{d_{33}}{m_{22}} v + \frac{1}{m_{33}} \tau_r \end{aligned} \tag{2}$$

$$z_1 = z_e$$

$$z_2 = \psi_e^*$$

dengan  $\psi_e^* = \phi + \psi - \psi_d$  merupakan orientasi error.  $c(s)$  merupakan kelengkungan lintasan pada titik  $M$ .  $z_1, z_2$  merupakan sistem keluaran dan titik kesetimbangan sistem (2) adalah  $z_e = 0, \psi_e^* = 0$ . Keluaran referensi pada *path following*  $z_d = 0$  karena yang diharapkan adalah error antara lintasan kapal dan lintasan yang diinginkan sama dengan nol.

Berdasarkan Persamaan (2) didapatkan bahwa  $z_e$  harus distabilkan dengan menggunakan sudut  $\psi_e^*$ . Secara matematis memiliki arti bahwa  $z_1$  dan  $z_2$  pada persamaan (2) harus menjadi satu persamaan, untuk itu didefinisikan ulang keluarannya (*output-redefinition*) dengan pendefinisian sebagai berikut

$$w_e^* = \arcsin \frac{kz_e}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} \tag{3}$$

dengan  $k$  selalu konstan positif.

Substitusi Persamaan (3) ke Persamaan sistem (2), sehingga diperoleh

$$\dot{z}_e = \frac{u_t \sin w_e^*}{\sqrt{1+(kz_e)^2}} - \frac{u_t kz_e \cos w_e^*}{\sqrt{1+(kz_e)^2}}$$

$$\dot{w}_e^* = r \left( 1 - \frac{m_{11} u^2}{m_{22} u_t^2} \right) + \frac{k u_t}{1+(kz_e)^2} \cdot \frac{\sin w_e^* - kz_e \cos w_e^*}{\sqrt{1+(kz_e)^2}}$$

$$- \frac{c(s)u_t}{1-c(s)z_e} \cdot \frac{kz_e \sin w_e^* + \cos w_e^*}{\sqrt{1+(kz_e)^2}} - \frac{u}{u_t^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} v$$
(4)

$$\dot{v} = -\frac{m_{11}}{m_{22}} ur - \frac{d_{22}}{m_{22}} v$$

$$\dot{r} = \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} uv - \frac{d_{33}}{m_{33}} r + \frac{1}{m_{33}} \tau_r$$

$$z = w_e$$

### MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC) UNTUK SISTEM NONLINEAR

Persamaan sistem nonlinear (Chen, dkk, 2003):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{aligned}$$
(5)

dengan  $x \in R^n$  adalah vektor keadaan,  $u$  adalah input, dan  $y$  adalah output.

Fungsi objektif diberikan sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\hat{y}(t+\tau) - \hat{w}(t+\tau))^T (\hat{y}(t+\tau) - \hat{w}(t+\tau)) d\tau$$
(6)

dengan  $T$  adalah waktu prediksi,  $\hat{y}(t+\tau)$  adalah prediksi keluaran dan  $\hat{w}(t+\tau)$  adalah sinyal referensi prediksi. Kendali input  $u(t)$  diberikan sebagai nilai awal pada kendali optimal input  $\hat{u}(t+\tau)$ ,  $0 \leq \tau \leq T$  dengan meminimumkn fungsi objektif pada persamaan (4), maka:

$$u(t+\tau) = \hat{u}(t+\tau) \text{ untuk } \tau = 0$$

Optimasi pada MPC nonlinear diberikan oleh teorema berikut :

**Teorema 1 (Chen, dkk, 2003)** : Perhatikan sistem nonlinear (5) dan andaikan keluaran pada interval prediksi diprediksikan dengan menggunakan ekspansi deret Taylor sampai order  $\rho + l$  dengan  $\rho$  merupakan derajat relatif. Untuk order kendali  $l \geq 0$ , optimasi dalam MPC nonlinear dengan meminimumkan fungsi tujuan (6) sebagai berikut :

$$u(t) = -(L_g L_f^{\rho-1} h(x))^{-1} (KM_\rho + L_g^\rho h(x) - w^{[\rho]}(t)) \tag{7}$$

dengan  $M_\rho \in R^{m\rho}$  diberikan sebagai berikut :

$$M_\rho = \begin{pmatrix} h(x) - w(t) \\ L_f^1 h(x) - w^{[1]}(t) \\ \dots \\ L_g^{\rho-1} h(x) - w^{[\rho-1]}(t) \end{pmatrix} \tag{8}$$

dengan  $K \in R^{m \times m\rho}$ , misal  $K$  matriks dipartisi

$$K = [k_0, k_1, \dots, k_{\rho-1}] \tag{9}$$

dengan  $k_i \in R^{m \times m}$ ,  $i = 0, \dots, \rho - 1$ . Substitusi Persamaan (8) dan (9) ke Persamaan (7) maka diperoleh

$$u(t) = -(L_g L_f^{\rho-1} h(x))^{-1} \left( \sum_{i=0}^{\rho-1} k_i (L_f^i h(x) - w^{[i]}) + L_g^\rho h(x) - w^{[\rho]}(t) \right) \tag{10}$$

dengan  $[k_0, k_1, \dots, k_{\rho-1}]$  adalah baris pertama pada matriks  $\Gamma_{ll}^{-1} \Gamma_{\rho l}^T$ , yang diberikan sebagai berikut :

$$\Gamma_{ll} = \begin{bmatrix} \Gamma_{(\rho+1, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(\rho+1, \rho+l+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{(\rho+l+1, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(\rho+l+1, \rho+l+1)} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\Gamma_{\rho l} = \begin{bmatrix} \Gamma_{(1, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(1, \rho+l+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{(\rho, \rho+1)} & \dots & \Gamma_{(\rho, \rho+l+1)} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\Gamma_{(i,j)} = \frac{T^{i+j-1}}{(i-1)!(j-1)!(i+j-1)!} \tag{13}$$

dengan  $T$  adalah waktu prediksi dan  $l$  adalah order kendali.

Derajat relatif sistem bertujuan untuk menentukan input  $u$  masuk ke dalam sistem.

**Definisi 1 (Chen, 2001) :** Sistem nonlinear (5) dikatakan mempunyai derajat relatif  $\rho$  jika :

- (i)  $L_g L_f^k h(x) = 0$  untuk setiap  $x$  diperekitaran  $x_0$  dan  $k < \rho - 1$
- (ii)  $L_g L_f^{\rho-1} h(x) \neq 0$

Derajat relatif  $\rho$  pada sistem nonlinear (5) dikatakan didefinisikan dengan baik (*well defined*) jika derajat relatifnya seragam untuk setiap  $x$ .

Ketika derajat relatif  $\rho$  tidak didefinisikan dengan baik maka  $L_g L_f^{\rho-1} h(x) = 0$

Supaya dapat memahami sistem pada Persamaan (5), digunakan turunan Lie dengan menggunakan aturan rantai.

**Definisi 2 (Munteanu, dkk, 2008):** Turunan Lie didefinisikan sebagai hasil kali  $\frac{\partial h(x)}{\partial x}$  dengan  $f(x)$  atau secara umum ditulis:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)$$

dengan  $L_f h(x)$  diartikan sebagai turunan fungsi  $h$  atas vektor  $f$ .

Elemen dari turunan Lie adalah:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_i} f_i(x)$$

**Definisi 3 [7]:** Yang dimaksud dengan  $L_f^n h(x)$  adalah:

$$L_f^n h(x) = \frac{\partial (L_f^{n-1} h(x))}{\partial x} f(x)$$

dengan  $L_f^n h(x)$  diartikan sebagai turunan ke- $n$  fungsi  $h$  atas vektor  $f$ .

## PEMBAHASAN

Berdasarkan Persamaan (4) maka sistem tersebut dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\tau$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$$

dengan

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} Z_e & w_e^* & v & r \end{bmatrix}^T, \text{ input kendalinya adalah } \tau = \tau_r \text{ dan outputnya } z = h(x) = x_2 = w_e^*.$$

Dan

$$f_1 = \frac{\sqrt{u^2 + x_3^2} \sin x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}} - \frac{kx_1 \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}}$$

$$\begin{aligned}
 f_2 &= x_4 \left( 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + x_3^2} \right) + \frac{k\sqrt{u^2 + x_3^2}}{1 + (kx_1)^2} \cdot \frac{\sin x_2 - kx_1 \cos x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}} \\
 &\quad - \frac{c(s)\sqrt{u^2 + x_3^2}}{1 - c(s)x_1} \cdot \frac{kx_1 \sin x_2 + \cos x_2}{\sqrt{1 + (kx_1)^2}} - \frac{u}{u^2 + x_3^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3 \\
 f_3 &= -\frac{m_{11}}{m_{22}} ux_4 - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3 \\
 f_4 &= -\frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{22}} ux_3 - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_4
 \end{aligned}$$

Input kendali pada MPC nonlinear yang mengacu pada Persamaan (10) maka diperoleh

$$\tau_r = -(L_g L_f^{\rho-1} h(x))^{-1} \left( \sum_{i=0}^{\rho-1} k_i (L_f^i h(x) - z_d^{[i]}) + L_f^\rho h(x) - z_d^{[\rho]} \right) \quad (14)$$

Sehingga diperoleh turunan Liencya sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 L_f h(x) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} f_i(x) \\
 &= x_4 \left( 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + x_3^2} \right) + \frac{k\sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{1 + (kx_1)^2} - \frac{c(s)\sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{1 - c(s)x_1} - \frac{u}{u^2 + x_3^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3
 \end{aligned}$$

$$L_g L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_i} g_i(x) = \frac{1}{m_{33}} \left( 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + x_3^2} \right)$$

Sesuai dengan Definisi 1 maka sistem mempunyai derajat relatif  $\rho = 2$ . Maka akan dicari nilai dari  $L_f^2 h(x)$  sebagai berikut :



$$\begin{aligned}
 L_f^2 h(x) &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x_i} f_i(x) \\
 &= \left[ \frac{-2k^3 x_1 \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^* - k^2 \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{(1 + (kx_1)^2)^2} - \right. \\
 &\quad \left. \frac{c^2(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)x_1)^2} + \frac{kc(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{(1 - c(s)x_1)(1 + (kx_1)^2)} \right] \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^* \\
 &\quad + \left[ \frac{k \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kx_1)^2} + \frac{c(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)x_1} \right] \\
 &\quad \left[ x_4 \left( 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + x_3^2} \right) + \frac{k \sqrt{u^2 + x_3^2} \sin \psi_e^*}{1 + (kx_1)^2} - \frac{c(s) \sqrt{u^2 + x_3^2} \cos \psi_e^*}{1 - c(s)x_1} \right] \\
 &\quad \left[ -\frac{u}{u^2 + x_3^2} \cdot \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3 \right] \\
 &\quad + \left[ \frac{kx_3 \sin \psi_e^*}{(1 + (kx_1)^2) \sqrt{u^2 + x_3^2}} - \frac{c(s)x_3 \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)x_1) \sqrt{u^2 + x_3^2}} \right] \left[ -\frac{m_{11}}{m_{22}} ux_4 - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_3 \right] \\
 &\quad + \left[ 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + x_3^2} \right] \left[ \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} ux_3 - \frac{d_{22}}{m_{22}} x_4 \right]
 \end{aligned}$$

Keluaran referensi  $z_d = 0$  maka turunan  $z_d$  sampai  $\rho$  adalah

$$z_d = \dot{z}_d = \ddot{z}_d = 0$$

Input kendali pada Persamaan (14) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \tau_r = & m_{33} \left[ 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + v^2} \right]^{-1} \left\{ k_0 \left[ \psi_e^* + \arcsin \frac{kz_e}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} \right] \right. \\ & + \left[ k_1 + \frac{k\sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kz_e)^2} + \frac{c(s)\sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)z_e} \right] k_0 \left[ \psi_e^* + \arcsin \frac{kz_e}{\sqrt{1 + (kz_e)^2}} \right] \\ & + \left[ k_1 + \frac{k\sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kz_e)^2} + \frac{c(s)\sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)z_e} \right] \\ & \left[ r \left( 1 - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + v^2} \right) + \frac{k\sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{1 + (kz_e)^2} - \frac{c(s)\sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{1 - c(s)z_e} \frac{u^2}{u^2 + v^2} \frac{d_{22}}{m_{22}} v \right] \\ & + \left[ \frac{-2k^3 z_e \sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^* - k^2 \sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{(1 + (kz_e)^2)^2} - \frac{c^2(s)\sqrt{u^2 + v^2} \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)z_e)^2} - \frac{kc(s)\sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^*}{(1 - c(s)z_e)(1 + (kz_e)^2)} \right] \\ & \sqrt{u^2 + v^2} \sin \psi_e^* + \left[ \frac{kv \sin \psi_e^*}{(1 + (kz_e)^2)\sqrt{u^2 + v^2}} - \frac{c(s)v \cos \psi_e^*}{(1 - c(s)z_e)\sqrt{u^2 + v^2}} + \frac{2m_{11}u^2vr - d_{22}u(u^2 - v^2)}{m_{22}(u^2 + v^2)^2} \right] \\ & \left[ -\frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{u^2}{u^2 + v^2} \right] \left\{ \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} uv - \frac{d_{22}}{m_{22}} r \right\} \end{aligned}$$

Parameter pengendali MPC yang digunakan adalah  $T=37.5$  detik,  $l=6$ . Pada perhitungan Persamaan (11)-(13) didapatkan nilai  $k_0 = 0,365$  dan  $k_1 = 1,0267$ .

### PENERAPAN MPC DAN AK-UKF PADA KENDALI DAN PANDUAN KAPAL TANPA AWAK

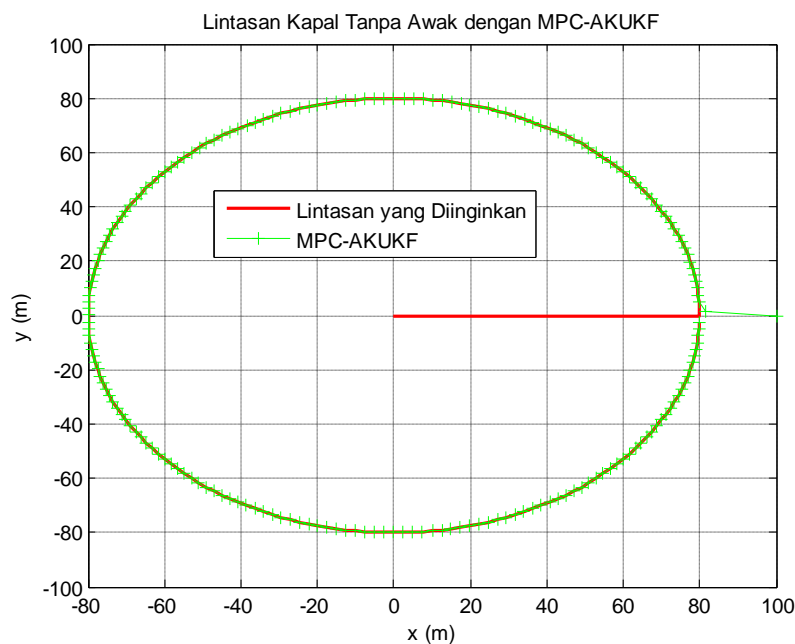
Kendali MPC untuk mengendalikan kapal agar mengikuti lintasan yang berupa lingkaran dengan jari-jari 80 m. Kendali diestimasi dengan mengestimasi state dinamik dan parameter, parameter yang akan diestimasi adalah parameter penambahan massa kapal pada pergerakan surge. Estimasi dilakukan dengan menggunakan metode AK-UKF (Akar Kuadrat Unscented Kalman Filter) dengan nilai parameter pada Tabel 1, dan algoritma AK-UKF disajikan pada Tabel 2.

Hasil simulasi penerapan MPC dan AK-UKF pada kendali dan panduan kapal tanpa awak pada Gambar 3. menunjukkan bahwa lintasan kapal (lintasan warna hijau) dapat mengikuti lintasan lingkaran (lintasan yang diinginkan warna merah) dengan jari-jari 80 m dengan baik.

Error output posisi dan arah pada Gambar 4 dan 5 menunjukkan bahwa error output konvergen pada nilai nol dari waktu kurang dari satu detik, hal ini menyatakan bahwa kapal bergerak sesuai dengan lintasan yang diinginkan. RMSE (Root Mean Squared Error) untuk error output posisi dan arah adalah 0.3998.

Tabel 1. Nilai awal variabel dan parameter

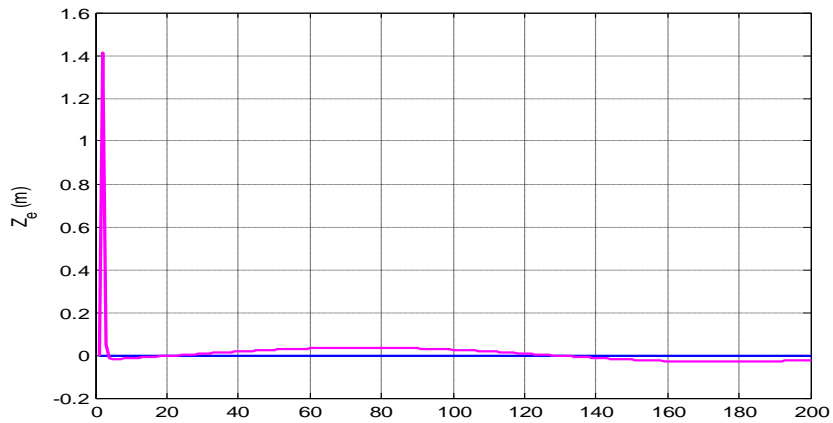
Variabel dan Parameter	Nilai Awal
Error output posisi ( $Z_e$ )	0 m
Error output arah ( $\psi_e^*$ )	0 rad
Kecepatan sway (v)	0,1 m/s
Kecepatan Yaw (r)	0 rad/s
Posisi Surge (x)	100 m
Posisi Sway (y)	0 m
Sudut Yaw ( $\psi$ )	1,57 rad
Parameter penambahan momen berat pada surge ( $m_{11}$ )	120.000 kg



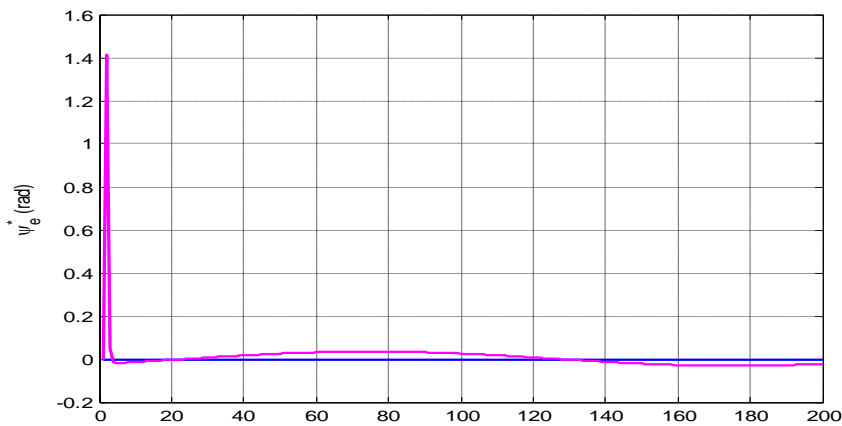
Gambar 3. Lintasan Kapal dengan Kendali MPC dan Estimasi AK-UKF

Estimasi parameter penambahan massa kapal pada pergerakan surge (  $m_{11}$  ) ditambahkan pada state model dinamik kapal, dengan dimisalkan penambahannya memiliki persamaan sebagai berikut

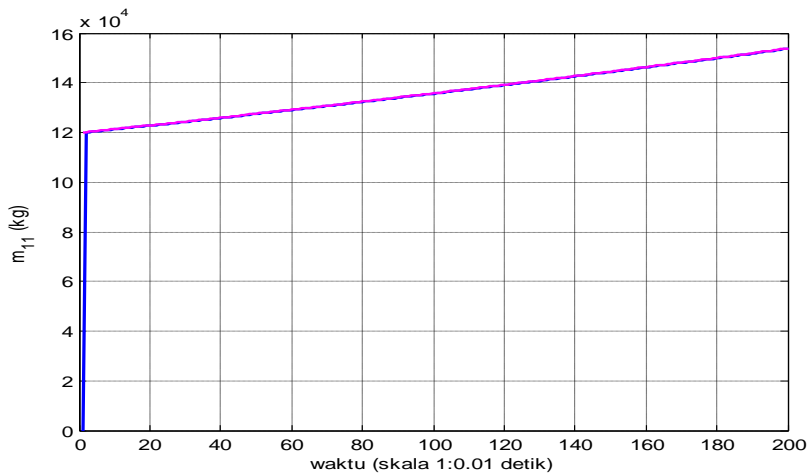
$$\dot{m}_{11} = 0,125 \cdot m_{11}.$$



Gambar 4. Estimasi Error Output Posisi dengan AK-UKF



Gambar 5. Estimasi Error Output Arah dengan AK-UKF



Gambar 6. Estimasi Penambahan Momen Berat pada Surge dengan AK-UKF

Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa kendali MPC merupakan kendali yang baik untuk pemenuhan lintasan pada kapal tanpa awak dan estimasi dengan AK-UKF memiliki tingkat akurasi estimasi dan waktu komputasi yang cepat.

Tabel 2. Algoritma Metode AK-UKF (Tholib dan Apriliani, 2011)

<b>Metode AK-UKF</b>
<p><b>Model sistem dan model pengukuran</b></p> $x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$ $z_k = H(x_k, k) + v_k$ $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$
<p><b>Inisialisasi</b></p> <p>Pada saat <math>k=0</math></p> $\hat{x}_0 = E[x_0]$ $P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$ <p>Menghitung Faktor Cholesky <math>S_0</math> dari:</p> $S_0 = chol(P_{x_0})$ $\hat{x}_0^a = E[x^a] = E[\hat{x}_0^T \ 0 \ 0]^T$ $P_0^a = E[(x_0^a - \hat{x}_0)(x_0^a - \hat{x}_0)^T] = \begin{bmatrix} P_x & 0 & 0 \\ 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}$ $S_k^a = chol(P_k^a)$ <p>Untuk <math>k \in \{1, 2, \dots, N\}</math></p> <p><b>Hitung Sigma Point:</b></p> $\chi_{k-1}^a = [\hat{x}_{k-1}^a \quad \hat{x}_{k-1}^a \pm \gamma S_k \quad ]$ <p>Dengan <math>\gamma = \sqrt{L + \lambda}</math>, dan <math>\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L</math></p>
<p><b>Tahap prediksi (time update)</b></p> $\chi_{k/k-1}^x = F[\chi_{k-1}, \chi_{k-1}^w]$ $\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^m \chi_{i,k/k-1}^x]$ <p>Menghitung Faktorisasi QR <math>S_k^-</math> dari:</p> $S_k^- = qr([\sqrt{W_i^c} (\chi_{1:2L,k/k-1}^x - \hat{x}_k^-) \quad \sqrt{Q_k}])$ <p>Menghitung Update Faktor Cholesky <math>S_k^-</math> dari:</p> $S_k^- = cholupdate([S_k^-, (\chi_{0,k/k-1}^x - \hat{x}_k^-), W_0^c])$ $Z_{k/k-1} = H[\chi_{k/k-1}]$ $\hat{z}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^m Z_{i,k/k-1}]$
<p><b>Tahap koreksi (measurement update)</b></p> <p>Menghitung dekomposisi QR <math>S_{\hat{z}_k}</math> dari:</p> $S_{\hat{z}_k} = qr([\sqrt{W_1^c} (Z_{1:2L,k} - \hat{z}_k) \quad \sqrt{R_k}])$ <p>Menghitung Update Faktor Cholesky <math>S_{\hat{z}_k}</math> dari:</p> $S_{\hat{z}_k} = cholupdate([S_{\hat{z}_k}, (Z_{0,k} - \hat{z}_k), W_0^c])$ $P_{x_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^c [\chi_{i,k/k-1}^x - \hat{x}_k^-][Z_{i,k/k-1} - \hat{z}_k^-]^T]$ $\kappa_k = (P_{x_k z_k} / S_{\hat{z}_k}^T) / S_{\hat{z}_k}$ $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \kappa_k (Z_k - \hat{z}_k^-)$ <p>Menghitung matrik U: <math>U = \kappa_k \cdot S_{\hat{z}_k}</math></p> <p>Menghitung Update Faktor Cholesky <math>S_k</math> dari:</p> $S_k = cholupdate([S_k^-, U, -1])$

---

## KESIMPULAN

Pengendali *Model Predictive Control* dan AK-UKF dapat diterapkan untuk mengendalikan gerak kapal *underactuated* dengan baik. Hal ini terlihat dari hasil simulasi yang menunjukkan bahwa gerak kapal hanya membutuhkan waktu kurang satu detik agar dapat mengikuti lintasan yang diharapkan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Chen, W.H., Balance, D. J., and Gawthrop, P.J., "Optimal Control of Nonlinear Systems: a predictive control approach", *Automatica*, Vol. 39 (2003) 633-641.
- Chen, W.H., "Analytic Predictive Controller for Nonlinear Systems with ill-defined Relative Degree", *IEEE Proceedings Control Theory Application*, Vol. 148 (2001) 9-15.
- Do K.D. dan Pan J., "State- and output-feedback robust path-following controllers for underactuated ships using Serret-Frenet frame". *Ocean Engineering*, 31: 587-613, 2004.
- Encarnacao dan Pascoal (2001), *Combined trajectory tracking and path following for marine craft*.
- Fossen I. T.(1999), *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley & Sons.
- Oh Ryeok S. dan Sun J. (2010), Path following of underactuated marine surface vessels using line-of-sight based model predictive control, *Ocean Engineering*, 37, 289-295.
- Munteanu, I., Bratcu, A.I., Cutulius, N.A., and Ceanga, E., *Optimal Control of Wind Energy Systems*. Jerman: Springer (2008).
- Skjetne R. dan Fossen T.I., "Nonlinear maneuvering and control of ships". *Proceedings of Oceans 2001 MTS/IEEE Conference and Exhibition*, 2001: 1808-1815.
- Tholib, M. dan Erna, A. (2011), "Skema Akar Kuadrat pada Unscented Kalman Filter untuk Mendeteksi Terjadinya Kerak pada Alat Penukar Panas", Master Tesis, Jurusan Matematika, ITS.
- Xiaofei, W., Baohua, Z., Deying, C., Huaming, w., (2011), Adaptive Analytic Model Predictive Controller for Path Following of Underactuated Ships, Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, July 22-24, Yantai, China.